



Ciência Rural

ISSN: 0103-8478

cienciarural@mail.ufsm.br

Universidade Federal de Santa Maria

Brasil

de Assumpção Mazzini, Ana Rita; Muniz, Joel Augusto; Fonseca e Silva, Fabyano; de Aquino, Luiz  
Henrique

Curva de crescimento de novilhos Hereford: heterocedasticidade e resíduos autorregressivos

Ciência Rural, vol. 35, núm. 2, março-abril, 2005, pp. 422-427

Universidade Federal de Santa Maria

Santa Maria, Brasil

Disponível em: <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=33135228>

- ▶ Como citar este artigo
- ▶ Número completo
- ▶ Mais artigos
- ▶ Home da revista no Redalyc

redalyc.org

Sistema de Informação Científica

Rede de Revistas Científicas da América Latina, Caribe , Espanha e Portugal  
Projeto acadêmico sem fins lucrativos desenvolvido no âmbito da iniciativa Acesso Aberto

## Curva de crescimento de novilhos Hereford: heterocedasticidade e resíduos autorregressivos

Growth curve for hereford males: heterocedasticity and autoregressives residuals

Ana Rita de Assumpção Mazzini<sup>1</sup> Joel Augusto Muniz<sup>2</sup>  
Fabyano Fonseca e Silva<sup>3</sup> Luiz Henrique de Aquino<sup>2</sup>

### RESUMO

O objetivo do presente trabalho foi ajustar os modelos de crescimento Brody, Gompertz, Logístico e Von Bertalanffy a dados de peso e idade de 152 novilhos Hereford através dos métodos dos quadrados mínimos ordinários (QMO), quadrados mínimos ponderados (QMP), quadrados mínimos ponderados generalizados com erros autorregressivos de primeira (QMPG-AR1) e segunda (QMPG-AR2) ordens. Utilizou-se o procedimento MODEL do software Statistical Analysis System (SAS) através das opções WEIGHT e %AR. Os modelos foram comparados pelos seguintes avaliadores de qualidade do ajuste: percentual de convergência, quadrado médio do resíduo, coeficiente de determinação ajustado e erro de predição médio. Os modelos Gompertz e von Bertalanffy ajustados pelos métodos QMP, QMP-AR(1) e QMP-AR(2) foram os indicados para descrever o crescimento de novilhos Hereford até os dois anos de idade.

**Palavras-chave:** curva de crescimento, gado Hereford, heterocedasticidade, autocorrelação residual.

### ABSTRACT

The aim of the present study was to fit the weight-age of 152 Hereford cattle male. The fitting has been done by the ordinary least square (OLS), weighted least square (WLS), generalized weighted least square with autoregressive errors, first (GWLS-AR1) and second (GWLS-AR2) orders. The WEIGHT and %AR options of MODEL procedure, available in the software Statistical Analysis System (SAS), was used to fit the data. Models were evaluated by the following measures of quality: convergence percentage, error mean square, adjusted determination coefficient and mean predicted error. The Gompertz and von Bertalanffy models fitted by WLS, GWLS-AR1 and GWLS-

AR2 methods were indicated to describe the growth of animals up to two years old.

**Key words:** growth curve, Hereford cattle, heterocedasticity, residual autocorrelation.

### INTRODUÇÃO

Dentre as raças de gado de corte europeias criadas no Brasil, destaca-se a raça Hereford, originária da Inglaterra. Suas principais vantagens são a adaptação aos mais diversos ambientes e sistemas de produção, alto índice de fertilidade, bom ganho de peso a pasto e alto índice de rendimento de carcaça (SANTOS, 1999).

Os criadores de Hereford estão cada vez mais conscientes da importância de se obterem informações sobre o crescimento dos animais, para melhor gerenciar e avaliar a rentabilidade da atividade. Porém, no Brasil, há poucos relatos sobre a curva de crescimento dessa raça, tornando-se necessária a realização de estudos, através de metodologias adequadas, que possam fornecer maiores informações sobre este processo.

Geralmente, o estudo de curvas de crescimento é realizado por meio de ajuste de modelos não-lineares aos dados de peso-idade dos animais, uma vez que estes modelos sintetizam um grande número de medidas, em apenas alguns parâmetros interpretáveis biologicamente (SILVA et al., 2002).

<sup>1</sup>Engenheiro Agrônomo, Departamento de Matemática, Estatística e Computação, Universidade Federal de Pelotas.

<sup>2</sup>Engenheiro Agrônomo, Departamento de Ciências Exatas, Universidade Federal de Lavras (UFLA), CP 37, 37200-000, Lavras, MG. E-mail: jamuniz@ufla.br. Autor para correspondência.

<sup>3</sup>Zootecnista, Departamento de Ciências Exatas, UFLA.

Segundo TEDESCHI et al. (2000), nos modelos não-lineares utilizados para descrever curvas de crescimento, os parâmetros com interpretação biológica são representados principalmente pelo peso assintótico superior, que representa o peso à maturidade, e pela taxa de maturidade, que é um indicador de velocidade de crescimento. Os demais parâmetros são considerados constantes matemáticas que auxiliam na determinação da forma da curva.

Na literatura, são propostos vários modelos não-lineares para descrever curvas de crescimento e dentre estes, os mais citados, segundo FITZHUGH Jr. (1976), são: Brody, von Bertalanffy, Logístico e Gompertz. Geralmente, a comparação do ajuste desses modelos a um determinado conjunto de dados é realizada através das estimativas do quadrado médio do erro e do coeficiente de determinação ajustado para o número de parâmetros, porém outros critérios também são utilizados, como o erro de predição médio e porcentagem de convergência (OLIVEIRA et al., 2000).

Algumas considerações estatísticas importantes, normalmente desprezadas na maioria dos estudos de curvas de crescimento, são a heterogeneidade de variância (heterocedasticidade) dos pesos no tempo, decorrentes do aumento da idade, e a existência de autocorrelação entre os resíduos do ajuste, tendo em vista que os dados são tomados longitudinalmente em cada animal. Se tais considerações são ignoradas no processo de ajuste, pode ocorrer, respectivamente a esses fatos, a obtenção de estimativas viesadas (PASTERNAK & SHALEV, 1994) e a subestimação das variâncias dos parâmetros (SOUZA, 1998).

Em relação ao problema de heterogeneidade de variâncias, BRACCINI NETO et al. (1996) constataram que a variância cresce exponencialmente com a média dos pesos por idade, e indicaram a transformação logarítmica nos dados como uma possível solução. ELIAS (1998) e SILVA et al. (2002) relatam que a ponderação pelo inverso das variâncias dos pesos a cada pesagem apresenta-se como uma solução viável para a ocorrência de heterocedasticidade em curvas de crescimento. Estes mesmos autores descrevem, ainda, que, embora a ponderação pelo inverso da variância melhore a qualidade das estimativas, não atende a todas as especificações e, em particular, a condição de independência dos erros, o que implica a necessidade de utilização de procedimentos alternativos, como a estrutura de erros autorregressivos.

Quanto à presença de autocorrelação residual em curvas de crescimento, KROLL (1996) comparou o comportamento dos modelos polinomial,

Mitscherlich, Gompertz e Logístico com estruturas de erros independentes e autoregressivos de primeira ordem ajustados ao crescimento de vacas leiteiras, e concluiu que o processo autorregressivo deve ser adotado em estudos dessa natureza. MEDEIROS et al. (2000) utilizou os modelos Logístico Monofásico e Difásico para descrever o crescimento de vacas Holandesas, e obteve melhor qualidade de ajuste quando assumiu estruturas de erros autorregressivos.

Este trabalho tem por objetivo comparar os modelos de Brody, Gompertz, Logístico e von Bertalanffy ajustados a dados de peso-idade de novilhos Hereford. Também objetiva-se comparar os seguintes métodos de ajuste: quadrados mínimos ordinários, quadrados mínimos ponderados, quadrados mínimos ponderados generalizados com erros autorregressivos de primeira e segunda ordem.

## MATERIAL E MÉTODOS

Os dados utilizados neste trabalho provêm de animais da raça Hereford, machos, não castrados, nascidos nos anos de 1993 e 1994, na Agropecuária Recreio, situada no município de Bagé, Estado do Rio Grande do Sul. Os dados foram cedidos pelo Centro de Pesquisas Pecuária Sul, pertencente à Empresa Brasileira de Pesquisa Agropecuária (Embrapa), situada no mesmo município.

As pesagens consideradas no estudo foram coletadas de 152 animais, desde o nascimento até, aproximadamente, 720 dias de idade (dois anos), obtendo-se, no grupo, 51 animais com 15 pesagens, 47 animais com 16 pesagens e 54 animais com 17 pesagens.

Os modelos não-lineares de Brody, Gompertz, Logístico e von Bertalanffy, são representados, respectivamente, pelas seguintes expressões:  $y = A(1 - Be^{-Kt})$ ,  $y = A \exp(-Be^{-Kt})$ ,  $y = A(1 + Be^{-Kt})^{-1}$  e  $y = A(1 - Be^{-Kt})^3$ , em que:  $y$  é o peso correspondente à idade  $t$ ,  $A$  é o peso à maturidade (peso adulto),  $K$  é a taxa de maturidade e  $B$  é o parâmetro escala (não apresenta interpretação biológica).

Consideraram-se ajustes individuais para cada animal, cujas estimativas foram obtidas através dos seguintes métodos: Quadrados Mínimos Ordinários (QMO), Quadrados Mínimos Ponderado (QMP), Quadrados Mínimos Ponderado Generalizado com erros autorregressivo de primeira (QMPG-AR1) e segunda ordens (QMPG-AR2). Estes métodos foram implementados através do procedimento MODEL do software estatístico SAS, optando-se pelo processo iterativo de Gauss-Newton. A ponderação pelo inverso

das variâncias e o processo autorregressivo foram realizados, respectivamente, pela opção WEIGHT e pela macro %AR (SAS/ETS, 1995), cujas rotinas estão disponíveis no endereço: <http://www.dex.ufla.br/JoelAugustoMuniz/Downloads/downloads.html>

Apenas participaram dos ajustes os animais que apresentaram autocorrelação de primeira ou segunda ordem, indicadas mediante o teste de Durbin-Watson (MORETTIN & TOLOI, 2004). As estimativas iniciais, necessárias ao processo iterativo, foram retiradas da literatura especializada (TEDESCHI et al., 2000 e ELIAS, 1998). Animais cujo peso a maturidade convergiu para valores muito altos (acima de 1250kg) ou muito baixos (abaixo de 450kg) foram eliminados da análise.

Os modelos foram comparados quanto ao percentual de convergência, quadrado médio do resíduo (QMR), coeficiente de determinação ajustado ( $R^2_a$ ) e erro de predição médio (EPM).

O coeficiente de determinação ajustado ( $R^2_a$ ) para o número de parâmetros da regressão (SAS/

ETS, 1995) é dado por:

sendo:

em que: SQR é a soma de quadrado do resíduo; SQT é soma de quadrado total; n é o número de observações

utilizadas para ajustar a curva; p é o número de parâmetros na função, incluindo o intercepto e i é um indicador que assume valor 1 se houver intercepto e 0 se não houver intercepto no modelo.

A estimativa do EPM é obtida calculando-se a média de todos os erros de predição (EP) a partir de cada observação. O EP é representado pela seguinte

$$\text{expressão: } EP = 100 \left( \frac{po - pe}{po} \right)$$

em que: po é o peso observado e pe o peso estimado. Este valor leva um sinal, designando se a função subestimou (+) ou superestimou (-) o peso observado, e sua magnitude mensura a aderência dos dados estimados aos dados observados.

## RESULTADOS E DISCUSSÃO

Na figura 1, é mostrado o comportamento das variâncias dos pesos em cada período de idade considerado.

Pode-se observar pela figura 1 que à medida que a idade aumentou, houve um incremento nas variâncias dos pesos corporais, justificando assim a ponderação empregada. Na tabela 1, estão apresentados os resultados obtidos em relação a cada avaliador da qualidade do ajuste estudado.

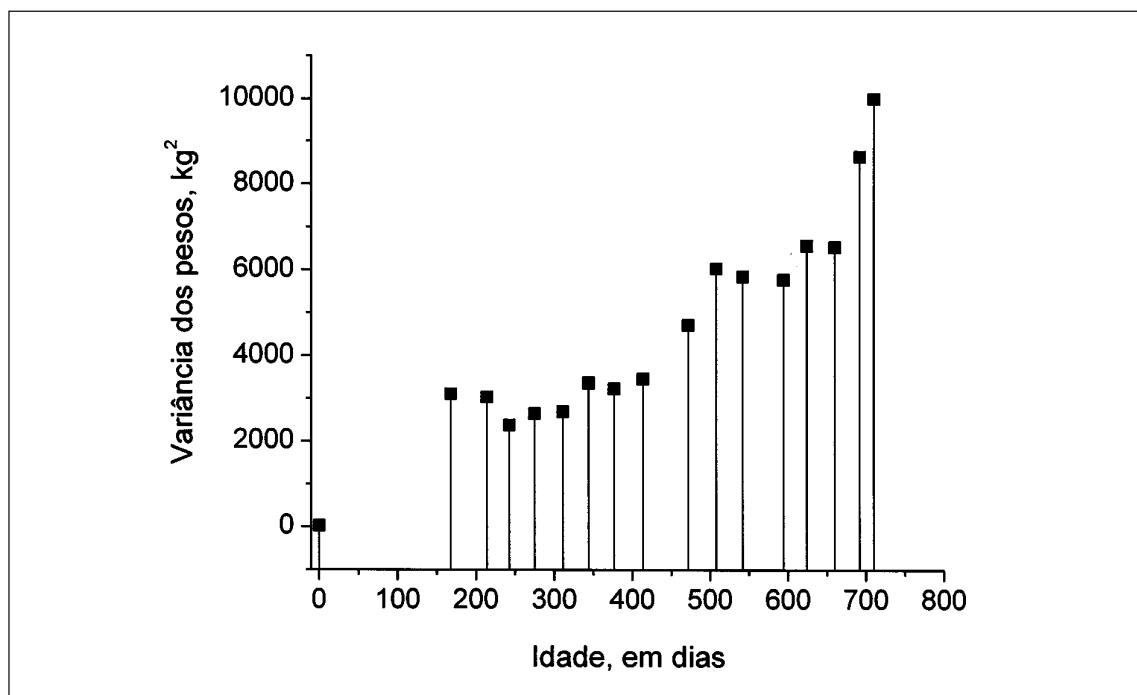


Figura 1 - Variâncias dos pesos de novilhos Hereford em função da idade.

Tabela 1 - Percentual de Convergência, Quadrado Médio do Resíduo (QMR), Coeficiente de Determinação Ajustado ( $R^2_{aj}$ ) e Erro de Predição Médio (EPM) para os modelos ajustados pelos métodos dos Quadrados Mínimos Ordinários (QMO), Quadrados Mínimos Ponderado (QMP), Quadrados Mínimos Ponderado Generalizado com erros autorregressivo de primeira (QMGP-AR1) e segunda ordens (QMGP-AR2).

Avaliador	Modelos	Método de ajuste			
		QMO	QMP	QMGP-AR1	QMGP-AR2
% Convergência	Brody	23,13	6,87	1,25	1,25
	Gompertz	92,50	95,00	73,75	56,25
	Logística	100,00	100,00	82,50	73,75
	Bertalanffy	79,38	87,50	70,00	52,50
QMR	Brody	891,62	0,3416	0,1366	0,0724
	Gompertz	750,16	0,2006	0,1210	0,0677
	Logística	960,58	0,4066	0,2356	0,1081
	Bertalanffy	724,82	0,1679	0,1120	0,0703
$R^2_{aj}$	Brody	0,9735	0,9939	0,9948	0,9982
	Gompertz	0,9774	0,9950	0,9970	0,9979
	Logística	0,9719	0,9893	0,9945	0,9971
	Bertalanffy	0,9778	0,9956	0,9970	0,9982
EPM	Brody	1,5774	-1,8227	-1,1836	-0,2704
	Gompertz	-2,5861	0,7283	0,0381	-0,2376
	Logística	-6,2442	1,8057	1,6676	-0,0514
	Bertalanffy	-0,9989	0,2898	-0,1593	-0,3384

Pela tabela 1, percebe-se, de modo geral, que para todas os métodos considerados, os modelos Logístico, Gompertz e von Bertalanffy, apresentaram maiores percentuais de convergência, resultados estes que estão de acordo com OLIVEIRA et al. (2000). Observou-se ainda uma ligeira tendência no aumento do percentual de convergência quando se utilizou a ponderação, concordando com ELIAS (1998), que também observou este aumento para todos os modelos avaliados.

Em relação ao QMR, nota-se que os modelos de von Bertalanffy e Gompertz apresentaram menores valores para o ajuste não ponderado sem estrutura de erros autorregressivos. Este resultado concorda com o obtido por TEDESCHI et al. (2000) e, no que diz respeito à função de von Bertalanffy, está de acordo com OLIVEIRA et al. (2000). Com a utilização da estrutura de erros autorregressivos, ocorre uma diminuição no QMR, provavelmente, devido à inclusão de mais parâmetros no processo de estimativa, como relatado por MEDEIROS et al (2000).

Conforme pode ser observado na tabela 1, todos os modelos, ajustados pelos diferentes métodos, apresentaram altos valores para o coeficiente de determinação ajustado; entretanto, os ajustes ponderados mostraram uma tendência de maiores valores de  $R^2_{aj}$ , concordando com ELIAS (1998) e SILVA et al. (2002), que também observaram este fato. Em última instância, nas condições do presente trabalho, este parâmetro não é um bom avaliador, pois as

diferenças entre os coeficientes de determinação são irrissórias e sem significado prático.

Nota-se ainda, através da tabela 1, que de forma geral, a utilização da ponderação e da estrutura de erros autorregressivos reduziu os valores dos EPM's. Nota-se também que os modelos Gompertz e von Bertalanffy apresentaram os menores valores para os EPM's, concordando com ELIAS (1998). Na tabela 2, são apresentadas as estimativas para os parâmetros: peso adulto (A), taxa de maturidade (K) e parâmetro escala (B), provenientes do ajuste dos modelos pelos diferentes métodos.

De forma geral, é possível observar através da tabela 2, que os ajustes ponderados providenciaram uma visível redução nos erros-padrão se comparado com o método QMO. Este fato deve estar relacionado com a ausência de “distúrbios de regressão”, provocado pela heterocedasticidade das variâncias ao longo do tempo, conforme exposto por PASTERNAK & SHALEV (1994). Os métodos QMGP-AR(1)e QMGP-AR(2) mostraram erros-padrão maiores que aqueles do QMP, pois, de acordo com SOUZA (1998), quando não se consideram estruturas autorregressivas, a variância dos parâmetros é subestimada.

De acordo com os resultados mostrados nas tabelas 1 e 2, pode-se inferir, de forma global, que os modelos von Bertalanffy e Gompertz, respectivamente, apresentaram melhor qualidade de ajuste, e que a utilização de ajustes ponderados com

Tabela 2 - Estimativas dos parâmetros e erros-padrão provenientes dos modelos ajustados pelos métodos: Quadrados Mínimos Ordinários (QMO), Quadrados Mínimos Ponderado (QMP), Quadrados Mínimos Ponderado Generalizado com erros autorregressivo de primeira (QMPG-AR1) e segunda ordens (QMPG-AR2).

Modelos	Método QMO		
	Parâmetro A	Parâmetro B	Parâmetro K
Brody	1.022 (169)	0,9843 (0,0227)	0,0014 (0,0003)
Gompertz	817 (73)	2,7694 (0,2567)	0,0037 (0,0005)
Logística	733 (47)	8,8315 (1,5989)	0,0063 (0,0007)
von Bertalanffy	850 (88)	0,6387 (0,0440)	0,0029 (0,0004)
Modelos	Método QMP		
Brody	1.113 (146)	0,9641 (0,0046)	0,0013 (0,0002)
Gompertz	774 (38)	3,0332 (0,0618)	0,0042 (0,0002)
Logística	651 (24)	16,3421 (1,1561)	0,0091 (0,0004)
von Bertalanffy	863 (51)	0,6413 (0,0079)	0,0029 (0,0001)
Modelos	Método QMPG – AR1		
Brody	1.069 (380)	0,9512 (0,0150)	0,0014 (0,0006)
Gompertz	786 (67)	3,0610 (0,0918)	0,0042 (0,0003)
Logística	703 (56)	16,6503 (1,6189)	0,0089 (0,0008)
von Bertalanffy	862 (90)	0,6408 (0,0127)	0,0029 (0,0003)
Modelos	Método QMPG – AR2		
Brody	1.128 (178)	0,9642 (0,0057)	0,0012 (0,0002)
Gompertz	687 (37)	2,9530 (0,0600)	0,0045 (0,0002)
Logística	568 (80)	14,9500 (2,3413)	0,0119 (0,0009)
von Bertalanffy	848 (69)	0,6504 (0,0097)	0,0032 (0,0002)

estruturas de erros autorregressivos foi efetiva, pois além de apresentar bons resultados assegurou as pressuposições necessárias à validade do ajuste de modelos de regressão não-linear. Os gráficos indicativos das funções de autocorrelação dos resíduos para o modelo von Bertalanffy, ajustado pelos métodos QMP e QMPG-AR1, são apresentados na figura 2.

Observa-se, na figura 2, através da função de autocorrelação, que o ajuste pelo método QMP indicou a autocorrelação de primeira ordem, pois um dos lag's (períodos de defasagem no tempo) não se encontra dentro do limite de confiança de 95%, conforme indicado por MORETTIN e TOLOI (2004). Quando se assumiu a estrutura autorregressiva de primeira ordem (método QMPG-AR1), nenhum lag

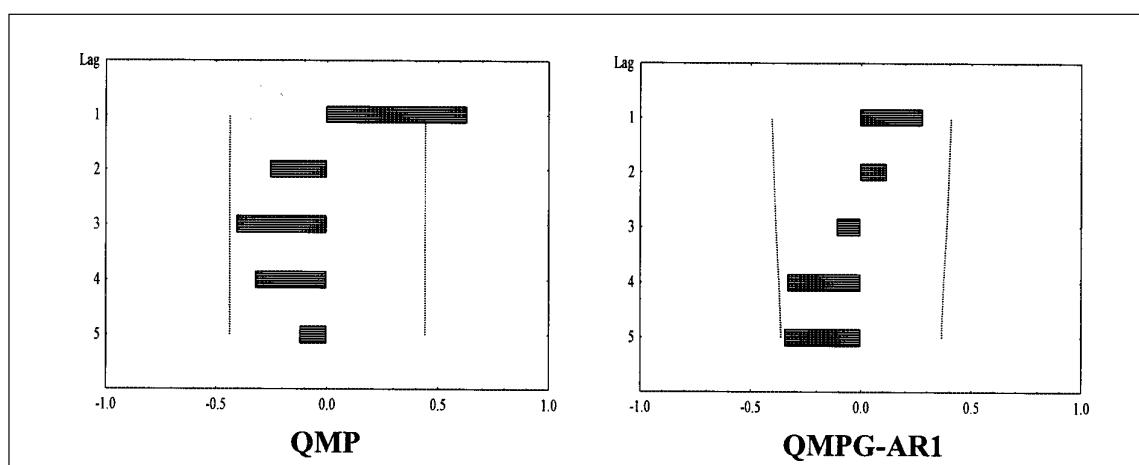


Figura 2 - Função de autocorrelação para o modelo de von Bertalanffy ajustado pelos métodos QMO e QMPG-AR1.

permaneceu fora da amplitude intervalar, indicando a condição de resíduos independentes.

## CONCLUSÕES

Nas condições do presente estudo, e de acordo com os resultados obtidos, pode-se concluir que os modelos von Bertalanffy e Gompertz ajustados pelos métodos QMP, QMP-AR(1) e QMP-AR(2) são indicados para descrever o crescimento de novilhos Hereford até os dois anos de idade.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- BRACCINI NETO, J. et al. Análise de curvas de crescimento de aves de postura. *Revista Brasileira de Zootecnia*, Viçosa, v.25, n.6, p.1062-1073, 1996.
- ELIAS, A.M. *Análise de curvas de crescimento de vacas das Raças Nelore, Guzerá e Gir.* 1998. 128f. Dissertação (Mestrado em Ciência Animal e Pastagens)-ESALQ.
- FITZHUGH Jr., H.A. Analysis of growth curves and strategies for altering their shapes. *Journal of Animal Science*, Champaign, v.42, n.4, p.1036-1051, 1976.
- KROLL, L.B. Estudo do crescimento de vacas leiteiras através de modelos com autocorrelação nos erros. *Revista Multiciênciia*, São Carlos, v.1, n.9, p.164-165, 1996.
- MEDEIROS, H.A. et al. Avaliação da qualidade do ajuste da função logística monofásica com estrutura de erros independentes e autorregressivos através de simulação. *Ciência e Agrotecnologia*, Lavras, v.24, n.4, p.973-985, 2000.
- MORETTIN, P.A.; TOLOI, C.M. de C. *Análise de séries temporais*. São Paulo : Edgard Blücher, 2004. 536p.
- OLIVEIRA, H.N. de et al. Comparação de modelos não-lineares para descrever o crescimento de fêmeas da raça Guzerá. *Pesquisa Agropecuária Brasileira*, Brasília, v.35, n.9, p.1843-1851, 2000.
- PASTERNAK, H.; SHALEV, B.A. The effect of a feature of regression disturbance on the efficiency of fitting growth curves . *Growth, Development & Aging*, Bar Harbor, v.58, n.1, p.33-39, 1994.
- SANTOS, R. dos. Os cruzamentos na pecuária tropical. *Agropecuária Tropical*, São Paulo, 1999. 672p.
- SAS INSTITUTE. *SAS/ETS® User's Guide*. Version 6. 2.ed. Cary : SAS Institute, 1995. 373p.
- SILVA, F.F. et al. Estimativas de parâmetros genéticos em curvas de crescimento de gado Nelore. *Ciência e Agrotecnologia*, v.26, supl, p.1562-1567, 2002.
- SOUZA, G. da S. *Introdução aos modelos de regressão linear e não linear*. Brasília : Embrapa-SPI/Embrapa-SEA, 1998. 489p.
- TEDESCHI, L.O. et al. Estudo da curva de crescimento de animais da raça guzerá e seus cruzamentos alimentados a pasto com e sem suplementação. I. Análise e seleção das funções não-lineares. *R Bras Zootec*, Viçosa, v.29, n.2, p.630-637, 2000.