



Perspectiva Educacional, Formación de Profesores
ISSN: 0716-0488
perspectiva.educacional@ucv.cl
Pontificia Universidad Católica de Valparaíso
Chile

Pérez Medina, Carlos Roberto
ENFOQUES TEÓRICOS EN INVESTIGACIÓN PARA LA INTEGRACIÓN DE LA TECNOLOGÍA
DIGITAL EN LA EDUCACIÓN MATEMÁTICA
Perspectiva Educacional, Formación de Profesores, vol. 53, núm. 2, junio, 2014, pp. 129-150
Pontificia Universidad Católica de Valparaíso
Viña del Mar, Chile

Disponible en: <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=333331210008>

- Cómo citar el artículo
- Número completo
- Más información del artículo
- Página de la revista en redalyc.org

ENFOQUES TEÓRICOS EN INVESTIGACIÓN PARA LA INTEGRACIÓN DE LA TECNOLOGÍA DIGITAL EN LA EDUCACIÓN MATEMÁTICA¹

THEORETICAL APPROACHES IN INVESTIGATION FOR THE INTEGRATION DIGITAL
TECHNOLOGY IN MATHEMATICS EDUCATION

Carlos Roberto Pérez Medina (*)

Universidad Nacional de Córdoba
Argentina.

Resumen

Esta contribución pretende dar a conocer una síntesis de algunos enfoques teóricos que se usan hoy en la investigación en educación matemática para la integración de la tecnología digital en la enseñanza y el aprendizaje. Se abordarán los antecedentes y los conceptos centrales de los cuatro enfoques que se presentan: Aproximación Instrumental, Mediación Semiótica, Orquestación Instrumental y Seres-humanos-con-medios.

Palabras claves: Aproximación Instrumental, Mediación Semiótica, Orquestación Instrumental, Seres-humanos-con-medios, Tecnologías Digitales.

Abstract

This contribution expects to provide an outline of some theoretical approaches that are used nowadays in research on mathematics education for the integration of digital technology in teaching and learning. Will address the background and the core concepts of the four approaches presented: Instrumental Approach, Semiotic Mediation, Instrumental Orchestration and Humans-with-media.

Keywords: Instrumental Approach, Semiotic Mediation, Instrumental Orchestration, Humans-with-media, Digital Technologies.

(*) Autor para correspondencia:
Carlos Roberto Pérez Medina
Estudiante de Doctorado en Ciencias de
la Educación
Universidad Nacional de Córdoba
Avenida Corrientes 3112 (1193)
Ciudad Autónoma de Buenos Aires,
Argentina
Correo de contacto: mathperez@gmail.com

© 2010, Perspectiva Educacional
<http://www.perspectivaeducacional.cl>

RECIBIDO: 18 de agosto de 2013
ACEPTADO: 20 de mayo de 2014
DOI: 10.4151/07189729-Vol.53-Iss.2-Art.200

¹ Este texto es parte de las reflexiones teóricas que fundamentan mi trabajo de tesis doctoral en desarrollo. Agradezco la colaboración brindada por mi codirectora de tesis Marta Anadón Ph.D., en la corrección y edición de este texto.

1. INTRODUCCIÓN

En este artículo proponemos abordar de un modo general algunos de los enfoques teóricos que se usan hoy en la investigación para la integración de la tecnología digital (TDi) en la Educación Matemática. Fundamentalmente, buscamos centrar la discusión y el desarrollo de las ideas a partir de la pregunta central ¿Qué marcos teóricos son usados en investigaciones relacionadas con tecnología en el dominio de la Educación Matemática y qué ofrecen estas perspectivas teóricas?

Ante la innegable presencia, cada vez más fuerte, de las tecnologías digitales en las aulas de clase de matemáticas, las cuales imponen desafíos a los profesores que los obligan a repensar sus prácticas de enseñanza con estos nuevos recursos, consideramos que este artículo puede convertirse en una herramienta útil para su formación y ejercicio profesional promoviendo la acción formativa del profesorado a nivel teórico.

2. CUATRO ENFOQUES TEÓRICOS PREOCUPADOS POR LA INTEGRACIÓN DE LA TECNOLOGÍA EN LA EDUCACIÓN MATEMÁTICA

Los enfoques entorno a la integración de las tecnologías en la Educación Matemática, tienen un antecedente importante en los desarrollos tecnológicos recientes. Algunos enfoques teóricos han sido adaptados desde teorías existentes en educación matemática, buscando ir más allá, pero con nuevos énfasis que señalan un movimiento hacia marcos de trabajo hechos para investigar el aprendizaje y la enseñanza matemáticos dentro de ambientes tecnológicos. Este es el caso de algunas teorías del aprendizaje como el constructivismo piagetiano, la perspectiva sociocultural de Vygotsky y algunas perspectivas desde la didáctica de las matemáticas como Andamiaje y abstracción a la *webbing* la abstracción situada (Hershkowitz, Schwarz y Dreyfus, 2001 como se citó en Drijvers, Kieran y Mariotti, 2010; Noss y Hoyles, 1996), la Teoría de las Situaciones Didácticas de Brousseau (1998, como se citó en Drijvers, Kieran et al., 2010), y la de Actividad perceptuo-motora (Nemirovsky, 2003; Rassmussen y Nemirovsky, 2003 como se citó en Drijvers, Kieran et al., 2010).

Otras teorías actuales que han sido desarrolladas específicamente para investigar la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas con el uso de una TDi, son la Aproximación Instrumental (AI), la Mediación Semiótica (MS), la Orquestación Instrumental (OI) y el enfoque Seres-humanos-con-medios. Es sobre los fundamentos, orientaciones y aplicaciones de estos diferentes enfoques teóricos que nos proponemos reflexionar.

2.1 Aproximación Instrumental (AI)

La AI se preocupa por los aspectos instrumentales de la actividad de uso de una herramienta tecnológica por parte de un sujeto en un contexto educativo. Es resultado de la concatenación de dos teorías, la Ergonomía Cognitiva de Rabardel

(2011) y la Teoría Antropológica de lo Didáctico (TAD) de Chevallard (1999), y se produce con el propósito de dar legitimidad educativa a las prácticas emergentes del uso de una herramienta de TDI por parte del alumno, en contexto escolar. En términos generales, la Ergonomía Cognitiva da relevancia a las cuestiones instrumentales de dicha actividad, así como también a la modelación que estas herramientas hacen sobre los procesos de aprendizaje. Por su parte la TAD, posibilita un análisis sistémico amplio que sobrepasa al sujeto que aprende, con sensibilidad al rol que juegan las técnicas, al desarrollo conceptual emergente y a las herramientas de las prácticas.

2.1.1 Sus orígenes

El nacimiento de este enfoque se da en los años '90, cuando la Dirección de Tecnología del Ministerio de Educación Nacional de Francia le solicitó a Artigue, participar en los trabajos de un grupo de expertos en la utilización de calculadoras y programas computacionales. El propósito fue identificar el potencial ofrecido por los programas computacionales de cálculo formal (CAS) para la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas en el nivel secundario. Su labor consistía en preparar las evoluciones curriculares que pudiera necesitarla introducción de tales herramientas en los grados del 10 al 12.

Fue en este contexto que se dio el comienzo de la AI, fundamentalmente a partir de la identificación de un contraste existente entre el discurso idealista de los expertos, coherente con los estudios de la época sobre los CAS, y aquello que mostraban las observaciones llevadas a cabo en sus clases. Dicho contraste se volvió pregunta de investigación de un proyecto propuesto por Artigue (2011), en el que se puso en evidencia la diferencia entre el discurso de los expertos sobre el potencial de los CAS para el aprendizaje de las matemáticas y la realidad en las aulas, y también, se identificaron posibles causas de esta diferencia. Entre las causas se resaltan la oposición entre técnico y conceptual que aparecía en las investigaciones existentes; la poca atención dada a los cambios en la economía de las prácticas matemáticas, inducidos por la utilización de CAS y la subestimación de las cuestiones instrumentales.

Artigue participó de un segundo proyecto de investigación, llevado a cabo por varios equipos, que les permitió poner a prueba sus hipótesis y profundizar la reflexión sobre las cuestiones señaladas. Respecto del marco conceptual del proyecto, había una necesidad particular que les llevó a tomar decisiones importantes y al nacimiento de la AI como una concatenación apropiada entre la TAD y la Ergonomía Cognitiva de Rabardel (2011) y de Rabardel y Véronique (1996, como se citó en Artigue, 2011):

Consideramos necesario tomar distancia del discurso usual sobre los CAS y de los marcos teóricos cognitivos y constructivistas que lo sostenían. Necesitábamos un discurso que permitiera considerar conceptos y técnicas en sus relaciones dialécticas, un discurso menos centrado en el alumno y que tratara las cuestiones de integración en su dimensión sistémica. De la misma manera, debía permitirnos considerar la dimensión instrumental de los procesos de aprendizaje (p. 18).

2.1.2 Conceptos de la teoría

Los conceptos a través de los cuales este enfoque permite analizar la actividad de uso de una herramienta de TDi por un sujeto, sea el profesor, el estudiante o el colectivo de sujetos de la clase, en un contexto educativo, son artefacto, instrumento, esquemas de utilización, técnicas y génesis instrumental.

2.1.2.1 Artefacto e instrumento

Rabardel (2011) elige el término *artefacto* para referirse a una cosa susceptible de uso, que ha sido elaborada para inscribirse en actividades intencionales. No restringiendo así el significado a las cosas materiales, permite incluir en la categoría artefacto a entidades de otra naturaleza como los objetos simbólicos. Con tal elección, no especifica ningún tipo de relación particular con este objeto más que la del uso, en la que la intencionalidad es constitutiva del diseño del artefacto. En ese sentido, afirma "es la intencionalidad la causa de su existencia. Cada artefacto es diseñado para producir una clase de efectos" (Rabardel, 2011, p. 91). Dada la particularidad de las distintas herramientas de TDi que se utilizan en las actividades de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, no siempre es claro lo que es exactamente el artefacto. Por ejemplo, en el caso de un software de geometría dinámica, es un asunto de nivel de detalle si uno considera como el artefacto al software en su globalidad, o si uno lo ve como una colección de artefactos, tales como el artefacto construcción, el artefacto medida, el artefacto arrastre, y así sucesivamente (Leung, 2008 como se citó en Olive y Makar, 2010). Del mismo modo podría pensarse que esta manera de concebir al artefacto en su globalidad o como la suma de sus partes ocurre para otras herramientas de TDi.

La manera en la que un sujeto usa un artefacto y la tarea para la cual se realiza esta actividad de uso, son temas relevantes desde esta perspectiva. Un artefacto junto con las habilidades del sujeto en su utilización, forman lo que es denominado por Rabardel (2011) como *instrumento*. A partir de los trabajos de Rabardel (2002, como se citó en Olive y Makar, 2010), se habla de un instrumento si existe una relación significativa entre el artefacto y el usuario para un tipo específico de tarea. Se concibe entonces el instrumento, para un tipo dado de tarea, como una entidad mixta que comprende a la vez al sujeto y al artefacto, a través de dos componentes, uno artefactual que se identifica directamente con el artefacto o parte de él, y otro cognitivo, al que corresponden las técnicas y los esquemas mentales que el sujeto desarrolla y aplica mientras usa el artefacto.

2.1.2.2 Génesis instrumental

Se le llama *génesis instrumental* a un proceso de gran generalidad, a partir del cual se da la producción o elaboración de los instrumentos por parte del sujeto, a través de la utilización del artefacto. Incluye también las formas como el sujeto atribuye funciones al artefacto que está usando en su actividad, y por lo tanto las habilidades que desarrolla en este uso. Involucra la evolución de los artefactos en relación con la

actividad del sujeto y el surgimiento de los usos. Este proceso de génesis tiene dos dimensiones producto de la relación bilateral que se establece entre el artefacto y el usuario. La dimensión *instrumentalización* corresponde a los aspectos del proceso de génesis que se orientan hacia el artefacto, es el conocimiento del estudiante el que guía la manera como la herramienta es usada y en un sentido, da forma al artefacto. La dimensión *instrumentación* corresponde a los aspectos del proceso de génesis que se orientan al sujeto, las cualidades y restricciones de la herramienta influencian las estrategias de resolución de problemas del estudiante y las concepciones emergentes.

2.1.2.3 Esquemas y técnicas

Los esquemas y técnicas corresponden al componente cognitivo del instrumento y se desarrollan en su génesis instrumental. La teoría de la Ergonomía Cognitiva y la teoría de la TAD tienen diferentes visiones sobre los esquemas y técnicas.

En la teoría de la Ergonomía Cognitiva, la noción de esquema de utilización es desarrollada por Rabardel (2011) a partir de la noción de *esquema operativo* de la teoría de Piaget y de la noción de *esquema* de Vergnaud y, en ese sentido, podemos decir que se trata de un constructo que da cuenta de la organización del pensamiento más o menos estable y estructurada. Él define la noción de *esquema de utilización*, en la que distingue diferentes tipos de esquemas que la componen, haciendo referencia a dos dimensiones de la actividad: (i) actividades de tareas segundas son aquellas relativas a la gestión de las características y propiedades particulares del artefacto, y (ii) actividades primeras, aquellas que se orientan al objeto de la actividad para las que el artefacto es un medio de realización. Se distinguen entonces tres niveles de los esquemas de utilización: 1) Esquemas de Uso (EU) se orientan hacia las tareas segundas, por lo cual se sitúan en el nivel de esquemas elementales; 2) Esquemas de Acción Instrumentada (EAI) relativos a las tareas primeras y consisten en totalidades cuyo significado está dado por el acto global cuya meta es operar transformaciones sobre el objeto de la actividad; 3) Esquemas de Actividad Colectiva Instrumentada (EACI) surgen de contextos de actividad colectiva por lo que requiere la aplicación de esquemas específicos.

Esos esquemas de utilización tienen dos dimensiones: privada y social, así como también propiedades asimiladoras y acomodadoras, en el mismo sentido de la teoría de Piaget (1936, como se citó en Rabardel 2011), que determinan tres tipos de situaciones para los esquemas: situaciones familiares, situaciones nuevas pero cercanas y situaciones muy nuevas. En esta teoría, se habla de *técnicas instrumentadas* en el sentido de una secuencia más o menos estable de interacciones entre el usuario y el artefacto con una meta particular (Olive y Makar, 2010).

En la teoría de la TAD las técnicas son vistas como uno de los componentes de la praxeología, la praxis, que se define por la dupla (técnica, tipo de tarea).

2.1.3 Visión de la integración

Con la integración de la teoría de la Ergonomía Cognitiva de Rabardel (2011) y la teoría de la TAD de Chevallard (1999), se reconocen los valores epistémicos y pragmáticos de las técnicas. Los primeros se refieren a las posibilidades que tienen las técnicas para actuar en la cognición del sujeto que usa el artefacto, y los segundos, a sus posibilidades para actuar sobre el mundo. Con esta integración hay un reequilibrio entre el valor epistémico y el pragmático de las técnicas, pues en los inicios del uso de la TDi para la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas, había una sobrevaloración del valor pragmático. Además podemos constatar un cambio en la visión de la tecnología en la educación, pues ella era vista como coadyuvante pedagógico o didáctico y actualmente se la concibe como una herramienta mediadora con funciones epistémicas.

Un aspecto clave de la integración de estas teorías, tiene que ver con la legitimidad de las técnicas o acciones instrumentadas. La Ergonomía Cognitiva da una legitimidad social y científica pues está pensada para ámbitos de trabajo en estos campos. Sin embargo, la legitimidad educativa que es necesaria cuando estas acciones instrumentadas y técnicas ocurren en la enseñanza de la matemática, se la da la TAD. Tanto las técnicas como los esquemas de acción instrumentada, tienen valores epistémicos y pragmáticos. Lo que le da legitimidad educativa a una técnica, no es solo su valor pragmático, sino también su valor epistémico. Hay aquí una diferencia esencial e irreductible entre el mundo de la escuela y el mundo exterior. Convertir una tecnología en legítima y matemáticamente útil desde un punto de vista educativo supone, si excluimos el caso de las formaciones más profesionales, modos de integración que permiten un equilibrio satisfactorio entre el valor epistémico y el pragmático de las técnicas instrumentadas asociadas.

2.1.3.1 La Ergonomía Cognitiva y su aporte

La Ergonomía Cognitiva estudia el diseño de los sistemas donde las personas realizan su trabajo. Desde este punto de vista, el objetivo del ergólogo es describir la relación entre el ser humano y todos los elementos del sistema de trabajo, en lo que hace referencia a cómo una persona conoce y actúa. Rabardel (2011) estudia los aprendizajes en el mundo del trabajo desde un punto de vista antropocéntrico, esto quiere decir, dándole un lugar de privilegio al hombre y a su actividad.

El aporte de la Ergonomía Cognitiva tiene que ver con las distinciones y herramientas conceptuales particularmente apropiadas para estudiar el rol que las tecnologías digitales juegan en los procesos de aprendizaje. Estos aportes a la AI pueden formularse en cinco proposiciones:

- a) La distinción fundamental entre el objeto tecnológico, el artefacto y el instrumento para un individuo, un colectivo o una institución.
- b) La atención dada a la complejidad de las génesis instrumentales que aseguran la transformación del artefacto en instrumento, a la distinción hecha entre las dos

dimensiones estrechamente interrelacionadas de esta génesis, y a los esquemas de uso y acción instrumental cuyo desarrollo acompaña estas génesis.

- c) La importancia dada al hecho de que las herramientas de la actividad matemática, sean las que sean, modelan los procesos de aprendizaje, sus formas, pero también los conocimientos y saberes que ellas producen.
- d) El reconocimiento de dichas herramientas tienen una función pragmática, porque ellas permiten actuar sobre el mundo y transformarlo, una función epistémica, participando en nuestra comprensión del mundo, y una función heurística, influenciando la manera en la cual nos organizamos y controlamos nuestras acciones.

2.1.3.2 La TAD y su aporte

Esta teoría analiza las prácticas matemáticas en términos de una praxeología, una cuádrupla (tipo de tarea, técnica, tecnología, teoría) que combina praxis y logos. La parte práctica de la praxeología corresponde a la praxis, que está constituida por la dupla (tipo de tarea, técnica) y la parte teórica, el logos, corresponde a la dupla (tecnología, teoría).

El aporte de la TAD se centra en las siguientes proposiciones:

- a) La noción de institución sensible a las normas y valores institucionales y a la manera en la que estas influencian los procesos de enseñanza y aprendizaje.
- b) Los saberes matemáticos son concebidos en tanto objetos relativos, emergentes de prácticas matemáticas institucionalmente situadas y sensibles a la influencia de las herramientas de las prácticas sobre los saberes que emergen de estas.
- c) El desarrollo de una visión positiva de las técnicas que reconoce, a través de la noción fundamental de praxeología, el rol clave de las técnicas en las construcciones conceptuales y teóricas.

Otro de los aportes de la TAD se inscribe en la oposición entre lo técnico y lo conceptual, una de las necesidades que Artigue y su equipo veían a raíz del proyecto de investigación con los CAS. La TAD reúne ambos aspectos en una misma entidad llamada praxeología, por lo que se está considerando entonces a los conceptos y técnicas en sus relaciones dialécticas. Es de esta manera que se logra salvar la oposición entre lo técnico y lo conceptual. Así, esto deriva a que se preste más atención a la cuestión de la economía de las prácticas matemáticas, otra de las necesidades a las que el proyecto de Artigue (2011) quería atender.

Otra contribución fundamental de la TAD es considerar la tarea y las técnicas instrumentadas en el contexto de la actividad escolar. De esa manera, las tareas propuestas serán actividades para el aprendizaje de las matemáticas y en consecuencia, las técnicas subyacentes a dicha actividad instrumentada de

aprendizaje corresponden a las técnicas de un sujeto que aprende matemáticas en actividad con un artefacto.

En conclusión, respecto del aporte de la TAD a la AI, en términos generales Artigue (2011) señala:

Se entiende entonces que la TAD nos haya parecido un marco conceptual capaz de hacer frente a las necesidades teóricas que experimentábamos, las de un análisis sistemático amplio que sobrepasara al sujeto que aprende, sensible al rol que juegan las técnicas en las prácticas humanas, al desarrollo conceptual que emerge de estas y a las herramientas de estas prácticas (p.20).

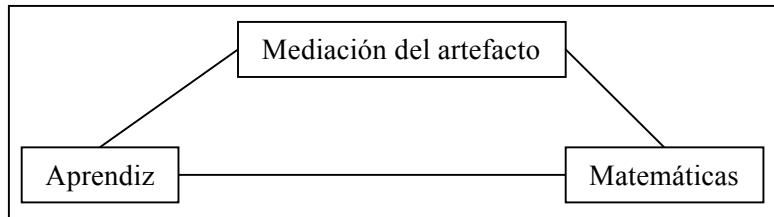
2.2 Mediación Y Mediación Semiótica

La perspectiva de la AI se muestra útil cuando lo que se quiere analizar de la escena escolar es la situación de uso de la herramienta de TDi por parte de un sujeto. Sin embargo, otro elemento de la escena que es posible analizar corresponde al papel mediador de la herramienta misma y el que pudiera realizar el profesor. La primera mediación la realiza la herramienta entre el conocimiento matemático y el estudiante, para lo cual es necesario referirse a las representaciones de los objetos matemáticos. La segunda mediación, la que desarrolla el profesor, se realiza entre los significados del estudiante, que surgen de su actividad instrumentada a partir de signos, y los significados matemáticos de estos. En este segundo caso es necesario referirse a un enfoque semiótico. En efecto, algunos estudios han adoptado una perspectiva semiótica enfocándose en el rol de los signos y los símbolos y su uso o interpretación.

Los temas representativos, que constituyeron una parte de los marcos teóricos de la investigación temprana en educación matemática, involucrando ambientes tecnológicos son considerados, porque al abordar la problemática de la mediación es necesario tener en cuenta el rol de las representaciones que las tecnologías digitales posibilitan.

2.2.1 Mediación instrumental

El cuestionamiento crucial al pensar en mediación instrumental, concibiendo que el contexto da forma al pensamiento humano, es cómo considerar la relación entre humanos y herramientas ya que ambos son elementos particulares del contexto. La hipótesis general establece que el rol básico de la práctica en la construcción de conocimiento no explica completamente el rol del uso de artefactos en el caso particular de la educación matemática (Drijvers et al., 2010). Se reconoce que la relación entre artefactos y conocimiento es compleja y requiere un análisis cuidadoso. Un modelo del proceso de aprendizaje que se inspira en un enfoque sociocultural enfocado en el uso de un artefacto expresado en términos de mediación es el siguiente:

FIGURA 1. Modelo del proceso de mediación por un artefacto

Fuente: Jones, 2000 como se citó en Drijvers, Kieran et al. 2010, p.116.

En este modelo los artefactos son considerados además de medio para llevar a cabo una acción concreta, como un medio para el aprendizaje. El rol de los artefactos en el aprendizaje está expresado frecuentemente a través de la metáfora de entrar a un lugar que da la expresión acceso al conocimiento matemático.

Como lo dice Moreno (2002), la mediación instrumental comienza desde el momento en que podemos redefinir los objetos matemáticos en términos de las construcciones ejecutables. No solo hay representaciones ejecutables sino también construcciones ejecutables como las que se hacen con el software Cabri, por ejemplo.

2.2.2 Mediación Semiótica (MS)

La MS es otro enfoque teórico que se ocupa de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas con el uso de una TDI, propuesto por Bartolini Bussi y Mariotti (2008). Su propósito es describir y modelar el proceso de enseñanza-aprendizaje basado en el uso de artefactos específicos. El interés está centrado en analizar la mediación que realiza el profesor, como representante de una comunidad cultural de referencia, entre los significados personales de los estudiantes que emergen de su actividad instrumentada y los significados matemáticos correspondientes al contenido de enseñanza. Es en este sentido que a la mediación que realiza el profesor en este aprendizaje se le da la categoría de semiótica fundamentada en la idea de Vygotsky 1978, como se citó en Bartolini Bussi y Mariotti, 2008). La organización de la enseñanza para realizar tal mediación se hace a partir de un modelo llamado ciclo didáctico, en el que se desarrollan distintas actividades semióticas y se propicia la discusión matemática colectiva, la cual juega un papel crucial. Durante dicha discusión, la acción intencional del profesor se enfoca en guiar el proceso de mediación semiótica para pasar de los significados personales a los matemáticos.

Para describir este enfoque teórico, se presentarán las definiciones de los distintos conceptos que este delimita y el lugar de cada uno dentro de este modelo de enseñanza-aprendizaje: potencial semiótico del artefacto, categorías de signos, ciclo didáctico y la mediación del profesor. Es importante destacar que esta perspectiva usa las nociones de la AI para la actividad con las herramientas de TDI, por tanto

cualquier se refiere artefacto y esquemas de utilización lo hace en el mismo sentido descrito en la sección anterior.

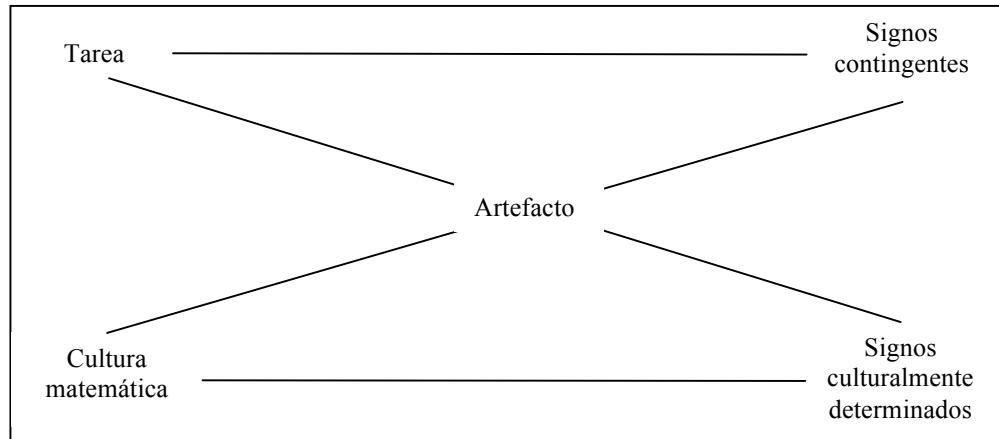
2.2.2.1 Potencial semiótico del artefacto

Para abordar la definición de potencial semiótico de un artefacto se parte de la consideración de que la relación entre artefactos y conocimiento es compleja y exige un análisis cuidadoso. La Teoría de la MS (TMS) enfoca el asunto de los artefactos desde su base vygotskyana, que interpreta el funcionamiento de los artefactos cognitivos como elemento principal del aprendizaje y de esta manera, busca establecer una definición precisa de *herramienta de mediación semiótica* y su aplicación a las investigaciones en el aula de matemáticas.

Desde la perspectiva vygotskyana, en la actividad de aprendizaje del sujeto con el artefacto ocurre un proceso llamado de internalización. Este tiene su base en el uso de signos de variada índole, desde los gestos a los más sofisticados, tales como los sistemas semióticos matemáticos, pues son los signos el producto de los procesos de internalización a los que Vygotsky (1978, como se citó en Bartolini Bussi y Mariotti, 2008) llama herramientas sicológicas. Son ejemplos posibles de signos, el lenguaje, varios sistemas para conteo, técnicas mnemónicas, sistemas de símbolos algebraicos, trabajos de arte, escritura, esquemas, diagramas, mapas y toda suerte de signos convencionales, etc. Tales signos son compartidos, se relacionan con el cumplimiento de la tarea y de manera particular con el artefacto usado y también se relacionan con el contenido que va a ser mediado.

Bartolini Bussi y Mariotti (2008) refiriéndose a un artefacto cultural como herramienta de mediación semiótica, establecen que el aspecto principal aquí es el de explotar el sistema de relaciones entre artefacto, tarea y conocimiento matemático. De esta manera, reconocen que un artefacto está relacionado con una tarea específica y con un conocimiento matemático específico. Esto es, un vínculo semiótico doble de un artefacto con una tarea y con un segmento de conocimiento. Este doble vínculo del artefacto respecto del surgimiento de signos, establece que cada vínculo se puede expresar por signos con especificaciones en cada caso, por ejemplo: la relación entre artefacto y conocimiento se puede expresar por signos, culturalmente determinados, producidos por desarrollo cultural y que cristalizan el significado de las operaciones realizadas con el artefacto; la relación entre el artefacto y la tarea se puede expresar mediante signos, a menudo contingentes (en el sentido de emergentes) a la situación determinada por la solución de la tarea particular.

El siguiente diagrama es usado por las autoras para ilustrar los dos tipos de signos que surgen en la actividad instrumentada de aprendizaje, distinguiendo el vínculo que cada uno tiene con la tarea y el conocimiento matemático.

FIGURA 2. Signos que surgen en la actividad instrumentada y su vínculo semiótico

Fuente: Bartolini Bussi y Mariotti, 2008, p. 753.

La relación entre estos dos sistemas paralelos de signos, que están articulados en el artefacto, no es ni evidente ni espontánea. La TMS establece como un propósito educativo la construcción de tal relación, a través de promover la evolución de signos que expresan la relación entre artefacto y tareas en signos que expresan la relación entre artefactos y conocimiento. Estas ideas dan paso a la definición de potencial semiótico de un artefacto:

En resumen, por una parte, los significados personales están relacionados con el uso del artefacto, en particular en relación con el propósito de cumplir una tarea; por otra parte, los significados matemáticos pueden estar relacionados con el artefacto y su uso. Esta relación semiótica doble se llamará el potencial semiótico de un artefacto (Bartolini Bussi y Mariotti, 2008, p. 754).

Finalmente, respecto de lo que se considera como una herramienta de mediación semiótica, las autoras establecen: "nos referiremos a cualquier artefacto como herramienta de mediación semiótica en la medida en que sea (o que se conciba que así es) intencionalmente usado por el profesor para mediar un contenido matemático a través de una intervención didáctica diseñada" (Bartolini Bussi y Mariotti, 2008, p. 754). En esto, el papel del profesor es crucial y la secuencia de enseñanza tiene que presentar ciertas peculiaridades.

2.2.2.2 Categorías de signos

Los signos que surgen de la actividad instrumentada y que son usados por el profesor, en su rol de mediador semiótico, se categorizan atendiendo por una parte, a la distancia entre la referencia y el artefacto, y por otra, al sistema de relaciones entre el artefacto y diferentes signos descritos en la sección anterior. La TMS establece que los signos se pueden usar como un índice del paso desde el sentido personal al significado matemático. Según el ciclo didáctico, la evolución se da

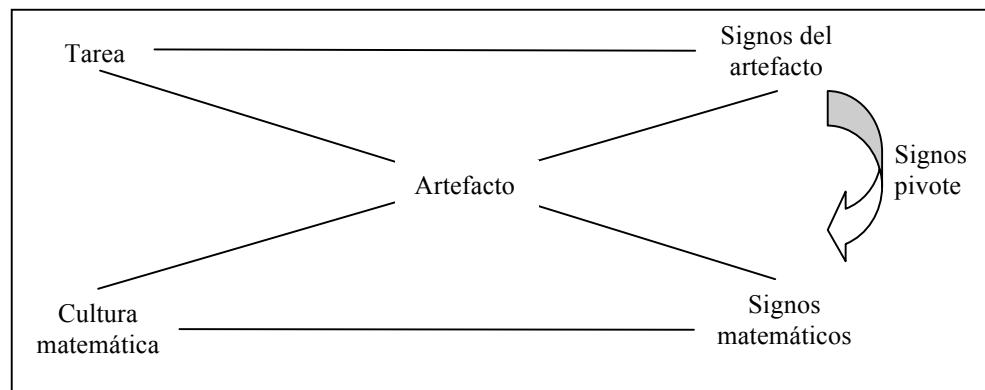
desde los signos relacionados a la actividad con el artefacto hacia los signos matemáticos que han de relacionarse con los significados matemáticos, generalmente aceptados y compartidos por la comunidad de matemáticos. Son tres las categorías principales: signos del artefacto, signos matemáticos y signos pivote.

- Los primeros hacen referencia al contexto del uso del artefacto en general a una de sus partes y/o a la acción realizada con este. Estos signos emanan de la actividad con el artefacto siendo sus significados personales e implícitos, relacionados estrechamente con la experiencia del sujeto. Esta categoría incluye diferentes tipos de signos, entre ellos los no verbales tales como gestos o dibujos o una combinación de ellos.
- Los signos matemáticos hacen referencia al contexto matemático, están relacionados con los significados matemáticos que se comparten en la institución dentro de la cual está el aula (ej. escuela primaria; escuela secundaria) y pueden ser expresados por una proposición (ej. una definición, un enunciado a ser demostrado, una demostración matemática) según los lineamientos compartidos por la comunidad de matemáticos. Son parte de la herencia cultural y constituyen la meta del proceso de mediación semiótica orquestado por el profesor.
- Los signos pivote tienen una polisemia compartida porque relacionan signos del artefacto con signos matemáticos. Lo que quiere decir que en una comunidad de aula, ellos se pueden referir tanto a la actividad con el artefacto –en particular a las acciones instrumentadas específicas– como también al lenguaje natural y al dominio matemático. Su polisemia los hace utilizables como un pivote (o bisagra) que favorece el paso del contexto del artefacto al contexto matemático. Su significado está relacionado con el contexto del artefacto pero supone una generalidad a través de su uso en el lenguaje natural.

Vale la pena señalar que la misma palabra, tan pronto como se considera un signo, puede corresponder a diferentes categorías de acuerdo con su uso en la actividad semiótica.

De acuerdo a estas categorías de los signos, el diagrama mostrado en la sección anterior se ajusta y complementa, resultando el siguiente.

FIGURA 3. Categorías de signos que surgen en la actividad instrumentada y su vínculo semiótico.



Fuente: Bartolini Bussi y Maritotti, 2008, p. 757.

2.2.2.3 Ciclo didáctico

Es el concepto que la teoría utiliza para designar la secuencia de enseñanza. Su estructura se esboza como iteración de un ciclo en el que tiene lugar una tipología de diferentes actividades encaminadas a desarrollar diferentes componentes del proceso semiótico descrito. Las actividades se encuadran dentro de los siguientes tipos:

- *Actividades con artefactos*, tareas que deben ser resueltas con el artefacto. Se usan generalmente para comenzar un ciclo, promueven el surgimiento de signos específicos en relación con el uso particular de artefactos.
- *Producción individual de signos* (ej. dibujos, escritura y similares), actividades semióticas individuales que conciernen principalmente a las producciones escritas (reportes individuales sobre su propia experiencia y reflexiones, incluyendo dudas y preguntas).
- *Producción colectiva de signos* (ej. narrativas, mímicas, producción colectiva de textos y dibujos), discusiones que juegan un papel crucial, todo el grupo está involucrado colectivamente en un discurso matemático, iniciado regularmente por el profesor cuando explica el tema de la discusión después de la actividad de resolución de problemas.

Es importante señalar que este ciclo didáctico proporciona un marco tanto para diseñar como para analizar secuencias de enseñanza.

2.2.2.4 Mediación del profesor

La TMS parte del supuesto que el profesor es el representante de una comunidad de referencia, especialista de su área de conocimiento. En consecuencia, es quien tiene la capacidad de reconocer el potencial semiótico de los artefactos en relación con un conocimiento específico así como también, la distancia que puede existir entre los signos y significados personales y los de la comunidad de referencia. El rol de mediador semiótico o cultural consiste en guiar la evolución de significados dentro de la comunidad del aula hacia lo que es reconocible como matemáticas, lo que implica que actúe tanto en el nivel cognitivo como en el metacognitivo, fomentando la evolución de significados y guiando a los alumnos para que se percaten de su estatus matemático. Los signos que emergen de las actividades con el artefacto, elaborados socialmente, son clasificados por el profesor durante su actividad de mediación semiótica. De esta manera, es él quien decide si el signo personal del estudiante es del artefacto, matemático o pivote, de acuerdo al nexo que él entrevéa más fuerte entre los signos y las acciones llevadas a cabo con el uso del artefacto, o entre los signos y el conocimiento matemático en juego.

2.3 ORQUESTACIÓN INSTRUMENTAL

En la sección previa, la lente teórica particular del enfoque de la MS estuvo centrada en analizar el papel del profesor como mediador de significados en el aprendizaje. Por medio de sus nociones teóricas se abordó la dimensión semiótica de la escena de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas en el aula con TDi. Esta sección apunta a analizar desde otra mirada el papel del profesor a partir de un modelo teórico que se centra en considerar la gestión de la enseñanza que él realiza, por medio de la noción de orquestación. Esta noción también es concebida como un aspecto de la teoría de la Al.

Este enfoque, al igual que el de MS, asume las conceptualizaciones realizadas por la Al sobre el carácter instrumental de la actividad escolar con herramientas de TDi. Es por esto, que en esta sección se usan los términos artefacto, instrumento, génesis instrumental y esquemas de utilización en el mismo sentido que se definió en la sección de la Al.

2.3.1 Orquestación instrumental: un modelo metafórico (Ol)

El término orquestación es usado por varios autores (Dehaene, 1997; Ruthven, 2002 y Bartolini Bussi, 1998 como se citó en Trouche, 2004) con distintos significados para discutir la integración de herramientas tecnológicas en la clase de matemáticas. Particularmente, es Trouche (2004) quien utiliza esta noción metafórica con el propósito de describir la gestión que hace el profesor de los instrumentos individuales en los procesos de aprendizaje colectivo, en el sentido de que las génesis instrumentales necesitan ser monitoreadas por el profesor a través de la orquestación de situaciones matemáticas. Aquí se está apelando a la dimensión social de la génesis instrumental.

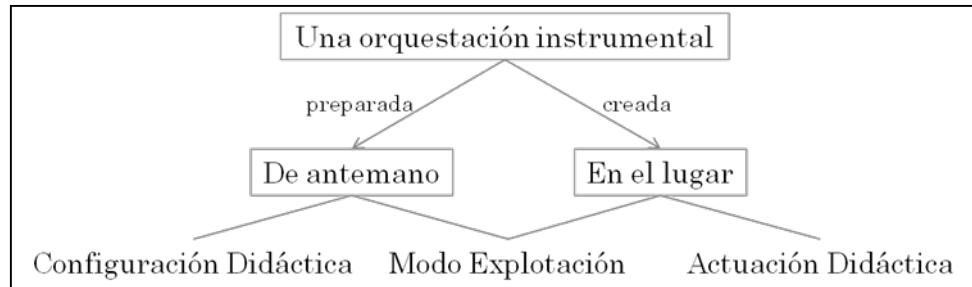
La metáfora de la Ol refiere a pensar al profesor como director de una orquesta sinfónica que entra en la sala de conciertos con una idea clara sobre cómo hacer que los músicos toquen una obra particular. Sin embargo, Drijvers, Kieran et al. (2010) plantean que es mejor si se piensa en la clase como una banda de jazz, formada tanto por el músico principiante como por los más avanzados, y el profesor es el líder de la banda que preparó una partitura pero está abierto a la improvisación y la interpretación por parte de los estudiantes. De esta manera, la metáfora tiene más sentido y es la forma en la que se sugiere entenderla. La teoría de la Ol es concebida entonces, para responder la pregunta de ¿Cómo el profesor puede afinar los instrumentos de los estudiantes y componer conjuntos coherentes de instrumentos? (Drijvers, Doorman, Boon, Reed y Gravemeijer, 2010, traducción libre del inglés), mejorando así tanto las génesis instrumentales individuales y la colectiva.

2.3.1 Los tres componentes de la orquestación instrumental

Una Ol es definida como la organización intencional y sistemática del uso de varios artefactos disponibles en un ambiente de aprendizaje, por parte del profesor en una situación de tarea matemática dada con el propósito de guiar las génesis instrumentales de los estudiantes. Desde la formulación de Trouche (2004), una Ol consiste en dos elementos: una configuración didáctica y un modo de explotación, pero desde el punto de vista de Drijvers, Kieran et al. (2010) a estos dos elementos se le suma un tercero, que es la actuación didáctica para tener en cuenta que una orquestación instrumental es parcialmente preparada de antemano pero también creada en el lugar mientras se realiza la enseñanza.

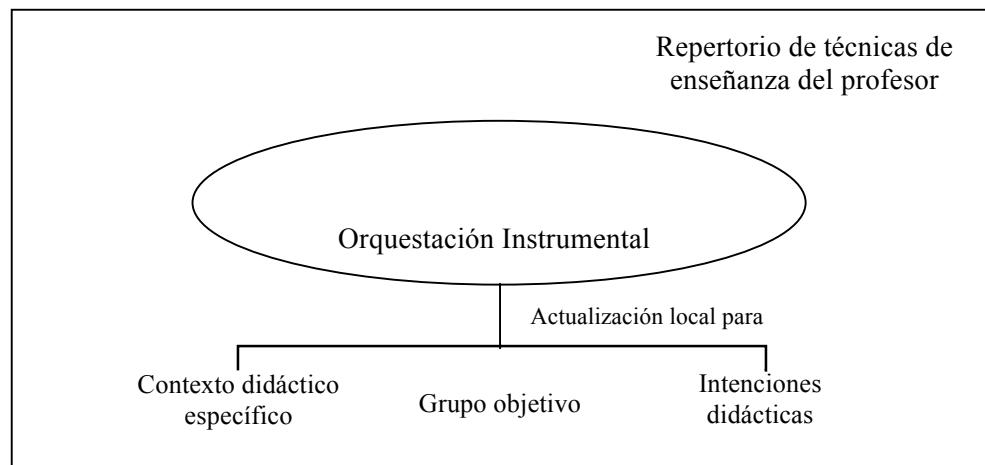
1. Una *configuración didáctica* es un arreglo de artefactos en el ambiente, o en otras palabras, una configuración de la ambientación de la enseñanza y los artefactos involucrados en ella.
2. Un *modo de explotación* de una configuración didáctica es la manera como el profesor decide explotarla para beneficio de sus intenciones didácticas. Incluye las decisiones sobre la forma en que una tarea es introducida y trabajada, sobre los posibles roles que juegan los artefactos y sobre los esquemas y técnicas a ser desarrollados y establecidos por los estudiantes.
3. Una *actuación didáctica* involucra las decisiones *ad hoc* tomadas durante la enseñanza sobre cómo realizar realmente la enseñanza promulgada en la configuración didáctica además del modo de explotación elegidos.

El modelo de los tres componentes de una Ol tiene dos dimensiones, una temporal y otra estructural. La primera tiene que ver con los tiempos donde las componentes de una Ol se desarrollan, previo a la clase o durante la misma. Esto es, la configuración didáctica tiene un fuerte aspecto de preparación pues con frecuencia debe ser considerada antes de la clase y no puede ser cambiada fácilmente durante la enseñanza; su modo de explotación puede ser más flexible, mientras que la actuación didáctica tiene un aspecto fuerte *adhoc*. El siguiente esquema ilustra la dimensión temporal de una orquestación instrumental.

FIGURA 4. Dimensión temporal de una orquestación instrumental.

Fuente: Elaboración Propia.

La segunda dimensión de una Ol, la estructural, tiene que ver con el hecho que esta tiene un componente global estructural ya que hace parte del repertorio de técnicas de enseñanza del profesor. También está relacionada con el hecho que la configuración instrumental tiene una actualización que es local, apropiada para el contexto didáctico específico y adaptada al grupo objetivo y a las intenciones didácticas. Esta dimensión se ilustra en el siguiente esquema.

FIGURA 5. Dimensión estructural de una orquestación instrumental

Fuente: Elaboración Propia.

El modelo de la Ol provoca una visión doble sobre la génesis instrumental. En un primer nivel, la Ol pretende mejorar la génesis instrumental de los estudiantes. En un segundo nivel, la orquestación está instrumentada por artefactos para los profesores, que no necesariamente pueden ser los mismos que usan los estudiantes, de manera que el profesor está involucrado en un proceso de génesis instrumental en su actividad de enseñanza.

2.4 SERES-HUMANOS-CON-MEDIOS

En la escena escolar de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas en el aula usando una TDi, desde una perspectiva general y asumiendo que el contexto da forma al pensamiento humano, un punto crucial de análisis consiste en cómo considerar la distinción entre humanos y herramientas, ambos elementos particulares del contexto. Dependiendo del marco teórico usado se podría pensar una disyunción o no entre ellos, de acuerdo a cómo se conciba la relación entre cognición humana, conocimiento y herramientas. La manera de ver la relación entre humanos y herramientas que tiene el enfoque de seres-humanos-con-medios es asumiéndolos como una unidad, por lo que a diferencia de los enfoques instrumentales ya expuestos, se interesa por los procesos de construcción de conocimiento de un sujeto epistémico conformado por humanos y no humanos.

2.4.1 Contextualización y nacimiento

En la Educación Matemática brasileña (Borba, 2009), una de las grandes tendencias es el uso de la tecnología para la enseñanza y el aprendizaje. Algunos temas de investigación en esta son el uso de tecnología en el aula, el rol de internet en la educación a distancia y otros temas referidos al acceso desigual a la tecnología.

Borba (2009), interesado en el uso de la TDi para enseñar y aprender matemáticas, estudia particularmente las cuestiones referidas a cómo el computador afecta la cognición humana. Su perspectiva se fundamenta en la idea de un espacio compartido en la producción de conocimiento y no reconoce la dicotomía entre medio y ser humano, ya que para él, humanos-con-medios forma un colectivo donde el medio reorganiza el pensamiento humano. Enfatiza la noción de que el conocimiento es producido por seres-humanos-con-medios, esto es, la tecnología se convierte en un componente integral de la ecología cognitiva que es formada. Es una perspectiva basada en el principio que la tecnología y los humanos se configuran mutuamente.

2.4.2 Fundamentación

Esta visión está basada en Levy (1993, como se citó en Borba, 2001) y Tikhomirov (1981, como se citó en Borba, 2001) piensa al sujeto epistémico, unidad básica de producción de conocimiento, como un colectivo pensante integrado por humanos y no humanos, al que decide llamar *seres-humanos-con-medios* en la que no hay una clara distinción entre subjetividad (ser humano) y objetividad (tecnología). El conocimiento emergente está continuamente producido por colectivos de este tipo y en consecuencia, asume en sus investigaciones el principio que no se puede pensar la producción de conocimiento sin medios. Bajo ese principio incorpora al colectivo diferentes medios que constituyen su componente no humano, por ejemplo, inicialmente consideró incorporar a las que llamó tecnologías de la inteligencia que son la oralidad, la escritura y la informática. Los distintos medios considerados no son solamente medios que expresan ideas, también dan forma a

estas y al lenguaje, por tanto concebidos como actores en el colectivo de humanos-con-medios (Borba, 2007).

Otra de las ideas de base sobre la que Borba fundamenta su teoría está relacionada con la interacción existente entre informática y pensamiento, que fue propuesta por Tikhomirov (1981, como se citó en Borba, 2001), discípulo de Vygotsky, quien pensó sobre la cuestión de la informática como reorganizador del pensamiento. En ese sentido la informática es vista como un medio cualitativamente diferente del lenguaje y por lo tanto, reorganiza el pensamiento de forma diferenciada. Se tiene así un sistema formado por ser-humano-computador. Se entiende entonces a la informática como un nuevo medio, que al igual que la oralidad y la escritura, es una extensión de la memoria pero con diferencias cualitativas. La informática desafía la linealidad del pensamiento que guardaba la escritura a través de nuevos modos de pensar, basados en la simulación, en la experimentación y en un nuevo lenguaje que envuelve la escritura, la oralidad, las imágenes y la comunicación instantánea.

Borba (2001) fundamentado en una relación de unidad entre tecnología y seres humanos, rechaza la noción que establece que la producción de conocimiento es un proceso interno del ser humano. En consecuencia, basado en la idea de que la historia de la humanidad está siempre impregnada de medios, se cuestiona sobre las transformaciones del conocimiento en el momento en que un nuevo medio se torna cotidiano. En este sentido se entiende que seres-humanos-con-medios o seres-humanos-con-tecnologías, son metáforas que dan una idea sobre cómo se da la propia producción de conocimiento. En palabras de Borba (2001):

Esta noción es adecuada para mostrar cómo el pensamiento se reorganiza con la presencia de las tecnologías de la información y qué tipos de problemas son generados por colectivos que incluyen seres humanos y medios como el lápiz y el papel y diversas facetas de las tecnologías de la información (p. 139, traducción libre del portugués).

2.4.3 Colectivo seres-humanos-con-medios

Borba y Villarreal (2005) han enfatizado en cómo el uso de diferentes medios cambia las matemáticas producidas. Actualmente, con la existencia del abanico de opciones de software dinámicos disponibles, diferentes matemáticas son desarrolladas y en consecuencia, también transforman los tipos de tareas que pueden ser propuestas y llevadas a cabo en la clase. En este sentido, dado que los medios dan forma a las nociones de problema y conocimiento (Borba, 2007), se tienen diferentes colectivos generando diferentes tipos de conocimiento y transformando la noción de problema: Humanos-con-calculadoras-graficadoras, humanos-con-software-de-geometría, humanos-con- internet, humanos-con-papel-y-lápiz.

Borba(2007) expandió esta idea de que los medios cambian las matemáticas que se producen. La conjectura que sustenta esta idea es que las matemáticas también llegan a transformarse en la medida en que nos movemos desde un contexto de comunicación cara acara a otros contextos en los que esto no se da, como los cursos *online*, a distancia, donde el contexto de comunicación son *chats, foros y mails*, entre

otros. En estos casos la escritura da forma a las matemáticas discutidas en estos contextos.

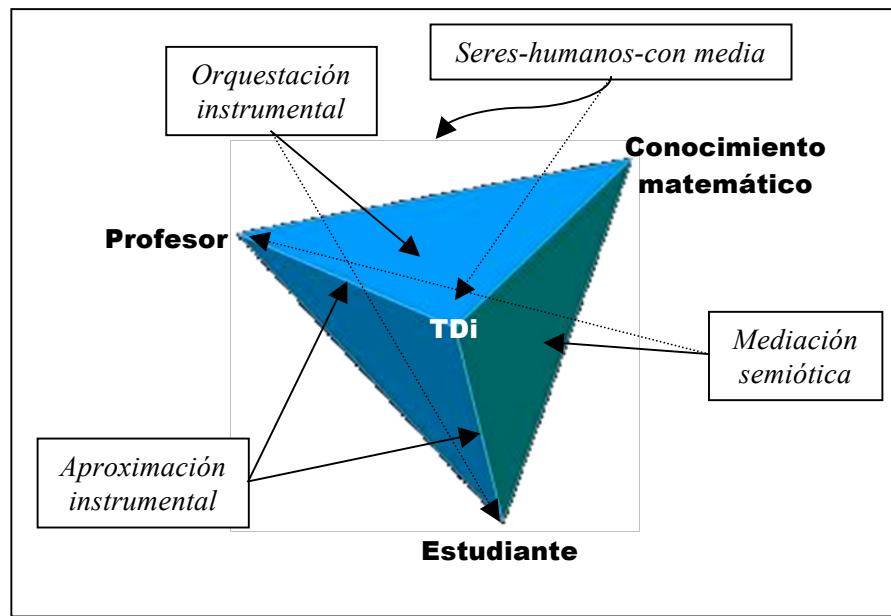
Desde una visión amplia del enfoque de seres-humanos-con-medios, se puede responder a la pregunta ¿Cómo las tecnologías de la información y de la comunicación modifican las formas como el conocimiento es producido? Usando términos como el de transformación, cambio o mudanza y relación de modelación recíproca, para indicar cómo la tecnología altera la producción de conocimiento en el aula, y cómo el ser humano se relaciona con esa tecnología. De esta manera, trabaja la cuestión del aprendizaje y la enseñanza, relacionada con las secuencias pedagógicas desarrolladas, sobre una perspectiva epistemológica que tematiza la relación entre tecnologías y seres humanos (Borba, 2012).

3. CONCLUSIONES

Proponemos una adaptación del tradicional triángulo didáctico que retrata la situación didáctica de la escena escolar en la educación matemática como las interacciones entre el estudiante, el profesor y el conocimiento matemático. Asumimos que la introducción de la TDi en la escena escolar tiene un efecto transformador sobre la situación didáctica, por lo que toma una nueva configuración que está mejor representada por un tetraedro didáctico cuyos vértices son profesor, estudiante, conocimiento matemático y TDi. Cada una de las caras y de las aristas del tetraedro representan las interacciones entre elementos de los vértices en grupos de a tres y de a dos, respectivamente. Este nuevo modelo de la escena escolar, integrando a la TDi, nos permite ilustrar de un modo general, qué parte de la escena cada uno de los cuatro enfoques teóricos que fueron abordados en este artículo se propuso analizar. La AI se centra en analizar las interacciones profesor-TDi y estudiante-TDi desde la concepción de la actividad de uso. La MS se interesa en analizar la interacción estudiante-conocimiento matemático-TDi alrededor de la producción de signos y su evolución, para la que da un papel preponderante a la labor mediadora del profesor. La OI se centra en la interacción profesor-TDi-Conocimiento matemático en torno a la gestión que hace el profesor de la enseñanza para el aprendizaje del estudiante. Y finalmente, el enfoque de seres-humanos-con-medios, se centra en la interacción profesor-estudiante-conocimiento matemático en la que la TDi tiene un papel relevante como herramienta mediadora.

Es importante aclarar que aun cuando cada enfoque reduzca la totalidad de los elementos e interacciones existentes en el aula representadas por el tetraedro, es aceptado que ninguno excluye los demás elementos que no se muestran implicados de manera directa desde cada uno, pues todos son parte constituyente de la situación didáctica.

FIGURA 6. Adaptación del tetraedro didáctico ilustrando qué parte de la escena educativa analiza cada enfoque teórico presentado.



Fuente: Elaboración Propia.

4. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Artigue, M. (2011). Tecnología y enseñanza de las matemáticas: desarrollo y aportes de la aproximación instrumental. *Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática*, 6(8), 13-33. Recuperado de <http://revistas.ucr.ac.cr>
- Bartolini Bussi, M. G., y Mariotti, M. A. (2008). Semiotic mediation in the mathematics classroom: Artifacts and signs after a Vygotskian perspective (Trad. P. Perry). En L. English, M. G. Bartolini Bussi, G. Jones, R. Lesh y D. Tirosh (Eds.), *Handbook of international research in mathematics education* (pp. 746-783). Mahwah: Lawrence Erlbaum.
- Borba, M. C. (diciembre, 2001). *Coletivos seres-humanos-com-mídias e a produção de Matemática*. Ponencia presentada en el I Simpósio Brasileiro de Psicología da Educação Matemática, Paraná, Brasil.
- Borba, M. C. (2007). Humans-with-media: A performance collective in the classroom. En G. Gadanidis y C. Hoogland (Eds.), *Proceedings of the fields institute digital mathematical performance symposium* (pp. 15–21). Toronto: Fields Institute.
- Borba, M. C. (2009). Humans-with-media and the production of mathematical knowledge in online environments. En P. Liljedahl, S. Oesterle y V. Abu-Bakare (Eds.), *Proceedings of the 2009 annual meeting of the Canadian mathematics education study group* (pp. 3–12). Toronto: York University.
- Borba, M. C. (2012). Humans-with-media and continuing education form a thematics teachers in online environments. *ZDM—The International Journal on Mathematics Education*, 44(6), 801-814.
- Borba, M. C. y Villarreal, M. E. (2005). *Humans-with-media and the reorganization of mathematical thinking: Information and communication technologies, modeling, experimentation and visualization*. New York: Springer.
- Chevallard, Y. (1999). El análisis de las prácticas docentes en la teoría antropológica de lo didáctico. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 19(2), 221-266.
- Drijvers, P., Kieran, C., y Mariotti, M. A. (2010). Integrating technology into mathematics education: Theoretical Perspectives. En C. Hoyles y J-B. Lagrange (Eds.), *Mathematics education and technology-Rethinking the terrain. The 17th ICMI Study* (pp. 89-132). New York: Springer.
- Drijvers, P., Doorman, M., Boon, P., Reed, H., y Gravemeijer, K. (2010). The teacher and the tool: instrumental orchestrations in the technology-rich mathematics classroom. *Educational Studies in Mathematics*, 75(2), 213-234.
- Moreno, L. (enero, 2002). *Instrumentos matemáticos computacionales*. Ponencia presentada en el Seminario Nacional de Formación de Docentes en el uso de Nuevas Tecnologías en el aula de matemáticas, Bogotá, Colombia.
- Noss, R., y Hoyles, C. (1976). *Windows on mathematical Meanings. Learning Cultures and computers*. London, U.K: Kluwer Academic Publishers.
- Olive, J., y Makar, K. (2010). Mathematical Knowledge and Practices Resulting from Access to Digital Technologies. En C. Hoyles y J-B. Lagrange (Eds.), *Mathematics education and technology-Rethinking the terrain. The 17th ICMI Study* (pp. 133-177). New York: Springer.
- Rabardel, P. (2011). *Los hombres y las tecnologías. Visión cognitiva de los instrumentos contemporáneos* (Trad. M. Acosta). Colombia: Ediciones Universidad Industrial de Santander. (Trabajo original publicado en 1995)

Trouche, L. (2004). Managing the complexity of human/machine interactions in computerized learning environments: guiding students' command process through instrumental orchestrations. *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, 9(3), 281-307.