



Perspectiva Educacional, Formación de Profesores

ISSN: 0716-0488

perspectiva.educacional@ucv.cl

Pontificia Universidad Católica de Valparaíso  
Chile

Valdés Morales, René

LOS PROBLEMAS ARITMÉTICOS DE ENUNCIADO VERBAL, SEGÚN LURIA Y  
TSVETKOVA, AL FINALIZAR PRIMER CICLO DE ENSEÑANZA BÁSICA EN ESCUELAS  
MUNICIPALES DE LA COMUNA DE TALCA

Perspectiva Educacional, Formación de Profesores, vol. 54, núm. 2, junio, 2015, pp. 92-  
108

Pontificia Universidad Católica de Valparaíso  
Viña del Mar, Chile

Disponible en: <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=333339872007>

- Cómo citar el artículo
- Número completo
- Más información del artículo
- Página de la revista en redalyc.org

redalyc.org

Sistema de Información Científica

Red de Revistas Científicas de América Latina, el Caribe, España y Portugal

Proyecto académico sin fines de lucro, desarrollado bajo la iniciativa de acceso abierto

## LOS PROBLEMAS ARITMÉTICOS DE ENUNCIADO VERBAL, SEGÚN LURIA Y TSVETKOVA, AL FINALIZAR PRIMER CICLO DE ENSEÑANZA BÁSICA EN ESCUELAS MUNICIPALES DE LA COMUNA DE TALCA

ARITHMETIC VERBALISATION PROBLEMS, ACCORDING TO LURIA AND TSVETKOVA,  
AT THE END OF THE PRIMARY PUBLIC SCHOOL CYCLE IN THE COMMUNE OF TALCA

**René Valdés Morales (\*)**

*Pontificia Universidad Católica de Valparaíso  
Chile*

### Resumen

El objetivo de la presente investigación es caracterizar los problemas aritméticos de enunciado verbal, según la categorización de Luria y Tsvetkova, que resuelven los estudiantes al finalizar el 1er ciclo de enseñanza básica en las escuelas municipales de enseñanza básica de la comuna de Talca. Este estudio, se llevó a cabo bajo la aplicación de un instrumento validado de problemas aritméticos de enunciado verbal, basados en la complejidad progresiva que establecen los autores. La metodología de la investigación corresponde a un estudio no experimental, de alcance descriptivo e interpretación cuantitativa. En relación a los resultados finales del estudio, se puede establecer que los estudiantes de la comuna de Talca, al finalizar el primer ciclo, no alcanzan el desempeño esperado en la resolución de problemas aritméticos de enunciado verbal, viéndose diferencias según género, no alcanzando el nivel esperado para su edad y nivel.

**Palabras claves:** problemas aritméticos de enunciado verbal, Primer ciclo de enseñanza general básica, Escuela municipal, Luria y Tsvetkova, Comuna de Talca.

### Abstract

The objective of this research is to characterize arithmetic verbalisation, according to the categorization of Luria and Tsvetkova, who met the students at the end of the 1st cycle of primary education in the public primary schools in the Municipality of Talca. This study was conducted under the application of a validated instrument mentioned by the authors. The research methodology corresponds to a non-experimental, descriptive scope and quantitative interpretation. With regard to the final results of the study we can establish that students in the commune of Talca, after the first cycle, do not reach the expected performance levels in solving arithmetic through verbalisation, observing differences by gender and not reaching the level expected for their age and level.

**Keywords:** arithmetic Problems, Primary Public School, Municipal School, Luria and Tsvetkova, Municipality Talca.

---

**(\*) Autor para correspondencia:**

Mg. René Valdés Morales  
Pontificia Universidad Católica de  
Valparaíso.  
Facultad de Educación, Viña del Mar.  
Viana 1233, Edificio Viña Plaza III, Dpto. 312,  
Viña del Mar.  
Correo de contacto:  
Revalmora@gmail.com

---

© 2010, Perspectiva Educacional  
<http://www.perspectivaeducacional.cl>

RECIBIDO: 14 de octubre de 2014  
ACEPTADO: 13 de abril de 2015.  
DOI: 10.4151/07189729-Vol.54-Iss.2-Art.317

## 1. INTRODUCCIÓN

Somos partícipes y protagonistas de la llamada sociedad del conocimiento, una sociedad abierta a la información y a los hechos de actualidad. Es por esta razón, que es imposible prescindir del conocimiento matemático, dada su importancia como competencia y habilidad necesaria para el vivir práctico y la cotidianeidad.

Como intérprete preponderante del conocimiento matemático, la resolución de problemas aritméticos de enunciado verbal, pone en juego no solo procesos cognitivos útiles para la ejecución de tareas, sino que deja de manifiesto la significancia del capital matemático mismo.

Sin embargo, y es aquí donde reside el espíritu de este trabajo, resolver problemas aritméticos verbales no es un trabajo fácil, pues comprende una serie de complejidades que no permiten a muchos niños y niñas de la educación formal realizar la tarea. Entrar en profundidad en esta materia permitirá agudizar la comprensión, y apuntar desde la investigación, a conocer y reducir los factores que dificultan el desempeño del alumnado en resolución de problemas aritméticos verbales.

En Chile, la educación contempla en su práctica y metodología de trabajo una gran gama de estrategias abocadas a enseñar y reeducar los procesos que participan en la adquisición de las matemáticas. Para lo cual, tanto profesores de educación básica como profesores de educación especial y diferenciada, deben contar con los fundamentos teóricos y prácticos de estas estrategias como también de las técnicas que las constituyen.

En términos generales, se puede observar que en el Sistema de Medición de la Calidad de la Educación (SIMCE) del Ministerio de Educación, a nivel nacional, la prueba de matemáticas no ha sufrido una variación significativa con respecto a años anteriores, (Ministerio de Educación [MINEDUC], 2010), encontrándose en un nivel de aprendizaje elemental y evidenciando una diferencia negativa con respecto a la prueba de comprensión de lectura (MINEDUC, 2012).

Dicha situación, ha servido de motivación para investigar y estudiar acerca de cuál es el nivel de problemas que resuelven los alumnos al finalizar primer ciclo básico. Y de esta manera, conocer dónde se presentan las principales dificultades a la hora de resolver problemas aritméticos de enunciado verbal.

## 2. ANTECEDENTES

### 2.1 Una aproximación conceptual

La Real Academia de la Lengua Española (2010) define problema como una cuestión a resolver mediante procedimiento científico. Epistemológicamente hablando, problema significa una cuestión que se propone y deriva del griego *probillo* que significa echar hacia adelante. Ambas concepciones no sustentan el concepto de este estudio.

Según Polya (1965), quien solventó las bases de las estrategias utilizadas en la resolución de problemas, menciona que intentar abordar un problema significa buscar de forma

consciente una acción apropiada para lograr un objetivo claramente concebido pero no alcanzable de forma inmediata. Otra definición, parecida a la de Polya, es la de Krulik y Rudnik (1980) que señalan que un problema es una situación a la que se enfrenta un individuo o un grupo, que requiere solución, y para la cual no se vislumbra un medio o camino aparente y obvio que conduzca a la misma.

Por otro lado, y desde los autores referentes de la tipología ocupada en esta investigación, Luria y Tsvetkova (1981) manifiestan que es la propia actividad intelectual la que se puede definir como una resolución de problemas de modo organizado; resolución que se apoya en un programa lógico de operaciones relacionadas entre sí, ya sean procesos cognitivos o funciones ejecutivas. Si bien los autores no definieron un problema matemático, sí compararon el pensamiento lógico con la resolución de problemas en la forma de organizar y abarcar un cierto tipo de información desconocida.

Más tarde, Resnick (1987) define la resolución de problemas como una situación no algorítmica, en que la solución no es visible desde un único punto de vista, y para lo cual se requiere de mecanismos propios de regulación. Casi una década después, Charnay (1994), dice que un problema matemático es una terna: situación, alumno y problema, para lo cual, este último existe si el alumno percibe realmente que existe una dificultad, dejando entrever que un mismo problema, lo puede ser para un estudiante y no para otro.

Para un alumno, resolver un problema puede ser un ejercicio de sencilla complejidad, para otro una pequeña dificultad y para otros algo muy difícil e incluso imposible de solucionar. Las acepciones de problemas varían según los puntos de vista de cada autor, ya que del individuo dependen las transformaciones, según la motivación que se tenga para interpretar y resolver los distintos problemas, por lo cual encontrar una definición que satisfaga rápidamente las expectativas, resulta difícil.

Sin embargo, González (2009) propone una definición de evidente utilidad para este trabajo, describiéndola como una situación compleja con aspectos indeterminados, sin indicación a veces de conocimiento o proceso alguno, que para resolverlos se suele requerir de una actividad cognitiva compleja donde se necesita la intervención de conocimientos, estrategias, técnicas, decisiones, imaginación, concentración, autonomía, espíritu crítico.

Los últimos puntos mencionados por el autor otorgan cierta familiaridad para quienes nos desenvolvemos en el área de la Educación Especial y Diferenciada.

## ***2.2 La complejidad de resolver problemas***

Un problema matemático de enunciado verbal no está sujeto a métodos estáticos, sino que su resolución oscila en un conjunto de factores que puede condicionar, significativamente, a que un problema llegue a su solución.

Hay personas que tienen más capacidad para resolver problemas que otras de su misma edad y formación parecida, que suelen ser las que aplican, generalmente de una manera inconsciente, toda una serie de métodos y mecanismos que suelen resultar especialmente indicados para abordar los problemas. Son los procesos que se llaman heurísticos: “operaciones mentales que se manifiestan típicamente útiles para resolver problemas” (Schoenfeld, 1992, p. 352). Esta implicancia deja de manifiesto un rol activo por

parte del resolutor en la resolución de problemas. El conocimiento y la práctica de estos procesos es justamente el objeto de este fenómeno, este conocimiento y práctica hace que la resolución de problemas sea una facultad entrenable, una habilidad en la que se puede mejorar con la práctica. Para ello, hay que conocer los procesos y aplicarlos de una forma planificada y metódica (Juidías, 2005).

Resolver un problema aritmético verbal supone la presencia de ciertos factores que pueden ir en beneficio o en detrimento del desempeño del resolutor. Estos factores pueden dividirse según el ámbito al que pertenecen, es decir, existen factores relativos al problema matemático a resolver, alumno que resuelve el problema y contexto en que el alumno resuelve el problema matemático (Juidías, 2005). Sin embargo, se detalla el primero de estos factores, que es donde se fundamenta este estudio, profundizando en la tipología de Luria y Tsvetkova (1981), justificando su importancia para este trabajo.

### **2.2.1. Factores relativos al problema matemático**

El primer grupo de estos factores se refiere al lenguaje que se utiliza en el enunciado del problema. Si el lenguaje no es el adecuado, puede aparecer una serie de características que entorpecen la comprensión del enunciado matemático.

En primer lugar, es conveniente que el enunciado tenga semejanzas y diferencias con el lenguaje ordinario. En el lenguaje matemático se utilizan palabras que también se emplean en el lenguaje ordinario pero con un significado muchas veces distinto. A su vez, el lenguaje matemático se distingue del ordinario en cuanto a la exigencia de precisión y en cuanto a la ausencia de expresiones personales y juicios de valor (Juidías, 2005).

El uso de variables complejas y la utilización conjunta de la notación alfabética y la notación numérica pueden conseguir mayor dificultad a los enunciados de los problemas.

El orden y la forma de presentación de los datos pueden dificultar la traducción del enunciado a una representación mental. En resumen, el uso de ciertas expresiones (paréntesis, fracciones, índices, etc.) obligan a leer el enunciado más de una vez y en todas las direcciones (Callejo, 1987).

El segundo grupo de factores, y el que resulta relevante para las pretensiones de este trabajo, se refiere al tipo de problema que hay que resolver. No todos los problemas indican el mismo grado de dificultad a la hora de resolverlos, de ahí que se hayan realizado considerables esfuerzos a la hora de categorizar la variedad de problemas y la diversidad de criterios presentes. Existen diversos autores que han establecido tipologías para clasificar los problemas matemáticos, como Mialaret, Randall, Barnett, Luria y Tsvetkova (Valenzuela, 2000). Sin embargo, son estos últimos los que serán desarrollados y justificados en este estudio. En este sentido, Luria y Tsvetkova (1981) distinguen ocho grupos de problemas en función de la complejidad de los algoritmos implicados en su resolución. A continuación, se ejemplifica cada tipo de problema para luego justificar la elección de estos autores.

**Tabla 1***Tipología de problemas según Luria y Tsvetkova (1981).*

Nº	Problemas	Definición	Ejemplo
1	Problemas simples	Se resuelven a través de una sola operación aritmética y los datos determinan de manera unívoca el algoritmo de resolución	En una feria Nicolás gastó \$16.450 en frutas y 3500 en verduras ¿Cuánto dinero gasto en total?
2	Problemas simples inversos	También se resuelven con una sola operación aritmética pero la estructura psicológica del enunciado es diferente	José tiene \$47.000, si después de jugar en el casino queda con \$23.000 ¿Cuánto dinero perdió?
3	Problemas compuestos	No se pueden resolver mediante una sola operación, hay que hallar primero el valor del segundo término y después calcular el resultado solicitado	Debo comprar 2 camisas, la primera cuesta \$4.900 y la segunda cuesta \$550 más que la primera ¿Cuánto debo pagar en total?
4	Problemas de múltiples formas	Se requiere para su solución más de dos operaciones aritméticas. El resultado de una operación se utiliza como dato para la siguiente.	Josefina compró un sombrero que le costó \$56.000, un pantalón que le costó la mitad del sombrero y una falda que le costó tres veces el precio del pantalón ¿Cuál es el precio de cada producto?
5	Problemas compuestos con operaciones adicionales	Las operaciones no se explicitan en el enunciado y la respuesta final es el resultado de toda una cadena de operaciones auxiliares	Un niño tiene 10 años. Dentro de 20 años su padre será 4 veces mayor que él ¿Cuál es la edad actual de su padre?
6	Problemas que involucran sistemas de ecuaciones	Son los problemas con más de una incógnita	Un pendrive y un mouse cuestan \$18.455, dos pendrive y un mouse cuestan \$23.490 ¿Cuánto cuesta un pendrive y un mouse?
7	Problemas de conflicto	Permite una dificultad psicológica relacionada con estereotipos	Una mochila con cuadernos pesa 2 toneladas y sin cuadernos 4 toneladas ¿Cuántos pesan los cuadernos?
8	Problemas tipo	Su resolución exige un algoritmo único y específico que determina el resultado	Cálculo de la mezcla de concreto para la terraza de un departamento.

**Fuente:** Luria y Tsvetkova (1981).

**Nota:** categoría que representa la progresión de los problemas matemáticos. Si bien en este estudio se contemplan los primeros cuatro, es relevante explicitar la complejidad progresiva y psicológica de los enunciados.

Para efectos de esta investigación, se desarrollará con mayor profundidad los primeros cuatro niveles, debido a su insistente presencia en los textos de estudio de los estudiantes de cuarto año y en los ensayos oficiales de la prueba SIMCE (Amaro, Castro, Díaz y Paredes, 2010).

### **2.2.2. ¿Por qué utilizar la tipología de luria y tsvetkova?**

La resolución de un problema implica una actividad intelectual por parte del alumno, que supone la comprensión de la situación en la que el problema se desarrolla. Para Luria y Tsvetkova (1981) el objetivo de cualquier problema concreto está contenido en unos datos determinados y consecuentemente la actividad intelectual comienza por la orientación de estos datos, por lo cual, gran parte del trabajo cognitivo del resolutor está condicionado por los datos y la forma de los mismos. Tal orientación se basaría en el análisis de la información que se puede obtener de ellos (conocidos y desconocidos) y confrontándolos. Si tal orientación es posible, aparecerá un esquema general o estrategia de resolución que se apoyará en un algoritmo o en un conjunto de operaciones que conducirá a la solución, la cual es predominantemente una tarea de quien resuelve problemas.

Esta suposición, posee una fuerte implicancia psicopedagógica y psicológica en materia de la reeducación de los procesos de aprendizaje de las matemáticas, pensando en la complejidad progresiva que proponen los autores, dado que permite la mediación y/o la enseñanza o guía de un tutor.

Por otro lado, Luria y Tsvetkova (1981) posibilitan que el resolutor se sitúe en un modelo preciso y completo del acto intelectual: entre las principales ideas que rigen el trabajo cognitivo de la realización de un problema, están la de realizar una pregunta específica sin posibilidad de respuesta inmediata, selección acertada de datos que permita definir presupuestos y demandas del problema, identificar las operaciones a realizar y jerarquizarlas de acuerdo al esquema definido, realizar las operaciones, sus algoritmos y encontrar la respuesta acertada y verificar la respuesta, confrontarla con los presupuestos del problema. La propuesta de estos autores es puramente cognitiva (Valenzuela, 2001), y permite identificar el nivel en que se encuentran los alumnos en relación al razonamiento matemático, permitiendo el abordaje curricular organizado y sistemático.

## **3. METODOLOGÍA**

El paradigma presente en esta investigación es el Positivista, por ser un estudio de orientación prediccionalista, en el cual se plantea una hipótesis y luego se comprueba o verifica su validez. Además, responde a una tesis de metodología cuantitativa (Hernández, Fernández y Baptista, 2010), en la cual se aplica una evaluación referente a la resolución de problemas de enunciado verbal, con el propósito de caracterizar el tipo de problema que resuelven los estudiantes al finalizar primer ciclo en la comuna de Talca. El diseño correspondiente al estudio es no experimental transeccional, pues no hay manipulación intencionada de las variables, observándolas de forma natural en su contexto (Hernández et al., 2010), lo que significa que la prueba fue aplicada en la asignatura de matemática en los horarios curriculares estipulados.

### **3.1. Participantes**

El contexto para la presente investigación está constituido por los alumnos y alumnas de cuarto año básico de las escuelas municipales de la comuna de Talca, que cursan jornada escolar completa (JEC) y que se encuentran en escuelas con alto índice de vulnerabilidad escolar (IVE). De acuerdo a los datos obtenidos en la Dirección de Administración de

Educación (DAEM) de Talca, son 15 escuelas que presentan dichas características. Con esta información, el universo queda conformado por 450 alumnos, lo que mediante un muestreo intencionado queda en 207 alumnos, lo que representan las unidades de análisis del estudio (ver tabla 2). Estas últimas pertenecientes a 10 escuelas de la comuna. El cálculo de tamaño de la muestra se realizó al 95% de confiabilidad, con un margen de error del 5% según STATv.2.

**Tabla 2**

*Distribución de la muestra por sexo*

<b>Variables</b>	<b>Masculino</b>	<b>Femenino</b>				<b>Total</b>
<b>Edad</b>	<b>Fi</b>	<b>%</b>	<b>fi</b>	<b>%</b>	<b>fi</b>	<b>%</b>
9 años	37	17,9	39	18,8	76	36,7
10 años	59	28,5	42	20,3	101	48,8
11 años o +	19	9,2	11	5,3	30	14,5
Total	115	55,6	92	44,4	207	100
<b>IVE</b>	<b>Fi</b>	<b>%</b>	<b>fi</b>	<b>%</b>	<b>fi</b>	<b>%</b>
60-69 %	16	7,7	16	7,7	32	15,5
70-79 %	13	6,3	10	4,8	23	11,1
80-89 %	40	19,3	25	12,1	65	31,4
90-100 %	46	22,2	41	19,8	87	42
Total	115	55,6	92	44,4	207	100
<b>Escuelas</b>	<b>Fi</b>	<b>%</b>	<b>fi</b>	<b>%</b>	<b>fi</b>	<b>%</b>
Escuela 1	17	8,2	7	3,4	24	11,6
Escuela 2	12	5,8	10	4,8	22	10,6
Escuela 3	10	4,8	8	3,9	18	8,7
Escuela 4	17	8,2	12	5,8	29	14
Escuela 5	9	4,3	6	2,9	15	7,2
Escuela 6	7	3,4	11	5,3	18	8,7
Escuela 7	9	4,3	8	3,9	17	8,2
Escuela 8	14	6,8	12	5,8	26	12,6
Escuela 9	13	6,3	10	4,8	23	11,1
Escuela 10	7	3,4	8	3,9	15	7,2
Total	115	55,6	92	44,4	207	100

**Fuente:** Elaboración Propia

**Nota:** Características de la muestra por sexo y por las variables consideradas.

### 3.2 Procedimiento, instrumento de medida y tipo de análisis

Para la realización de este estudio, se elaboró el instrumento denominado Prueba de Resolución de Problemas Aritméticos de Enunciado Verbal (ver anexos). Este instrumento fue construido a partir de la tipología propuesta por Luria y Tsvetkova (1981), la cual presenta una complejidad progresiva de problemas, además de la dificultad psicológica en los enunciados.



La prueba, está destinada a alumnos y alumnas que estén terminando el primer Ciclo Básico de Enseñanza Básica (cuarto año), y el objetivo es recoger información pertinente sobre el desempeño de los alumnos en el área de la resolución de problemas al finalizar primer ciclo básico.

El instrumento está compuesto de 12 problemas verbales los cuales están organizados en la complejidad progresiva que establecen los autores. Su aplicación es colectiva y tiene una duración de 80 minutos. Una vez elaborado el instrumento de recopilación de información, fue enviado a jueces externos, entendidos en el área de la didáctica de las matemáticas y de la investigación. El comité de expertos, para someter a juicio de opinión el cuestionario confeccionado, se conformó por doce profesionales, de los cuales tres eran profesores de enseñanza básica general, tres profesores de educación matemática, tres profesores de educación especial y tres investigadores del área.

Las opiniones emitidas frente a la prueba, en síntesis, fueron altamente positivas y las sugerencias mínimas emitidas por los expertos respondían a cuestiones de forma del instrumento antes que de contenido. Una vez corregidas, se procedió a validarlo bajo el coeficiente de congruencia simple de Serafine y así validar el contenido del instrumento construido.

El coeficiente de congruencia simple de Serafine (0.92) indica que existe en este instrumento una congruencia prácticamente perfecta en relación a la adecuación de las dimensiones evaluadas a los padrones normativos, con decisiones positivas incondicionales, en cuanto a congruencia, claridad y sesgo de los reactivos, y con una desviación típica de 0,82 para los doce reactivos del instrumento.

En cuanto a la confiabilidad de la prueba, esta fue calculada mediante Alfa de Conbrach, vía SPSS 19 (2010), el cual arrojó un índice de 0,82, lo que significa un instrumento fiable y aceptable, lo que evidencia mediciones estables y consistentes, con una media de 4,96, una varianza de 8,2 y una desviación típica de 2,8 para los doce problemas del instrumento. A continuación, se presentan los doce problemas que componen el instrumento.

**Tabla 3***Problemas presentados en el instrumento*

<b>Tipo de Problema</b>	<b>N°</b>	<b>Reactivo</b>
<b>Problemas simples</b>	1	Para una competencia, Pedrito compró 74 volantines blancos y 67 rojos ¿Cuántos volantines compró en total?
	2	Mario tiene \$17.688 y gastó \$8.300 en el casino ¿Cuánto dinero tiene ahora?
	3	El jardinero corta el pasto 3 veces al mes ¿Cuántas veces corta el pasto en 12 meses?
	4	En mi cumpleaños, habrá una torta para 56 personas y tengo 7 invitados ¿Cuántos trozos le tocará a cada invitado?
<b>Problemas inversos</b>	5	Don Pancho tiene en su granja 47 animales, si después de un desastre queda con 16 ¿Cuántos animales perdió?
	6	Simón tiene 1.497 láminas, le da algunas a Pedro y le quedaron 383 ¿Cuántas láminas le dio a Pedro?
	7	Cristóbal tiene \$24.000 en su alcancía, luego repartió el dinero en partes iguales entre los miembros de su familia y cada uno obtuvo \$4.000 ¿Entre cuantos familiares repartió el dinero?
	8	El profesor tenía 72 lápices y los repartió en cierta cantidad de estuches. Si en cada estuche quedaron 12 lápices ¿Cuántos estuches gastó en total?
<b>Problemas compuesto</b>	9	Debo comprar 2 pantalones, el primero cuesta \$7.900 y el segundo cuesta \$750 más que el primero ¿Cuánto debo pagar en total?
	10	Moisés está ahorrando dinero para comprar un batería. El papá le regaló \$10.000 y su abuelito \$14.000. Si la batería tiene un valor de \$42.000 ¿Cuánto dinero le falta a Moises para comprar su instrumento musical?
<b>Problemas de múltiples formas</b>	11	Patricia compró un comedor que le costó \$456.000, un equipo de música que le costó la mitad del comedor y un refrigerador que le costó tres veces el precio del equipo de música. ¿Cuál es el precio de cada producto?
	12	Antonio tiene 45 dulces, Pepe tiene 4 veces más que Antonio y David 6 veces más que Pepe. ¿Cuántos dulces tiene en total cada niño?

**Fuente:** Elaboración Propia

**Nota:** estos problemas dan cuenta de la complejidad progresiva encontrada en el instrumento. Solo están los reactivos, el instrumento completo se encuentra en “anexos”.

### 3.3. Evaluación y corrección del instrumento

Para obtener los resultados de la evaluación de resolución de problemas matemáticos de enunciado verbal se revisó de forma global y por tipo de problema, analizando descriptivamente las respuestas mediante el programa estadístico SPSS. Además, se analizan variables como, sexo, edad IVE.

En forma posterior a la revisión y análisis de los datos se presentan los resultados mediante:

- Tablas: Representan los resultados de la prueba de Resolución de Problemas Matemáticos de Enunciado Verbal según tipología establecida. Se detalla el número de problemas.

- Gráficos: Representan los resultados de la prueba, mediante el porcentaje de desempeño.

Se realizó el análisis de manera cualitativa y cuantitativa de cada problema.

- Análisis cualitativo: se explora el nivel alcanzado en los problemas matemáticos, relacionando los resultados entregados con los que deberían tener alcanzado al momento de la finalización de primer ciclo.
- Análisis cuantitativo: Se realiza el conteo de problemas realizados y se establece el porcentaje para cada alumno, esto se efectúa tomando en cuenta el total de problemas planteados como referencia.

Para realizar un análisis del nivel de desempeño, se utilizarán las siguientes rúbricas:

<b>EXCELENTE:</b>	75 – 100%	Resuelve entre 10 y 12 problemas.
<b>BUENO:</b>	50 – 74,5%	Resuelve entre 7 y 9 problemas.
<b>REGULAR:</b>	25 – 49,9%	Resuelve entre 4 y 6 problemas.
<b>MALO:</b>	0 – 24,9%	Resuelve entre 0 y 3 problemas.

#### 4. RESULTADOS

Luego de la aplicación del instrumento, se explicitan algunos de los resultados más importantes:

**Tabla 4**  
*Desempeño general de los estudiantes evaluados*

Tipología de problemas	Masculino			Femenino			Ambos		
	X.	DE	%logro	X.	DE	%logro	X.	DE	%logro
<b>Simples directos</b>	2,37	1,05	59,84	2,7	1	67,7	2,5	1	63,7
<b>Simples inversos</b>	1,9	1,1	47,11	2	1,04	50	2	1,1	48,2
<b>Compuestos</b>	0,32	0,56	17,5	0,31	0,45	16,52	0,3	0,48	17
<b>Múltiples formas</b>	0,3	0,29	5,42	0,05	0,14	2,65	0,1	0,2	4
<b>Total</b>	1,22	0,75	39,9	1,265	0,65	43	1,225	0,69	41,3

**Fuente:** Elaboración Propia.

**Nota:** Desempeño obtenido en la aplicación de la prueba según el nivel de problema resuelto.

En referencia a la variable de género, las niñas presentan un mejor rendimiento que los niños. El desempeño de estos últimos es de un 39,9%, en contraste con las niñas que poseen un desempeño de un 43%. A pesar de la diferencia, que no es notable, ambos grupos alcanzan un nivel Regular de desempeño.

En los problemas simples directos, el porcentaje de logro de la muestra es de un 63,7%, ubicándose en un nivel Bueno de desempeño. Los niños corresponden con un porcentaje de logro de 59,8%, mientras que las niñas con un 67,7%. Ambos comparten el mismo nivel de desempeño.

En los problemas simples inversos, el porcentaje de logro de la muestra es de un 48,2%, ubicándose en un nivel de desempeño Regular. Los niños presentan un logro de un 47,1%, en contraste con las niñas que alcanzan el 50% de logro. Los primeros se encuentran en un nivel Regular de desempeño, mientras que los segundos alcanzan un nivel Bueno de desempeño.

En cuanto a los problemas compuestos, el porcentaje de logro es de un 17%, alcanzando un nivel de desempeño Malo. Entre niños y niñas no hay diferencias significativas que mencionar. Ambos comparten el mismo nivel de desempeño general de la muestra en este nivel.

Y en relación a los problemas de múltiples formas, el porcentaje de logro de la muestra es un 4%, alcanzando un nivel Malo de desempeño. El logro de los niños es de un 5,4%, en comparación con las niñas que poseen un logro de un 2,6%.

**Tabla 5**

*Cantidad y nivel de desempeño de los estudiantes evaluados*

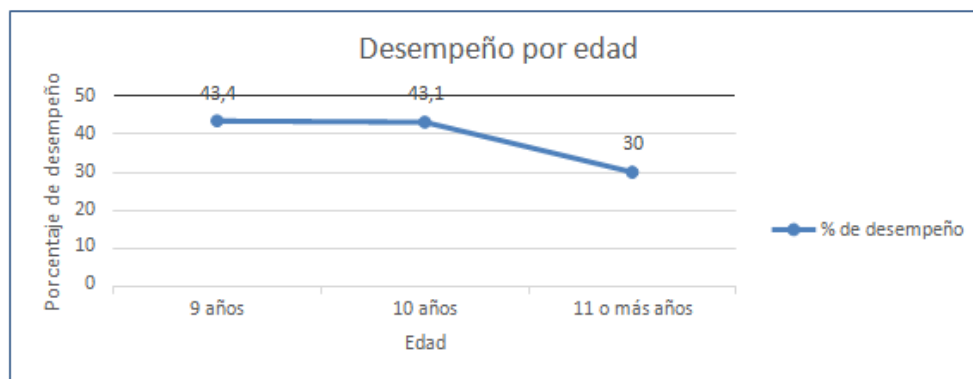
Rúbricas	Masculino		Femenino		Ambos	
	fi	% logro	fi	% logro	fi	% logro
<b>Excelente</b>	12	10,4	7	7,6	19	9,1
<b>Bueno</b>	19	16,5	21	22,8	40	19,3
<b>Regular</b>	41	35,6	28	30,4	76	36,7
<b>Malo</b>	43	37,3	36	39,1	72	34,7
<b>Total</b>	115	100	92	100	207	100

**Fuente:** Elaboración Propia

**Nota:** Logro obtenido en la aplicación de la prueba, según las rúbricas de desempeño.

En la tabla 5, se presenta la cantidad y nivel de desempeño de los estudiantes evaluados según rúbricas de desempeño. En cuanto al nivel Excelente de desempeño, de 207 estudiantes evaluados, 19 se encuentran en esta categoría, presentando un porcentaje de logro del 9,1%. De este resultado, 12 son niños y 7 son niñas. En relación al nivel Bueno de desempeño, de 207 estudiantes evaluados, 40 se encuentran en esta categoría, presentando un porcentaje de logro del 19,3%. La diferencia de número entre los niños y niñas en esta categoría no es considerable. En cuanto al nivel Regular de desempeño, y es que es donde se encuentran más estudiantes, hay una cantidad de 72 estudiantes, los cuales alcanzan un desempeño en promedio del 36,7%. En esta categoría, los niños adelantan evidentemente en el rendimiento a las niñas, siendo un total de 41 en contraste con 28, respectivamente. Y en cuanto al nivel Malo de desempeño, existe una cantidad no menor de 72 estudiantes, los cuales alcanzan un promedio de 34,7% de logro. La diferencia entre niños y niñas en esta categoría no es notable de considerar.

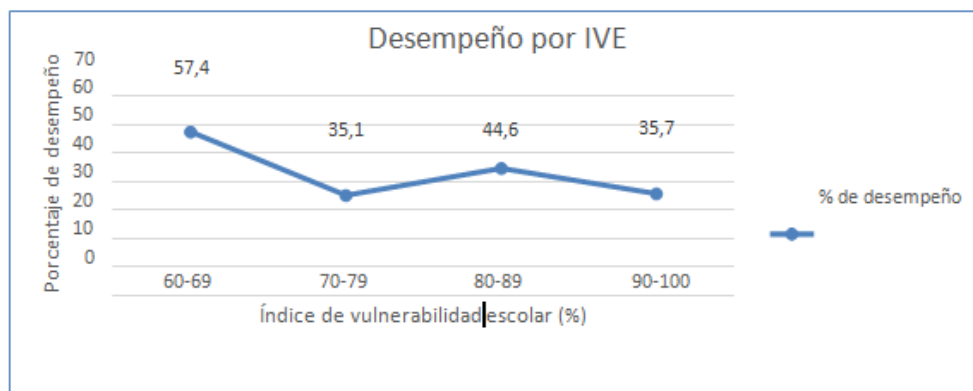
**Figura 1.** Desempeño general obtenido por los estudiantes según edad en el instrumento aplicado



**Fuente:** Elaboración Propia.

En la figura anterior, se evidencia de forma general el desempeño total de la muestra según edad. Se puede visualizar que los estudiantes de 9 años alcanzan un 43,3% de desempeño, mientras que los de 10 años un 43,1%, logrando prácticamente un desempeño similar, a diferencia de los estudiantes de 11 años o más, que presentan un desempeño de 30%. A pesar de la varianza entre este último grupo y los primeros, toda la muestra presenta un nivel de desempeño Regular, y esto se ve materializado también en las edades.

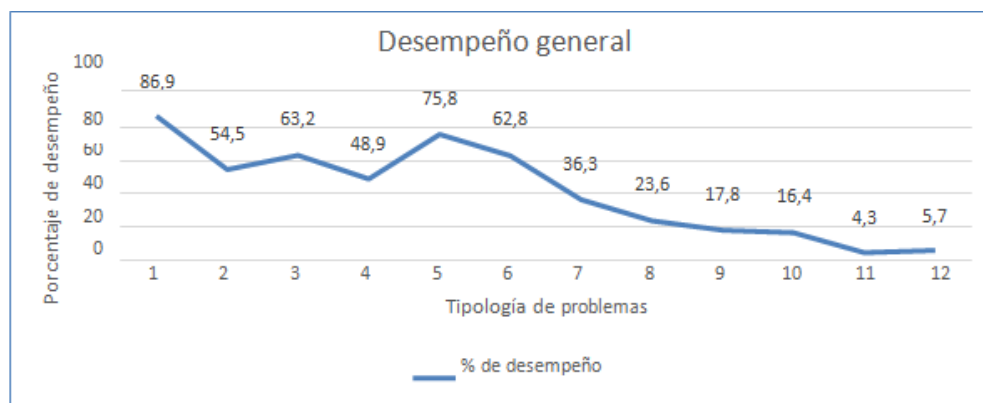
**Figura 2.** Desempeño general obtenido por los estudiantes según el índice de vulnerabilidad escolar (IVE) de las escuelas donde se encuentran, en el instrumento aplicado



**Fuente:** Elaboración Propia.

En la figura anterior, se evidencia de forma general el desempeño total de la muestra según IVE. Los estudiantes que se encuentran en escuelas que presentan un IVE entre 60 y 69, alcanzan un desempeño de 57,4%, los que se encuentran en escuelas con un IVE entre 70 y 79, alcanzan un desempeño de 35,1%, los que están en escuelas con un IVE entre 80 y 89 logran un desempeño de 44,6%, y por último, aquellos estudiantes matriculados en escuelas con un IVE de 90 y 100, presentan un desempeño de 35,7%. Se evidencia que el grupo de escuelas con mejor rendimiento son aquellas que presentan un menor índice de vulnerabilidad, logrando un nivel Bueno de desempeño, mientras que las referidas a un mayor nivel de vulnerabilidad escolar, alcanzan un desempeño Regular en resolución de problemas matemáticos de enunciado verbal.

**Figura 3.** Desempeño obtenido por los estudiantes en cada uno de los problemas planteados del instrumento aplicado



**Fuente:** Elaboración Propia.

La figura 3 evidencia de forma genérica la complejidad progresiva del desempeño de la muestra en los distintos problemas presentados. Siendo los primeros problemas una muestra más factibles de realizar, a diferencia de los últimos, los cuales no fueron resueltos con el éxito esperado.

Importante evidenciar que la muestra alcanzó un nivel Excelente de desempeño solo en dos problemas; el 1 y el 5. Sin embargo, estos dos problemas son de complejidad distinta. El problema 1 es adición y el problema 5 es sustracción. Algo similar ocurrió con el problema 3 y 6, los cuales alcanzan un porcentaje de logro similar, siendo ambos de complejidad cognitiva diferente. Esto coloca de manifiesto las intermitencias desde el punto de vista cognitivo del resolutor, al no tener adquiridas las competencias necesarias para resolver problemas aritméticos de enunciado verbal.

Sin embargo, y a pesar de lo dicho anteriormente, la complejidad progresiva que establece los autores en su tipología se cumple de forma explícita, existiendo un menor desempeño a medida que aumenta la dificultad de los problemas planteados.

En cuanto al nivel Malo de desempeño, este fue alcanzado por los estudiantes en los últimos 5 problemas, los cuales de forma intencionada son los que presentan mayor complejidad en sus enunciados y en su algoritmo. Estos casos son frecuentes en los textos de estudio de 4to básico y en los ensayos oficiales del SIMCE (Amaro et. al., 2010).

## 5. DISCUSIÓN Y CONCLUSIONES

Relacionando el objetivo del estudio con los datos arrojados por la aplicación del instrumento de recopilación de información formulado para la investigación realizada, se puede establecer que los estudiantes evaluados en la comuna de Talca, no logran resolver con éxito la totalidad de los problemas aritméticos de enunciado verbal planteados, traduciéndose cuantitativamente en un 41,3% de logro, obedeciendo a un nivel Regular de desempeño en cuarto año básico.

En cuanto a la tipología propuesta por Luria y Tsvetkova (1981), aproximadamente, el 63,7% de la muestra resuelve los problemas simples directos, el 48,2% resuelve los problemas simples inversos, el 17% de los estudiantes resuelven los problemas compuestos, y solo un 4% resuelve problemas de múltiples formas. Cabe mencionar que los estudiantes, a pesar de no haber resuelto la totalidad de los problemas planteados, respetan la complejidad progresiva que proponen los autores: información que manifiesta que la lógica cognitiva establecida por Luria y Tsvetkova (1981) en los problemas matemáticos se desarrolla de forma regular.

Al realizar una comparación por género en el desempeño del instrumento aplicado, se puede mencionar que las niñas presentan un desempeño total más exitoso en comparación a los niños en cuanto a problemas aritméticos de enunciado verbal. Esta conclusión se traduce en un 43% de desempeño de las niñas en contraste al 39,9% de los niños. Sin embargo, en el desempeño por tipo de problema, las niñas aventajan a los niños en los problemas simples directos y simples inversos, mientras que en problemas compuestos y de múltiples formas, son los niños los que obtienen mayor éxito en sus respuestas. Manifestándolo en términos simples, los niños presentan mejor desempeño en las tareas de alta complejidad, mientras que las niñas hacen lo mismo, pero en tareas menores en dificultad lógica y cognitiva.

Al realizar una comparación por edad en el desempeño del instrumento aplicado, se puede mencionar que los alumnos de 9 y 10 años presentan idéntico desempeño, siendo este mejor que los niños de 11 años, los cuales presentan un desempeño inferior en comparación a su curso y edad. Específicamente, los niños de 9 años (76) presentan un desempeño de un 43,4% en la prueba de resolución de problemas. Los niños de 10 años (101), un desempeño de 43,1%, y los niños de 11 años o más (30), un 30% de desempeño. Al realizar el análisis del grupo de 11 años, resulta tentador establecer que estos estudiantes son repitentes en su mayoría, sin embargo, esta información no es concluyente desde los antecedentes recopilados.

Tomando en cuenta el índice de vulnerabilidad escolar (IVE) de las escuelas donde se aplicó el instrumento, se puede concluir que los establecimientos que presentan menor IVE poseen un mayor desempeño en la prueba aplicada, mientras que aquellas escuelas que tienen mayor IVE poseen un menor desempeño.

Específicamente, los niños que se encuentran en escuelas con un IVE que se ubica entre 60-69%, poseen un rendimiento que se traduce en un 57,4% de desempeño. Los niños que se ubican en un IVE de 70-79%, evidencian un 35% de desempeño. Aquellos alumnos que se ubican en un IVE de 80-89%, poseen un rendimiento que se traduce en un 44,6% de desempeño. Y por último, los niños que se ubican en escuelas que presenten entre 90-

100% de IVE, presentan un desempeño de 35,7% en la prueba de resolución de problemas aritméticos de enunciado verbal. Se puede concluir que, a mayor vulnerabilidad de las escuelas de la comuna de Talca, menor es el desempeño en resolución de problemas.

Considerando los datos recogidos al realizar el análisis por reactivo, dicho de otra manera, por cada problema propuesto, se establecen múltiples conclusiones. Considerando los datos de la muestra general, en los problemas simples directos, el desempeño no es progresivo, siendo el problema uno y tres los más exitosos, con 87,5% y 61,6% respectivamente, en contraste con el dos y cuatro, con 54,3% y 48,1% respectivamente, que evidenciaron mayores dificultades. Se concluye que la diferencia radica básicamente en la operatoria utilizada, puesto que el problema uno es de adición y el problema tres es de multiplicación, a diferencia del problema dos y cuatro, que son sustracción y división, respectivamente. Esto evidencia que la opción de escoger una operatoria no es inocente, e influye en el desempeño del resolutor. Si bien esta información no es parte de las motivaciones del presente estudio, resulta atrayente pensarla como objeto de investigación en futuros trabajos.

En la resolución de problemas simples inversos, el panorama es distinto, habiendo cierta relación en la complejidad progresiva. El problema cinco y seis, fueron mayormente resueltos con un 74,1% y 60,5% respectivamente, a diferencia del problema siete y ocho, con un 34,2% y 23,2% correspondientemente. Es importante mencionar que los dos primeros problemas contienen una sustracción, mientras que los dos últimos presentan una división. La diferencia de desempeño entre estas dos operaciones, también se evidencia en el nivel anterior (simples directos).

En la resolución de problemas compuestos disminuye aún más el desempeño. En el problema nueve se evidencia un logro de 17,9%, mientras que en el problema diez, el logro es de 16,6%. En ambos casos el nivel es prácticamente análogo, a pesar de que varía la dificultad; el problema nueve contiene dos adiciones, mientras que en el diez, una adición y una sustracción.

Respecto a la resolución de problemas de múltiples formas, la situación es crítica, sabiendo que este tipo de problema está mayormente presente en pruebas estandarizadas de 4to básico y en textos de estudio del mismo nivel. En el problema once se refleja un logro de 3,5% y en el problema doce, un 5,2%. La diferencia de porcentaje de logro es mínima, aunque haya una diferencia en la complejidad; en el problema once están presentes las cuatro operaciones, dependiendo de la estrategia del resolutor, mientras que en el problema doce, existen tres operaciones, habiendo dos de multiplicación y una adición.

Al hacer el análisis por problema presentado en el instrumento, en tanto nivel de desempeño, se encuentra que solo el problema uno se encuentra en un nivel excelente de desempeño, siendo el más elemental en cuanto a la complejidad. El problema tres y seis se encuentran en un nivel de desempeño Bueno. El problema dos y cuatro se ubican en un nivel de desempeño Regular. Y finalmente, los estudiantes en la resolución del problema siete, ocho, nueve, diez, once y doce, se ubican en un nivel de desempeño malo, siendo estos últimos, problemas recurrentes en evaluaciones de 4to básico. Esta información se



puede visualizar con más detalle observando la figura 1 y el instrumento presentado en los anexos.

Es conveniente mencionar que estos datos resultan críticos en función de lo que se espera en el área de las matemáticas para los estudiantes al finalizar los primeros cuatro años de escolaridad de enseñanza general básica, no solo en la región del Maule, sino en el sistema escolar en general, y específicamente en la resolución de problemas verbales. Este trabajo evidencia que los alumnos de 4to básico de la comuna de Talca (y deseando que los resultados puedan ser replicables) están resolviendo problemas que corresponden a primero y segundo básico, lo cual sustenta un desfase entre las pruebas estandarizadas, los textos de estudio y los ensayos SIMCE, y el actual rendimiento que presentan los alumnos de la muestra.

## 6. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Amaro, V., Castro, V., Díaz, C., y Paredes, N. (2010). *El desarrollo del discurso narrativo y la resolución de problemas matemáticos de enunciado verbal en estudiantes de cuarto año de enseñanza básica de la escuela rural municipal Bajo Perquin de la comuna de San Clemente de la VII región del Maule*. Talca: Universidad Católica del Maule.
- Callejo, M. (1996). Evaluación de procesos y progresos del alumnado en la resolución de problemas. *UNO, Revista de Didáctica de las Matemáticas*, 8, 53 -63.
- Charnay, R. (1994). Aprender (por medio de) la resolución de problemas. En C. Parra y I. Saiz (comps.), *Didáctica de matemáticas. Aportes y reflexiones* (pp. 51-64). Barcelona: Paidós.
- González, T. (2009). *Metodología para la enseñanza de las matemáticas a través de la Resolución de Problemas*. Sevilla: Cedecs editorial S.L.
- Juidías, J. (2005). Dificultades de aprendizajes e intervención psicopedagógica en la resolución de problemas matemáticos. *Revista de Educación*, 342, 257-284.
- Krulik, S., y Rudnik, J. (1980). *Problem Solving, a handbook for teachers*. Boston: Allyn & Bacon Inc.
- Luria, A., y Tsvetkova, L. (1981). *La resolución de problemas y sus trastornos*. Barcelona: Fontanella.
- Ministerio de Educación. (2012). *Currículum Nacional: Ajuste curricular aprobado*. Recuperado de [www.mineduc.cl](http://www.mineduc.cl)
- Ministerio de Educación (2010). Resultados SIMCE. Unidad de Curriculum y Evaluación. Recuperado de [http://ww2.educarchile.cl/UserFiles/P0001/File/PISA/Resumen\\_Resultados\\_PISA\\_2009\\_Chile.pdf](http://ww2.educarchile.cl/UserFiles/P0001/File/PISA/Resumen_Resultados_PISA_2009_Chile.pdf)
- Polya, G. (1965) *Cómo plantear y resolver problemas: un nuevo aspecto del método matemático*. Mexico: Trillas.
- Real Academia Española. (2010). Diccionario de la lengua española (22.a ed.). Consultado en <http://www.rae.es/rae.html>
- Resnick, L. (1987). *Learning in School and Out*. Washington, D.C.: National Academy Press.
- Hernandez, R., Fernández, C., y Baptista, C. (2010). *Metodología de Investigación*. México: Mc Graw Hill.
- Schoenfeld, A.H. (1992) Learning to think mathematically: Problem solving, metacognition and sense making in mathematics. En GROUWS (ed.), *Handbook for Research on Mathematics Teaching and Learning* (pp.334-370). New York: Macmillan.
- Valenzuela, J. (2001). *Resolución de problemas matemáticos: documento de trabajo*. Talca: Universidad Católica del Maule.