La lógica matemática: una disciplina en busca de encuadre

(*Mathematical Logic: A discipline in search of a frame*)

José FERREIRÓS*

Recibido: 13.4.2010
Versión final: 23.5.2010

BIBLID [0495-4548 (2010) 25: 69; pp. 279-299]

RESUMEN: Se ofrece un análisis de las transformaciones disciplinares que ha experimentado la lógica matemática o simbólica desde su surgimiento a fines del siglo XIX. Examinaremos sus orígenes como un híbrido de filosofía y matemáticas, su madurez e institucionalización bajo la rúbrica de "lógica y fundamentos", una segunda ola de institucionalización durante la Posguerra, y los desarrollos institucionales desde 1975 en conexión con las ciencias de la computación y con el estudio de lenguaje e informática. Aunque se comenta algo de la "historia interna", nos centraremos en la emergencia, consolidación y convoluciones de la lógica como disciplina, a través de varias asociaciones profesionales y revistas, en centros como Turín, Gotinga, Varsovia, Berkeley, Princeton, Carnegie Mellon, Stanford y Amsterdam.

Palabras clave: Lógica moderna; lógica como disciplina; institucionalización; filosofía de la lógica; fundamentos de las matemáticas; lógica y ciencias de la computación; lógica y lingüística.

ABSTRACT: We offer an analysis of the disciplinary transformations underwent by mathematical or symbolic logic since its emergence in the late 19th century. Examined are its origins as a hybrid of philosophy and mathematics, the maturity and institutionalisation attained under the label "logic and foundations", a second wave of institutionalisation in the Postwar period, and the institutional developments since 1975 in connection with computer science and with the study of language and informatics. Although some "internal history" is discussed, the main focus is on the emergence, consolidation and convolutions of logic as a discipline, through various professional associations and journals, in centers such as Torino, Göttingen, Warsaw, Berkeley, Princeton, Carnegie Mellon, Stanford, and Amsterdam.

Keywords: Modern logic; logic as discipline; institutionalisation; philosophy of logic; foundations of mathematics; logic and computer science; logic and linguistics.

Una de las ramas de las matemáticas más características del siglo XX, y más célebres entre el público culto por sus resultados, es la lógica matemática. Dado su carácter novedoso dentro del árbol de las matemáticas, la lógica del siglo XX es comparable a la topología. Ambas establecieron relaciones densas con el cuerpo de conocimientos matemáticos pasado y contemporáneo, y ambas maduraron durante aproximadamente los mismo años: primeros atisbos hacia 1850 (Riemann en topología), intenso desarrollo ya hacia 1900 (con Poincaré) y una saludable madurez hacia 1930, preludio de intensos desarrollos posteriores. Pero la posición institucional de ambas resulta distinta: la topología no ha tenido problema en encontrar su nicho dentro de los Departamentos de Matemáticas, mientras que la lógica alcanzó cierta fama por su difícil encaje:

* La investigación en que se basa este trabajo ha sido financiada por los proyectos "Especiación en la ciencia: estudios histórico-filosóficos sobre la formación y consolidación de disciplinas científicas" (BFF2003–09579–C03–02) y "Estudios Sobre Historia y Filosofía de las Ciencias Físicas y Matemáticas" (Proyecto de Excelencia de la Junta de Andalucía, P07-HUM-02594).

> Jean Dieudonné, a quien le encantaban las formulaciones incisivas y mordaces [*formules à l'emporte-pièce*], decía [...] que el 95 por ciento de los matemáticos "se mofan intensamente" [*éperdument*] de la lógica matemática. (Mashaal 2000, p. 76)

Las razones de esto pueden ser múltiples, y algunas vienen a la mente con rapidez: la lógica tiene orígenes híbridos, como un mixto entre filosofía, lingüística y matemáticas; la topología, en cambio, surge de una concentración en estructuras profundas de la geometría y el análisis, de modo que es "puramente" una hija de las matemáticas.

Sin buscar una aclaración definitiva de ese fenómeno, mi objetivo será un análisis preliminar de las transformaciones disciplinarias que ha experimentado esta rama del saber. Sus orígenes como ejemplo perfecto de *especiación por hibridación* en la ciencia; su etapa de madurez en íntimo contacto con el problema de los fundamentos de las matemáticas; la plasticidad demostrada posteriormente, en interrelación con las ciencias de la computación, la lingüística, la filosofía, y las nuevas configuraciones institucionales a que esto dio lugar. Como dice un documento de la *Association for Symbolic Logic*, la mayor organización relacionada con la lógica a nivel mundial:

> La lógica es un tema [*subject*] que es a un tiempo rico y variado. Sus orígenes están en la filosofía y los fundamentos de las matemáticas. Pero durante el último medio siglo ha formado vínculos fuertes con muchas ramas de las matemáticas. Más recientemente se ha convertido en una herramienta central de la ciencia teórica de la computación, y su influencia en linguística crece con rapidez.[1]

Para mantener esta revisión del problema dentro de unos límites razonables de extensión, las discusiones que siguen son muy sinópticas, razón por la cual ha sido necesario remitir a menudo a otros trabajos más detallados.

1. *Conformación de la lógica matemática:1850-1910*

La lógica es un campo del saber que cuenta con una historia milenaria, comparable apenas a las de la geometría o la astronomía: su nacimiento se remonta a las reflexiones sobre la argumentación deductiva que emprendieron Aristóteles y los Estoicos, más o menos entre los años 350 y 200 A.E.C. Aunque Aristóteles consideró a esta "ciencia de las definiciones y las demostraciones" como una mera propedéutica, desde entonces fue habitual que la lógica se presentara como una parte fundamental de la filosofía; los estoicos reconocían tres: lógica, física y ética. La lógica experimentó una etapa de intenso desarrollo durante la Edad Media, pero en aquel momento no se la identificaba con las matemáticas: era una de las "artes" del *Trivium* o ciencias del lenguaje (lógica, retórica y dialéctica), no un arte o ciencia matemática como las que formaban el *Quadrivium*.

Todo esto cambió de manera bastante radical durante el período de intensa transformación y modernización que experimentaron las matemáticas entre mediados del siglo XIX y mitad del XX. La idea de construir un lenguaje universal y un cálculo del razonamiento, que pudiera aplicarse a toda la matemática y más allá, surgió ya en el siglo XVII con las ideas de *mathesis universalis* (Descartes), *lingua characterica* y *calculus ratiocinator* (Leibniz). Pero los grandes logros en esta dirección tardaron en llegar, y sole-

[1] Véase http://www.aslonline.org/books_perspectives.html [Visitado el 1 de mayo de 2010]

mos poner el nacimiento de la lógica matemática hacia 1850, cuando George Boole algebraizó las lógicas aristotélica y estoica, a la vez que Augustus De Morgan comenzaba a investigar el razonamiento relacional en matemáticas, con vistas a enriquecer las estructuras del silogismo aristotélico mediante nuevos patrones más ricos, que por primera vez permitieran analizar la lógica de las inferencias matemáticas.

Esta primera etapa del *álgebra de la lógica* fue significativamente diferente de una segunda etapa, asociada con los nombres de Frege, Cantor, Dedekind, Peano y Russell, y con el objetivo de formular una "*lógica de las matemáticas*". Entre 1830 y 1850 había surgido una nueva comprensión del álgebra como ciencia *abstracta* de las operaciones simbólicas, operaciones inicialmente no interpretadas, pero que pueden "aplicarse" luego a contenidos numéricos o geométricos. No era fácil encontrar nuevos campos, significativamente distintos, que suministraran dominios de aplicación del álgebra simbólica: Boole y De Morgan cayeron en la cuenta de que los silogismos y las inferencias básicas del cálculo proposicional conformaban precisamente uno. Esta corriente continuó desarrollándose durante el resto del siglo, para alcanzar su apogeo con contribuciones al álgebra de relaciones elaboradas por C. S. Peirce y sistematizadas sobre todo por Ernst Schroeder en sus *Lecciones sobre el álgebra de la lógica* (1891–1895).

Mientras tanto, en Alemania sobre todo, surgían intentos de profundizar en los fundamentos de las matemáticas y afrontar con todo rigor el estudio de temas que hasta entonces se habían considerado más filosóficos que matemáticos. Autores como Carl Weierstrass, Richard Dedekind y Gottlob Frege atacaron el problema de aclarar el concepto de número, en la creencia –muy leibniziana– de que tenía unas bases lógicas perfectamente precisas, no menos rigurosas que cualquier problema matemático de la geometría o del análisis. Andando este camino se vieron llevados al estudio de la teoría de conjuntos (que Dedekind estableció como verdadero fundamento de toda la matemática en varios trabajos clásicos, y donde muy pronto G. Cantor sería el innovador más radical) pero también a elaborar una lógica de predicados y relaciones, de variables y cuantificadores. Un sistema de lógica formal, de madurez muy sorprendente, fue elaborado y publicado por Frege en su *Conceptografía* (1879). Otra elaboración más improvisada, aunque incisiva, fue la de Peirce (por ejemplo en su artículo de 1885), y finalmente el matemático italiano Giuseppe Peano (1889, 1895) formuló también un cálculo lógico similar.

Conviene enfatizar que estas nuevas contribuciones provenían sobre todo de matemáticos con un marcado interés por la filosofía y los espinosos problemas de los fundamentos del conocimiento matemático. Sus contribuciones reorientaron el discurrir de la tradición lógica, y retrospectivamente podría decirse que arrebataron a la filosofía un terreno que hasta entonces había considerado propio, para conformar una nueva disciplina característicamente matemática. Pero tal cosa no debía resultar obvia ni siquiera a las alturas de 1895. De hecho, la recepción de aquellos trabajos seminales fue más intensa entre los filósofos que entre los propios matemáticos. Y autores como Frege o como Bertrand Russell —cuyos *Principios de la matemática* y el monumental *Principia Mathematica*, en colaboración con A. N. Whitehead, marcaron la visión pública del asunto a principios del siglo XX— han sido siempre vistos, con razón, como híbridos de filósofo y matemático.

Resulta más que probable la tesis de que los debates sobre los fundamentos de las matemáticas, y en particular las discusiones en torno a la teoría de conjuntos, fueron la causa fundamental del amplio arraigo de las nuevas ideas lógicas a partir de 1900. De hecho, durante el cambio de siglo, el campo de la teoría de conjuntos no es disociable de la lógica matemática a nivel disciplinar e institucional. Con Dedekind, Hilbert y Zermelo, los conjuntos se convirtieron en la base fundacional de toda la matemática pura, de manera que las teorías de los números, del orden, de la topología, de las estructuras algebraicas, se veían fundadas en los principios conjuntistas. Gracias a Cantor, estas nuevas ideas originaban desarrollos sorprendentes como sus teorías de los números transfinitos, y planteaban problemas de gran simplicidad y belleza como el Problema del Continuo y el Problema del Buen Orden (Hilbert 1900, problema 1). Los matemáticos de Göttingen, centro mundial por excelencia en aquel momento, siguieron a David Hilbert en una apuesta decidida por estos nuevos enfoques conjuntistas, que perfeccionaron dándoles una orientación más explícitamente axiomática.

Es sobre la base de esta situación intelectual que hay que comprender el alcance de los debates sobre la lógica y la teoría de conjuntos en los primeros años del XX. Por todo ese trasfondo, las *paradojas* o *antinomias* en la teoría de conjuntos y los debates en torno al teorema del Buen Orden demostrado por Ernst Zermelo produjeron un impacto profundo. En lo fundamental, fue *sólo* a partir de dicho impacto que los sistemas de lógica formal pasaron a verse como indispensables en la fundamentación de las matemáticas.

Debo aclarar que, aquí y en lo que sigue, cuando hago juicios de este tenor tengo en mente a *grupos significativos* de la comunidad matemática. Que matemáticos más o menos aislados, como Schroeder o Peano, se hubieran convencido de la importancia de los sistemas lógicos antes de 1900, no resulta en absoluto una refutación de la afirmación anterior. Todo el planteamiento de este artículo es disciplinar, y por tanto comunitario, evitando guiarse por aquello que es válido sólo para individuos aislados.

Sin entrar en detalles, podemos decir que las primeras paradojas conjuntistas fueron encontradas hacia 1896/97 por Cantor, quien las comunicó a colegas como Hilbert[2]. Reflexionando sobre las paradojas cantorianas, Russell encontró la antinomia de la clase de todas las clases que no son elementos de sí mismas (descubierta algo antes por Zermelo), que lleva su nombre. La publicación en 1903 de los *Principles* por Russell, y del segundo volumen de la obra magna de Frege, marcó la percepción pública de las paradojas y difundió la idea de que había una *crisis* en los fundamentos de las matemáticas. Frege terminaba su volumen reconociendo una quiebra en los cimientos mismos del trabajo de su vida, con un rigor intelectual y una entereza que hizo afirmar a Russell: "al pensar en actos de gracia e integridad, me doy cuenta de que ninguno que yo conozca se compara con la dedicación de Frege a la verdad"[3]. Los partidarios de la visión conjuntista de las matemáticas promovida por Hilbert se veían en serios

[2] Elementos de una de ellas fueron planteados por el colaborador de Peano C. Burali-Forti, de ahí que Russell la bautizara como la "paradoja de Burali-Forti" o de los ordinales.

[3] Carta a Van Heijenoort de 1962, en Van Heijenoort 1967, p. 127.

apuros, como reconoció él mismo en el Congreso Internacional de los Matemáticos de 1904.

En ese mismo año Zermelo lograba resolver uno de los problemas fundamentales que Cantor había planteado, dando una demostración de que todo conjunto puede ser bien ordenado. El conjunto **R** de los números reales, en su orden usual, claramente no está bien ordenado, pero el teorema de Zermelo implicaba que "existe" un buen orden de **R**. Fue sobre todo por esta razón, por la impresión generalizada de que era imposible definir explícitamente tal buen orden de **R**, que la demostración de Zermelo fue blanco de serias críticas. Aquella se basaba en el Axioma del Conjunto Potencia y el Axioma de Elección, convertido en el pilar sobre el que era posible esa afirmación de "existencia" en abstracto. Matemáticos de diversas procedencias comenzaron a criticar la matemática conjuntista —y sus epítomes, Elección y el teorema del Buen Orden— por ser demasiado abstracta, demasiado alejada de lo que cabe construir explícitamente o definir efectivamente. El debate fue intenso en 1905, y sus efectos se dejarían sentir al menos hasta los años 1930.

La presión de estos nuevos problemas, y la aparición también de otras paradojas que hoy llamamos *semánticas* (como las llamadas de Richard o de Grelling), impulsaron decididamente la axiomatización y la formalización de las teorías matemáticas. Mediante la axiomatización de la teoría de conjuntos, Zermelo trató de mostrar que los principios que él utilizaba eran perfectamente coherentes y no podían dar origen a contradicciones. Por otro lado, las paradojas semánticas mostraban que pueden aparecer contradicciones siempre que se manipulen los conceptos de *definición* y de *verdad* con la libertad que nos permite el lenguaje natural. La solución consistió en evitar las ambigüedades del lenguaje natural y trabajar empleando lenguajes formales. Dentro de un sistema formal, los medios para la formación de expresiones están estrictamente regimentados o regulados, de manera que se corta de raíz la aparición de paradojas semánticas. En general, los sistemas formales matemáticos no tienen medios para "hablar" de verdad o definición; aparece así la distinción entre lenguaje y *metalenguaje*. La apuesta por combinar axiomatización y formalización lógica fue el reto de Hilbert y los suyos, y esa apuesta pasaba por el desarrollo de la lógica matemática.

No podemos aquí discutir con mayores detalles el surgimiento de la lógica matemática[4]. Enseguida discutiremos las facetas institucionales del mismo asunto, pero aun limitándose al esbozo anterior, debería quedar claro cómo hubo interacciones entre la lógica tradicional, rama de la Filosofía, y las nuevas tendencias en fundamentación de la Matemática[5]. Producto de esas interacciones fue el nacimiento de la Lógica Matemática. No parece haber sido casualidad el que autores clave en todo este proceso, como Cantor, Frege o Russell, cultivaran tanto las matemáticas como la filosofía; los dos últimos son considerados pioneros de una de las ramas más influyentes de la

[4] Véase Moore (1988), Rodríguez Consuegra (1991), Castrillo (1993), Vega (1997) y (1999), Mancosu et al. (2009). Por cierto, Luis Vega ha dedicado varios trabajos desde 2001 al desarrollo institucional de la lógica en España.

[5] He analizado algunos de los aspectos profundos de estas interacciones en artículos anteriores como Ferreirós (2001).

filosofía del siglo XX: la *analítica*. A resultas, el campo de la Lógica fue arrebatado a su disciplina madre; o cuando menos, dicho campo se vio modificado profundamente por la intervención clave de los matemáticos, y pasó a configurarse como un terreno interdisciplinar entre matemáticas y filosofía.

Por supuesto, al presentar así las cosas he operado una simplificación, que ahora debo cuando menos mencionar. Buena parte de los desarrollos relacionados con el rótulo de "Lógica" en el siglo XIX se orientaron en una dirección opuesta, considerándola como parcela de la psicología. Nótese que la propia psicología es una disciplina que nació como hija de la filosofía, bajo el impulso de la introducción de métodos experimentales. Era natural que se diera una "lógica psicológica", para lo cual había semillas en la propia tradición lógica, por ejemplo la consideración de los métodos inductivos. Tres ejemplo clave, entre tantos que podrían darse, son la obra maestra de J. S. Mill, su *Sistema de lógica* (editado en 1843 y reeditado numerosas veces); los escritos de W. Wundt, uno de los pioneros de la psicología experimental, pero todavía filósofo (en particular su *Lógica* de 1880); y la primera obra de E. Husserl, su *Filosofía de la Aritmética* (1891), duramente criticada por Frege precisamente por su psicologismo[6]. Una tarea todavía por hacer es escribir la historia de la lógica matemática como resultado de un proceso complejo de lucha por el alma de la Lógica (si se me permite hablar así) librado por las tres disciplinas: filosofía, matemáticas y psicología. El éxito de la lógica formal o matemática se debió, en buena medida, a la intensidad y densidad de sus relaciones con las nuevas tendencias matemáticas, al desarrollo de los estudios de fundamentos y al modo en que dicho estudio llegó a depender de la combinación entre lógica, axiomática y teoría de conjuntos.

2. *Primera institucionalización: "lógica y fundamentos", 1910-1940*

Como ya he dicho, la recepción entre los matemáticos de la nueva lógica fue lenta, y sólo recibió un impulso notable a partir de 1900. Muchas de las reconstrucciones históricas que se han propuesto durante los últimos 70 años son sesgadas, *whiggish* como suele decirse en inglés, por presuponer la visión posterior acerca de la importancia de la lógica matemática y revisar las décadas anteriores a 1900 de manera anacrónica. Una visión más contextual y sincrónica puede obtenerse por ejemplo del libro de Ueberweg (1882), un filósofo famoso ante todo como historiador de la filosofía, o las reconstrucciones recientes de Peckhaus (1997) que enfatizan temas habitualmente ignorados como la discusión de la llamada "cuestión lógica" entre los filósofos alemanes del XIX.

Una buena indicación de la percepción colectiva de la relevancia de lógica y teoría de conjuntos nos la puede dar la presencia de ambos temas en obras de gran síntesis (como la *Enciclopedia de las ciencias matemáticas* editada por F. Klein) y en revistas de reseña como el *Jahrbuch für die Fortschritte der Mathematik*. Pues bien, la *Encyiklopädie* coordinada por Klein —gran empresa colectiva que vio versiones alemana y francesa, con diferencias entre sí— no incluía todavía ningún capítulo dedicado a la lógica elemental.

[6] Sobre este tema puede verse el trabajo de Kusch (1995), así como el libro de Peckhaus (1997) que trata las polémicas sobre la lógica.

Sí había uno sobre teoría de conjuntos en el Vol. 1 (1898), redactado por A. Schoenflies, y que en la versión francesa se vio muy modificado de la mano de R. Baire. En cuanto al *Jahrbuch*, hasta 1904 no dispuso de un subapartado propio para la teoría de conjuntos, y esto era dentro del apartado de "Historia, Filosofía, Pedagogía": el cap. 2, sec. B se especializa en "Mengenlehre". En años anteriores, la clasificación de estos temas y los de lógica era fundamentalmente dentro de "Filosofía" de las matemáticas, como acontece con el tratado de Dedekind sobre los números naturales, y nada menos que con los *Principia Mathematica* de Whitehead y Russell, ¡aún en la edición de 1925![7] Si nos fijamos en el caso de los trabajos pioneros de Cantor, la clasificación resulta muy errática: a veces vienen encuadrados en "teoría de funciones", otras en "ecuaciones" o en "geometría", llegando a darse el caso de que su obrita fundamental *Grundlagen* [*Fundamentos para una teoría general de conjuntos*] se encuentra reseñada en el capítulo VIII.1 ¡sobre principios de la geometría!

No es menos relevante la situación "excéntrica" de los primeros lógicos matemáticos importantes: valgan como ejemplos figuras de la importancia de Dedekind, Schroeder y Frege (nacidos entre 1831 y 1848, en ese orden). Pese a su gran importancia como matemático, Dedekind se contentó con ser profesor en la Escuela Politécnica de su ciudad natal, Brunswick, y nunca tuvo discípulos directos. Schroeder fue también profesor en los Politécnicos de Darmstadt y Karlsruhe; sólo en alguna ocasión aislada pudo ofrecer clases de lógica, pese a ser visto como su mayor representante en la Alemania de los años 1890. Y Frege fue profesor en una universidad muy secundaria, Jena, e incluso en esa posición el desarrollo de su carrera encontró dificultades. Ninguno de ellos tuvo un discípulo de importancia.

2.1. Primeros atisbos institucionales

La situación comenzaría a cambiar con una generación posterior, la de Peano y Hilbert (nacidos en 1858 y 1862). El primero fue profesor en Turín desde los años 1880, tanto en la Universidad como en la Academia Militar, y desempeñó una actividad muy intensa, reuniendo un círculo amplio de colaboradores. Su interés por cuestiones de fundamentos y por la sistematización de las matemáticas, junto con su admiración por la obra de Grassmann y su atracción por la lingüística, estuvieron en el origen del proyecto de elaborar un lenguaje artificial para las matemáticas. Entró en el campo de la edición publicando la *Rivista di Matematica* desde 1891, y muy pronto dedicó sus empeños a un proyecto grandioso y enciclopédico, el *Formulario mathematico*, editado entre 1895 y 1908. Esta obra combinaba el interés de Peano por la lógica, estando redactada enteramente en lenguaje simbólico, con su preocupación por el rigor, la didáctica y la sistematización de las matemáticas. Curiosamente, era una recopilación de "todos los teoremas" matemáticos, lo que —según escribió Peano en 1892— "sería largo y difícil en el lenguaje ordinario, pero se hace significativamente más sencillo al emplear la notación de la lógica matemática". Sin embargo, los teoremas se presentaban *sin demostra-*

[7] Las reseñas del *Jahrbuch*, que en su momento fue la principal revista de referencia (al modo del *Mathematical Reviews* actual), están disponibles en Internet: http://www.emis.de/projects/JFM/ [Visitado el 1 de mayo de 2010]

ción: el interés se centraba en una especie de prontuario sistemático, pero no era nada parecido a un manual.

Hay quien opina que el *Formulario* marca el fin de las contribuciones más originales de Peano, y su dedicación a una obra de "apostolado" que "limitó la obra del matemático e impidió su completa estimación" por parte de otros (como dijo su alumno Beppo Levi, quien acabaría trabajando en la Argentina). De todos modos, para llevarla a cabo Peano reunió un numeroso grupo de colaboradores, entre asistentes suyos como G. Vailati, profesores de secundaria, algún profesor de la Academia Militar como el ya mencionado C. Burali-Forti, y algún profesor de la Universidad como sería el caso de uno de sus colaboradores más originales, Mario Pieri. Burali-Forti publicó el tratado *Logica matematica* en 1894, que bien puede ser el primero con ese título en cualquier lengua. Todo ello estimuló la difusión de la lógica y despertó la admiración de extranjeros como Russell, pero lo cierto es que Peano no logró contribuir a la institucionalización de la lógica matemática de manera sólida. Su influencia fue disminuyendo con los años, y a su muerte en 1932 Italia había perdido (al menos comparativamente hablando) la brillantez de las últimas décadas del XIX.

Distinta y más exitosa fue la situación con un matemático de mayor calibre, Hilbert, de quien cabe decir que fue el gran promotor de la teoría de conjuntos y la lógica a comienzos del XX. Llevó al empeño el gran peso de su influencia y renombre, y supo emplear para ello la magnífica vía que tenía en sus manos con la revista *Mathematische Annalen*, y el prestigio y la influencia de los matemáticos de Göttingen, un centro del máximo nivel internacional. Hilbert dirigió 69 tesis doctorales, de las cuales 7 se centraron en lógica y teoría de conjuntos (véase *Abhandlungen*, vol. 3, apéndice). Zermelo afirmó años después que fue esencialmente gracias a Hilbert como percibió la importancia de los problemas de la teoría de conjuntos (Ferreirós 1999, p. 317).

Precisamente Zermelo fue quien recibió el primer encargo oficial y remunerado como docente de lógica matemática en Alemania, siendo probablemente el primero también en el mundo. Esto sucedía en 1908 en la Universidad de Göttingen. El propio Hilbert había impartido clases sobre "los principios lógicos del pensamiento matemático" en 1905, momento en el cual su estrategia *metamatemática* para asegurar los fundamentos conjuntistas de la nueva matemática había convertido al formalismo lógico en pieza clave. A partir de esta fecha, las cuestiones de lógica y fundamentos fueron un tema importante en la agenda de Göttingen, y Hilbert consideró a Zermelo como el principal encargado del asunto (mientras él se ocupaba de otros problemas bien distintos: análisis funcional y luego física). Zermelo había sido nombrado profesor "titular" en 1905 (lo que se traduciría a nuestro sistema más o menos como un asociado), pero su salario era precario. Esto fue el motivo inmediato de que Hilbert consiguiera para él un encargo específico y remunerado como docente de "Lógica Matemática y temas afines" en 1908.

En 1910 se intentó el nombramiento de Zermelo como profesor "extraordinario" (digamos titular, buscando un análogo en la España actual: el "ordinario" era el titular de una cátedra), pero ya tarde, porque recibió y aceptó una oferta de Zurich. Y con esto acabó la breve trayectoria de esta primera institucionalización de la lógica. Conviene añadir que por estos años se encontraban en Göttingen otros matemáticos y filósofos fuertemente interesados en estos asuntos, como K. Grelling, quien realizó una tesis con Hilbert en 1910, y H. Weyl, que precisamente en 1910 realizó un interesante trabajo crítico sobre la teoría de conjuntos, donde se aproximaba a la lógica de primer orden (Ferreirós 1999, pp. 357-59).

Lo dicho merece unas palabras más, a fin de explicar ese carácter clave del formalismo lógico para Hilbert, y con ello mi tesis de cómo los eventos de los años 1900 modificaron la situación. La idea clave de lo que es un *sistema formal* se debe esencialmente a Frege, para quien constituía un expediente metodológico importante a la hora de verificar cuáles eran exactamente los principios sobre los que se basaba su fundamentación de la aritmética. Y esto importaba, fundamentalmente, porque se trataba de defender cierta tesis *filosófica* acerca de dichos principios: la lógica formal era un expediente metodológico muy importante, pero de ningún modo un fin en sí mismo. Ya hemos visto que con las paradojas, y especialmente las paradojas semánticas, la necesidad de emplear sistemas formales se hizo mucho mayor: no se trataba ya de certificar que cierto análisis de la teoría era completo, sino de *restringir* los mecanismos para la formulación de proposiciones y definiciones, eliminando así las paradojas. Pero enseguida vino una tercera fase: en 1904/05 Hilbert concibió los primeros atisbos del célebre programa de Hilbert para una fundamentación basado en la *teoría de la demostración* [*Beweisstheorie*].

La idea era utilizar la formalización estricta de una teoría matemática, mediante axiomatización y lenguaje lógico, como base para un análisis de las combinaciones de símbolos (y por tanto las demostraciones) admisibles. Tal análisis podía ser combinatorio y finitario, ya que las proposiciones y las demostraciones en un sistema axiomático formalizado no son otra cosa que combinaciones finitas de símbolos, realizadas mediante reglas perfectamente explicitadas y mecánicas. Con lo cual surgía la idea de emplear una mínima parte del razonamiento matemático (la más simple e indiscutible) como palanca mediante la cual elevar la matemática moderna despejando todas las dudas escépticas sobre la seguridad de sus fundamentos. Se hacía posible investigar la estructura de las demostraciones dentro de cada teoría matemática: de ahí el nombre de "teoría de la demostración"; y en particular, parecía posible resolver el problema de la *consistencia* (ausencia de contradicción) de cada teoría matemática, como un problema meramente matemático. Pero nótese: este paso convertía a los sistemas formales en *clave de bóveda* para el programa de Hilbert, y en particular para su objetivo metamatemático principal: establecer la consistencia de las teorías matemáticas. El lector puede ahora juzgar, por comparación, cómo había cambiado la situación con respecto a la época de Frege, comentada en el párrafo anterior.

Como vemos, el proceso fue gradual, pudiendo establecerse tres etapas bien ejemplificadas por el desarrollo de las reflexiones del propio Hilbert. Hacia 1895, era un partidario declarado de la nueva matemática y los métodos de teoría de conjuntos, pero en su mente esto no tenía ninguna conexión con los lenguajes formales. Tras el descubrimiento de las paradojas (que Hilbert conoció a través de Cantor, en 1897), comenzó a ver la importancia de los lenguajes lógicos, en los que trabajaban Frege y Peano, como salvaguarda frente a inconsistencias. Pero en 1905 dichos lenguajes se convirtieron en indispensables como clave de su estrategia para afianzar los fundamentos de las matemáticas, a través del análisis de la combinatoria simbólica en teorías formales. Este es el gran tema al que volvería después de la Gran Guerra de 1914 a 1918, de la mano de P. Bernays (quien también se había doctorado en Göttingen, bajo la dirección del analista Landau, y fue luego ayudante de Zermelo en Zurich).

2.2. Institucionalización: la escuela de Varsovia

Volvamos a la lógica como disciplina institucionalizada, considerando dos ejemplos modélicos de la que llamo *primera institucionalización* de esta subdisciplina, en la primera mitad del siglo XX: el caso de la Universidad de Varsovia desde su refundación en 1915, y el caso de la Universidad de Berkeley. Pero conviene no dejarse deslumbrar por los sucesos favorables, y por ello realizaré también algún comentario sobre acontecimientos en los que eran centros tradicionalmente muy pujantes en matemáticas, como París, Göttingen y Berlín. De entrada, conviene indicar que ninguno de ellos aparece mencionado en una página de información (quizá incompleta) sobre la lógica alrededor del mundo disponible en Internet y referente al día de hoy.[8]

Pese a lo favorable a la lógica que era el ambiente en Göttingen, los temas de trabajo mayoritarios eran otros, y la tímida institucionalización que ocurrió con Zermelo fue muy breve. Así, es notable que N. Wiener criticara la situación durante su visita en 1913, llegando a decir en una carta a Russell: "la lógica simbólica goza de poco favor en Göttingen" (Mancosu 2003, p. 59). No hace falta enfatizar que el joven Wiener (recién doctorado a los 19 años) muestra aquí cierta falta de percepción y de capacidad interpretativa; también es verdad que el momento era poco propicio, ya que los mencionados Zermelo, Grelling y Weyl ya no estaban allí. Russell contestaba diciendo que le decepcionaban las noticias, porque había tenido la esperanza de que fuera de otro modo. Si tales eran sus percepciones del centro que representaba la punta de lanza a nivel mundial para la matemática moderna, imaginemos lo que habrían pensado de París o Berlín.

Pero hay algo cierto: incluso durante los años 1920 y 30, cuando Hilbert centró su atención en la cuestión de los fundamentos, la posición institucional de la lógica en Göttingen siguió siendo precaria. El gran lógico Paul Bernays se convirtió en colaborador indispensable de Hilbert, verdadero autor por ejemplo del monumental *Grundlagen der Mathematik* (Hilbert & Bernays 1934-1939), y acabó siendo la cabeza visible de la lógica en Göttingen (como tal lo recordaba el norteamericano A. Church, y como tal dirigió la tesis doctoral de S. Mac Lane, defendida en 1934). Pero no era más que profesor "extraordinario", hasta que en 1933 las leyes raciales nazis lo dejaron sin ese puesto.

Si volvemos la vista a París, hacia 1900 hubo ciertamente una introducción y apropiación de los nuevos métodos conjuntistas, sobre todo de la mano de una nueva generación de especialistas en análisis: Borel, Baire y Lebesgue, que realizaron aportaciones de gran importancia al desarrollar la teoría de la medida y resultados sobre funciones con una fuerte base conjuntista, como la *jerarquía de Baire*. Pero los matemáticos

[8] Véase http://world.logic.at/ [Visitado el 1 de mayo de 2010]

franceses se mantuvieron al margen de las nuevas ideas lógicas o bien las criticaron, como hizo sobre todo el gran líder que era H. Poincaré (y como hicieron desde una posición constructivista los tres citados más arriba). En todo caso, su apropiación del tema no dio lugar a nuevos desarrollos institucionales, y aún muchos años después la desaparición de algunos jóvenes que se interesaron por el tema en los años 1930, especialmente la de J. Herbrand, fue —según suele considerarse— causa de un largo atraso de Francia en este campo.

Todo ello contrasta con el notable caso de Varsovia (Wolenski 1988, Duda 1996), que debe verse como un magnífico ejemplo de florecimiento matemático desde una situación periférica. La *escuela de Varsovia* llegó a convertirse en un centro de renombre internacional en teoría de conjuntos y temas relacionados como la teoría de funciones, la topología y la lógica matemática, produciendo especialistas del renombre de A. Tarski, C. Kuratowski y A. Mostowski. Estableció nada menos que la primera revista internacional dedicada específicamente a estos temas, *Fundamenta mathematicae*, aparecida en 1919 y primera revista especializada en una subdisciplina dentro el mundo de las matemáticas. La idea surgió de dos hombres nacidos en la década de 1880: los matemáticos W. Sierpinski y Z. Janiszewski (muerto prematuramente en 1920, pero reemplazado en la empresa por S. Mazurkiewicz). Debe tenerse en cuenta que era la época de la independencia polaca, al desaparecer con su derrota en la Gran Guerra el dominio político de Alemania, produciéndose el consiguiente fermento nacionalista.

Sierpinski deseaba ver una "matemática polaca" y se convenció de que su comunidad matemática necesitaba especializarse en algún tema innovador para poder crecer y consolidarse. Janiszewski, formado en París con Lebesgue, estaba de acuerdo y llegó además a la conclusión de que en el panorama internacional se necesitaban revistas especializadas para facilitar el trabajo de los expertos (Duda 1996). "Buscando ganar una posición adecuada en el mundo científico", los de Varsovia decidieron publicar una revista especializada en sólo una rama de las matemáticas: "teoría de conjuntos y problemas relacionados". Rúbrica que para ellos incluía temas afines como la teoría de funciones de variable real, la topología o *analysis situs*, la investigación axiomática, y la lógica matemática.

En el proceso, aquellos matemáticos se aliaron con los lógicos-filósofos que habían surgido desde la Universidad de Lvov, y que a esas alturas se habían situado como profesores en Varsovia: J. Lukasiewicz y S. Lesniewski. Conviene explicar que Lukasiewicz fue una figura de gran peso político, siendo nada menos que Ministro en 1919, y luego Rector de la Universidad durante los años 1920. Así, su influencia sobre los matemáticos de Varsovia se dejó sentir fuertemente. En resumidas cuentas, la iniciativa de Sierpinski y Janiszewski fue muy exitosa: en particular, su revista fue recibida como uno de los fenómenos más notables en el panorama matemático del momento (Duda 1996, pp. 489-490). El impacto de *Fundamenta* se dejó sentir sobre todo en dos áreas muy dinámicas y de excelencia en aquella época, la teoría general de conjuntos y la topología. En torno a esta aventura acabaría surgiendo una poderosa comunidad de especialistas, cuyo máximo exponente sería Tarski, en cuya formación influyeron especialmente su *Doktorvater* Lesniewski y el gran personaje que era Sierpinski.

No fue Varsovia el único lugar donde en esos tiempos se dio una cierta institucionalización de la lógica matemática y principalmente de la teoría de conjuntos, sino que existieron desarrollos más o menos comparables en Viena (con el célebre Círculo), en Moscú (la escuela de N. Luzin), en Amsterdam (en torno a L. E. J. Brouwer), etc. Ahora bien, los acontecimientos de la escuela de Varsovia nos dan el ejemplo más logrado de inserción de la lógica en el tejido de la comunidad matemática: de Viena, por ejemplo, surgiría desde luego una figura portentosa como la de K. Gödel, pero desde un punto de vista disciplinar e institucional la situación no fue ejemplar como en Varsovia.

Tras los acontecimientos de los años 1930 —que en lo intelectual supusieron una década casi milagrosa para la lógica, de consolidación y maduración definitiva, pero en lo político trajeron disrupciones profundas para muchos de los desarrollos que se estaban dando en Europa—, es bien sabido que los centros de gravedad institucionales se desplazaron al continente americano. Tantas de las figuras mencionadas (Gödel, Tarski, diversos miembros del Círculo de Viena) se vieron desplazadas por la persecución étnica y política, y reubicadas en Estados Unidos, de donde vino también el desarrollo de nuevas actividades en Harvard, Princeton, Berkeley, etc.

3. La segunda ola institucional: 1945-1975

En este contexto, y a la luz de la notable personalidad del "napoleónico" Alfred Tarski, hay que comprender la aparición del mayor centro de la lógica matemática a mediados del siglo XX: la escuela de Berkeley. El momento era propicio, ya que la lógica matemática estaba teniendo muy buena acogida en EE.UU. —ver Manzano 1997. En 1936 se fundó la *Association for Symbolic Logic*, y con ella vio la luz la segunda (y pronto la más importante) revista especializada en los temas que nos ocupan: el *Journal of Symbolic Logic*. Esta revista surgió diecisiete años después de *Fundamenta Mathematicae*, y las diferencias entre sus nombres son significativas de ciertas diferencias en la tendencia que representan. Si en el *Journal* ya son centrales las nuevas técnicas lógicas desarrolladas en los años 1920 y 30, la lógica matemática tal como la conocemos, el núcleo de *Fundamenta* era la teoría de conjuntos asociada a teoría de funciones, topología, etc. El desplazamiento marca el ascenso definitivo y plenamente maduro de las técnicas formales.

Como queda dicho, el caso de Berkeley no fue el único en EE.UU., y su enorme éxito se debió sin duda a las excepcionales posibilidades que encontraron las universidades norteamericanas en la posguerra. En este sentido, conviene indicar, aunque solo sea de paso, la importancia de la figura de Alonzo Church, profesor en Princeton desde 1929, que se había formado de modo "autóctono" con O. Veblen (aunque pasó el año 1928/29 en Amsterdam y Göttingen, centros enfrentados por la disputa sobre los fundamentos de la matemáticas). Hay que indicar que Princeton era ya un lugar muy activo en lógica durante los años 1930, un centro a nivel nacional e internacional. Además de Church y sus estudiantes, incluidos S. C. Kleene y el célebre Alan Turing, en el vecino *Institute for Advanced Study* se encontraban nada menos que J. von Neumann y Gödel. (Como dato relevante, las lecciones que dio Gödel en la primavera de 1934 sobre sus epocales teoremas de incompletitud fueron redactadas por dos alumnos de Church, Kleene y J. B. Rosser, y se convirtieron en referencia clave del tema.)

En suma, Princeton reunía a parte de lo más granado en el panorama lógico internacional, lo cual probablemente tuvo un gran papel en mejorar la formación del propio Church y sus alumnos.

Se debe resaltar el papel inmenso que Church desempeñó en la consolidación y despegue de la comunidad de lógicos en EE.UU (ver Manzano 1997). Además de otras muchas actividades, dirigió nada menos que 32 tesis doctorales en temas de lógica, pasando alumnos suyos a ocupar puestos en Berkeley, Harvard, Nueva York, el MIT, Cornell, etc. Fue maestro de muchos lógicos importantes —Kleene, Turing, L. Henkin, M. Davis, etc.—, y por cierto, tanto su obra como la de sus discípulos son testigos de la transferencia de intereses entre la lógica matemática y el campo de la computación, tema del que hablaremos en una sección posterior. Por otro lado, Church desarrolló una intensísima labor en torno al *Journal of Symbolic Logic*, trabajando como editor, recopilando sistemáticamente bibliografía sobre lógica, realizando una labor inmensa como recensor, etc. Todo un entregado y abnegado inspirador del despegue de la lógica en EE.UU.

En cuanto a Tarski, no hay duda de que fue uno de los mayores lógicos del siglo y un profesor excepcional, pero también resulta claro que sin su determinación el desarrollo institucional en Berkeley hubiera sido distinto. Su caso fue uno de los más exitosos dentro del tristemente célebre proceso de emigración forzada de científicos europeos debido a los fascismos y la Guerra Mundial. Miembro destacadísimo de la magnífica escuela polaca de entreguerras, contaba con una gran formación en lógica, matemáticas y filosofía. La invasión nazi de Polonia le pilló por sorpresa estando en los Estados Unidos, de manera que ya no volvió a Europa ni se reuniría con su familia hasta años más tarde. Tras varios puestos temporales en Harvard, Nueva York y Princeton, en 1942 pasó a formar parte del Departamento de Berkeley, primero en forma precaria aunque con promesas de renovación, y avanzando rápidamente tras la Guerra hasta ser *full professor*. Desde entonces trabajó sin pausa con el objetivo de convertir a Berkeley en una auténtica factoría de lógicos del mayor nivel. En ello empeñó su inmensa energía, capacidad de liderazgo, y obstinación en lograr sus propósitos; las mismas que, sin ir más lejos, marcarían sus tumultuosas relaciones con las mujeres (Feferman & Feferman 2004).

Claro está que también el momento, la política y la economía colaboraron: Tarski contó con las grandes posibilidades económicas e institucionales de una gran universidad norteamericana en la posguerra. Por hablar sólo del contexto más inmediato, la Universidad de California en Berkeley estaba en el proceso de convertirse en un gran centro matemático. En 1934, G. Evans había sido nombrado director del Departamento con ese encargo, y una de sus primeras medidas fue contratar a un lógico, A. Foster, el primer discípulo de Church (Tarski, sin embargo, no tendría muy buenas relaciones con él y consideraría sus puntos de vista desfasados). Con la llegada de Tarski, la concepción de la lógica orientada hacia la teoría de modelos y la teoría de conjuntos, en íntima conexión con ramas básicas de las matemáticas como el álgebra, la topología o la teoría de la medida, se vio seriamente afianzada.

En opinión de sus biógrafos, Tarski —bien distinto de Church, y en las antípodas del único lógico que en su tiempo le superó con claridad, el también emigrado

Gödel— tenía todo el perfil de un *empire builder*, y desde el principio trató de reproducir en la remota California el tipo de atmósfera intelectual que había conocido en Varsovia. Tras la Guerra, Evans comprendió lo mucho que podía contribuir al futuro de su departamento, y le apoyó a menudo en asuntos de contratación de nuevos profesores. El polaco supo buscar aliados en muy diversos lugares, no sin ganarse intensas enemistades en el proceso. Entre sus aliados estaba por ejemplo Benson Mates en el departamento de Filosofía, y surgió así una estrategia de promoción de la lógica matemática tanto en Matemáticas como en Filosofía. Esta estrategia, junto con la capacidad de imponer sus designios que Tarski demostró, condujo con rapidez a la formación de un impresionante grupo de profesores: figuras de la talla de Leon Henkin, contratado en 1953 en Matemáticas (y más tarde John Addison, etc.), o William Craig en Filosofía en 1960. Se fue así forjando un poderoso grupo que en 1958 dio origen a un programa de doctorado pionero en Lógica y Metodología de la Ciencia, interdisciplinar.

Los años 1960 fueron probablemente el apogeo de este proceso, aunque (según Feferman & Feferman 2004) cada discípulo del programa de Tarski consideraba que su momento había sido el momento dorado de Berkeley, ya fuera 1950, 1960 o 1970. Todavía a fecha de hoy, el empuje y los efectos de la tradición inaugurada por Tarski se siguen notando en Berkeley. Allí sigue operando el *Group in Logic and Methodology* como coalición de matemáticos y filósofos, y allí se encuentra investigación del más alto nivel en campos como la lógica algebraica y la teoría avanzada de conjuntos.

Reflexionando sobre casos como los de Varsovia, Princeton y Berkeley, en contraposición con departamentos matemáticos mucho más antiguos y consolidados como los de Berlín o París, resulta plausible la siguiente hipótesis. La lógica matemática logró una implantación institucional mucho más profunda en centros matemáticos emergentes, que no en centros consolidados. Al tratarse de una nueva disciplina matemática, por su novedad y su relativa falta de prerrequisitos, la lógica ofrecía un campo de oportunidades a los matemáticos que trataban de consolidarse en la escena internacional partiendo de una situación de desventaja. Es lo que sucedió en Varsovia, sin lugar a dudas, y el hecho de que los departamentos norteamericanos en plena expansión apostaran por la lógica parece abonar la tesis de que la percibieron como un campo de oportunidades. Aunque la "historia contrafáctica" es siempre peligrosa, resulta muy atractiva para quien trata de ofrecer razones históricas más o menos profundas: cabe conjeturar que, si Berkeley o Princeton hubieran sido en 1940 instituciones matemáticas tan consolidadas como París, la penetración de la lógica matemática en aquellos lugares hubiera sido mucho menor.

4. Tercera ola institucional: 1975-2000

Las décadas inmediatamente posteriores a la Segunda Guerra Mundial fueron un tiempo sumamente productivo para la lógica como disciplina. El gran crecimiento de centros como Princeton o Berkeley vino acompañado por el despegue de nuevos métodos en teoría de modelos, teoría de conjuntos, teoría de la demostración, lógica algebraica, etc. Y por si fuera poco, en esta época estaba ya claramente presente la gran transformación del computador, con todo su potencial de atracción. Este rápido desarrollo tecnológico, por sus intensas relaciones con la lógica, no podía dejar de tener un notable impacto. Como también lo tuvieron, a niveles más bajos, toda una serie de desarrollos en teoría lingüística, en inteligencia artificial (I.A.), a veces ligados a nuevas lógicas *no estándar*, etc.

De hecho, parece haber una ola significativa de creación de revistas tras la Segunda Guerra Mundial: el *Archiv für mathematische Logik und Grundlagenforschung* en 1950, etc. Enfatizo aquí y en otros lugares la cuestión de las revistas, porque son un indicador de institucionalización sumamente importante. Las revistas tienen un papel aglutinador de las comunidades científicas, y por tanto un papel institucionalizador, que no puede exagerarse.

Respecto a lo que ha supuesto la asociación entre lógica y computación, son iluminadoras las palabras de R. Shore en un reciente artículo de prospectiva, pronunciadas en el contexto de un panel sobre el futuro de la lógica en este siglo XXI:

> Los orígenes de la lógica estuvieron en los fundamentos [de la matemática] y la filosofía; la mayoría de nosotros, en este panel y en la audiencia, nos formamos y crecimos como matemáticos; sin embargo, las principales oportunidades para un crecimiento futuro de la lógica se encuentran en las ciencias de la computación. Yo usaría la analogía de que la lógica es a las ciencias de la computación lo que las matemáticas a la física, y viceversa. [...] Esta relación ha afectado, y afectará, […] a toda la lógica. (Shore 2001, p. 172)

Desde un primer momento, los aspectos más teóricos de la computación estuvieron íntimamente ligados a la lógica matemática. Baste recordar las relaciones entre computación y funciones recursivas, y de manera especial el papel de las máquinas de Turing como modelo teórico-matemático del computador; sin olvidar la importancia del cálculo lambda, propuesto por el mencionado Church en un artículo sobre la teoría de tipos (1940), que devino prototipo de lenguajes de programación. O también, la gran relevancia en todo el despegue de la computación moderna de von Neumann, uno de los colaboradores más originales en la investigación sobre lógica y fundamentos durante los años 1920, relacionado con el grupo de Hilbert en Göttingen, que tras los teoremas de Gödel (1931) decidió muy conscientemente orientar su actividad hacia temas más empíricos.

Claro está que el campo de la computación es profundamente interdisciplinar, reuniendo esfuerzos provenientes de áreas tan diversas como la ingeniería, la física, las matemáticas, la lingüística, la psicología. Pero la lógica matemática desempeña un papel muy central en la teoría, y por tanto en la exploración de nuevas posibilidades en computación, que luego habrán de ser analizadas en fase experimental y finalmente llevadas a la plena implementación práctica.

Uno de los centros punteros dentro de este campo en EE.UU. es la Carnegie Mellon School of Computer Science (Pittsburgh), una institución muy asociada en su trayectoria a nombres tan característicos de la I.A. como los de Allen Newell y Herbert Simon. Comenzó como Departamento en 1965, con la idea visionaria de que la ciencia de la computación debía abarcar, en palabras de Newell, "el estudio de todos los fenómenos que surgen de los computadores" y no sólo las cuestiones estrictas de su teoría y diseño. A la vista de las nuevas áreas abiertas a la computación en los años 1980 (redes, sistemas distribuidos, robótica, procesamiento en paralelo), en 1988 el Departamento se transformó en toda una Escuela independiente. Y su actividad ha afectado desde luego al trabajo de los lógicos matemáticos de Carnegie Mellon, parte de ellos ubicados en el Departamento de Filosofía, al orientar el sentido de las nuevas contrataciones y, entre otras cosas, al dar lugar a un programa de doctorado interdisciplinar en *Lógica Pura y Aplicada*, modelo que se ha seguido en muchos otros lugares[9].

Pero más relevante que esto es el papel que han seguido desempeñando los lógicos y sus trabajos en impulsar nuevos desarrollos teóricos asociados a la computación. Pondré dos ejemplos notables. El israelí M. O. Rabin y el estadounidense D. Scott fueron ambos alumnos de doctorado de Church en Princeton, defendiendo sus tesis en 1950 y 1958 respectivamente. En 1959 publicaron un artículo conjunto titulado "Finite Automata and Their Decision Problem", donde introdujeron la idea de máquinas no deterministas. Este concepto demostró ser de gran valor en la teoría de autómatas, por lo que ambos acabaron recibiendo el prestigioso Premio Turing en 1976. La idea de máquina no determinista está detrás de la descripción de la llamada "clase de complejidad" NP, y precisamente el *problema P = NP*, dentro de la teoría de la complejidad, se considera actualmente uno de las más importantes cuestiones abiertas en matemáticas. Es uno de los siete problemas propuestos y premiados con un millón de dólares por el Clay Mathematics Institute (véase Cook 2000). Se trata de saber si dos clases de problemas de decisión son o no son coincidentes: si toda decisión lograda por algún algoritmo no determinista en tiempo polinómico (NP), es también alcanzada por un algoritmo estricto o determinista en tiempo polinómico (P).

Cabe añadir que Rabin acabó siendo una figura clave del programa en ciencias de la computación de la Universidad de Harvard, realizando aportaciones importantes a la criptografía y la seguridad en computadores. Scott desarrolló una intensa carrera con puestos en Oxford durante los años 1970 y Carnegie Mellon (Filosofía) desde 1981. Siguió realizando contribuciones de gran importancia a la teoría computacional con el enfoque Scott-Strachey de semántica denotacional, y con la *teoría de dominios* (Stoy 1977). Recientemente Scott se ha convertido también en editor jefe de *Logical Methods in Computer Science*, una revista electrónica de acceso directo y gratuito, aunque perfectamente académica y de alto nivel, fundada en 2005.

En ocasiones, incluso, siguen siendo desarrollos teóricos fuertemente matemáticos, y motivados inicialmente por cuestiones de fundamentos, los que acaban demostrando su relevancia para la teoría computacional. Ejemplo de esto son los trabajos del lógico sueco Per Martin-Löf sobre *teoría de tipos intuicionista*, originados en cuestiones que tienen que ver con la aproximación constructivista a las matemáticas y muy filosóficos (Martin-Löf 1984). En este sentido, la figura de Martin-Löf es clara continuación de la tradición clásica de los grandes lógicos pioneros (Frege, Dedekind, Russell, Brouwer) pero su obra, desarrollada desde 1971, ha sido de gran importancia en la teoría computacional: un buen número de sistemas de demostración de teoremas por computador (COQ, *Twelf*, *Epigram*, *Isabelle* y otros) se han diseñado sobre el fundamento de la teoría de tipos intuicionista.

Concurrentemente con los desarrollos anteriores, el análisis formal de las estructuras lingüísticas experimentó enormes avances, en gran medida debido a las innovado-

---

[9] Para más información puede verse http://logic.cmu.edu/, o bien http://www.hss.cmu.edu/philosophy/labs-lsec.php [Visitado el 1 de mayo de 2010].

ras contribuciones de N. Chomsky. A partir de entonces, la lingüística formal se desarrolló intensamente, sin faltar tampoco las contribuciones de lógicos como Richard Montague, un alumno de Tarski. No podemos entrar aquí en detalles sobre todo este proceso, pero lo cierto es que hacia 1980 la evolución de los computadores y la de la lingüística formal entraban en convergencia, con el objetivo de desarrollar sistemas computacionales capaces de manejar lenguajes humanos y realizar tareas de traducción. Se habla en tal sentido de computadores de *quinta generación*, y aunque proyectos como el de Japón no obtuvieron los resultados esperados, los esfuerzos por alcanzar aquel objetivo —perfeccionando el análisis formal del lenguaje y las técnicas computacionales— no han cejado.

Dentro de este nuevo marco, característico de los años 1980, se debe entender la última serie de innovaciones institucionales que vamos a tratar aquí. Me refiero a la aparición de diversos Institutos para el estudio de lógica, lenguaje e informática, como los pioneros de Stanford y Amsterdam.

Era natural que en el entorno de Sillicon Valley se dieran de manera especialmente activa este tipo de actividades. En tal contexto, el *Center for the Study of Language and Information* (CSLI) se estableció en 1983 como un instituto independiente, fundado por investigadores de la Universidad, del Stanford Research Institute y de Xerox PARC. Especial relevancia en su fundación tuvieron el filósofo John Perry y sobre todo el lógico Jon Barwise, discípulo de Solomon Feferman (a su vez discípulo de Tarski), que obtuvieron una cantidad muy importante para sus proyectos relativos al desarrollo de la *semántica de situaciones*. El CSLI realiza trabajos de carácter interdisciplinar, agrupando a expertos en computación, lingüistas, lógicos, filósofos, psicólogos, e investigadores en I.A. Entre sus campos de trabajo se encuentra la robótica, el reconocimiento de habla, la traducción asistida por computador, la comprensión de textos, y la planificación y razonamiento artificiales.

Similar carácter tiene el *Institute for Logic, Language and Computation* (ILLC) de la Universidad de Amsterdam. De hecho, ILLC fue dirigido desde su fundación por Johan van Benthem, que por esos años era asimismo investigador en el CSLI. (Van Benthem realizó su tesis bajo la dirección de M. Löb, "nieto" doctoral de Wittgenstein, y S. Thomason, "nieto" de Church.) Los investigadores provenían tanto de la Facultad de Ciencias como la de Humanidades de aquella universidad; más tarde se les asociaron grupos como los de los lingüistas computacionales en 1989, o también un grupo de ciencias cognitivas en 1996. Sus trabajos enfatizan especialmente los lenguajes naturales y formales, con el objetivo de estudiar la codificación, transmisión y comprensión de la información. ILLC ofrece un programa de máster en Lógica que cuenta con cuatro subprogramas: *Logic & Computation*, *Logic & Language*, *Logic & Mathematics* y *Logic & Philosophy*.

Por fin, en relación con esta misma tendencia cabe mencionar la fundación en 1991 de la *Association of Logic, Language and Information* (FoLLI), que organiza una Escuela de Verano Europea en lógica, lenguaje e información, y que dispone también de su propia revista, el *Journal of Logic, Language and Information*, que apareció en 1992 y es editada por Springer.

5. Conclusiones

Si algo queda claro, a través del anterior recorrido por la historia institucional de la lógica matemática, es que la dinámica de su desarrollo ha sido muy intensa, como también lo ha sido su capacidad para establecer conexiones con diversos temas: análisis del lenguaje y la argumentación, fundamentos de la matemática, cálculo y computación, lingüística, inteligencia artificial.

Partiendo de desarrollos intelectuales en los márgenes de las matemáticas y la filosofía, la lógica matemática se consolidó inicialmente en estrecho contacto con la teoría de conjuntos y las discusiones en torno a los fundamentos de las matemáticas. Surgió de un proceso de hibridación entre una materia filosófica y su profunda transformación en manos de los matemáticos. Fue en este mismo marco que se dio su primera institucionalización, de una manera fugaz pero pionera en Göttingen, y de modos cada vez más sólidos en centros que emergieron de posiciones periféricas dentro del mundo de las matemáticas (Varsovia, Berkeley). Bajo los impulsos recibidos de esta orientación matematizante, la lógica se conformó como una disciplina de un rigor conceptual y metodológico inmenso, prefigurado por pioneros como Frege o Hilbert, y llevado a nuevas cotas por la generación que fue protagonista del "milagro" de los años 1930: Gödel, Tarski, Bernays, Church, Turing, etc.

El desarrollo institucional de la disciplina entre 1900 y 1950 parece abonar la hipótesis de que la lógica matemática logró una implantación institucional mucho más profunda en centros matemáticos emergentes, no en centros consolidados. Por ser una disciplina nueva y por su relativa falta de prerrequisitos, la lógica ofrecía un campo de oportunidades a los matemáticos que trataban de consolidarse en la escena internacional partiendo de una situación de desventaja. Es lo que sucedió en Varsovia, sin lugar a dudas, y aparentemente también en Berkeley o Princeton.

La idea de lógica tiene una tradición rica y hasta cierto punto confusa: en un sentido, se trata sólo del estudio de los patrones de inferencia deductiva estrictamente concluyentes, y en esto se centraron los especialistas en lógica y fundamentos; pero en otro sentido, "lógica" se asocia a lenguaje y discurso, lo cual induce a hablar de una "lógica" de cada tipo de discurso, por poco deductivo que sea. Y así ha sido siempre fuerte la tradición de búsqueda de una lógica de la inducción, como también se habla de toda una serie de lógicas no estándar: modal, temporal, deóntica, no monotónica, incluso lógica paraconsistente, etc. y todo tipo de lógicas híbridas. Tales ideas fueron claramente secundarias durante el gran período de consolidación de la lógica matemática, pero aún entonces estaban vivas, sobre todo entre filósofos.[10]

El paradigma de la lógica matemática —y en particular el modo como se ofrecía un tratamiento sintáctico, semántico y metateórico para la lógica de primer orden— dio origen a múltiples proyectos de formalizar y tratar análogamente a esas lógicas alternativas. De forma provocativa, podría decirse que el resultado fue hacer valer la máxima feyerabendiana del "todo vale" *siempre y cuando* se desarrollara un tratamiento formal

[10] Valga de ejemplo el caso de C. I. Lewis, profesor en Harvard, considerado padre de la lógica modal moderna.

análogo al del ejemplar paradigmático que es la lógica de primer orden. Es decir, siempre que se definiera un sistema formal con su sintaxis, acompañado de una semántica adecuada, que diera lugar a resultados metateóricos satisfactorios. Se debe notar que, en el segundo punto (semántica), la riqueza de métodos de la matemática moderna ofrece una inmensa gama de posibilidades, de manera que la tarea propuesta siempre es resoluble… independientemente del sentido epistemológico, el alcance, o la justificación última de los sistemas formales propuestos.

Al mencionar dichas lógicas alternativas, pues, se plantean problemas filosóficos serios y de interés, que a menudo distan de estar resueltos satisfactoriamente: quizá para el lógico estricto "vale todo" con tal de tener un sistema lógico que sea bonito, *cute*, pero las cosas no son así para el filósofo. No pueden serlo, precisamente porque de la posibilidad de un tratamiento formal para tal o cual aspecto de la matemática, el lenguaje, o la inteligencia, se pretende extraer conclusiones epistemológicas.

Pero conviene también hacer una reflexión sobre las relaciones entre situaciones institucionales y desarrollo conceptual. Los cambios institucionales son a la vez efecto y causa de nuevos desarrollos conceptuales; la dinámica de estas relaciones es compleja debido a las múltiples realimentaciones. Así, la aparición de centros como Carnegie Mellon, donde el campo de la computación se extendía hacia los terrenos más ambiciosos y difusos de la inteligencia artificial, y el establecimiento de nuevas conexiones de la lógica con el análisis formal del lenguaje, estimularon el desarrollo de las lógicas no estándar más allá de lo que ya lo venían haciendo proyectos filosóficos como los de Lewis y Carnap. Todo este nuevo fermento acabaría afectando a la orientación de la investigación en lógica, de maneras que resultan bien visibles hoy en día. El estilo de trabajo fuertemente motivado y reglamentado que caracterizó a los años 1930 se fue relajando. Ahora resultaba plausible tratar de desarrollar formalmente, según métodos reconocibles como propios de la lógica, intuiciones más o menos vagas.

El resultado fue que, a la vez que continuaban su desarrollo algunas de las viejas direcciones con su estilo característico, fueron proliferando también las alternativas, y el panorama de la lógica se fue complicando hasta llegar incluso a ser confundente[11]. En buena medida puede hablarse de una vuelta a los orígenes, teniendo en cuenta que el lenguaje en toda su riqueza, incluidos por ejemplo los fenómenos de vaguedad, o la propia psicología han sido fuentes de inspiración y motivación para el desarrollo de sistemas formales... ¡cuando precisamente esos elementos habían sido cuidadosamente separados de la lógica matemática entre 1900 y 1950! Si bien resulta muy discutible hasta qué punto la lógica ha logrado cumplir la vieja promesa de ofrecer las claves del pensamiento y el conocimiento humano, resulta evidente su potencial para el desarrollo de nuevas tecnologías de la computación y la información. De hecho, esta línea de interpretación parece suficiente para entender las motivaciones principales detrás de la tercera ola de institucionalización que hemos discutido.

Añadiré dos reflexiones más. La fractura que se advierte a menudo entre lógicos

[11] Quizá una buena manera de captar las diferencias, de manera rápida y un tanto expeditiva, sea comparar los Handbooks de Barwise (1978), un clásico dedicado a temas clásicos, con los editados por Gabbay et al. (1980s; 1990s).

propiamente "matemáticos" y lógicos llamados "filosóficos" tiene que ver también con los factores que acabamos de indicar. Y en países como el nuestro, donde las estructuras de investigación (en lo esencial, las universidades) se caracterizan por su falta de flexibilidad institucional, el desarrollo variopinto de la lógica y sus conexiones cambiantes con otras disciplinas han dado lugar a dificultades especiales. Hoy en día, en España, la solidez o endeblez de la lógica en un determinado departamento universitario (ya sea de Filosofía, de Matemáticas o de Computación) no puede nunca predecirse según criterios generalizables, sino sólo, a fin de cuentas, explicarse atendiendo a la historia particular de esa institución. Pero lo peor es que el futuro de dichas configuraciones institucionales tampoco admite predicciones claras, ni hay garantías de que responda a cambios profundos en la disciplina. Deficiencia que, por otro lado, no es ni mucho menos exclusiva de este campo, sino que afecta a muchas otras disciplinas universitarias.

REFERENCIAS

Barwise, J., 1978. *Handbook of mathematical logic.* Amsterdam, North-Holland.

Castrillo, P., 1993. *Los precursores británicos de la lógica moderna.* Madrid, UNED.

Cook, S., 2000. *The P versus NP problem.* Clay Mathematics Institute. Available through: <http://www.claymath.org/ millennium/P_vs_NP/pvsnp.pdf> [Accessed 1 May 2010]

Duda, R., 1996. Fundamenta Mathematicae and the Warsaw school of mathematics. En *L'Europe mathématique / Mathematical Europe.* Paris, Éditions MSH, 1996, pp. 481-500.

Feferman, A. B. and Feferman, S., 2004. *Alfred Tarski : Life and Logic.* Cambridge, Cambridge University Press.

Ferreirós, J., 1999. *Labyrinth of Thought. A history of set theory and its role in modern mathematics.* Basel/Boston, Birkhäuser.

—— 2001, The road to modern logic —an interpretation. *The Bulletin of Symbolic Logic* 7, pp. 441-484.

Gabbay, D.M. and Guenthner, F., eds. *Handbook of Philosophical Logic.* 4 vols. Dordrecht, D. Reidel, 1983-1989.

Gabbay, D.M. Hogger, C.J. and Robinson, J.A., eds. *Handbook of Logic in Artificial Intelligence and Logic Programming.* Oxford Univ. Press, 1993-1998.

van Heijenoort, J., 1967. *From Frege to Gödel. A source book in mathematical logic, 1879–1931.* Harvard, Harvard University Press.

Hilbert, D. and Bernays, P., 1934-1939. *Grundlagen der Mathematik.* 2 vols. Berlin, Springer.

Hilbert, D., 1900. Mathematische Probleme. *Gesammelte Abhandlungen,* vol. 3. Berlin, Springer, pp. 290-329.

Kusch, M., 1995. *Psychologism: A Case Study in the Sociology of Philosophical Knowledge.* Routledge, London.

Mashaal, M., 2000. Bourbaki: Une société secrète de mathématiciens. *Pour La Science*, N° 2, Mai 2000. Collection Les Génies de la Science.

Mancosu, P., 2003. The Russellian influence on Hilbert and his school. *Synthese,* 137, pp. 59–101.

Mancosu, P. Zach, R. and Badesa, C., 2009. The development of mathematical logic from Russell to Tarski: 1900–1935. En L. Haaparanta, ed. *The development of modern logic.* Oxford, Oxford Univ. Press, pp. 318-470.

Manzano, M., 1997. Alonzo Church : his life, his work and some of his miracles. *Hist. and Philos. of Logic,* 18, pp. 211-232.

Martin-Löf, P., 1984. *Intuitionistic type theory.* Napoli, Bibliopolis.

—— 1996. On the Meanings of the Logical Constants and the Justification of the Logical Laws. *Nordic Journal of Philosophical Logic* 1, no. 1, pp. 3-10.

Moore, G.H., 1988. The emergence of first-order logic. En W. Aspray & Ph. Kitcher, eds. *History and Philosophy of Modern Mathematics*, Minnesota, University of Minnesota Press, pp. 95-135.

Peckhaus, V., 1992. Hilbert, Zermelo und die Institutionalisierung der mathematischen Logik in Deutschland. *Berichte zur Wissenschaftsgeschichte,* 15, pp. 27-38.
—— 1997. *Logik, Mathesis universalis und allgemeine Wissenschaft. Leibniz und die Wiederentdeckung der formalen Logik im 19. Jahrhundert*. Akademie-Verlag: Berlin.
Peirce, Ch. S., 1988. *Escritos lógicos*. Introducción, selección y traducción de Pilar Castrillo Criado. Madrid, Alianza.
Rodríguez Consuegra, F., 1991. *The Mathematical Philosophy of Bertrand Russell : origins and development*. Basel/Boston, Birkhäuser.
Schönflies, A., 1898. Mengenlehre. *Encyklopädie der Mathematischen Wissenschaften mit Einschluß ihrer Anwendungen*. Leipzig, Teubner. Bd. 1, Teil 1. 1898. (Versión francesa de Baire y Schoenflies en: *Encyclopédie des sciences mathématiques pures et appliquées*. Tome 1, Vol. 1. Paris, Gauthier-Villars. 1909.)
Schroeder, E., 1895-1905. *Vorlesungen über die Algebra del Logik*. Leipzig, B.G. Teubner. Reprints, 1966, Chelsea; 2000, Thoemmes Press.
Shore, R.A., 2001. The prospects for mathematical logic in the twenty-first century. *Bulletin of Symbolic Logic*, 7, pp. 169–196.
Stoy, J.E., 1977. *Denotational Semantics: The Scott-Strachey Approach to Programming Language Theory*. Cambridge (Mass.), MIT Press.
Ueberweg, F., 1882. *System der Logik und Geschichte der logischen Lehren*. 5ª ed. Bonn, A. Marcus.
Vega, L., 199. El desarrollo de la lógica en el siglo XX. *Agora,* 18, pp. 5-32.
—— ed., 1997. On the history of mathematical logic. *Theoria*, 28, pp. 7-160.
Whitehead, A.N. and Russell, B., 1910-1913. *Principia Mathematica.* Cambridge, Cambridge University Press.
Wolenski, J., 1988. *Logic and philosophy in the Lvov-Warsaw school.* Dordrecht, Kluwer.

José Ferreirós es catedrático de Lógica y Filosofía de la Ciencia en la Universidad de Sevilla, y actualmente trabaja en comisión de servicios en el Instituto de Filosofía del CCHS, CSIC. Autor de obras como *Labyrinth of Thought* (1999, 2007) y editor de *The Architecture of Modern Mathematics* (2006), su campo de trabajo principal es la historia y filosofía de las matemáticas y la lógica, aunque se interesa por la filosofía de la ciencia en general, la historia de la ciencia y la epistemología. Es miembro del Committee for Logic in Europe, y miembro fundador de la Association for the Philosophy of Mathematical Practice.

Dirección: Instituto de Filosofia, CCHS – CSIC. C/ Albasanz, 26-28. 28037 Madrid. Correo electrónico: josef@us.es