



THEORIA. Revista de Teoría, Historia y
Fundamentos de la Ciencia

ISSN: 0495-4548

theoria@ehu.es

Universidad del País Vasco/Euskal
Herriko Unibertsitatea
España

Fazio, Rodolfo

La crítica de Leibniz a los números infinitos y su repercusión en la metafísica de los
cuerpos

THEORIA. Revista de Teoría, Historia y Fundamentos de la Ciencia, vol. 31, núm. 2,
2016, pp. 159-175

Universidad del País Vasco/Euskal Herriko Unibertsitatea
Donostia, España

Disponible en: <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=339746064002>

- ▶ Cómo citar el artículo
- ▶ Número completo
- ▶ Más información del artículo
- ▶ Página de la revista en redalyc.org

redalyc.org

Sistema de Información Científica

Red de Revistas Científicas de América Latina, el Caribe, España y Portugal
Proyecto académico sin fines de lucro, desarrollado bajo la iniciativa de acceso abierto

La crítica de Leibniz a los números infinitos y su repercusión en la metafísica de los cuerpos

(*Leibniz's Critique of Infinite Numbers and its Impact in his Metaphysics of Bodies*)

Rodolfo FAZIO

Received: 03/09/2015

Final Version: 12/01/2016

BIBLID 0495-4548(2016)31:2p.159-175

DOI: 10.1387/theoria.14935

RESUMEN: En el trabajo evaluamos el impacto que la crítica de Leibniz a los números infinitos tiene en el desarrollo de su metafísica de los cuerpos. Luego de exponer el vínculo que el filósofo alemán traza entre el cuerpo, la extensión y las cantidades infinitas en su período juvenil (1663-1672), analizamos sus reflexiones del período parisino sobre las paradojas de los números infinitos (1672-1676) y argumentamos que la defensa de la inconsistencia de tales números constituye un punto de inflexión en su comprensión de los cuerpos y, asimismo, marca el inicio de su ofensiva contra la *res extensa*.

Palabras claves: Leibniz, números infinitos, cuerpo, cantidad continua, extensión.

ABSTRACT: In this paper we study the impact of Leibniz's critique of infinite numbers in his metaphysics of bodies. After presenting the relation that the German philosopher establishes in his youth between the notions of body, extension and infinite quantities (1672-1673), we analyze his thoughts on the paradoxes of the infinite numbers (1672-1676) and we claim that his defense of the inconsistency of such numbers is an inflection point in his conception of body and mark the beginning of his offensive against the *res extensa*.

Keywords: Leibniz, infinite numbers, body, continuous quantity, extension.

«Mis meditaciones fundamentales giran en torno a dos cuestiones: la unidad y el infinito».

Leibniz a la Princesa Sofía¹

Entre los diversos cambios que pueden identificarse en el desarrollo del pensamiento de Leibniz, uno de los más fundamentales y evidentes se encuentra en su comprensión de los cuerpos. En efecto, hasta su viaje a París en 1672 el filósofo alemán reconoce, en sintonía con los filósofos modernos, que la extensión es una cualidad esencial de todo cuerpo. Sin embargo, desde su retorno de la capital francesa a fines 1676 comienza a cuestionar esta tesis. Combatiendo tanto la filosofía cartesiana imperante como su propia posición juvenil, en los textos post-parisinos Leibniz sostiene que la extensión no es un predicado primitivo de los cuerpos, sino derivado. En nuestro trabajo defendemos que este cambio encuentra su origen en uno de los temas que obsesiona al joven durante su estancia en París, a saber, las paradojas de los números infinitos. El objetivo general de nuestra investigación con-

¹ GP VII, 542.



siste en demostrar cómo la crítica a estos números, que presenta por primera vez en 1672 y mantiene hasta su madurez, marca el inicio de su ofensiva contra la *res extensa*. Con este fin dividiremos el trabajo en tres momentos. En primer lugar, presentamos el vínculo que se establece en el período juvenil (1663-1672) entre el cuerpo, la extensión y las cantidades infinitas. En segundo lugar, analizamos la paradoja de los números infinitos tal como se aborda en los escritos parisinos (1672-1676) y evaluamos la conclusión que Leibniz extrae de ella, a saber, la inconsistencia de tales cantidades. En tercer lugar, examinamos la repercusión que la crítica a estos números tiene en la metafísica leibniziana de los cuerpos.

1. Cuerpo, extensión y cantidades infinitas en el período juvenil (1663-1672)

Durante sus años de juventud Leibniz define al cuerpo como «eso que está en el espacio, esto es, la cosa co-extensa al espacio» (A VI, 2, 167) y al espacio, por su parte, como «el ente primero extenso o cuerpo matemático, que evidentemente no contiene más que tres dimensiones y es el lugar universal de todas las cosas» (A II, 1, 34)². Distanciándose de la concepción escolástica y sus distinciones entre clases de espacios, el joven alemán acepta junto con la nueva filosofía que ese «lugar universal de todas las cosas» es algo homogéneo que se caracteriza por la propiedad geométrica de extenderse en ancho, largo y profundidad. Ahora bien, en la medida en que los cuerpos se definen como cosas que existen en el espacio, ellos también tienen a la extensión entre sus notas esenciales o primitivas, esto es, son *res extensa*. Es por ello que, a fin de comprender qué es un cuerpo, Leibniz juzga imprescindible analizar el concepto de extensión: «como encontramos al espacio en la definición del cuerpo y a la extensión en la definición del espacio, la extensión debe ser explicada» (A VI, 2, 306)³.

En el *Specimen demonstrationum de natura rerum corporearum ex phaenomenis* (1671) Leibniz sostiene que «la extensión, considerada de modo tan general que también se apli-

² Leibniz mantiene esta definición de cuerpo durante todo el período juvenil. Además de estar presente en los borradores de la *Theoria motus abstracti* (1671) (cf. A VI, 2, 167), se encuentra también en la *Confessio naturae contra atheistas* (1668) y en el *Specimen demonstrationum de natura rerum corporearum ex phaenomenis* (1671), donde Leibniz declara respectivamente que «la esencia del cuerpo es existir en el espacio» (A VI, 1, 493) y que «el cuerpo es algo en el espacio» (A VI, 2, 305). Respecto del concepto de *espacio*, en estos años mantiene una posición opuesta a la que defenderá en su madurez: no sólo reconoce que el espacio es sustancia, sino que incluso defiende que «el espacio es más sustancial que el cuerpo mismo; porque quitado el cuerpo, el espacio y su medida subsisten, lo que se llama vacío mientras ningún cuerpo no venga a suceder al primero; por el contrario, quitado el espacio, ningún cuerpo subsiste» (A II, 1, 11).

³ La presentación que realizamos del concepto de cuerpo en el período juvenil es parcial, pues no tratamos el segundo predicado primitivo que Leibniz reconoce a los cuerpos en estos años, a saber, la impenetrabilidad o *antitipia*, esto es, la propiedad de ocupar un espacio e impedir que otro lo ocupe al mismo tiempo, cualidad con la que se vincula la mutabilidad o capacidad de cambio de lugar de los cuerpos. La concepción del espacio como algo extenso, penetrable e inmutable en oposición a la del cuerpo como algo extenso, impenetrable y mutable propia del período juvenil sigue de cerca el esquema general trazado por Gassendi y se aparta en un punto central del sistema cartesiano en tanto se acepta la distinción real entre cuerpo y espacio. Para una presentación general de la filosofía gassendista sobre este tema, cf. Lolordo (2007, 100-129).

que al tiempo, es la cantidad del continuo, y la cantidad es la multiplicidad de partes» (A VI, 2, 306). En sentido restringido, la extensión no sólo es *cantidad*, nota que comparte con el tiempo y el movimiento, sino también *figura*, es decir, es una multiplicidad que se extiende en largo, ancho y profundidad, esto es, un orden simultáneo de partes. En principio, esta presentación podría hacer pensar que Leibniz mantiene una noción de la extensión similar a la de sus escritos maduros. Sin embargo, las tesis leibnizianas de juventud sobre esta cuestión se encuentra en el polo opuesto a las propias de su madurez en tanto, como veremos luego, defiende una posición realista en la que la multiplicidad de partes se concibe como determinada y existente con anterioridad al todo que conforman. Ahora bien, antes de evaluar por qué se adscribe a tal tesis es conveniente detenerse brevemente en la relación que se traza entre las nociones de cuerpo, extensión y cantidad continua. Hasta 1672 Leibniz juzga que los cuerpos, por el hecho de ser extensos, son cantidades o magnitudes, esto es, según la acepción común de la época que él mismo adopta, están compuestos de partes: «defino la magnitud como el número de partes en lo extenso» (A II, 1, 34). El cuerpo, de este modo, se piensa como algo compuesto de partes o, desde una perspectiva inversa, divisible o formado de *partes extra partes*⁴. A esta característica general Leibniz añade dos notas adicionales. En primer lugar, como todas las partes de la extensión son homogéneas, ellas mismas también contienen siempre *partes extra partes*, en virtud de lo cual el cuerpo no sólo es divisible, sino en verdad *infinitamente divisible*, esto es, está compuesto de partes que contienen siempre otras partes sin llegar nunca a partes últimas⁵. En segundo lugar, la concepción geométrica de la extensión conduce a Leibniz a aceptar que sus partes se encuentran unidas de tal modo que comparten los límites, esto es, siguiendo la distinción aristotélica entre sucesivo, contiguo y continuo, todo cuerpo, por ser extenso, constituye una *cantidad continua*.

Concebido el cuerpo en estos términos, Leibniz advierte que es imprescindible afrontar un problema que desde los tiempos de Zenón ha perdido a la filosofía: el laberinto de la composición del continuo. A pesar de las grandes dificultades que conlleva, el problema del continuo es reconocido por el joven alemán como una cuestión que es necesario abordar, pues «nadie llegará a una metafísica sólida a menos que lo haya atravesado» (A VI, 3, 449). Al igual que para un gran número de pensadores del siglo XVII, este problema no sólo es considerado un interrogante matemático, sino, en verdad, un asunto filosófico de mayor alcance⁶. En particular, el debate acerca de la composición de las cantidades continuas se desplaza hacia el ámbito metafísico debido a la concepción geométrica de la naturaleza propia de los pensadores modernos⁷. A lo largo de la historia de la filosofía se han ensayado distin-

⁴ «Cualquier lugar más grande que un punto es ya un cuerpo y contiene *partes extra partes*» (A II, 1, 174).

⁵ Cf. Aristóteles, *Física* V, 3, 226b-227a.

⁶ No todos los filósofos modernos han evaluado de la misma manera la necesidad de abordar esta cuestión en metafísica: mientras autores como Galileo se ocupan de ello con interés y afirman la necesidad de dar una respuesta al interrogante (*Discorsi*, 55-59), pensadores como Descartes desestiman la posibilidad de dar una solución al enigma (AT VIII, 14-15).

⁷ En las últimas décadas autores como Beeley (1996), Bassler (1998b) y Arthur (2001) han trabajado en detalle la respuesta ofrecida por Leibniz en sus escritos juveniles. En consonancia con estos autores, creemos que la salida que el joven propone al laberinto del continuo es crucial para entender la metafísica de los cuerpos de este período, así como también los cambios que operan en ella en los escritos pos-

tas explicaciones sobre la composición de estas cantidades infinitamente divisibles. Desde Aristóteles hasta Galileo hay dos cuestiones centrales sobre las que gira el debate: por un lado, cómo son las partes que componen tales cantidades, esto es, si son siempre divisibles o hay indivisibles, y, por otro lado, cuántas son, es decir, si son finitas o infinitas. En los últimos años del período juvenil Leibniz ofrece una primera respuesta acerca de este problema, cuya exposición más acabada se encuentra en la *Theoria motus abstracti* (1671)⁸. En este escrito sostiene que en toda cantidad continua hay, primero, un *infinito actual de partes* y, segundo, *indivisibles*⁹. Si bien esta primera respuesta leibniziana, marcadamente anti-aristotélica¹⁰, será abandonada en el período parisino, es importante a fin de comprender qué entiende Leibniz por cuerpo en sus años juveniles y cuáles son los cambios que se introducen en el período parisino.

En función de nuestro trabajo nos interesa el hecho de que en la *Theoria motus abstracti* Leibniz sostiene que toda cantidad continua no sólo es infinitamente divisible, sino que en verdad esta infinitamente dividida, esto es, contiene infinitas partes en acto. Los dos primeros *fundamenta praedemonstrabilia* de la obra están dedicados a exponer esta tesis:

«(1) *Se dan en acto las partes en un continuo*, contra lo que piensa el inteligentísimo Thomas White, (2) y *éstas son infinitas en acto*, pues lo indefinido de Descartes no está en la realidad sino en el que piensa.» (A VI, 2, 264)

Leibniz sostiene que en el continuo hay partes *actuales* y que, además, son *infinitas*. Dado que ni en la *Theoria motus abstracti* ni tampoco en los escritos del período se presentan mayores argumentos a favor de estas dos tesis, los intérpretes han especulado las posibles razones por las que en estos años el filósofo alemán se compromete con el infinito actual en las cantidades continuas¹¹. Sin ingresar en esos debates, nos limitaremos a seña-

teriores. En este punto nos alejamos de lecturas tales como las de Mercer (2001, 257-261), para quien el problema no sólo ha de ser evitado, sino además no es requerido para la comprensión de su metafísica de los cuerpos.

⁸ La respuesta que Leibniz ofrece al problema del continuo tiene distintas etapas al interior mismo del período juvenil. Sobre este tema, cf. Bassler (1998b, 1-3) y Arthur (2008).

⁹ En el período juvenil Leibniz defiende que hay indivisibles en el continuo, pero argumenta al mismo tiempo que ellos no son partes del mismo, sino que sólo funcionan como sus límites. Por ello, aun cuando acepta que todas las partes de una cantidad continua es divisible, propone al mismo tiempo introducir indivisibles bajo una concepción híbrida, según la cual ellos son algo que tiene partes y, por ello, son cantidades (esto es, no son mínimos), pero sus partes no son separables, esto es, no tienen *partes extra partes*. Cf. A VI, 2, 264. En nuestro trabajo no trataremos ni la noción juvenil de indivisible ni tampoco la crítica a los mismos del período parisino.

¹⁰ En líneas generales, Leibniz se opone a Aristóteles en dos puntos principales puesto que el estagirita no sólo rechaza que en el continuo haya indivisibles (*Física* VI, 1, 231a), sino también que sus partes sean infinitas en acto (*Física* III, 6, 206a).

¹¹ Autores como Bassler (1998b, 3) sostienen que el infinito actual de la materia en los escritos juveniles es requerido debido a algunos problemas puntuales de la teoría del movimiento. Incluso podría pensarse que, dado su compromiso con el pleno material, Leibniz podría estar motivado por una razón similar a la que condujera a Descartes a aceptar la actualidad de las partes en la extensión a fin de introducir el movimiento circular —único movimiento inicial que se puede hacer en el pleno (cf. AT VIII,

lar los compromisos básicos que operan detrás de ellas. Para ello, es útil considerar cuáles son las posiciones que se critican en cada caso. En primer lugar, Leibniz afirma la actualidad de las partes en las cantidades continuas en contra de planteos como el de Thomas White, quien defendiera, en línea aristotélica, que lo único actual en estas cantidades es el todo, pero no sus partes, las cuales no serían sino potenciales¹². De este modo, el filósofo alemán rechaza la teoría aristotélica de las partes potenciales y, tal como indica Beeley (1996, 240-245), sostiene que la realidad del todo depende de la de sus partes, evidienciando así su compromiso con la tesis nominalista que afirma que el todo no es más que las partes consideradas en conjunto, principio que se encuentra desde los primeros escritos leibnizianos y persiste hasta los últimos —no así que las cantidades continuas conformen una totalidad actual o determinada—. En segundo lugar, Leibniz defiende que las partes de toda cantidad continua son *infinitas* en acto. Si bien las reflexiones sobre el infinito son escasas en su período juvenil, creemos que su introducción puede comprenderse si se atiende al carácter actual de las partes de estas cantidades. En principio, la negación de partes en potencia en el continuo elimina la opción aristotélica del infinito potencial. Rechazada esa posibilidad, sólo resta que las partes sean *finitas*, *infinitas* o, como propone Descartes, *indefinida*. Por una parte, Leibniz no considera que el número de partes actuales pueda ser finito, pues ello volvería imposible garantizar la divisibilidad al infinito propia de las cantidades continuas. Por otra parte, podría afirmarse con Descartes que las partes son actuales pero indefinidas. En los *Principia philosophiae* el francés distingue entre lo infinito —al que positivamente se lo comprende como carente de límites, y es reservado para Dios— y lo indefinido —a lo que no podemos encontrarle límite alguno, aunque pudiera tenerlo—. En el segundo caso, afirma Descartes, «tan sólo declaramos que sus límites, si los tienen, no pueden ser hallado por nosotros» (AT VIII, 15). Para negar esta posibilidad Leibniz únicamente indica que lo indefinido «no está en la realidad sino en el que piensa». Pero, ¿por qué es esto razón suficiente para negar la opción cartesiana? ¿No podría Leibniz en este caso, tal como señala Beeley (1996, 237) y ya advirtiera Descartes, proyectar en la naturaleza lo que no es más que un límite de nuestro entendimiento? Esta opción no es considerada por el joven filósofo, quien tanto en sus escritos juveniles como en los posteriores critica la relativización que implica el concepto cartesiano de indefinido. El presupuesto básico del joven Leibniz parece ser que la cantidad continua es una unidad determinada así como también sus partes y, por ello, el número de tales partes es finito o no lo es, sin posibilidad de intermedio entre estas opciones. Y, dado que es imposible que haya cantidades continuas con partes finitas, se concluye su número infinito.

Leibniz arriba a París en 1672 con estas tesis respecto de los cuerpos, la extensión y el continuo. Su estancia en la capital francesa constituye un punto crítico respecto de su posición juvenil sobre estas cuestiones. En especial, los fundamentos a partir de los cuales piensa al cuerpo en su juventud son revisados y modificados entre 1672 y 1676. Como hemos visto, en sus textos juveniles Leibniz defiende que el cuerpo, en tanto extenso, es una cantidad continua que está compuesta de infinitas partes en acto. Durante el primer año en la

59-60)—. En otra línea, intérpretes como Beeley (1996, 240-245) indican la posible influencia de las posiciones nominalistas respecto del infinito actual como las de Ockham.

¹² Sobre la crítica de Thomas White a las partes actuales en el continuo, cf. Beeley (1996, 110-112).

capital francesa presenta un cambio radical en la comprensión de este tema: ya en los primeros escritos del período, como la *Accessio ad arithmeticam infinitorum* (1672) y *De minimo et maximo* (1673), rechaza el infinito actual en las cantidades continuas. En los próximos apartados intentaremos comprender por qué Leibniz abandona su primera posición, cómo la modifica y qué repercusión tiene para su metafísica.

2. *La crítica leibniziana a los números infinitos (1672-1676)*

Entre la redacción de la *Theoria motus abstracti* y la *Accessio ad arithmeticam infinitorum* hay un acontecimiento decisivo en el desarrollo intelectual de Leibniz, a saber, la lectura de los *Discorsi e dimostrazioni matematiche intorno a due nuove scienze* (1638) de Galileo¹³. En este texto el pisano se ocupa, entre muchas otras cuestiones, del problema de la composición del continuo. Enfrentando explícitamente la posición aristotélica, defiende que las partes que componen el continuo son infinitas en acto e indivisibles¹⁴. Lo curioso de la lectura que Leibniz hace de los *Discorsi* radica en que los argumentos de Galileo a favor de esta tesis, en lugar de fortalecer al filósofo alemán en su postura juvenil que guarda gran afinidad con la del pisano o ayudarlo a limar algunas de sus pruebas, consigue el resultado contrario. El efecto inmediato que produce en Leibniz es el rechazo del infinito actual de partes en las cantidades continuas (así como también de los indivisibles). Pero, ¿por qué Leibniz realiza un viraje tan abrupto en su posición? ¿Cuál es, en definitiva, el peligro que vislumbra en su propia teoría juvenil al encontrarla reflejada en el escrito galileano?

La razón que conduce a Leibniz a cambiar su concepción juvenil se encuentra en la paradoja de los números infinitos desarrollada en el escrito galileano. La fascinación que el alemán tiene por este tema se evidencia no sólo en los apuntes que hace de los *Discorsi* (A VI,

¹³ Por recomendación de Huygens, Leibniz comienza su estadía en París con la lectura de tres escritos: el *Opus geometricum* (1647) de Grégoire de Saint-Vincent, la *Arithmetica Infinitorum* (1656) de Wallis y los *Discorsi e dimostrazioni matematiche intorno a due nuove scienze* (1638) de Galileo. Así como los dos primeros escritos son capitales para la comprensión de los estudios leibnizianos sobre series infinitas, el texto galileano constituye una referencia ineludible para entender las modificaciones que se introducen en el período parisino en cuestiones de metafísica. Cf. Hofmann (1949, pp. 21-22) y Antognazza (2009, p. 142-144).

¹⁴ Para una presentación acerca de la posición de Galileo respecto del problema del continuo, cf. Knobloch (1999) y Selles (2006). Es conveniente indicar dos cuestiones a tener en cuenta a la hora de comparar la posición leibniziana con la galileana. En primer lugar, la propuesta de Leibniz de 1671 se diferencia de la galileana en tanto sostiene que los indivisibles no son *partes*, sino *límites* en el continuo. Ahora bien, en los escritos de 1672 y luego de la lectura de los *Discorsi*, Leibniz se percata de que, si se reconoce que hay un indivisible en una cantidad continua (sea inicio o fin de la misma), habrá indivisibles en la totalidad de ella. Toda parte de una línea puede ser considerada inicio o fin de otra si (por ejemplo, si se trazan rectas perpendiculares). Tal es el caso que se indica al comienzo de *De minimo et maximo* (cf. A VI, 3, 97). En segundo lugar, la posición de Galileo es más compleja, pues implica que, además de infinitos indivisibles, hay infinitos espacios vacíos entre ellos, lo cual éste juzga necesario para explicar la diferencia entre distintas cantidades continuas. Leibniz no considera esta posibilidad, sino que piensa que, si hay indivisibles, ellos ocupan todo el continuo, esto es, no hay nada entre ellos que no esté también lleno de indivisibles.

3, 167-168), sino también en las reiteradas oportunidades en las que lo aborda a lo largo del período parisino: desde los primeros escritos, como la *Accessio ad arithmeticam infinitorum* (1672) y *De minimo et maximo* (1673), hasta los últimos, como *Numeri infiniti* (1676). En estos textos Leibniz expone distintas variantes de la paradoja galileana. Todas ellas, no obstante, guardan la misma forma: son pruebas por el absurdo que suponen los números infinitos y derivan de allí una contradicción. El objetivo en todas ellas es rechazar la consistencia de las cantidades infinitas.

La paradoja de los números infinitos tal como es formulada por Galileo y recuperada por Leibniz en sus textos puede esquematizarse del siguiente modo:

1. Los números infinitos son totalidades, es decir, no sólo contienen infinitas partes, sino que además ellas están determinadas, esto es, son actuales.
2. El todo es mayor que la parte (axioma de Euclides).
3. Se consideran tres números infinitos: [a] El número de todos los números naturales. [b] El número de todos los números cuadrados, esto es, aquellos que se obtienen al multiplicar un número por sí mismo. [c] El número de todas las raíces, es decir, los números que multiplicados por sí mismos arrojan un número cuadrado.
4. El número de todos los cuadrados es una *parte* del número de todos los naturales en tanto el número de todos los naturales no sólo contiene a los números cuadrados, sino también a los números no-cuadrados.
5. El número de todos los cuadrados es *igual* al número de todos los naturales porque, por un lado, cada número cuadrado tiene una raíz y cada raíz tiene un número cuadrado (esto es, hay una relación biyectiva entre ambos) y, por otro, hay tantas raíces como números.
6. El número de todos los cuadrados es una *parte* del de los naturales (por *paso 4*) y, a su vez, es *igual* al de los naturales (por *paso 5*), esto es, la parte es igual al todo.
7. Se produce una *contradicción* entre el *paso 6* y el *paso 2* (axioma de Euclides)¹⁵.

En principio, tanto Galileo como Leibniz concuerdan en que se trata de una paradoja genuina. La diferencia entre ellos radica en la conclusión que cada uno extrae: mientras el primero concluye que el axioma que afirma que el todo es mayor que la parte no se aplica a los números infinitos, esto es, que entre tales números no pueden trazarse relaciones de mayor, menor o igual¹⁶, el segundo infiere que

¹⁵ Leibniz reformula la paradoja galileana tanto en sus apuntes al texto de Galileo (cf. A VI, 3, 168) como en *De minimo et maximo* (A VI, 3, 98). Sobre la paradoja tal como es propuesta por Galileo, cf. *Discorsi*, pp. 62-63.

¹⁶ Luego de mostrar la paradoja de los números infinitos, Galileo afirma: «no veo que se pueda llegar a otra decisión, sino a decir que es infinita la totalidad de los números, infinitos los cuadrados, infinitas sus raíces; y que la multitud de cuadrados no es menor que la de la totalidad de los números, ni ésta mayor que aquélla, y en última instancia, que los atributos de *igual*, *mayor* y *menor* no tienen lugar en los infinitos, sino sólo en las cantidades finitas» (*Discorsi*, 62-63). No hay unanimidad entre los intérpretes acerca de la postura de Galileo. Leibniz considera que el pisano niega la validez del axioma de Euclides para el caso de los números infinitos (A VI, 3, 168). Frente a esta lectura, autores como Knobloch (1999, 91-93) sostienen que Galileo no rechaza el axioma de Euclides, sino que en verdad lo que Galileo no acepta es que el infinito sea una cantidad (mientras que el axioma sólo vale para cantidades).

8. Los números infinitos son inconsistentes, esto es, su introducción (*paso 1*) conduce a una contradicción (*paso 7*).

En otras palabras, en lugar de rechazar la validez del axioma de Euclides en el caso de los números infinitos, Leibniz niega la posibilidad misma de tales números. En sus apuntes a los *Discorsi* reconoce las dos posibles conclusiones y se aparta explícitamente de la posición galileana al afirmar que de la paradoja de los números infinitos se infiere «o bien que el todo no es mayor que la parte en el infinito, opinión de Galileo y Gregorio de Saint-Vincent que yo no puedo aprobar, o bien que el mismo [número] infinito no es nada, no es ni uno ni un todo» (A VI, 3, 168). Dada la complejidad y amplitud del tema, nuestro análisis sobre los números infinitos tendrá una restricción doble: en primer lugar, expondremos sólo las características generales de la prueba leibniziana así como algunos de sus posibles problemas y, en segundo lugar, explicitaremos las razones que subyacen a la posición leibniziana sin ingresar en la corrección de las mismas.

Un análisis de las características generales de la prueba ayuda comprender por qué Leibniz no admite la conclusión galileana. Tal como enfatiza Arthur (2001), se trata de un argumento por el absurdo que tiene como premisas los dos primeros pasos indicados en nuestra reconstrucción, a saber, los números infinitos y el axioma de Euclides¹⁷. Ahora bien, la paradoja de los números infinitos (*paso 1-7*) sólo demuestra que, dadas estas dos premisas, se sigue una contradicción, la cual ha de salvarse negando alguna de ellas. Sin embargo, una característica de este tipo de argumentación es que, aun reconociendo que la contradicción es válida, con ello no se informa cuál de las dos premisas han de rechazarse, esto es, no es capaz de determinar su conclusión. En efecto, si no se presta atención a nada más que los pasos expuestos por Leibniz y Galileo, se puede salvar la contradicción de dos modos: o bien negando los números infinitos (*paso 1*), como hace Leibniz, o bien desestimando que el todo sea mayor que la parte en los números infinitos (*paso 2*), como hace Galileo. A partir de ello exégetas como Arthur (2001) han buscado ofrecer una *defensa parcial* del argumento leibniziano, esto es, afirmar su validez sin anular por ello la conclusión del oponente. Si bien esta interpretación ayuda a esclarecer la estructura de la prueba, no se pronuncia respecto de dos interrogantes capitales: por una parte, la corrección de la paradoja misma y, por otra, la posibilidad de determinar la conclusión a partir de razones externas al propio argumento. En el debate acerca de la posición leibniziana sobre los números infinitos que se ha desarrollado en los últimos años, los intérpretes han criticado tanto la inferencia de la contradicción como la posibilidad de derivar de ella la conclusión afirmada por Leibniz¹⁸.

En primer lugar y respecto de la validez de la paradoja (*pasos 1-7*), los intérpretes reconocen fundamentalmente un problema. Exégetas contemporáneos como Levey (1998, 60-63) y Brown (2000, 22-23) coinciden en señalar que la paradoja de los números infinitos descansa en un uso equívoco del concepto de igualdad, utilizado a veces como *similaridad* y a veces como *congruencia*. Por estos términos se entiende lo siguiente: dos cosas son similares si puede trazarse una relación de uno a uno entre sus elementos (noción aritmética) y son congruentes si una puede existir dentro los mismos límites que la

¹⁷ Cf. Arthur (2001, 103).

¹⁸ Las defensas de la posición de Leibniz desarrolladas por Carlin (1998) y Arthur (1999; 2001) han sido objeto de reparos por intérpretes como Levey (1998), Brown (1998; 2000) y Lison (2006).

otra (noción geométrica). La dificultad que se plantea con el uso equívoco de la igualdad consiste en que una cosa puede ser igual a otra por tener una relación biyectiva entre sus elementos (es decir, ser similar), pero ser más chica o más grande (esto es, no ser congruente). En principio, cabe señalar que en esta crítica hay una imprecisión en tanto ninguno de los intérpretes muestra de modo explícito cómo Leibniz incurre en el equívoco para el caso particular del argumento contra los números infinitos; por el contrario, todos hacen referencia a la prueba esgrimida contra los indivisibles, a saber, la llamada *paradoja de la diagonal* (cf. A VI, 3, 97-98), en la cual se muestra cómo puede trazarse una relación uno a uno entre los componentes de dos rectas de distintos tamaños (tal como sucede entre un lado del cuadrado y la diagonal)¹⁹. Pero, ¿cómo entiende Leibniz la igualdad en el caso de la paradoja de los números infinitos? Es manifiesto que ésta se comprende como similaridad en el *paso 5*, cuando se afirma que el número de los naturales y el de los cuadrados son iguales al poder establecerse una relación biunívoca entre sus elementos. El interrogante consiste, entonces, en determinar si se cambia el sentido del término en el *paso 6*, cuando se arriba a la conclusión paradójica, a saber, que la parte es *igual* al todo. En definitiva, ¿hay un corrimiento semántico en la comprensión del término para el caso del axioma de Euclides? ¿Es necesario entender allí la igualdad en términos de congruencia? No lo parece, puesto que también en el contexto del axioma euclídeo tal como es comprendido por Leibniz la igualdad puede tomarse como similaridad. En efecto, si A es *mayor* que B se debe a que A contiene todos los elementos que tiene B y, además, otros que no están en B, esto es, la relación de mayor y menor se afirma cuando no hay relación biyectiva entre sus partes componentes, es decir, cuando no hay igualdad (entendida como similaridad). En este sentido Leibniz define mayor, a saber, como aquello «cuya parte es igual a otro todo» (A VI, 2, 482). De este modo, creemos es necesario recurrir a nada más que a uno de los conceptos de igualdad para comprender el desarrollo de la paradoja de los números infinitos. Cabe señalar que la comprensión unívoca de la igualdad en clave de similaridad no elimina todos los inconvenientes de la paradoja, pues podría también objetarse a Leibniz, tal como hace Russell (1919, 80-81) en su *Introduction to Mathematical Philosophy*, que bajo esa restricción la paradoja no se suscitaría (cuestión sobre la que no nos pronunciaremos).

En segundo lugar y en relación con la conclusión extraída por Leibniz (*paso 8*) los intérpretes presentan reparos desde otros frentes. En mayor sintonía con la posición galileana, afirman que el hecho de que la parte sea igual al todo no constituye un problema, sino una propiedad característica de tales números. No obstante, la base de esta crítica se encuentra en argumentos posteriores al siglo XVII, a saber, las pruebas desarrolladas por Cantor en el siglo XIX a favor de la consistencia de los números infinitos. Si bien el recurso a las pruebas cantorianas transfiere la discusión a cuestiones de filosofía de la matemática que exceden por mucho nuestro trabajo, una consideración mínima sobre este tema ayuda a entender cómo puede determinarse la conclusión de la paradoja de los números infinitos. Autores como Levey (1998, 84) y Brown (2000, 25) recurren a los trabajos de Cantor para afirmar la consistencia de los números infinitos y aceptan que el *paso 1* del argumento leibniziano es demostrable por vías independientes, lo que deja una única conclusión posi-

¹⁹ La consideración de la paradoja de la diagonal como prueba contra los números infinitos es algo en lo que coinciden en el que incurren Levey (1998), Brown (1998; 2000) y Lison (2006).

ble, a saber, negar el axioma euclídeo. Cabe señalar que esta posición, aun siendo contraria a la de Leibniz, no coincide plenamente con la de Galileo, quien afirmaba de un modo universal que las categorías de igual, menor o mayor no tienen validez en el caso de los números infinitos. En oposición tanto a Leibniz como a Galileo y en sintonía con la propuesta cantoriana, los exégetas modernos aseveran que, aun cuando los números infinitos tienen la característica de que sus partes pueden ser iguales al todo, sí se puede comparar entre cantidades infinitas, tesis que se fundamenta en la demostración más célebre de Cantor, a saber, aquella que prueba que el número de todos los números reales es *mayor* que el número de todos los racionales; y es precisamente la posibilidad de *comparar* entre tales números lo que permite que se constituyan como objeto de estudio para una nueva rama de la matemática.

A pesar de la gran atención que los intérpretes le han dispensado en los últimos años al problema de los números infinitos en el contexto de los debates propios de la filosofía de la matemática, subsiste un *interrogante histórico* que no ha sido abordado por ninguno de ellos, a saber, por qué Leibniz prefiere negar que haya números infinitos a aceptar que en ellos la parte sea igual al todo²⁰. En este sentido, lecturas neutrales como las de Arthur (2001) no reflejan adecuadamente la posición de Leibniz, quien juzga que su conclusión no sólo es válida, sino que además es la *única* posible. Pero, ¿cuál es la razón que Leibniz esgrime para ello? ¿Por qué no puede aprobar, como él mismo dice, la opinión de Galileo? La respuesta a estas preguntas se halla en lecturas previas a la que hiciera de los *Discursos*. En líneas generales, así como las lecturas post-cantorianas apelan a la demostración de la consistencia de los números infinitos (*paso 1*) para objetar el argumento leibniziano, Leibniz arguye la demostrabilidad del axioma de Euclides (*paso 2*) a fin de criticar la conclusión galileana. En efecto, ya en escritos como *Demonstratio propositionum primarum* (1671-1672) sostiene que «el todo es mayor que la parte» es una proposición primaria que es demostrable a partir de definiciones y proposiciones idénticas. Esta misma tesis es reiterada durante su primer año en París en la *Accessio ad arithmeticam infinitorum*. En ambos textos Leibniz plantea que el axioma de Euclides es una consecuencia lógica del principio de identidad y la definición de *mayor* (A VI, 2, 482-483). Con esto no busca sino revelar que el rechazo de tal axioma implica, en realidad, la negación de un principio tan fundamental que ni siquiera el mayor de los escépticos podría poner en duda: A=A. En la *Accessio ad arithmeticam infinitorum* Leibniz reconoce esto de manera explícita al afirmar que «habiendo probado que el todo es mayor que la parte, concluyo que el número infinito, número máximo o suma de todas las unidades posibles, que también puede llamarse lo más infinito o número de todos los números, es 0 o nada» (A III, 1, 15). Al igual que sucede con las críticas fundadas en las pruebas de Cantor, también en este caso el debate se traslada a algo externo a la paradoja que excede nuestro trabajo: la demostrabilidad del axioma de Euclides²¹.

Como resultado de sus reflexiones parisinas Leibniz niega que los números infinitos sean *unidades o totalidades determinadas*, esto es, rechaza que puedan conformar un *infi-*

²⁰ Si bien intérpretes como Bassler (1999) o Lison (2006) enfatizan la importancia del axioma de Euclides en la filosofía leibniziana, no muestran el papel de la demostración del mismo en el marco de la crítica a los números infinitos.

²¹ Las reflexiones sobre el axioma euclídeo y su problemática relación con el infinito datan de sus años anteriores a París. Cf. Hofmann (1949, 2-3).

nito actual. De hecho, el filósofo alemán busca enfatizar esta conclusión con la presentación de una versión alternativa de la paradoja que, en lugar de usar el caso de los cuadrados y raíces y mostrar que el número infinito de los naturales tiene tantos cuadrados como raíces, utiliza los múltiplos de dos, tres, etc., y concluye que el número infinito de los naturales es igual al número infinito de cualquiera de los múltiplos²². La prueba puede pensarse como formalmente idéntica a la anterior y susceptible de los mismos problemas e interrogantes. El principal objetivo que persigue Leibniz con ello es desbaratar la analogía entre la unidad y el infinito que Galileo trazara en sus *Discorsi* y que basara en el hecho de que estos números, al igual que la unidad, contienen en sí todas sus potencias (y raíces). El simple cambio de las potencias por los múltiplos le permite a Leibniz alterar la analogía galileana entre los números infinitos y la unidad, puesto que estos números no sólo contienen todas sus potencias y raíces, sino también todos sus múltiplos, característica que no satisface la unidad, sino sólo el *cero*. De allí que en la *Accessio ad arithmeticam infinitorum* se concluya que

«Por lo tanto, el número infinito es imposible, no es ni uno ni todo, sino nada. En consecuencia, el número infinito es = 0. Y en el 0 o cero no sólo encontramos las propiedades que fueron observadas por Galileo en la unidad, sino también todas las otras, pues el cuadrado, cubo, etc. de 0 es 0, y el duplo y triple de 0 es 0, y 0+0 es =0, el todo es igual a la parte.» (A III, 1, 11)

La imposibilidad de que las cantidades infinitas puedan pensarse como unidades determinadas constituye, como veremos en nuestro siguiente y último apartado, un hito en el desarrollo del concepto leibniziano de cuerpo²³.

3. *La crítica al infinito actual en las cantidades continuas y el impacto en la metafísica de los cuerpos*

Los números infinitos no son más que un caso que enseña a Leibniz el peligro que puede acechar detrás del infinito actual. Sin embargo, ello no lo conduce a la negación sin más de este último²⁴. Por el contrario, Leibniz únicamente concluye la necesidad de revisar de forma más detenida los otros casos que lo involucran. En una carta a Oldenburg de 1675 explica su cambio de postura del siguiente modo:

²² Cf. A III, 1, 11 y A VII, 1, 657.

²³ Leibniz mantiene la crítica a los números infinitos a lo largo de toda su obra. Por ejemplo, en la correspondencia con Bernoulli declara: «Me parece que debemos decir o bien que el infinito no es verdaderamente un todo o bien que si el infinito es un todo y , sin embargo, no es mayor que su parte, entonces es algo absurdo, pues demostré hace muchos años que el número de la multitud de números implica una contradicción si se consideran como un único todo; lo mismo vale para el número máximo y el número mínimo, o la fracción más chica que todas las otras; esto también debe decirse para el movimiento más rápido y cosas similares» (GM III, 535).

²⁴ Leibniz es un defensor del infinito en acto en metafísica, pero no en matemática, pues aun cuando sostiene que la realidad está conformada de un infinito actual de cosas, rechaza que las cantidades en general puedan ser infinitas en acto.

«Creemos que pensamos muchas cosas que, sin embargo, implican contradicción. Por ejemplo, el número de todos los números. Debemos sospechar con fuerza de los conceptos de infinito, de máximo y mínimo, de lo más perfecto y de la totalidad misma.» (A II, 1, 393)

En otras palabras, no todo soporta totalidades infinitas²⁵. Entre las diversas cuestiones que somete a revisión, Leibniz presta particular atención al caso de las cantidades continuas tales como la extensión, la cual, según su concepción juvenil, involucraba un infinito actual. Desde 1672 hasta sus últimos escritos Leibniz se enfrenta a su propia posición de juventud y, con ello, a parte de la tradición moderna y defiende que no hay partes infinitas en acto en ninguna cantidad continua.

La razón por la que Leibniz rechaza el infinito actual en las cantidades continuas se encuentra en su crítica a los números infinitos (cf. A VI, 3, 98). En efecto, si estas cantidades se conciben como compuestas por infinitas partes actuales, tal como se piensan en el período juvenil, entonces involucrarían un número infinito, lo cual sería contradictorio con el axioma de Euclides y, por consiguiente, con el principio de identidad. Ahora bien, habiendo rechazado que las partes de las cantidades continuas sean infinitas en acto, Leibniz se ve obligado a ofrecer una explicación de una de las notas principales de tales cantidades, a saber, su divisibilidad infinita. Tal como indica Bassler (1998a) el filósofo alemán retoma en este punto el concepto de *indeterminado* que el propio Galileo ensaya —y descarta— en sus *Discorsi*, según el cual las partes en el continuo no son ni finitas ni infinitas, sino que hay tantas como números puedan asignárseles, es decir, las partes del continuo no están determinadas²⁶. De esta forma, ellas no conformarían un número finito determinado, porque siempre puede haber uno mayor, pero tampoco un número infinito determinado, porque, como sostiene el pisano, «ningún número asignado es infinito»²⁷. Cabe recordar que la distinción entre lo infinito propiamente dicho y aquello que, sin ser infinito, tampoco es finito es propia de la época. En estos años Leibniz conoce tanto el concepto cartesiano de indefinido como el galileano de indeterminado y, como indicamos, se inclina por este último. Es interesante notar la diferencia esencial que hay entre ellos. En relación con la noción de indefinido, como hemos señalado anteriormente, Descartes plantea que algo es tal si «no tenemos razón que pruebe que tenga límites [...], pero no niego que pueda haber razones que sean conocidas por Dios, aunque incomprensibles para mí»

²⁵ La crítica a los números infinitos tiene repercusiones en distintos ámbitos de la filosofía de Leibniz. Por ejemplo, en los años de París Leibniz se interesa en revisar el concepto de Dios o de lo sumamente perfecto, esto es, se pregunta si es posible un ser que contenga infinitas perfecciones o si, por el contrario, ello implica una contradicción. Sus reflexiones acerca de los números infinitos se encuentran a la base de su crítica a la prueba ontológica desarrollada en estos años, según la cual antes de afirmar la existencia a partir de la esencia es necesario mostrar que el concepto de Dios no es contradictorio.

²⁶ Galileo rechaza explícitamente esta posición. En este punto, nos apartamos de la lectura que hace Leibniz del texto galileano, la cual puede verse continuada en autores contemporáneos como Bassler (1999). En sus apuntes el filósofo alemán anota que «acerca de la cuestión de si las partes del continuo son finitas o infinitas, Galileo responde que ninguna de las dos, sino que son tantas que corresponden a cualquier numero dado» (A VI, 3, 168). Sin embargo, Galileo no suscribe esta tesis, puesto que es esencial a su teoría que haya *infinitas partes* actuales en las cantidades continua; cf. Selle (2006, 115).

²⁷ *Discorsi*, p. 66.

(AT V, 51-52). El indefinido cartesiano, por tanto, no excluye el concepto de infinito, sino que sólo evita pronunciarse al respecto. La posición de Leibniz es más fuerte en la medida en que juzga que lo indeterminado no es algo que dependa de la incapacidad de la mente humana de encontrar un límite en las cosas, sino que está en las cosas mismas. Por ello la indeterminación de las partes de las cantidades continuas rige tanto para el hombre como para Dios. De este modo y en función de nuestros intereses, la novedad principal que lleva aparejado este cambio consiste en que con la introducción de lo indeterminado Leibniz se aparta de su filosofía juvenil al rechazar que las partes de las cantidades continuas existan con anterioridad al todo que conforman, pues «en el continuo el todo es anterior a sus partes» (A VI, 3, 502).

A pesar de la radicalidad de este cambio, los principales intérpretes que se interesan en el desarrollo del pensamiento leibniziano y tratan el período parisino, tales como Wilson (1989), Mercer (2001) o Garber (2009), no le han concedido mayor importancia²⁸. En oposición a estas posiciones y en sintonía con la propuesta de Bassler (1998a), creemos que las modificaciones introducidas en los escritos de París y, en particular, el paso del infinito a lo indeterminado en las cantidades continuas, constituyen una bisagra en el desarrollo de su pensamiento y especialmente de su metafísica de los cuerpos. Como hemos dicho en el primer apartado, en los escritos pre-parisinos Leibniz acepta que la extensión es un predicado esencial o primitivo de los cuerpos y, asimismo, que ella es una cantidad continua. En los años posteriores a su estancia en París Leibniz no abandona la comprensión de la extensión en clave de cantidad continua; sin embargo, los cambios introducidos en su comprensión del continuo lo obligan a repensar la relación que trazara entre los cuerpos y la cualidad geométrica de extenderse en alto, largo y profundidad. En particular, el filósofo alemán rechaza en los escritos post-parisinos que se trate de un predicado de las cosas de orden primario o esencial.

En el marco de su teoría de juventud Leibniz entendía las cantidades continuas de modo absoluto, puesto que su número de partes, aun siendo infinito, se concebía como determinado. Esta idea es abandonada en sus escritos parisinos. En *De magnitudine* (1676) Leibniz evidencia su cambio de posición del siguiente modo:

«Antes solía definir la magnitud como el número de partes, pero luego consideré que era inútil, a menos que se establezca que las partes son iguales entre sí o a una razón dada.» (A VI, 3, 482)

El carácter indeterminado de las partes de una magnitud o cantidad obliga a Leibniz a revisar la definición de la misma. Dado que ellas no existen antes de la división del todo —re-

²⁸ Mencionamos a Wilson, Mercer y Garber por ser intérpretes que le atribuyen significación a las razones que subyacen a la evolución de la metafísica leibniziana y, a su vez, se ocupan del período de París. Wilson (1989, pp. 74-77) trata el problema del continuo en estos años, pero de un modo sucinto y sin conectar con la metafísica; de hecho, los escritos de 1663 a 1685 son reunidos en un capítulo bajo el título de *filosofía juvenil* y estudiados únicamente como antecedenza del *Discurso de metafísica* (1686). Mercer (2001, pp. 386-387) afirma que durante el período de París Leibniz permanece comprometido con las tesis de su metafísica de juventud y sólo expande alguna de ellas. Garber (2009) reconoce novedades en el período pero fundamentalmente en el ámbito de la mecánica; sin embargo y aun cuando el libro está destinado a explicar el concepto de cuerpo, no hay menciones al problema del continuo y los cambios que de allí se siguen para el concepto de extensión.

sultado parisino—, a fin de determinar cuántas partes hay, por ejemplo, en una porción de extensión, esto es, cuál es su cantidad, siempre se necesita de algo que funcione como criterio o razón para la división. Por ejemplo, es imposible responder al interrogante acerca de cuantas partes tiene una *línea ab* a menos que haya otra *línea cd* que oficie de parámetro para hacer la división; sólo así se podrá decir que una contiene una o diez partes, esto es, que contiene una o diez veces a la otra línea. Si únicamente se cuenta con la *línea ab* no hay forma de responder a la pregunta, ya que sus partes siempre pueden ser más o menos según se cambie la razón de la división. En términos leibnizianos, la cantidad se transforma en un *predicado extrínseco*. Tomemos el caso de una figura como el triángulo. Leibniz reconoce que en la noción de triángulo hay *predicados intrínsecos* tales como tener tres lados. Sin embargo, su tamaño, magnitud o cantidad no es algo que pueda determinarse a partir del concepto por sí solo, esto es, no está contenido en la noción. Esta variación en el concepto de cantidad, que renuncia a la comprensión absoluta de la misma por una relacional, constituye el fundamento primero que conduce a Leibniz a poner en duda una tesis moderna por excelencia: el carácter primitivo o esencial en los cuerpos de la cualidad geométrica de extenderse en largo, ancho y profundidad.

El carácter indeterminado de las cantidades continuas constituye uno de los pilares de la ofensiva leibniziana contra la *res extensa*. En efecto, el rechazo de la extensión como cualidad primitiva del cuerpo no es sino un caso que espeja un problema más general que aqueja a toda cantidad continua. En la correspondencia con De Volder (1698-1706) Leibniz evi-dencia su postura al respecto en los siguientes términos:

«En las cosas reales, la cantidad es discreta, esto es, una multiplicidad resultante de verdaderas unidades; la cantidad continua, que no se ve pero es exacta, pertenece a lo ideal y a las posibilidades, puesto que envuelve o implica algo indefinido o indeterminado, que la naturaleza actual de las cosas no admite [...]. Lo actual se compone como el número se compone de unidades; lo ideal, como el número se compone de fracciones: en un todo real hay partes actuales, pero no en uno ideal. Lo que ocurre, sin embargo, es que nosotros confundimos lo ideal con las substancias reales cuando buscamos partes actuales en el orden de los posibles y partes indeterminadas en el agregado de los actuales y nos precipitamos en el laberinto del continuo y, de ese modo, caemos en contradicciones inexplicables.» (GP II, 282)

En este pasaje puede verse comprimida la razón, o al menos una de ellas, por la que Leibniz juzga necesario cuestionar la concepción del cuerpo como cosa extensa. En efecto, al ser la extensión una cantidad continua, se trata de algo que tiene un número indeterminado de partes, esto es, ellas sólo pueden determinarse por una división ulterior según algún criterio establecido. En este sentido, Leibniz considera que en la exten-sión «las partes son posibles e ideales» (GP IV, 492). Por un lado, son *posibles* en tanto en la extensión el todo es anterior a sus partes. De hecho, ella no sería más que todos los posibles ordenamientos simultáneos de partes, esto es, la figurabilidad indeterminada. Por otro lado, ellas son *ideales*, porque, debido a que la división en partes requiere del establecimiento de algún criterio, sólo existen en la medida en que haya algo que piense la relación que las constituye. En otras palabras, requieren de un sujeto que piense efectivamente la división. De este modo, Leibniz no hace sino reducir la existencia de esas partes a algo del orden de lo mental o ideal. En terminología de la época podría decirse que sólo subsisten como modificaciones del pensamiento: así como Descartes hiciera para las cua-lidades secundarias de los cuerpos, Leibniz piensa que su extensión sólo existe como un

modo del pensamiento del sujeto que lo percibe, esto es, como una idea. Pero, concedida esta tesis, ¿qué puede inferirse para la noción de *cuerpo*?

La enseñanza que el período parisino deja a la metafísica de los cuerpos es fundamentalmente *negativa*. Como hemos visto, hasta 1672 Leibniz acepta con la tradición moderna que el cuerpo tiene a la extensión como una de sus notas esenciales: se trata de un predicado que está contenido en el concepto mismo de cuerpo, esto es, se sigue de su definición, y que le pertenece por el solo hecho de ser tal. Como resultado de sus investigaciones en París Leibniz concluye críticamente que la *res extensa* es *imposible*, ya que si una cosa es extensa y al mismo tiempo es real o actual, entonces implica un infinito actual de partes, lo que es absurdo porque viola el axioma de Euclides y, con ello, el principio de identidad. Esta tesis puede verse cristalizada en la siguiente sentencia condicional que Leibniz repetirá a lo largo de toda su vida: si los cuerpos son extensos, entonces no son reales, sino algo del orden de lo mental. En otras palabras, si se mantiene el concepto moderno de cuerpo, según el cual la extensión es predicado primitivo suyo, no puede sostenerse al mismo tiempo su realidad, esto es, que se trate de *cosas* extensas. Ahora bien, con esta condicional no se afirma ni que no existan los cuerpos ni tampoco que la extensión no pueda predicarse de ellos. Por una parte, Leibniz no rechaza sin más que existan cuerpos, sino únicamente que aquello que la nueva filosofía —y él mismo en su juventud— pensó como su esencia sea adecuado. De hecho, en los años posteriores a París intenta precisamente llevar adelante una reforma en el concepto de cuerpo con la cual cree escapar a los problemas que, a su juicio, aquejan a la definición moderna²⁹. Por otra parte, aun cuando Leibniz comparte con Descartes la opinión sobre la prioridad de la extensión respecto de las denominadas cualidades secundarias a la hora de explicar los fenómenos naturales, se aparta del francés en tanto juzga que ella no constituye un atributo primario o primitivo de las cosas, sino derivado o respectivo. En efecto, en las ciencias de la naturaleza no sólo es lícito predicar de los cuerpos una cantidad y una figura, sino que además estas cualidades han de erigirse como los pilares de sus explicaciones. Sin embargo, en filosofía primera Leibniz advierte que ha de avanzarse con mayor cautela en la medida en que el análisis más profundo de la cuestión obliga a rechazar que existan cosas que tengan realmente cantidad y figura, esto es, extensión, puesto que esta cualidad *no puede* ser un predicado de las cosas mismas, sino sólo de una *relación* entre una pluralidad de cosas coexistentes con continuidad³⁰.

En suma, a lo largo del trabajo hemos intentado demostrar que la raíz de la ofensiva leibniziana contra la *res extensa* se encuentra en el período de París y, especialmente, en la

²⁹ La complejidad del concepto leibniziano de cuerpo así como su importancia para la comprensión de la metafísica madura se evidencia en el debate de la última década entre las lecturas idealistas y realistas.

³⁰ La explicación del carácter derivado de la extensión es un tema trabajado por Leibniz en su período maduro. En la correspondencia con De Volder reduce a este punto el núcleo de su crítica a la definición cartesiana: «Concede usted que la coexistencia y la continuidad que entra en la noción de extensión difieren formalmente; yo no le pido más. Pero aquella noción que se compone de distintos conceptos formales no es primitiva. Precisamente entre los principales errores de los cartesianos uno es que han concebido la extensión como algo primitivo y absoluto, entendiéndolo como sustancia. De este error debe liberarse quien quiera filosofar correctamente, pues es la única manera de poder comprender la noción de cuerpo y de sustancia» (GP II, 233-234).

crítica a los números infinitos. De hecho, es este caso particular el que conduce a Leibniz a poner en tela de juicio la noción moderna de cuerpo. Las reflexiones parisinas también tienen, empero, una contraparte positiva en tanto permiten rehabilitar la pregunta fundamental por la esencia de los cuerpos y cuestionar si acaso no puede encontrarse algún otro predicado en ellos que escape a la relatividad de la extensión y sea determinable de modo absoluto —cuestión que ocupa un lugar de privilegio en su programa de reforma de la filosofía primera—. Si bien estos interrogantes no hallan solución en las investigaciones parisinas, ellas demarcan los límites dentro de los cuales el filósofo alemán habrá de repensar la metafísica de los cuerpos en sus años posteriores.

REFERENCIAS

- Antognazza, M. 2009. *Leibniz. An Intellectual Biography*. Cambridge: Cambridge University Press.
- Aristóteles. *Física*. Trad. y notas G. de Echandía. Madrid: Gredos, 1995.
- Arthur, R. 1998. Infinite Aggregates and Phenomenal Wholes. *The Leibniz Review* 8: 25-45.
- . 1999. Infinite Number and the World Soul: in defence of Carlin and Leibniz. *The Leibniz Review* 9:105-116.
- . 2001. Leibniz on Infinite Number, Infinite Wholes and the Whole World. *The Leibniz Review* 11:103-116.
- Bassler, O. 1998a: Leibniz on the Indefinite as Infinite. *The Review of Metaphysics* 51: 849-874.
- . 1998b. The Leibnizian Continuum in 1671. *Studia Leibnitiana* 30(1):1-23.
- . 1999. Towards Paris: The Growth of Leibniz's Paris Mathematics out of the Pre-Paris Metaphysics. *Studia Leibnitiana* 31(2): 160-180.
- Beeley, P. 1996. *Kontinuität und Mechanismus. Zur Philosophie des jungen Leibniz in ihrem ideengeschichtlichen Kontext*. Stuttgart: Franz Steiner Verlag.
- Bréger, H. 1986. Das Kontinuum bei Leibniz. A. Lamarra (ed.), *L'infinito in Leibniz, problemi e terminologia*, Roma: Edizione dell'Ateneo, pp. 53-67.
- Brown, G. 1998. Who is Afraid of Infinite Number? *The Leibniz Review* 8: 113-125.
- . 2000. Leibniz on Wholes, Unities, and Infinite Number. *The Leibniz Review* 10: 21-51.
- Carlin, L. 1997. Infinite Accumulations and Pantheistic Implications. *The Leibniz Review* 7: 1-24.
- Descartes, R. *Ouvres*. Ed. C. Adam y P. Tannery, Paris: Vrin, 1964-1976 [citado como AT].
- Galileo, G. *Discursos y demostraciones en torno a dos nuevas ciencias*. Buenos Aires: Losada, 1945 [citado como Discorsi].
- Garber, D. 2009. *Leibniz: Body, Substance, Monad*. Oxford: Oxford University Press.
- Hartz, G. 2008. Why Corporeal Substances keep popping up in Leibniz's Later Philosophy. *British Journal for the History of Philosophy* 6(2): 193-207.
- Hofmann, J. 1974. *Leibniz in Paris 1972-1976. His Growth to Mathematical Maturity*. Cambridge: Cambridge University Press, 2008.
- Knobloch, E. 1999. Galileo and Leibniz: Different Approaches to Infinity. *Archive for History of Exact Sciences* 54(2): 87-99.
- Leibniz, G.W. *Die philosophischen Schriften*. Ed. C. I. Gerhardt, 7 vols., Berlín: Wiedeman Buchhandlung, 1875-1890 [citado como GP].
- . *Mathematische Schriften*. Ed. C. I Gerhardt, 7 vols., Berlín: A. Asher, 1848-1863. [citado como GM].
- . *Sämtliche Schriften und Briefe*. Ed. Berlin-Brandenburgischen Akademie der Wissenschaften und der Wissenschaften in Göttingen, Darmstadt-Leipzig-Berlín: Akademie Verlag, 1923-sig [citado como A].
- . *The Labyrinth of the continuum: writings on the continuum problem*. Trad. R. Arthur, New Haven/London: Yale University Press, 1992.

- Levey, S. 1998. Leibniz on Mathematics and the Actually Infinite Division of Matter. *Philosophical Review* 107: 49-96.
- . 1999. Matter and two Concept of Continuity in Leibniz. *Philosophical Studies* 94(1-2): 81-118.
- Lison, E. 2006. The Philosophical Assumptions Underlying Leibniz's Use of the Diagonal Paradox in 1672. *Studia Leibnitiana* 38/39(2): 197-208.
- Lolordo, A. 2006. *Pierre Gassendi and the Birth of Early Modern Philosophy*. Cambridge: Cambridge University Press.
- Mercer, Ch. 2001. *Leibniz's Metaphysics: its origin and development*. Cambridge: Cambridge University Press.
- Russell, B. 1919. *Introduction to Mathematical Philosophy*. London, George Allen, New York: The Macmillan Company.
- Sellés García, M. 2006. La paradoja de Galileo. *Asclepio* 58(1):113-148.
- Wilson, C. 1989; *Leibniz' Metaphysics. A historical and comparative Study*. Manchester: Manchester University Press.

RODOLFO FAZIO es doctor en Filosofía por la Universidad de Buenos Aires y ayudante de Filosofía Moderna en la misma institución. Su principal área de investigación es la filosofía del siglo XVII, en especial estudia temas de metafísica y filosofía natural en Leibniz. Ha sido becario de la Universidad de Buenos Aires, del Concejo Nacional de Investigaciones Científicas y Técnicas (CONICET) y del Servicio Alemán de Intercambio Académico (DAAD) en el Leibniz-Forschungsstelle de la Universidad de Münster.

ADDRESS: Instituto de Filosofía, Universidad de Buenos Aires, Puan 480, 1406 Ciudad de Buenos Aires, Argentina. E-mail: rodolfofazio@gmail.com