

Moreno Sarmiento, Efraín
Predicción con series de tiempo y regresión
PANORAMA, vol. 2, núm. 4, 2008, pp. 36-58
Politécnico Grancolombiano
Bogotá, Colombia

Disponible en: <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=343929216005>



PANORAMA,
ISSN (Versión impresa): 1909-7433
panorama@poligran.edu.co
Politécnico Grancolombiano
Colombia

Predicción con series de tiempo y regresión

EFRAÍN MORENO SARMIENTO

1. INTRODUCCIÓN

Diariamente los dueños de empresa se ven enfrentados al problema de pronosticar el nivel futuro de su actividad económica. Pronósticos de ventas, utilidades, inversiones y costos entre otros, se constituyen en elementos importantes de la planificación de los negocios; sin embargo para lograrlos, se necesita conocer y disponer de información confiable y suficiente del pasado; estudiarla y detectar tendencias, variaciones cíclicas y

estacionales, con el fin de poderlas reproducir a través de modelos estadísticos. Este campo de los modelos estadísticos ha crecido al mismo ritmo del desarrollo de los computadores de tal forma, que existe una gran cantidad de modelos de pronósticos. Unos sencillos, como los que inicialmente se consideran en este documento y de gran despliegue en los textos clásicos de la Estadística básica, los tradicionales de la regresión

RESUMEN

En el siguiente documento se desarrollan algunos modelos básicos de pronóstico con base en series cronológicas, regresión lineal, exponencial y parabólica de amplio despliegue en los textos clásicos de la Estadística, utilizando en todos los casos las herramientas que ofrece la hoja electrónica Excel. Este trabajo resalta la importancia de conocer la evolución y tendencia de las variables principales de los negocios, conocimientos que manejan de manera intuitiva los dueños de pequeñas y medianas empresa, pero que algunas veces es necesario traducirlos a lenguajes abstractos, mediante modelos estadísticos, que permitan generalizar y puedan ser utilizados de manera fácil y económica como instrumento para la toma de decisiones en situaciones futuras.

PALABRAS CLAVE

Predicción con series de tiempo, valores de tendencia mensual, valores desestacionalizados, índices estacionales en la predicción, modelos de regresión lineal, exponencial y parabólico.

ABSTRACT

This document develops some basic models of forecast based on time series, linear regression and exponential and parabolic regression, known widely in classic statistics textbooks, and their usages are supported with an Excel worksheet.

The importance of knowing the evolution and tendency of the main variables in businesses are highlighted in this paper. These concepts are managed intuitively for owners of median and small businesses, however it is necessary to translate them to abstract models by using statistical models. This type of models generalizes different kind of situations and can be used easy and economical way, as a tools to make decisions in future events.

KEY WORDS

Forecast with times series, monthly tendency data, unseasonalized data, seasonal indexes in the forecast; parabolic, exponential, and linear regression models.

múltiple, otros más sofisticados como los modelos de series temporales propuestos por Box and Jenkins¹; modelos que involucran redes neurales, o las propuesta de los premios Nobel de economía del año 2003, entre ellos, Robert F. Engle, de series temporales con volatilidad variante en el tiempo (modelos ARCH) y los de Clive W. J. Granger desarrollados con tendencias comunes (modelos de cointegración). En esta línea aparecen también los modelos generalizados GARCH estudiados por Bollersley (1986) y los modelos de volatilidad estocástica (SV) como alternativa a las falencias del uso de los modelos anteriores.

De todas formas estos modelos tienen unos denominadores comunes: la dependencia de una información confiable, adecuadamente caracterizada, normalizada y almacenada, que unida a la experiencia y pericia del investigador, puede generar buenas o malas estimaciones siempre y cuando las condiciones históricas sean muy similares a las que se pretenden modelar en el futuro.

2. DESCRIPCIÓN DEL PROBLEMA

Pronosticar es fundamental en las pequeñas y medianas empresas pymes puesto que las predicciones se pueden incorporar al proceso de toma de decisiones inteligentes. En particular, estas pequeñas empresas requieren pronósticos de muchos hechos y situaciones en todas las fases de su producción. En el sitio de trabajo del dueño, deben estar disponibles pronósticos confiables de las ventas para poder planificar las estrategias de la producción. En un programa de producción se requieren las predicciones de la demanda de cada producto. Estas proyecciones se elaboran para periodos concretos que pueden ser días específicos, semanas o meses. Estas estimaciones permiten a los propietarios poder planificar la producción y el mantenimiento del inventario. Los pronósticos de la demanda para cada producto se pueden leer en pronósticos de cantidades necesarias de materia prima, de modo que las compras se puedan planificar.

3. MARCO TEÓRICO

Como se señaló en la introducción, no hay un solo modelo para establecer pronósticos que sea el mejor. De hecho, existen bastantes métodos para realizar estimaciones que se puedan usar. Estos métodos se dividen en dos tipos clásicos: métodos cualitativos y cuantitativos.

3.1. Métodos cualitativos para establecer pronósticos

Son aquellos que valoran la experiencia y usan su opinión para establecer pronósticos que predicen, en forma subjetiva, hechos futuros. Son claves sobre todo cuando los datos históricos no están disponibles o son pocos. Las técnicas cualitativas son usadas a menudo para predecir cambios en los patrones de datos históricos.

Entre las técnicas cualitativas más representativas se encuentra el ajuste de curva subjetivo basado en el “ciclo de vida de un producto” de acuerdo con Bowerman, O’Connell y Koehler (2007)². Se considera que este ciclo de vida consta de una primera etapa: el crecimiento, en el que las ventas comienzan muy lentamente, luego rápidamente. En la segunda etapa se consigue una estabilidad, sigue el aumento, pero a menor velocidad hasta estabilizarse, y en la última, aparece la declinación. La construcción subjetiva de estas curvas no es sencilla; requiere gran experiencia y criterio.

Efraín Moreno Sarmiento.

Estadístico de la Universidad Nacional, docente de tiempo completo e Investigador del Politécnico Grancolombiano, ex funcionario del sector financiero colombiano.

Para contactar al autor:
emorenos@poligran.edu.co

1 Box, G. E. P. y Jenkins G. M. (1976). *Time series analysis, forecasting and control*. San Francisco: Holden Day Inc. Pág. 1.

2 Bowerman, B. L.; O’Connell, R. T. y Koehler, A. B. (2007). *Pronósticos, series de tiempo y regresión*. México: Torzón. Pág. 10.

El método Delphi se basa en el concurso de un grupo de expertos que de forma aislada resuelve un cuestionario sobre las actividades a pronosticar, luego se resumen las opiniones. Se espera que después de varias rondas de cuestionarios, las respuestas del grupo lleguen a un consenso que se utilizará como pronóstico. Rowe y Wright (2001)³ desarrollan al detalle dicha metodología.

Una tercera técnica cualitativa requiere comparaciones técnicas independientes del tiempo; es decir, las transformaciones en un área se predicen mediante el monitoreo de cambios que tienen lugar en un área distinta, pero que están relacionadas (Gerstenfeld, 1971)⁴.

3.2. Métodos cuantitativos para establecer pronósticos

Estas técnicas necesitan el estudio de información histórica para estimar los valores futuros de la variable de interés. Estos modelos se pueden agrupar en dos clases: univariados y causales.

3.2.1. Modelos univariados

Predicen el futuro de una serie con base en su comportamiento histórico propio; son muy útiles si el patrón detectado en el pasado se mantiene hacia el futuro, de lo contrario no son aconsejables. Los modelos *integrated autoregressive moving average model* (ARIMA model) son representativos de este grupo⁵.

3.2.2. Modelos causales

Requieren la identificación de otras variables que se relacionan de la manera causa efecto con la variable que se desea predecir. Una vez identificadas estas variables relacionadas, se construye un modelo estadístico que pretende describir la relación entre estas variables y la variable que se desea pronosticar. Los modelos de regresión lineal simple y los modelos de regresión lineal múltiple son los más conocidos de este grupo.

4. METODOLOGÍA

4.1. Naturaleza de las series de tiempo

Una serie de tiempo es una serie de registros realizados en diversos periodos de tiempo (días, semanas, meses, trimestres, años). Los registros son valores numéricos que varían en el tiempo. Un aspecto básico del estudio de las series de tiempo requiere analizar la naturaleza de estas variaciones⁶.

Las variaciones de una serie de tiempo –ST– se clasifican en sistemáticas y aleatorias; las sistemáticas ocurren con regularidad y se pueden modelar; las aleatorias son causadas por situaciones aisladas como terremotos, huelgas y en consecuencia, son difíciles de modelar.

Los economistas han identificado tres diferentes tipos de variaciones: tendencia secular, variaciones cíclicas y variaciones estacionales.

La *tendencia secular* describe la naturaleza general de la serie en periodos largos de tiempo y son debidas a fuerzas importantes como crecimiento de la población, cambios en tecnología y en los hábitos de consumo de los consumidores, entre otras. Estas situaciones pueden desembocar en tendencias ascendentes, descendentes e incluso ninguna.

Variaciones estacionales se efectúan cuando las observaciones son realizadas en intervalos inferiores a un año (semanas, meses, trimestres); estas pueden reflejar comportamientos estacionales que se repiten de la misma manera y con la misma regularidad año tras año. El término estacional proviene de los países con estaciones; estas pueden influir en la evolución de los negocios; en nuestro medio dependen de las costumbres y hábitos que se manifiestan durante el año.

Variaciones cíclicas corresponden a fluctuaciones a largo plazo, más o menos periódicas que se repiten regularmente cada cierto número de años, en las actividades económicas en periodos de crisis y de recuperación.

3 Rowe, G. y Wright, G. (2001). "Expert opinions in forecasting: The role of the Delphi technique". En: *Principles of forecasting: A handbook for researchers and practitioners*. Boston: Kluwar.

4 Gerstenfeld, Arthur (1971). "Technological forecasting". En: *Journal of Business*. Vol. 44, No. 1.

5 Pindick, R. S. y Rubinfeld, D. L. (1991). *Econometric models and economic forecasts*. Sinagpore: McGraw Hill. Ver introducción. Pág. XVII.

6 Zuwaylif, F. H. (1977). *Estadística general aplicada*. México: Fondo Educativo Interamericano. Pág. 333.

Variaciones aleatorias se refieren a los factores que se presentan en forma accidental y son difíciles de predecir.

4.2. Tendencia secular y variaciones estacionales aplicadas a la predicción

4.2.1. Tendencia secular

Como ya se comentó, son aquellas variaciones suaves y constantes que se suceden en un período relativamente extenso. El período debe ser largo, mínimo de cinco años como para establecer una línea de tendencia significativa. Antes de tomar cualquier decisión se debe hacer un estudio exploratorio de la información que involucre gráficos de dispersión en el tiempo, de tal forma que se pueda visualizar algún tipo de relación. Las relaciones pueden ser diversas; este trabajo está desarrollado bajo el supuesto de que la relación es lineal.

4.2.2. Tendencia lineal

El modelo de regresión lineal es el apropiado para realizar pronósticos cuando la tendencia es lineal.

El objetivo del modelo de regresión de dos variables, el lineal, es la comprensión de la naturaleza probabilística del modelo de regresión de tal manera que, a partir de un valor observado de X (variable independiente), logremos observar varios valores posibles de Y (variable dependiente). El ejemplo desarrollado por Zuwaylif considera las ventas hipotéticas efectuadas en millones de pesos mensualmente. Estas probablemente variarán cada año, debido a la situación cambiante de los negocios, las preferencias de los clientes, la competencia, y en general, a los hechos que acompañan el desarrollo normal de las empresas. A no ser que se disponga de información adicional, supondremos que para cada observación de X (años), los comportamientos de Y (ventas) diferirán de forma aleatoria. Usamos ε como componente de “error” aleatorio.

Para tal efecto se tomó una serie con periodicidad mensual del valor hipotético de las ventas mensuales de

la empresa XX entre enero de 1999 y diciembre del 2003. Ver Anexo N°.1.

A continuación se obtuvo el total de las ventas anuales en millones de pesos.

Tabla N°. 1. Ventas anuales

Año	Ventas en millones de \$
31/1/99	
31/12/99	218,7
30/12/00	235,3
30/12/01	246,3
31/12/02	261,6
31/12/03	283,9

Mediante un diagrama de dispersión se visualiza la posible relación lineal (ver Gráfico N°.1).

4.2.2.1. Obtención del modelo de regresión lineal

A partir de los datos obtenidos que se presentan en la Tabla N°.1 y realizando un cambio de base para la variable tiempo, como es tomar el año 1999 como período cero “0”, el año 2000 como 1 y así sucesivamente hasta el último período de estudio, se obtiene la ecuación de regresión lineal, utilizando el menú Herramientas/Analizar Datos/Regresión que posee la hoja Excel. Los resultados se presentan en el Anexo N°. 2, en la hoja Ec_t_a.

Del anexo N°.2 obtenemos los parámetros de regresión para construir el modelo de regresión o la ecuación de tendencia anual (Ecta) para los diversos años de la serie:

Ecuación de tendencia anual

(1)

$$\hat{Y}_{\text{Ventas_mill\$}} = \beta_0 + \beta_1 * X_{\text{años}} + \varepsilon$$

Donde:

- $\hat{Y}_{\text{Ventas_mills}}$: Variable dependiente que se pretende estimar; en este caso, valor de las ventas anuales.
- β_0 : Parámetro de regresión correspondiente al valor estimado de las ventas en el año cero.
- β_1 : Parámetro de regresión correspondiente al crecimiento o disminución (depende del signo) del valor.
- $X_{\text{años}}$: Variable independiente para el caso años.
- ε : Componente de “error” aleatorio.

Mediante la ecuación (1), se pretende la comprensión de la naturaleza probabilística del modelo de regresión, en este caso, la ecuación de tendencia anual de manera que, cada observación Y es una variable aleatoria, el valor de X es fijo (conocido por el investigador) y ε es la componente de “error” aleatorio cuyo comportamiento se basa en una distribución de probabilidad subyacente⁷.

El objetivo de obtener esta ecuación radica en que a partir de los datos reales mensuales podamos obtener los resultados anuales, con el fin de estudiar y verificar la tendencia secular; es decir, el movimiento de la serie de tiempo en el periodo analizado y de esta manera predecir las ventas anuales en años futuros. Estas estimaciones serán razonables si existe una regularidad estadística que haya prevalecido en el pasado y continúe manifestándose aproximadamente de la misma forma en el futuro. Estas predicciones deben ser consideradas como información aproximada, razón de peso para la construcción de los respectivos intervalos de confianza dentro de los cuales se espera que esté el valor real de la variable de estudio, con una confianza que establezca el propio investigador.

Es importante que cada ecuación de tendencia esté acompañada del nombre y de la unidad de medida de la variable tanto dependiente como de la independiente.

Cambio de base anual a base mensual (2)

$$\hat{Y}_{\text{Ventas_men_mills}} = \beta_0/12 + \beta_1/144 * X_{\text{mes_jun/jul}} + \varepsilon$$

El objetivo de este cambio es necesario cuando exploremos las variaciones estacionales de la serie de tiempo, la fórmula (2) incorpora la tendencia secular anual observada en los datos, a cada uno de los meses, obteniéndose la ecuación de tendencia modificada mensual con origen en el mes promedio teórico que recoge 15 días de junio y 15 de julio y las correspondientes ventas mensuales calculadas por el modelo.

Cambio de base a inicio de año (3)

$$\hat{Y}_{\text{Ventas_men_mills}} = (\beta_0/12 + \beta_1/144 * X_{\text{mes_jun/jul}}) * (-5,5) + \beta_1/144 * X_{\text{mes_enero}} + \varepsilon$$

Con esta ecuación determinamos los valores de tendencia mensual haciendo un cambio de base X=0 para enero de 1999; X=1 para febrero de 1999; X=59 para diciembre del 2003. Ver Anexo No. 3 columna **VTM_i** valor de tendencia mensual. En atención a que la ecuación anterior (2) nos llevó a un mes que estaba compuesto por días de junio y julio, por comodidad se trasladó al mes inicio del año, enero.

En resumen la ecuación 3 permite obtener los valores de tendencia mensual de la variable de estudio, calculados por el modelo de acuerdo con los parámetros de regresión β_0 , β_1 modificados.

División de los valores reales de cada mes y_i por el respectivo valor de tendencia mensual VTM_i

Se toman uno a uno los valores reales entre enero de 1999 y diciembre de 2003 y se dividen por sus correspondientes valores de tendencia mensual para obtener la columna y_i / VTM_i . Ver Anexo N.º. 3 columna

⁷ Pindick, R. S. y Rubinfeld, D. L. (1991). Op. cit. Pág. 46.

y_i / VTM_i . Este procedimiento elimina la variación por tendencia; en otras palabras, los valores reales de cada mes se expresan como porcentaje del valor de tendencia del respectivo mes.

Determinación de la razón promedio de cada mes rpm_i

Las variaciones aleatorias de la serie se eliminan promediando las cinco razones de cada mes.

$$\overline{rpm}_i = \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^12 \frac{y_i}{VTM_{ij}} / n \quad (4)$$

Donde:

\overline{rpm}_i : Se define como la razón promedio de cada mes.

n : Número de años.

i : Varía de 1 = enero a 12 = diciembre.

Ver Tabla N°. 2.

Determinación de los valores desestacionalizados VD_i mensuales

Es el resultado de dividir cada uno de los valores reales por su correspondiente índice estacional:

$$VD_i = y_i / ie_i \quad (5)$$

Ver anexo N°. 3 columna identificada con VD .

Ventas desestacionalizadas a tasa anual $vdata_i$

$$vdata_i = VD_i * 12$$

Tabla N°. 2.

Mes	Razón media rm	Índice estacional ie_i
1	0,90155105	0,90250628
2	0,85278366	0,85368723
3	0,97347949	0,97451094
4	0,99387255	0,99492561
5	1,03139259	1,0324854
6	1,02382464	1,02490943
7	0,9948741	0,99592822
8	0,99492287	0,99597704
9	0,95329536	0,95430543
10	1,02658246	1,02767018
11	1,02144751	1,02252978
12	1,21927259	1,22056447
TOTAL	11,9872989	12

Corresponde a la multiplicación de cada uno de los valores mensuales desestacionalizados por los 12 meses del año. Estos valores desestacionalizados se utilizan para hacer análisis más rigurosos del comportamiento real de la variable que se esté pronosticando.

Uso de los índices estacionales en la predicción

A partir del mes que se desee estimar y con la ecuación de tendencia mensual de las ventas obtenida en la fórmula (3) se encuentra el valor de tendencia para el mes deseado. Ahora bien, si en seguida este valor lo multiplicamos por el respectivo índice estacional registrado en la tabla 2, se obtiene la respectiva predicción. Al final del Anexo 3, soporte de la Tabla 2, se obtiene la respectiva predicción.

4.2.3. Modelos de regresión exponencial

Si en el análisis exploratorio de la información se presentan crecimientos geométricos, que se pueden verificar con la correspondiente gráfica de dispersión, se deben utilizar los modelos o ajustes exponenciales. Ejemplos típicos: la población de un país, región o ciudad y aquellas variables que guardan relación con el

comportamiento de la población o la evolución de una enfermedad (propagación de virus). Las variables financieras, captación, préstamos que involucran el cálculo de rendimientos e intereses periódicos compuestos.

La ecuación general del modelo de regresión exponencial está dada por la siguiente expresión:

Donde:

$$\hat{Y} = \beta_0 \beta_1^X + \varepsilon$$

Y : Variable dependiente a estimar o valor futuro.

β_0 : Parámetro de regresión o valor inicial o valor presente.

β_1 : Parámetro de regresión o tasa de crecimiento o decrecimiento.

X : Variable independiente.

ε : Término de error.

Si se aplican logaritmos a ambos lados de la ecuación, el modelo se transforma en lineal, de tal forma, que la estimación de los parámetros de regresión y la obtención de las medidas para medir la bondad de ajuste se resuelven por los diferentes métodos que existen en la regresión lineal.

En el Anexo N.º. 4 se presenta el desarrollo para los dos modelos: el exponencial y por supuesto, el lineal con base en la misma serie de ventas mensuales del período enero de 1999 hasta diciembre del 2003⁸. En ambos casos se muestra el desarrollo manual utilizando el método de los mínimos cuadrados, y el desarrollo automático a través de las funciones de análisis de datos que posee la herramienta.

4.2.4. Modelos de regresión parabólica

Si el diagrama de dispersión presenta comportamientos parabólicos o la línea poligonal presenta una parte ascendente y en seguida una descendente, o lo contra-

rio, situaciones de incertidumbre con las utilidades y los ingresos, se acostumbra trabajar con una curva de segundo grado.

La ecuación general del modelo de regresión parabólica es:

$$\hat{Y} = \beta_0 + \beta_1 * X + \beta_2 X^2 + \varepsilon$$

Las ecuaciones normales en este caso serían:

$$\sum y = n\beta_0 + \beta_1 \sum X + \beta_2 \sum X^2$$

$$\sum xy = \beta_0 \sum X + \beta_1 \sum X^2 + \beta_2 \sum X^3$$

$$\sum X^2 y = \beta_0 \sum X^2 + \beta_1 \sum X^3 + \beta_2 \sum X^4$$

Se estiman los parámetros de regresión β_0 , β_1 , β_2 con la ayuda de algún método algebraico y se reemplazan en la ecuación general del modelo parabólico de regresión para realizar las correspondientes estimaciones. El procedimiento se ilustra en el Anexo N.º. 5.

4.2.5. Resultados

Los métodos de regresión lineal, exponencial y parabólico, así como los de predicción con series cronológicas, se constituyen en la metodología clásica utilizada por la estadística para realizar estimaciones. Son muy usados gracias a su fácil comprensión e implementación. Asimismo poseen unas medidas que permiten valorar la calidad de las estimaciones, entre las que se encuentran el coeficiente de correlación, el coeficiente de determinación y el error estándar de estimación, entre otros. Estos estadígrafos que miden la dependencia mutua entre las variables se deben calcular e interpretar de tal manera que se constituyen en el indicador principal para seleccionar el modelo a utilizar.

⁸ Zuwaylif, F. H. (1977). Op. cit. Pág. 354.

5. CONCLUSIONES Y DISCUSIÓN

El presente trabajo pretende implementar la teoría básica de los modelos de regresión desarrollada en los textos, utilizando herramientas de fácil adquisición y utilización como la hoja de cálculo Excel, con el fin de democratizar estas metodologías y ponerlas al alcance de los dueños de las microempresas que no cuentan con muchos recursos para la compra de *software* especializado.

Estas herramientas son útiles siempre y cuando la información con la que se cuenta sea confiable, de lo contrario, se sugieren métodos de tipo cualitativo. Por último se espera despertar en la comunidad de las pequeñas y medianas empresas el interés por llevar un buen sistema de información que sea de su entera confianza a través de los años.

BIBLIOGRAFÍA

- BOX, G.E.P. y JENKINS, G. M. (1976). *Time series analysis, forecasting and control*. San Francisco: Holden Day Inc.
- BOWERMAN, B. L.; O'CONNELL, R. T. y KOEHLER, A. B. (2007). *Pronósticos, series de tiempo y regresión*. México: Torzón.
- ROWE, G. y WRIGHT, G. (2001). "Expert opinions in forecasting: The role of the Delphi Technique". En: *Principles of forecasting: A handbook for researchers and practitioners*. Boston: Kluwar.
- GERSTENFELD, Arthur (1971). "Technological forecasting". En: *Journal of Business*. Vol. 44. N°. 1.
- PINDICK, R. S. y RUBINFELD, D. L. (1991). *Econometric models and economic forecasts*. Sinagpore: McGraw Hill.
- ZUWAYLIF, F. H. (1977). *Estadística General Aplicada*. México: Fondo Educativo Interamericano.
- BENCARDINO, C. M. (2002). *Estadística y muestreo*. Bogotá: Ecoe.

Anexo N°. 1. Ventas

Fecha	Ventas en millones de \$
31/1/99	15,8
28/2/99	15
31/3/99	17,9
30/4/99	17,4
31/5/99	18,5
30/6/99	18,9
31/7/99	17,9
31/8/99	18,3
30/9/99	18,1
31/10/99	18,8
30/11/99	19,2
31/12/99	22,9
31/1/00	17
28/2/00	16
30/3/00	19
29/4/00	19,3
30/5/00	20,2
29/6/00	20,3
30/7/00	19,1
30/8/00	19,9
29/9/00	18,9

Fecha	Ventas en millones de \$
30/10/00	20,6
29/11/00	20,9
30/12/00	24,1
30/1/01	18,3
27/2/01	17,1
30/3/01	19,7
29/4/01	20,5
30/5/01	21,2
29/6/01	20,7
30/7/01	20,5
30/8/01	21
29/9/01	19,2
30/10/01	21,5
29/11/01	21,5
30/12/01	25,1
30/1/02	19,2
28/2/02	18,8
31/3/02	20,5
30/4/02	21,2
31/5/02	22,5
30/6/02	22,2

Fecha	Ventas en millones de \$
31/7/02	22,1
31/8/02	21,8
30/9/02	21,3
31/10/02	22,6
30/11/02	21,7
31/12/02	27,7
31/1/03	20,6
28/2/03	19,6
31/3/03	21,9
30/4/03	23,5
31/5/03	23,8
30/6/03	23,8
31/7/03	24,1
31/8/03	23
30/9/03	22,7
31/10/03	25,1
30/11/03	25,2
31/12/03	30,6

Fuente: Fadil H. Zuwaylif. *Estadística General Aplicada*. México: Fondo Educativo Interamericano. Pág. 353

Anexo N°. 2.

Resumen

Estadísticas regresión	
Coefficiente correlación	0,993
Coefficiente determinación	0,986
R ² ajustado	0,982
Error típico	3,378
Observaciones	5

Análisis de los residuales			
Observaciones	Pronóstico y	Residuos	Rdos. estándares
1	217,82	0,88	0,300852503
2	233,49	1,81	0,618798898
3	249,16	-2,86	-0,977770635
4	264,83	-3,23	-1,104265437
5	280,5	3,4	1,162384671

Análisis de varianza					
	Gra libertad	Suma cuadrados	Pro. de cuadrados	F	Vr crítico F
Regresión	1	2455,489	2455,489	215,2490	0,0007
Residuos	3	34,223	11,40766667		
Total	4	2489,712			

	Coefficientes	Error típico	Estadístico t	Probabilidad	Inferior 95%	Superior 95%
Intercepción	217,82	2,616218645	83,25756733	3,819E-06	209,4940	226,146
Variable x ₁	15,67	1,068066789	14,67136714	0,00069	12,2709	19,069

Ecuación de tendencia anual Ec_{t_a}

$$\hat{Y} = \beta_0 + \beta_1 X + \varepsilon$$

$$\beta_0 = 217,82$$

$$\beta_1 = 15,67$$

x _i	y _i	\hat{y}_i	Residuos
0	218,7	217,82	0,88
1	235,3	233,49	1,81
2	246,3	249,16	-2,86
3	261,6	264,83	-3,23
4	283,9	280,5	3,4

Origen: 31/12/99 31/12/99

Unidad de x: anual

y: ventas anuales

Anexo N°. 2.

Cambio de base anual a base mensual

$$\hat{Y}' = \beta_0 / 12 + (\beta_1 / 144)X + \varepsilon$$

$$\beta_0 / 12 = 18,1516667$$

$$\beta_1 / 12 = 0,10881944$$

Origen: 16/06/99 16/07/99

Unidad de x: mensual

y: ventas mensuales

Cambio de base de origen

$$\hat{Y}' = (\beta_0 / 12 + (\beta_1 / 144)(-5,5)) + \beta_1 / 144 X + \varepsilon$$

Ecuación de tendencia mensual

$$\beta_0 = 17,5531597$$

$$\beta_1 = 0,10881944$$

Factor cambio origen enero: 5,5

Origen: 31/01/99

Unidad de x: mensual

y: ventas mensuales

Anexo N°. 3. Determinación del valor de tendencia mensual VTM ; y_i / VTM_i ; VD ; vdata

Periodo	Fecha	VTM _i	y_i / VTM _i	VD	vdata
0	31/01/1999	17,5531597	0,90012284	17,5068033	210,08164
1	28/02/1999	17,6619792	0,84928194	17,5708381	210,850057
2	31/03/1999	17,7707986	1,00727043	18,3681878	220,418254
3	30/04/1999	17,8796181	0,97317515	17,4887448	209,864937
4	31/05/1999	17,9884375	1,02843841	17,9179289	215,015147
5	30/06/1999	18,0972569	1,04435717	18,4406538	221,287845
6	31/07/1999	18,2060764	0,98318823	17,9731828	215,678194
7	31/08/1999	18,3148958	0,99918668	18,3739175	220,487011
8	30/09/1999	18,4237153	0,98242942	18,9666741	227,600089
9	31/10/1999	18,5325347	1,0144322	18,2938071	219,525686
10	30/11/1999	18,6413542	1,02996809	18,7769593	225,323511
11	31/12/1999	18,7501736	1,22132202	18,7618111	225,141733
12	31/01/2000	18,8589931	0,90142671	18,836434	226,037208
13	28/02/2000	18,9678125	0,84353428	18,7422273	224,906727
14	30/03/2000	19,0766319	0,99598294	19,4969591	233,96351
15	29/04/2000	19,1854514	1,0059706	19,3984353	232,781223
16	30/05/2000	19,2942708	1,04694291	19,5644413	234,773295
17	29/06/2000	19,4030903	1,0462251	19,8066281	237,679538
18	30/07/2000	19,5119097	0,97888932	19,1780889	230,137067
19	30/08/2000	19,6207292	1,01423346	19,9803803	239,764563
20	29/09/2000	19,7295486	0,957954	19,8049801	237,659762
21	30/10/2000	19,8383681	1,03839186	20,0453419	240,544102
22	29/11/2000	19,9471875	1,04776676	20,4395026	245,274031
23	30/12/2000	20,0560069	1,201635	19,7449627	236,939553
24	30/01/2001	20,1648264	0,90752083	20,2768672	243,322406
25	27/02/2001	20,2736458	0,84345954	20,0307554	240,369065
26	30/03/2001	20,3824653	0,96651704	20,2152682	242,583218
27	29/04/2001	20,4912847	1,00042532	20,6045556	247,254667
28	30/05/2001	20,6001042	1,02912101	20,532978	246,395736
29	29/06/2001	20,7089236	0,99956909	20,1969065	242,362878
30	30/07/2001	20,8177431	0,98473691	20,5838127	247,005753
31	30/08/2001	20,9265625	1,0035093	21,0848234	253,017881
32	29/09/2001	21,0353819	0,91274787	20,1193449	241,432139
33	30/10/2001	21,1442014	1,01682724	20,9211092	251,053311
34	29/11/2001	21,2530208	1,0116209	21,0262825	252,31539
35	30/12/2001	21,3618403	1,1749924	20,5642558	246,77107
36	30/01/2002	21,4706597	0,8942436	21,2740901	255,289082
37	28/02/2002	21,5794792	0,87119804	22,0221171	264,265405
38	31/03/2002	21,6882986	0,94521015	21,0361927	252,434313
39	30/04/2002	21,7971181	0,97260564	21,3081258	255,69751
40	31/05/2002	21,9059375	1,02711879	21,7920757	261,504908 →

Anexo N°. 3.

→	41	30/06/2002	22,0147569	1,00841449	21,6604505	259,925406
	42	31/07/2002	22,1235764	0,99893433	22,1903542	266,284251
	43	31/08/2002	22,2323958	0,98055109	21,8880548	262,656657
	44	30/09/2002	22,3412153	0,95339487	22,3198982	267,838779
	45	31/10/2002	22,4500347	1,00667996	21,9914916	263,897899
	46	30/11/2002	22,5588542	0,96192829	21,2218759	254,66251
	47	31/12/2002	22,6676736	1,22200454	22,6944178	272,333013
	48	31/01/2003	22,7764931	0,90444126	22,8253259	273,90391
	49	28/02/2003	22,8853125	0,8564445	22,9592284	275,510741
	50	31/03/2003	22,9941319	0,95241691	22,4728108	269,673729
	51	30/04/2003	23,1029514	1,01718606	23,6198564	283,438277
	52	31/05/2003	23,2117708	1,02534185	23,0511734	276,614081
	53	30/06/2003	23,3205903	1,02055736	23,221564	278,658768
	54	31/07/2003	23,4294097	1,02862173	24,1985311	290,382373
	55	31/08/2003	23,5382292	0,97713383	23,0929018	277,114822
	56	30/09/2003	23,6470486	0,95995066	23,7869338	285,443206
	57	31/10/2003	23,7558681	1,05658105	24,4241787	293,090144
	58	30/11/2003	23,8646875	1,05595349	24,6447591	295,737109
	59	31/12/2003	23,9735069	1,276409	25,0703676	300,844412

Mes	Razón media rm_i	Índice estacional ie_i
1	0,90155105	0,90250628
2	0,85278366	0,85368723
3	0,97347949	0,97451094
4	0,99387255	0,99492561
5	1,03139259	1,0324854
6	1,02382464	1,02490943
7	0,9948741	0,99592822
8	0,99492287	0,99597704
9	0,95329536	0,95430543
10	1,02658246	1,02767018
11	1,02144751	1,02252978
12	1,21927259	1,22056447
TOTAL	11,9872989	12

Uso de los índices estacionales en la predicción

$t = 5$ años (valor del denominador utilizado para el cálculo de la razón media de cada mes durante 5 años)

PRONÓSTICO

71 12/01/2004 25,2793403 22,8147634*

* Valor estimado de las ventas para el periodo $x = 71$, es decir, 12 de enero de 2004, por ejemplo:

$$\hat{Y} = \beta_0 + \beta_1 X + \varepsilon$$

$$25,2793 = 17,5531 + (0,1088 * 71) + \varepsilon$$

Cálculo del valor desestacionalizado estimado de las ventas en enero de 2004

$$22,8147 = \hat{Y} + ie_i$$

$$22,8147 = 25,2793 * 0,9025$$

Anexo Nº. 4.

Modelo de regresión lineal

A. CÁLCULO MANUAL

$$b1 = ((n * \text{suma_xy}) - (\text{suma_x} * \text{suma_y})) / ((n * \text{suma_x}) - (\text{suma_y} * \text{suma_y}))$$

$$b0 = (\text{suma_y} / n) - (b1 * (\text{suma_x} / n))$$

$$r = ((n * \text{suma_xy}) - (\text{suma_x} * \text{suma_y})) / (((n * \text{suma_x}^2) - (\text{suma_x}^2)) * ((n * \text{suma_y}^2) - (\text{suma_y}^2)))^{1/2}$$

n	60,00	b1	0,123457
SUMA(xy)	40218,50	b0	16,998
SUMA(x)	1830,00	r	0,76131
SUMA(y)	1245,80	r^2	0,57959
SUMA(x**2)	73810,00	Syx	3,43
SUMA(y**2)	26340,18		

Estimación para x = 60,00
y estimado será: 24,41

FECHA	x	y	x^2	x*y	y^2
31/1/99	1	15,8	1	16	249,64
28/2/99	2	15,0	4	30	225,00
31/3/99	3	17,9	9	54	320,41
30/4/99	4	17,4	16	70	302,76
31/5/99	5	18,5	25	93	342,25
30/6/99	6	18,9	36	113	357,21
31/7/99	7	17,9	49	125	320,41
31/8/99	8	18,3	64	146	334,89
30/9/99	9	18,1	81	163	327,61
31/10/99	10	18,8	100	188	353,44
30/11/99	11	19,2	121	211	368,64
31/12/99	12	22,9	144	275	524,41
31/1/00	13	17,0	169	221	289,00
28/2/00	14	16,0	196	224	256,00
30/3/00	15	19,0	225	285	361,00
29/4/00	16	19,3	256	309	372,49
30/5/00	17	20,2	289	343	408,04
29/6/00	18	20,3	324	365	412,09



Anexo N°. 4.



30/7/00	19	19,1	361	363	364,81
30/8/00	20	19,9	400	398	396,01
29/9/00	21	18,9	441	397	357,21
30/10/00	22	20,6	484	453	424,36
29/11/00	23	20,9	529	481	436,81
30/12/00	24	24,1	576	578	580,81
30/1/01	25	18,3	625	458	334,89
27/2/01	26	17,1	676	445	292,41
30/3/01	27	19,7	729	532	388,09
29/4/01	28	20,5	784	574	420,25
30/5/01	29	21,2	841	615	449,44
29/6/01	30	20,7	900	621	428,49
30/7/01	31	20,5	961	636	420,25
30/8/01	32	21,0	1024	672	441,00
29/9/01	33	19,2	1089	634	368,64
30/10/01	34	21,5	1156	731	462,25
29/11/01	35	21,5	1225	753	462,25
30/12/01	36	25,1	1296	904	630,01
30/1/02	37	19,2	1369	710	368,64
28/2/02	38	18,8	1444	714	353,44
31/3/02	39	20,5	1521	800	420,25
30/4/02	40	21,2	1600	848	449,44
31/5/02	41	22,5	1681	923	506,25
30/6/02	42	22,2	1764	932	492,84
31/7/02	43	22,1	1849	950	488,41
31/8/02	44	21,8	1936	959	475,24
30/9/02	45	21,3	2025	959	453,69
31/10/02	46	22,6	2116	1040	510,76
30/11/02	47	21,7	2209	1020	470,89
31/12/02	48	27,7	2304	1330	767,29
31/1/03	49	20,6	2401	1009	424,36
28/2/03	50	19,6	2500	980	384,16
31/3/03	51	21,9	2601	1117	479,61
30/4/03	52	23,5	2704	1222	552,25
31/5/03	53	23,8	2809	1261	566,44
30/6/03	54	23,8	2916	1285	566,44
31/7/03	55	24,1	3025	1326	580,81
31/8/03	56	23,0	3136	1288	529,00
30/9/03	57	22,7	3249	1294	515,29
31/10/03	58	25,1	3364	1456	630,01
30/11/03	59	25,2	3481	1487	635,04
31/12/03	60	30,6	3600	1836	936,36
TOTALES	1830	1245,8	73810	40219	26340,18

Anexo N°. 4.

B. CÁLCULO EXCEL

Resumen

Análisis de varianza					
	Gra libertad	Suma cuadrados	Pro. de cuadrados	F	Vr crítico d
Regresión	1,00	274,27	274,27	79,96	0,00
Residuos	58,00	198,95	3,43		
Total	59,00	473,22			

	Coefficientes	Error típico	Estadístico t	Probabilidad	Inferior 95%	Superior 95%
Intercepción	17,00	0,48	35,10	0,00	16,03	17,97
Variable x_1	0,12	0,01	8,94	0,00	0,10	0,15

Estadísticas regresión	
Coefficiente correlación	0,76
Coefficiente determinación	0,58
R^2 ajustado	0,57
Error típico	1,85
Observaciones	60,00

Análisis de los residuales		
Observaciones	Pronóstico y^*	Residuos
1,00	17,12	-1,32
2,00	17,24	-2,24
3,00	17,37	0,53
4,00	17,49	-0,09
5,00	17,62	0,88
6,00	17,74	1,16
7,00	17,86	0,04
8,00	17,99	0,31
9,00	18,11	-0,01
10,00	18,23	0,57
11,00	18,36	0,84
12,00	18,48	4,42
13,00	18,60	-1,60
14,00	18,73	-2,73
15,00	18,85	0,15
16,00	18,97	0,33
17,00	19,10	1,10
18,00	19,22	1,08
19,00	19,34	-0,24
20,00	19,47	0,43



Anexo N°. 4.

→	21,00	19,59	-0,69
	22,00	19,71	0,89
	23,00	19,84	1,06
	24,00	19,96	4,14
	25,00	20,08	-1,78
	26,00	20,21	-3,11
	27,00	20,33	-0,63
	28,00	20,45	0,05
	29,00	20,58	0,62
	30,00	20,70	0,00
	31,00	20,83	-0,33
	32,00	20,95	0,05
	33,00	21,07	-1,87
	34,00	21,20	0,30
	35,00	21,32	0,18
	36,00	21,44	3,66
	37,00	21,57	-2,37
	38,00	21,69	-2,89
	39,00	21,81	-1,31
	40,00	21,94	-0,74
	41,00	22,06	0,44
	42,00	22,18	0,02
	43,00	22,31	-0,21
	44,00	22,43	-0,63
	45,00	22,55	-1,25
	46,00	22,68	-0,08
	47,00	22,80	-1,10
	48,00	22,92	4,78
	49,00	23,05	-2,45
	50,00	23,17	-3,57
	51,00	23,29	-1,39
	52,00	23,42	0,08
	53,00	23,54	0,26
	54,00	23,66	0,14
	55,00	23,79	0,31
	56,00	23,91	-0,91
	57,00	24,03	-1,33
	58,00	24,16	0,94
	59,00	24,28	0,92
	60,00	24,41	6,19

Pronóstico y* tiene implícita la tendencia

Resultados de datos de probabilidad	
Percentil	y
0,83	15,00
2,50	15,80
4,17	16,00
5,83	17,00
7,50	17,10
9,17	17,40
10,83	17,90
12,50	17,90
14,17	18,10
15,83	18,30
17,50	18,30
19,17	18,50
20,83	18,80
22,50	18,80
24,17	18,90
25,83	18,90
27,50	19,00
29,17	19,10
30,83	19,20
32,50	19,20
34,17	19,20
35,83	19,30
37,50	19,60
39,17	19,70
40,83	19,90
42,50	20,20
44,17	20,30
45,83	20,50
47,50	20,50
49,17	20,50
50,83	20,60
52,50	20,60
54,17	20,70
55,83	20,90
57,50	21,00

→	59,17	21,20
	60,83	21,20
	62,50	21,30
	64,17	21,50
	65,83	21,50
	67,50	21,70
	69,17	21,80
	70,83	21,90
	72,50	22,10
	74,17	22,20
	75,83	22,50
	77,50	22,60
	79,17	22,70
	80,83	22,90
	82,50	23,00
	84,17	23,50
	85,83	23,80
	87,50	23,80
	89,17	24,10
	90,83	24,10
	92,50	25,10
	94,17	25,10
	95,83	25,20
	97,50	27,70
	99,17	30,60

→

Anexo N°. 4.

Modelo de regresión exponencial

A. CÁLCULO MANUAL

$$\hat{Y} = \beta_0 + \beta_1^x + \varepsilon_i$$

$$\text{Log } \hat{y} = \text{Log } \beta_0 + x \text{ Log } \beta_1 + \varepsilon_i$$

n	60,00	LOGB1	0,0026	B1	1,0059
SUMA(xlogy)	2449,84	LOGB0	1,2351	B0	17,1847
SUMA(x)	1830,00	r	0,7749		
SUMA(logy)	78,81	r^2	0,6005	Tasa	0,59%
SUMA(x**2)	73810,00	Syx	0,0014	VR PRESENTE	17,18
SUMA(logy**2)	103,71				
		Estimación	0,0369		
		Para X =	60,0000		60,0000
		LOGY			
		ESTIMADO	1,3892*	24,50**	24,50263

* 1,3892 = 1,2351 + (0,0026*60)

** 24,50 = 17,1847 * (1,0059)⁶⁰

Fecha	x	y	Logy	xlogy	logy^2	x^2
31/1/99	1	15,8	1,1987	1,199	1,437	1
28/2/99	2	15,0	1,1761	2,352	1,383	4
31/3/99	3	17,9	1,2529	3,759	1,570	9
30/4/99	4	17,4	1,2405	4,962	1,539	16
31/5/99	5	18,5	1,2672	6,336	1,606	25
30/6/99	6	18,9	1,2765	7,659	1,629	36
31/7/99	7	17,9	1,2529	8,770	1,570	49
31/8/99	8	18,3	1,2625	10,100	1,594	64
30/9/99	9	18,1	1,2577	11,319	1,582	81
31/10/99	10	18,8	1,2742	12,742	1,623	100
30/11/99	11	19,2	1,2833	14,116	1,647	121
31/12/99	12	22,9	1,3598	16,318	1,849	144
31/1/00	13	17,0	1,2304	15,996	1,514	169
28/2/00	14	16,0	1,2041	16,858	1,450	196
30/3/00	15	19,0	1,2788	19,181	1,635	225
29/4/00	16	19,3	1,2856	20,569	1,653	256
30/5/00	17	20,2	1,3054	22,191	1,704	289
29/6/00	18	20,3	1,3075	23,535	1,710	324
30/7/00	19	19,1	1,2810	24,340	1,641	361
30/8/00	20	19,9	1,2989	25,977	1,687	400



Anexo N°. 4.



29/9/00	21	18,9	1,2765	26,806	1,629	441
30/10/00	22	20,6	1,3139	28,905	1,726	484
29/11/00	23	20,9	1,3201	30,363	1,743	529
30/12/00	24	24,1	1,3820	33,168	1,910	576
30/1/01	25	18,3	1,2625	31,561	1,594	625
27/2/01	26	17,1	1,2330	32,058	1,520	676
30/3/01	27	19,7	1,2945	34,951	1,676	729
29/4/01	28	20,5	1,3118	36,729	1,721	784
30/5/01	29	21,2	1,3263	38,464	1,759	841
29/6/01	30	20,7	1,3160	39,479	1,732	900
30/7/01	31	20,5	1,3118	40,664	1,721	961
30/8/01	32	21,0	1,3222	42,311	1,748	1024
29/9/01	33	19,2	1,2833	42,349	1,647	1089
30/10/01	34	21,5	1,3324	45,303	1,775	1156
29/11/01	35	21,5	1,3324	46,635	1,775	1225
30/12/01	36	25,1	1,3997	50,388	1,959	1296
30/1/02	37	19,2	1,2833	47,482	1,647	1369
28/2/02	38	18,8	1,2742	48,418	1,623	1444
31/3/02	39	20,5	1,3118	51,158	1,721	1521
30/4/02	40	21,2	1,3263	53,053	1,759	1600
31/5/02	41	22,5	1,3522	55,439	1,828	1681
30/6/02	42	22,2	1,3464	56,547	1,813	1764
31/7/02	43	22,1	1,3444	57,809	1,807	1849
31/8/02	44	21,8	1,3385	58,892	1,791	1936
30/9/02	45	21,3	1,3284	59,777	1,765	2025
31/10/02	46	22,6	1,3541	62,289	1,834	2116
30/11/02	47	21,7	1,3365	62,814	1,786	2209
31/12/02	48	27,7	1,4425	69,239	2,081	2304
31/1/03	49	20,6	1,3139	64,379	1,726	2401
28/2/03	50	19,6	1,2923	64,613	1,670	2500
31/3/03	51	21,9	1,3404	68,363	1,797	2601
30/4/03	52	23,5	1,3711	71,296	1,880	2704
31/5/03	53	23,8	1,3766	72,959	1,895	2809
30/6/03	54	23,8	1,3766	74,335	1,895	2916
31/7/03	55	24,1	1,3820	76,011	1,910	3025
31/8/03	56	23,0	1,3617	76,257	1,854	3136
30/9/03	57	22,7	1,3560	77,293	1,839	3249
31/10/03	58	25,1	1,3997	81,181	1,959	3364
30/11/03	59	25,2	1,4014	82,683	1,964	3481
31/12/03	60	30,6	1,4857	89,143	2,207	3600
TOTALES	1830	1245,8	78,8077	2449,843	103,708	73810

B. CÁLCULO EXCEL

Resumen

Análisis de varianza

	Gra libertad	Suma cuadrados	Pro. de cuadrados	F	Vr crítico d
Regresión	1,00	0,12	0,12	87,19	0,00
Residuos	58,00	0,8	0,00		
Total	59,00	0,20			

	Coefficientes	Error típico	Estadístico t	Probabilidad	Inferior 95%	Superior 95%
Intercepción	1,24	0,01	128,06	0,00	1,22	1,25
Variable x_1	0,00	0,00	9,34	0,00	0,00	0,00

Estadísticas regresión	
Coefficiente correlación	0,77
Coefficiente determinación	0,60
R^2 ajustado	0,59
Error típico	0,04
Observaciones	60,00

Análisis de los residuales

Observaciones	Pronóstico y^*	Residuos
1,00	1,24	-0,04
2,00	1,24	-0,06
3,00	1,24	0,01
4,00	1,25	0,00
5,00	1,25	0,02
6,00	1,25	0,03
7,00	1,25	0,00
8,00	1,26	0,01
9,00	1,26	0,00
10,00	1,26	0,01
11,00	1,26	0,02
12,00	1,27	0,09
13,00	1,27	-0,04
14,00	1,27	-0,07
15,00	1,27	0,01
16,00	1,28	0,01
17,00	1,28	0,03
18,00	1,28	0,03
19,00	1,28	0,00
20,00	1,29	0,01



Anexo N°. 4.

→	21,00	1,29	-0,01
	22,00	1,29	0,02
	23,00	1,29	0,03
	24,00	1,30	0,09
	25,00	1,30	-0,04
	26,00	1,30	-0,07
	27,00	1,30	-0,01
	28,00	1,31	0,00
	29,00	1,31	0,02
	30,00	1,31	0,00
	31,00	1,31	0,00
	32,00	1,32	0,00
	33,00	1,32	-0,04
	34,00	1,32	0,01
	35,00	1,33	0,01
	36,00	1,33	0,07
	37,00	1,33	-0,05
	38,00	1,33	-0,06
	39,00	1,34	-0,02
	40,00	1,34	-0,01
	41,00	1,34	0,01
	42,00	1,34	0,00
	43,00	1,35	0,00
	44,00	1,35	-0,01
	45,00	1,35	-0,02
	46,00	1,35	0,00
	47,00	1,36	-0,02
	48,00	1,36	0,08
	49,00	1,36	-0,05
	50,00	1,36	-0,07
	51,00	1,37	-0,03
	52,00	1,37	0,00
	53,00	1,37	0,01
	54,00	1,37	0,00
	55,00	1,38	0,01
	56,00	1,38	-0,02
	57,00	1,38	-0,03
	58,00	1,38	0,02
	59,00	1,39	0,01
	60,00	1,39	0,10

Pronóstico y* dados en logarítmos

Anexo N°. 5.

Modelo de regresión parabólica

CÁLCULO MANUAL

Ecuaciones normales para la regresión parabólica

n	60,00
SUMA(xy)	38972,70
SUMA(x)	1770,00
SUMA(y)	1245,80
SUMA(x ²)	70210,00
SUMA(x ³)	3132900,00
SUMA(x ⁴)	149111998,00
SUMA(x ² *y)	1592559,70

		B ₂	B ₁	B ₀
1	1246 =	70210	1770	60
2	38973 =	3132900	70210	1770
3	1592560 =	149111998	3132900	70210

Valores estimados de los parámetros de la regresión

$$B_2 = 0,00086$$

$$B_1 = 0,07297$$

$$B_0 = 17,6094$$

$$X = 2004,00 \quad 71,00$$

$$\text{Estimación} = 27,10$$

$$y = B_2 X^2 + B_1 X + B_0$$

$$Y_{\text{EST}} = 0,00086 (71)^2 + 0,07297(71) + 17,61$$

$$\text{Ventas estimadas dic-04} = 27,10$$

Fecha	x	y	x ²	x*y	y ²	x ³	x ⁴	(x ²)*y
31/1/99	0	15,8	0	0,0	249,6	0	0	0,0
28/2/99	1	15,0	1	15,0	225,0	1	1	15,0
31/3/99	2	17,9	4	35,8	320,4	8	16	71,6
30/4/99	3	17,4	9	52,2	302,8	27	81	156,6
31/5/99	4	18,5	16	74,0	342,3	64	256	296,0
30/6/99	5	18,9	25	94,5	357,2	125	625	472,5
31/7/99	6	17,9	36	107,4	320,4	216	1296	644,4
31/8/99	7	18,3	49	128,1	334,9	343	2401	896,7
30/9/99	8	18,1	64	144,8	327,6	512	4096	1158,4
31/10/99	9	18,8	81	169,2	353,4	729	6561	1522,8
30/11/99	10	19,2	100	192,0	368,6	1000	10000	1920,0
31/12/99	11	22,9	121	251,9	524,4	1331	14641	2770,9
31/1/00	12	17,0	144	204,0	289,0	1728	20736	2448,0
28/2/00	13	16,0	169	208,0	256,0	2197	28561	2704,0
30/3/00	14	19,0	196	266,0	361,0	2744	38416	3724,0
29/4/00	15	19,3	225	289,5	372,5	3375	50625	4342,5
30/5/00	16	20,2	256	323,2	408,0	4096	65536	5171,2
29/6/00	17	20,3	289	345,1	412,1	4913	83521	5866,7
30/7/00	18	19,1	324	343,8	364,8	5832	104976	6188,4



Anexo N°. 5.

→	30/8/00	19	19,9	361	378,1	396,0	6859	130321	7183,9
	29/9/00	20	18,9	400	378,0	357,2	8000	160000	7560,0
	30/10/00	21	20,6	441	432,6	424,4	9261	194481	9084,6
	29/11/00	22	20,9	484	459,8	436,8	10648	234256	10115,6
	30/12/00	23	24,1	529	554,3	580,8	12167	279841	12748,9
	30/1/01	24	18,3	576	439,2	334,9	13824	331776	10540,8
	27/2/01	25	17,1	625	427,5	292,4	15625	390625	10687,5
	30/3/01	26	19,7	676	512,2	388,1	17576	456976	13317,2
	29/4/01	27	20,5	729	553,5	420,3	19683	531441	14944,5
	30/5/01	28	21,2	784	593,6	449,4	21952	614656	16620,8
	29/6/01	29	20,7	841	600,3	428,5	24389	707281	17408,7
	30/7/01	30	20,5	900	615,0	420,3	27000	810000	18450,0
	30/8/01	31	21,0	961	651,0	441,0	29791	923521	20181,0
	29/9/01	32	19,2	1024	614,4	368,6	32768	1048576	19660,8
	30/10/01	33	21,5	1089	709,5	462,3	35937	1185921	23413,5
	29/11/01	34	21,5	1156	731,0	462,3	39304	1336336	24854,0
	30/12/01	35	25,1	1225	878,5	630,0	42875	1500625	30747,5
	30/1/02	36	19,2	1296	691,2	368,6	46656	1679616	24883,2
	28/2/02	37	18,8	1369	695,6	353,4	50653	1874161	25737,2
	31/3/02	38	20,5	1444	779,0	420,3	54872	2085136	29602,0
	30/4/02	39	21,2	1521	826,8	449,4	59319	2313441	32245,2
	31/5/02	40	22,5	1600	900,0	506,3	64000	2560000	36000,0
	30/6/02	41	22,2	1681	910,2	492,8	68921	2825761	37318,2
	31/7/02	42	22,1	1764	928,2	488,4	74088	3111696	38984,4
	31/8/02	43	21,8	1849	937,4	475,2	79507	3418801	40308,2
	30/9/02	44	21,3	1936	937,2	453,7	85184	3748096	41236,8
	31/10/02	45	22,6	2025	1017,0	510,8	91125	4100625	45765,0
	30/11/02	46	21,7	2116	998,2	470,9	97336	4477456	45917,2
	31/12/02	47	27,7	2209	1301,9	767,3	103823	4879681	61189,3
	31/1/03	48	20,6	2304	988,8	424,4	110592	5308416	47462,4
	28/2/03	49	19,6	2401	960,4	384,2	117649	5764801	47059,6
	31/3/03	50	21,9	2500	1095,0	479,6	125000	6250000	54750,0
	30/4/03	51	23,5	2601	1198,5	552,3	132651	6765201	61123,5
	31/5/03	52	23,8	2704	1237,6	566,4	140608	7311616	64355,2
	30/6/03	53	23,8	2809	1261,4	566,4	148877	7890481	66854,2
	31/7/03	54	24,1	2916	1301,4	580,8	157464	8503056	70275,6
	31/8/03	55	23,0	3025	1265,0	529,0	166375	9150625	69575,0
	30/9/03	56	22,7	3136	1271,2	515,3	175616	9834496	71187,2
	31/10/03	57	25,1	3249	1430,7	630,0	185193	10556001	81549,9
	30/11/03	58	25,2	3364	1461,6	635,0	195112	11316496	84772,8
	31/12/03	59	30,6	3481	1805,4	936,4	205379	12117361	106518,6
	TOTALES	1770	1245,8	70210	38972,7	26340,2	3132900	149111998	1592559,7

Anexo N°. 5.

Modelo general de regresión parabólico

$$y_{\text{est}} = B_2 X^2 + B_1 X + B_0 + \varepsilon$$

$$\text{suma}(y) = B_2 * \text{suma}(x^2) + B_1 * \text{suma}(x) + n * B_0$$

$$\text{suma}(xy) = B_2 * \text{suma}(x^3) + B_1 * \text{suma}(x^2) + B_0 * \text{suma}(x)$$

$$\text{suma}(x^2 * y) = B_2 * \text{suma}(x^4) + B_1 * \text{suma}(x^3) + B_0 * \text{suma}(x^2)$$

Reemplazando por sus equivalentes tenemos las ecuaciones normales para la regresión parabólica:

1	1246	=	70210	B2	1770	B1	60,00	B0
2	38973	=	3132900	B2	70210	B1	1770,00	B0
3	1592560	=	149111998	B2	3132900	B1	70210,00	B0

Multiplicamos por -29,5 la primera ecuación y la sumamos a la segunda
-29,5

1	-36751	=	-2071195	B2	-52215	B1	-1770	B0
2	38973	=	3132900	B2	70210	B1	1770	B0

SUMA	2221,60	=	1061705,00	B2	17995,00	B1	0,00	B0	_4_
------	---------	---	------------	----	----------	----	------	----	-----

Multiplicamos por -1170,16 la primera ecuación y la sumamos a la tercera
-1170,16

1	-1457793,63	=	-82157401,67	B2	-2071195,00	B1	-70210,00	B0
3	1592559,70	=	149111998,00	B2	3132900,00	B1	70210,00	B0

SUMA	134766,07	=	66954596,33	B2	1061705,00	B1	0,0	B0	_5_
------	-----------	---	-------------	----	------------	----	-----	----	-----

4	2221,60	=	1061705,00	B2	17995,00	B1	0,00	B0
-----	---------	---	------------	----	----------	----	------	----

5	134766,07	=	66954596,33	B2	1061705,00	B1	0,00	B0
-----	-----------	---	-------------	----	------------	----	------	----

Multiplicamos por -59,00 la cuarta ecuación y la sumamos a la quinta
-59,00

4	-131074,40	=	-62640595,00	B2	-1061705,00	B1		
5	134766,07	=	66954596,33	B2	1061705,00	B1		

SUMA	3691,67	=	4314001,33	B2	0,00	B1		
------	---------	---	------------	----	------	----	--	--

Despejamos B2

Luego B2 = 0,000856

Tomamos la ecuación 4 y le reemplazamos el valor de B2

Tomamos 4 2221,60 = 1061705,00 B2 17995,00 B1

Reemp B2 2221,60 = 908,54 17995,00 B1

Despejamos B1

luego B1 = 0,07

Tomamos la ecuación 4 y le reemplazamos el valor de B2 y B1

Tomamos 1 1245,80 = 70210,00 B2 1770,00 B1 60,00 B0

r por b1 b2 1245,80 = 60,08 129,15 60,00 B0

Despejamos B0

Luego B0 = 17,61

Obtenidos B2, B1 y B0 se reemplazan en el modelo del ajuste parabólico y se estima para x deseado en este caso:

x 2004,0 x= 71,00 Diciembre 2004

Estimación 27,10393

$$Y = B_2 X^2 + B_1 X + B_0$$

Y estimado 0,00086 X^2+ 0,07 X+ 17,61

Ventas estimadas dic 2004 = 27,10