



Tecnología y Ciencias del Agua

ISSN: 0187-8336

revista.tyca@gmail.com

Instituto Mexicano de Tecnología del
Agua
México

Gutiérrez-López, Alfonso; Vargas Baecheler, José Leopoldo; Reséndiz Torres, Víctor;
Cruz Paz, Ivonne

Formulación simplificada de un índice de sequía, empleando una distribución de
probabilidad mezclada

Tecnología y Ciencias del Agua, vol. VII, núm. 5, septiembre-octubre, 2016, pp. 135-149
Instituto Mexicano de Tecnología del Agua
Morelos, México

Disponible en: <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=353549829009>

- ▶ Cómo citar el artículo
- ▶ Número completo
- ▶ Más información del artículo
- ▶ Página de la revista en redalyc.org

Formulación simplificada de un índice de sequía, empleando una distribución de probabilidad mezclada

• Alfonso Gutiérrez-López* •
Universidad Autónoma de Querétaro, México

*Autor para correspondencia

• José Vargas-Baecheler •
Universidad de Concepción, Chile

• Víctor Reséndiz-Torres •
Universidad Autónoma de Querétaro, México

• Ivonne Cruz-Paz •
Universidad del Valle de México

Resumen

Gutiérrez-López, A., Vargas-Baecheler, J., Reséndiz-Torres, V., & Cruz-Paz, I. (septiembre-octubre, 2016). Formulación simplificada de un índice de sequía, empleando una distribución de probabilidad mezclada. *Tecnología y Ciencias del Agua*, 7(5), 135-149.

En la actualidad, muchos son los procedimientos para caracterizar el fenómeno de las sequías, la mayoría de ellos se basa en el Índice Estandarizado de Sequía (SPI), el cual se calcula a partir de registros históricos de precipitación para un cierto periodo de estudio. Esta serie de datos se estandariza empleando diversas distribuciones de probabilidad, lo que permite el análisis de los impactos de las sequías a distintas escalas de tiempo. Lo complejo de este procedimiento es el uso de diversas distribuciones de probabilidad y que ninguno de sus parámetros tiene un significado físico. Este artículo presenta una metodología para el cálculo simplificado del índice SPI, con base en la hipótesis de que una serie de eventos ocurre de forma aleatoria en el tiempo. Se emplea un proceso de Poisson para explicar el número de días de lluvia y una distribución exponencial para caracterizar las láminas medias de precipitación. Buscando una explicación física de los parámetros de dicha distribución de probabilidad mezclada (Poisson-exponencial) se correlacionan de modo directo con el índice SPI, obteniendo un índice modificado que simplemente se calcula contando el número de días de lluvia del periodo, representando de manera sencilla y confiable la condición de sequía. La metodología se aplica en ocho estados del norte de la república mexicana.

Palabras clave: sequía, distribución de Poisson, régimen de precipitación, índice estandarizado de precipitación.

Abstract

Gutiérrez-López, A., Vargas-Baecheler, J., Reséndiz-Torres, V., & Cruz-Paz, I. (September-October, 2016). Simplified Design of a Drought Index, Using a Mixed Probability Function. *Water Technology and Sciences (in Spanish)*, 7(5), 135-149.

Nowadays, there are many procedures to characterize the phenomenon of drought; most of them are based on the Standardized Precipitation Index (SPI), which is calculated based on historical records of rainfall for a certain period of study. This set of data is standardized using various probability distributions, which enables the analysis of the impacts of droughts at different time scales. The complexity of this process is the use of various probability distributions and that none of its parameters have a physical meaning. This paper presents a simplified methodology for calculating the SPI, based on the hypothesis that a series of events occur randomly in time. A Poisson process is used to explain the number of raining days and an exponential distribution to characterize the mean rainfall high. Looking for a physical explanation of the parameters of the distribution of mixed probability (Poisson-exponential), they correlate directly with the SPI index, obtaining a modified index is calculated simply by counting the number of raining days in the period; representing a simple and trustworthy way the condition of drought. The methodology is applied in eight northern states of the Mexican Republic.

Keywords: Drought, Poisson distribution, rainfall regimen, standardized precipitation index.

Recibido: 18/02/2016

Aceptado: 18/05/2016

Introducción

En la hidrología moderna es común observar series de eventos hidrometeorológicos que ocurren de manera aleatoria en el tiempo (Govindaraju, 2013). Los procesos de Poisson proporcionan modelos probabilísticos apropiados para explicar el número de eventos que ocurren o se producen a partir de cierto fenómeno (López-Segovia, Villaseñor-Alva, & Vaquera-Huerta, 2002). En hidrología es frecuente relacionar la distribución de Poisson con la ocurrencia de los eventos de precipitación, para explicar, por ejemplo, el intervalo de ocurrencia de tormentas como variables discretas, en donde se evalúa la ocurrencia o no de un evento de lluvia; intensidad y duración se presentan como dos variables aleatorias independientes y discretas (Tapsoba, 1997; Bacchi, Becciu, & Kottekoda, 1994; Le Barbé, Lebel, & Tapsoba, 2002; Gutiérrez-López, Descroix, & Lebel, 2002a). Incluso estudios tan precisos, como cuantificar el número de gotas, se basan en esta distribución. Calder (1986) propone un modelo estocástico de modelación de precipitación, el cual relaciona, mediante la distribución de Poisson, el número promedio de gotas de lluvia retenidas en una superficie dada con el número promedio de gotas de lluvia caídas. Lo anterior fundamenta la afirmación de que el proceso de Poisson es una herramienta adecuada para representar el comportamiento de fenómenos hidrometeorológicos (Ribstein, 1983; Wong, Lambert, Leonard, & Metcalfe, 2010; Soláková De Michele, & Vezzoli, 2014; Sohrabi, Ryu, Abatzoglou, & Tracy, 2015). Cuando se utiliza el modelo mezclado Poisson-exponencial es posible evaluar también el riesgo hidrológico asociado con inundaciones y sequías de forma simultánea (Gutiérrez-López, Lebel, & Descroix, 2002b) de forma similar a un proceso jerarquizado de Neyman-Scott (Rodríguez-Iturbe, 1986). En esta distribución mezclada se demuestra que los parámetros de las dos distribuciones están relacionados a través de un factor de reducción de varianza, el cual es función de la estructura de correlación espacial de la precipitación (Cammalleri, Micale, & Vogt, 2016). Suponiendo que

la lámina media por evento de precipitación sigue una distribución exponencial, el parámetro de escala ajustado a partir de la serie de lluvia diaria adquiere el mismo valor del parámetro de escala de la distribución de valores extremos tipo Gumbel, ajustando los valores máximos de lluvia mensual (Sivapalan & Blöschl, 1998; Gutiérrez-López, Lebel, & Mejía, 2005). Trabajos similares reemplazando la distribución exponencial por la distribución gamma han sido desarrollados en cuencas con registros de precipitación horaria en el centro del Reino Unido y Estados Unidos (Eagleson, 1978; Onof & Wheater, 1994; Wilks, 1998). Asimismo, la distribución de Poisson suele emplearse para modelar períodos de sequía (Sharma, 1996; Cameron, Beven, & Tawn, 2000). Por lo general, los períodos de sequía y de humedad durante una temporada de lluvias tienden a conservarse y pueden ser modelados utilizando un proceso de Markov de orden uno. Una forma tradicional para el análisis de estos fenómenos mínimos consiste en mezclar más de dos distribuciones. Así, una función de probabilidad de Poisson delimita la ocurrencia de períodos de sequía; la distribución geométrica se utiliza para obtener las probabilidades asociadas con el número de períodos, y la distribución Weibull modela la precipitación total dentro de un periodo húmedo (Mirakbari, Ganji, & Fallah, 2010). El análisis completo, que requiere la estimación conjunta de los parámetros de estas distribuciones, arroja resultados relacionados con la probabilidad de que en un día cualquiera se presente sequía; la probabilidad de que un día seco sea consecutivo a otro día seco, o la probabilidad de que un día húmedo sea consecutivo a otro día húmedo. Si bien este tipo de resultados describen de forma adecuada el intervalo de tiempo entre períodos de sequía, es deseable correlacionar los parámetros de una distribución de probabilidad, por ejemplo, con algún índice de aridez. Éste es precisamente el tercer objetivo de este trabajo. Para el caso de caudales en un río, un esquema similar de detección del déficit o exceso de corrientes en un intervalo de tiempo puede ser modelado por una distribución de Poisson

(Coles, Pericchi, & Sisson, 2003; Hughes, 2003). Debido a que en la mayoría de los países los ingenieros civiles evalúan las crecientes de diseño utilizando la extrapolación de valores extremos para el diseño de estructuras hidráulicas, el pronóstico hidrológico se realiza a partir de una interpretación de las frecuencias de probabilidades de ocurrencia de los eventos máximos (Pandey & Nguyen, 1999). En virtud de que el nombre de valores extremos es asignado a estas distribuciones debido a que éstas pueden ser obtenidas como distribuciones límite de los valores grandes o pequeños entre variables aleatorias independientes, cada una teniendo una distribución continua (Pandey & Nguyen, 1999; Escalante & Reyes, 2002), puede entonces hacerse la hipótesis de que el proceso compuesto Poisson-exponencial representa fenómenos extremos de sequía o de inundación debido a que contiene una distribución de extremos. Esto permitiría asociar la distribución mezclada Poisson-exponencial con una ley de valores extremos; es decir, eventos definidos por un proceso de Poisson, que dan lugar a lluvias puntuales distribuidas de forma exponencial.

Proceso compuesto Poisson-exponencial (Ley Fuga)

Esta distribución mezclada de probabilidad tiene su origen en el estudio de series cronológicas de eventos separados por duraciones aleatorias. Las dos hipótesis de base son la estacionariedad, que significa que las propiedades estadísticas de la serie cronológica no cambian con el tiempo, y la independencia, que se refiere a que cada uno de dichos eventos ocurre de manera independiente de los demás. El nombre de "Ley Fuga" (*Loi de Fuites*) proviene del estudio que realizó M. Morlat (Babusiaux, 1969) en la distribución de los gastos que se fugaban de una red de distribución de gas en Francia. Consiste en utilizar simultáneamente una distribución de Poisson, para representar la probabilidad de ocurrencia de un evento y una distribución exponencial para expresar la magnitud media de dicho evento.

Si se considera una variable aleatoria $y \geq 0$, que sigue una distribución exponencial simple, con parámetro de escala β , su función de densidad puede expresarse como:

$$f_Y(y) = \frac{1}{\beta} e^{-y/\beta} \quad (1)$$

Sea ℓ un número entero aleatorio que sigue una Ley de Poisson, de parámetro de forma $\lambda > 0$, el valor de su probabilidad será:

$$p_L(\ell) = \frac{e^{-\lambda} \lambda^\ell}{\ell!} \quad (2)$$

Así, una variable aleatoria $X = Y_1 + Y_2 + \dots + Y_\ell$ puede representarse como la suma de $\ell > 0$ variables aleatorias independientes que siguen un proceso compuesto Poisson-exponencial con parámetro de forma λ , que denota la tasa de llegadas de un evento por unidad de tiempo, y un parámetro de escala β . Respecto a la duración, es equivalente decir que un número de eventos $n(t)$ seguirá una Ley de Possion para una duración t , o bien que el intervalo T entre dos eventos consecutivos sigue una ley exponencial sobre el mismo tiempo t .

$$f_T(t) = \frac{1}{\lambda} e^{-t/\lambda} \quad (3)$$

donde:

λ : duración entre eventos.

T : intervalo entre dos eventos.

Cabe recordar que la distribución exponencial es un caso particular de la llamada familia de distribuciones Gamma (Saporta, 1990). Sea $t_r = T_1 + T_2 + \dots + T_r$ la suma de r variables que siguen una distribución exponencial (ecuación (3)). Es sabido que la función de densidad de la suma de r variables aleatorias independientes es el producto de convolución de las densidades de cada una de ellas (Tapsoba, 1997), lo cual permite considerar T como una variable que define las probabilidades de tener 1, 2, o más eventos desde cero hasta T .

Así, la función de densidad de probabilidad de la llamada Ley Fuga (proceso compuesto Poisson-exponencial) para la variable reducida $U = X/\beta$ estará dada por la expresión:

$$f_u(u) = e^{-\lambda} \lambda e^{-u} \frac{I_1(2\sqrt{\lambda u})}{\sqrt{\lambda u}} \quad (4)$$

$$f(0) = f_0 = e^{-\lambda}$$

Donde:

- λ es el parámetro de forma $\lambda > 0$ (número de eventos, días con lluvia dentro de un periodo de tiempo T).
- β es el parámetro de escala $\beta > 0$ (lámina media de lluvia por evento).
- I_1 es la función de Bessel de primer orden.

Es importante mencionar que este proceso compuesto Poisson-exponencial tiene una discontinuidad para el valor cero (excepto cuando $\lambda = 1$); es decir, la ordenada al origen tiene un valor de $\lambda e^{-\lambda}$. La figura 1 muestra las funciones de distribución y probabilidad de dicho proceso.

Estimación de parámetros

Considerando las hipótesis de esta distribución de probabilidad y el significado de los parámetros, se infiere que un procedimiento simple es el número de eventos nulos n_0 que existan en la muestra; esto es, el número de días secos, en la serie histórica de datos. Si $n_0 \neq 0$, el procedimiento de estimación requiere, para una correcta solución, tomar en cuenta el tamaño n de la muestra (Tapsoba, 1997). El logaritmo de la función de verosimilitud, de la cual se busca obtener el máximo, es la siguiente:

$$L = -\lambda n + \frac{(n-n_0)}{2} \text{Log}_e \frac{\lambda}{\beta} - \sum_{i=1}^{n-n_0} \frac{x_i}{\beta} - \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{n-n_0} \text{Log}_e x_i + \sum_{i=1}^{n-n_0} \text{Log}_e I_1 \left(2\sqrt{\frac{\lambda x_i}{\beta}} \right) \quad (5)$$

La anulación de las derivadas parciales de L respecto a λ y β conducen a un sistema de ecuaciones:

$$-n + \frac{n-n_0}{2\lambda} + \sum_{i=1}^{n-n_0} \frac{I_1'(z_i)}{I_1(z_i)} \frac{z_i}{2\lambda} = 0 \quad (6)$$

$$-\frac{n-n_0}{2\beta} + \sum_{i=1}^{n-n_0} \frac{x_i}{\beta^2} - \sum_{i=1}^{n-n_0} \frac{I_1'(z_i)}{I_1(z_i)} \frac{z_i}{2\beta} = 0 \quad (7)$$

en donde:

$$z_i = 2\sqrt{\frac{\lambda x_i}{\beta}} \quad (8)$$

$I_1'(z)$ es la primera derivada de $I_1(z)$. Resolviendo el sistema de ecuaciones miembro a miembro de las ecuaciones (6) y (7) se obtiene:

$$\bar{x} = \hat{\lambda} \hat{\beta} \quad (9)$$

Las propiedades de la función de Bessel permiten escribir la derivada de I_1 como:

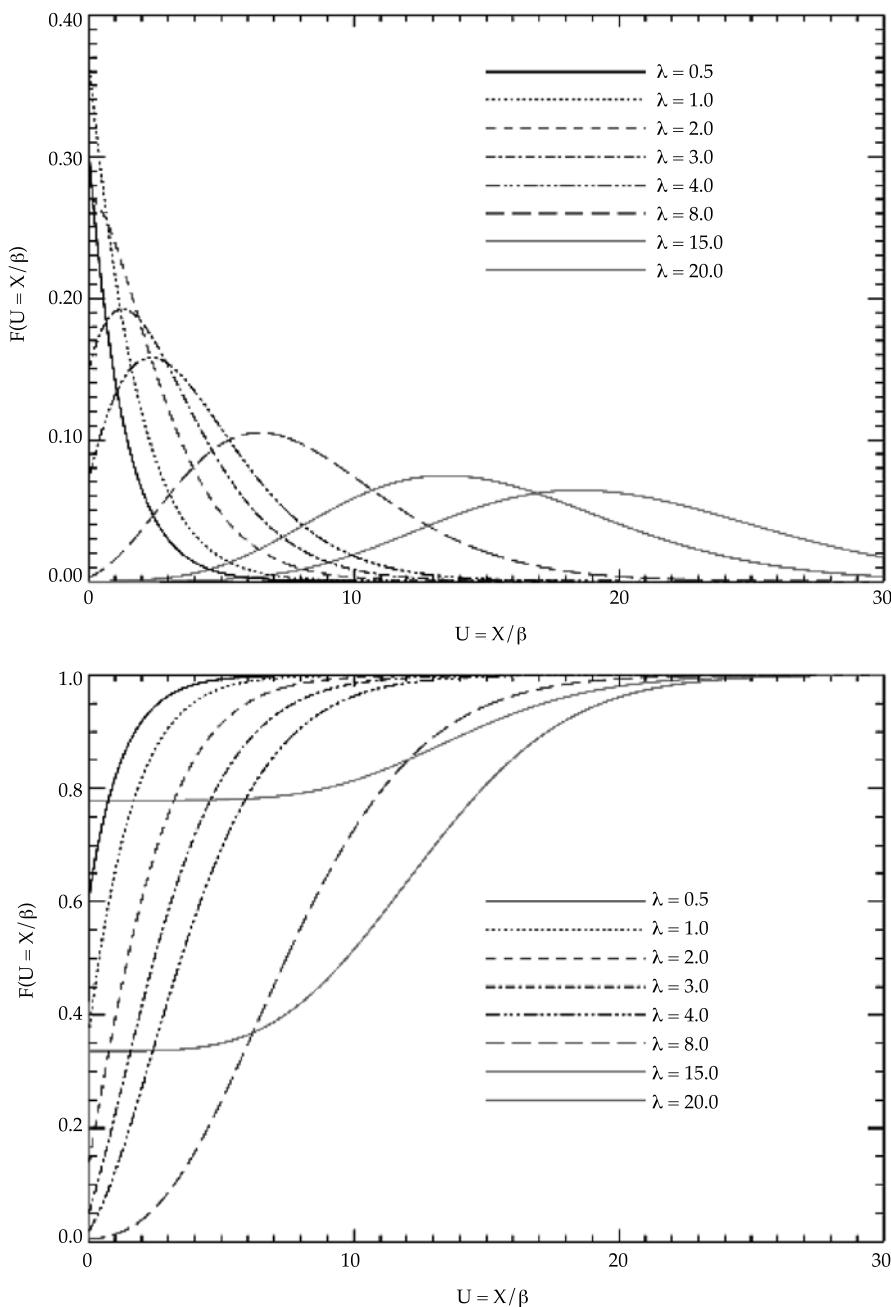
$$I_1'(z) = I_0(z) - \frac{1}{z} I_1(z)$$

I_0 es la función de Bessel de orden cero. Empleando esta expresión en la ecuación (5) y sustituyendo \bar{x} en la expresión (9) $\frac{z_i}{2\lambda} = \sqrt{\frac{x_i}{\bar{x}}}$ se obtiene:

$$g(\lambda) = \sum_{i=1}^{n-n_0} \frac{I_0(z_i)}{I_1(z_i)} \sqrt{x_i} - n\sqrt{\bar{x}} = 0$$

cuya solución es un valor único y positivo de $\hat{\lambda}$. La función $g(\lambda)$ es monótona y decreciente, su solución se encuentra en el intervalo $[10^{-4}, 5\hat{\lambda}_{\text{mom}}]$, en donde $\hat{\lambda}_{\text{mom}}$ corresponde al valor del parámetro estimado por el método de momentos. El valor de β se obtiene de la expresión (8). Le Barbé y Lebel (1997) proponen un procedimiento alternativo para la estimación de los parámetros del proceso compuesto Poisson-exponencial. Este método propone emplear el número promedio de días secos n_0 dentro del periodo T del total de n días. Tal procedimiento tiene una singular importancia, pues la información de los días secos no se emplea de manera directa en la estimación de parámetros de los métodos de momentos. De esta forma se tiene que los parámetros estarán dados por:

$$\hat{\lambda} = -\text{Log}_e \left(\frac{n}{n_0} \right) \quad \hat{\beta} = \frac{\bar{x}}{\hat{\lambda}} \quad (10)$$

Figura 1. Funciones de densidad y acumulada para diferentes valores de λ .

Aplicación de la Ley Fuga

Para ejemplificar la aplicación de esta distribución en la modelación y análisis de la variabilidad espacial de la precipitación se seleccionaron ocho estados del norte de México, empleando series de lluvia diaria en registros

promedio de 50 años de extensión dentro de un periodo que comprende los años de 1960 a 2013. El número de estaciones es variable, sin embargo se considera bien representado para cada uno de los estados seleccionados: Aguascalientes (49 estaciones); Estado de México (38); Guanajuato (21); Jalisco (85); Michoacán (20);

Querétaro (31); San Luis Potosí (28), y Zacatecas (29). Para la validación del modelo se seleccionó la Región Hidrológica 10, situada al noroeste de la república mexicana. Las lluvias en esta zona se presentan en una época bien definida, pues el periodo más abundante se registra entre los meses de junio y octubre (Conagua, 2014). Sin embargo, es también una región sensible y expuesta a los cambios climáticos y a las sequías. Se han registrado largos períodos de sequía y también inundaciones provocadas principalmente por fenómenos meteorológicos extremos.

Validación del modelo

Se utilizaron las series históricas de las 93 estaciones climatológicas dentro de la región hidrológica 10 y se estimaron los parámetros del proceso compuesto Poisson-exponencial, empleando los tres procedimientos ya descritos. Con base en el estadístico χ^2 se seleccionaron los mejores ajustes y el método de momentos demostró, en la mayoría de los casos, dar el mejor ajuste a las muestras de datos (Gutiérrez-López *et al.*, 2002b). Como se mencionó antes, el parámetro β ofrece una ventaja adicional, ya que con éste puede deducirse la distribución de la lluvia considerando diferentes intervalos de tiempo. Así, los parámetros λ^* y β^* deducidos en forma simplificada pueden estimarse de forma directa multiplicando por el intervalo de tiempo deseado. Es decir, los parámetros tienen un significado físico específico y pueden ser usados para diferentes valores de T . De esta forma, se tiene que el parámetro β permanece constante a lo largo del tiempo y el parámetro de forma λ puede calcularse para cualquier duración T , esto es:

$$\beta^* = \hat{\beta}; \quad \lambda_T^* = T \hat{\lambda}_T \quad (11)$$

Se aceptará que existe no estacionaridad en el caso de que el valor de λ tenga una variación mayor a 20% entre el valor máximo y mínimo dentro del periodo considerado. Esto quiere decir que se considerará como un proceso estacionario mientras se mantenga constante durante 80% del periodo; en caso contrario, el parámetro de escala debe estimarse como (Gutiérrez-López *et al.*, 2002b):

$$\lambda_T^* = \frac{1}{T} \int_0^T \hat{\lambda}(t) dt \quad (12)$$

Cuando se dispone de datos de lluvia diaria es recomendable elegir T igual a un día (Lebel & Le Barbé, 1997; Lebel, Taupin, & D'Amato, 1997). El cuadro 1 muestra la validación del modelo para la estación Tamazula para el periodo 1947-2005. Los parámetros estimados del análisis de la lluvia diaria por el método de momentos fueron $\hat{\lambda} = 0.654$ y $\hat{\beta} = 12.214$. De ellos se pueden deducir los parámetros, por ejemplo, para un intervalo de 10 días, empleando la ecuación (4). Esto es: $\lambda^* = 0.654 \times 10 = 6.54$ y $\beta^* = 12.214$. Mientras que los valores reales de los parámetros, estimados de la serie de datos original, para el intervalo de 10 días son $\hat{\lambda} = 7.071$; $\hat{\beta} = 11.465$. De la misma forma se pueden estimar los parámetros para la cualquier otra duración T deseada.

Una ventaja de utilizar este proceso compuesto Poisson-exponencial radica en la posibilidad de asociar sus parámetros con un significado físico, los cuales pueden ser relacionados con conceptos de la gestión del riesgo hidrológico, ya que el parámetro $\hat{\beta}$ puede asociarse con una medida de la probabilidad de lluvia extrema y $\hat{\lambda}$ puede relacionarse con la probabilidad de ocurrencia de lluvia (sequía), tal y como se desarrollará a continuación.

Cuadro 1. Validación de los valores de los parámetros de escala y forma del proceso compuesto Poisson-exponencial.

| | Estimado de la serie de datos original | Estimado con la ecuación (4) |
|---------------|--|---|
| $t = 1$ día | $\hat{\lambda} = 0.654$ y $\hat{\beta} = 12.214$ | ----- |
| $t = 10$ días | $\hat{\lambda} = 7.071$ y $\hat{\beta} = 11.465$ | $\lambda^* = 0.654$ y $\beta^* = 12.214$ |
| $t = 30$ días | $\hat{\lambda} = 20.083$ y $\hat{\beta} = 12.33$ | $\lambda^* = 20.274$ y $\beta^* = 12.214$ |

El parámetro λ de la Ley Fuga como índice de sequía

El índice de precipitación estandarizado SPI (Standardized Precipitation Index) es uno de los índices utilizados en el mundo para evaluar y monitorear las sequías (Palmer, 1965; McKee, Doesken, & Kleist, 1993; Edwards & McKee, 1997). En general, este índice se calcula para intervalos de tiempo entre 3 (valor de SPI mínimo) y 48 meses (valor de SPI máximo), y permite identificar y clasificar posibles zonas susceptibles a presentar algún tipo de daño por sequía. La metodología para el cálculo del SPI se fundamenta en el ajuste de una serie de registros históricos de precipitación total mensual a una función de distribución Gamma incompleta, y en la transformación de los datos resultantes a la función de distribución normal estándar. Cabe recordar que la deducción del proceso compuesto Poisson-exponencial empleando una distribución exponencial es un caso particular de la llamada familia de distribuciones Gamma. De esta forma, el SPI representa el número de desviaciones estándar que cada registro de precipitación se desvía del promedio histórico. Los registros de precipitación superiores al promedio histórico del mes correspondiente tendrán valores positivos del SPI (presencia de humedad), mientras que los registros de precipitación inferiores al promedio histórico arrojarán valores del SPI negativos (déficit de humedad),

tal como se muestra en el cuadro 2. Si bien se han propuesto otros índices de sequía simplificados (Pita, 2003; Karamouz, Rasouli, & Nazif, 2009), a la fecha ningún trabajo ha incluido de modo explícito el número de días lluviosos (intuitivamente incluido en la precipitación mensual) para estimar un índice de sequía. La aplicación del proceso compuesto Poisson-exponencial ofrece una ventaja, pues establece una relación del parámetro de posición de dicha distribución de probabilidad con el índice SPI (Kim, Valdés, & Yoo, 2006; Liu *et al.*, 2013). Basados en el hecho de que un evento de sequía puede caracterizarse definiendo su régimen, es decir, su magnitud y frecuencia, parece apropiado introducir la variable correspondiente al número de días con lluvia.

De esta forma, se propone relacionar el índice tradicional de sequía SPI con el parámetro λ del proceso compuesto Poisson-exponencial. A partir de la estimación de parámetros propuesta por Babusiaux (1969), empleando la ecuación (10) y poniendo todo en función del índice SPI, se obtiene una relación SPI- λ , que permite estimar un índice modificado SPI*. Esta relación es de la forma:

$$SPI^*(\lambda) = \left[1 - (2 - \sqrt{2}) \sqrt{\frac{n_0}{n}} \right] \left[\frac{2\bar{x}^2}{s_x^2} - \text{Log}_e \frac{n}{n_0} \right] + \text{Log}_e \frac{n}{n_0} \quad (13)$$

Cuadro 2. Valores convencionales de los índices SPI y PDSI (NDMC, 2003; Hayes, 2000).

| SPI | Condición | PDSI |
|---------------|-----------------------------|---------------|
| +2.00 o más | Excepcionalmente húmedo | +5.00 a +6.00 |
| +1.50 a +2.00 | Extremadamente húmedo | +4.00 a +5.00 |
| +1.20 a +1.50 | Muy húmedo | +3.00 a +4.00 |
| +0.80 a +1.20 | Moderadamente húmedo | +2.00 a +3.00 |
| +0.50 a +0.80 | Humedad incipiente | +1.00 a +2.00 |
| +0.50 a -0.50 | Humedad cercana a la normal | +1.00 a -1.00 |
| -0.5 a -0.8 | Sequía incipiente | -1.00 a -2.00 |
| -0.8 a -1.2 | Sequía moderada | -2.00 a -3.00 |
| -1.2 a -1.5 | Sequía severa | -3.00 a -4.00 |
| -1.50 a -2.00 | Sequía extrema | -4.00 a -5.00 |
| -2.00 o menos | Sequía excepcional | -5.00 a -6.00 |

Donde:

- λ es el número de eventos (días con lluvia) dentro de un periodo de tiempo T .
- SPI* es el índice de sequía estimado a partir del número de días con lluvia.

La figura 2 muestra la relación que existe entre el índice SPI y el valor del parámetro λ de la distribución de probabilidad Poisson-exponencial, representado con la letra L, para el mes de enero en el estado de Querétaro. De la misma forma, se obtuvieron las correlaciones para el resto de los estados analizados. En todos los casos se observa que existe una correlación promedio de 0.90, lo que garantiza una estimación confiable de la relación que existe entre el número de días con lluvia (λ) y el índice SPI. Las ecuaciones que predominan son los ajustes a rectas con valores agrupados en el valor de $\lambda < 0.40$ y después valores dispersos para valores superiores. A continuación se evalúan todos los meses del año para los estados en estudio. Los

resultados de este procedimiento se muestran en la ilustración 3. En este caso y por razones de espacio, sólo se muestran algunos de los ajustes más representativos en los estados, en los meses de mayor sequía histórica.

Discusión

Una vez que se verifica la correlación del índice de sequía SPI y el valor del parámetro λ de la distribución de probabilidad Poisson-exponencial para todos los meses más representativos de los estados analizados, se procede a calcular el valor de SPI* como un estimado del valor real de SPI. Es importante mencionar que en algunos de los estados de nuestro país, la condición del SPI medio es muy cercana a la condición del SPI mínimo, como puede observarse en las figuras 3b, 3d y 3e.

En estas condiciones ocurre en los meses de invierno (diciembre, enero y febrero) lo que caracteriza el régimen de precipitaciones típico de la zona central de nuestro país, con

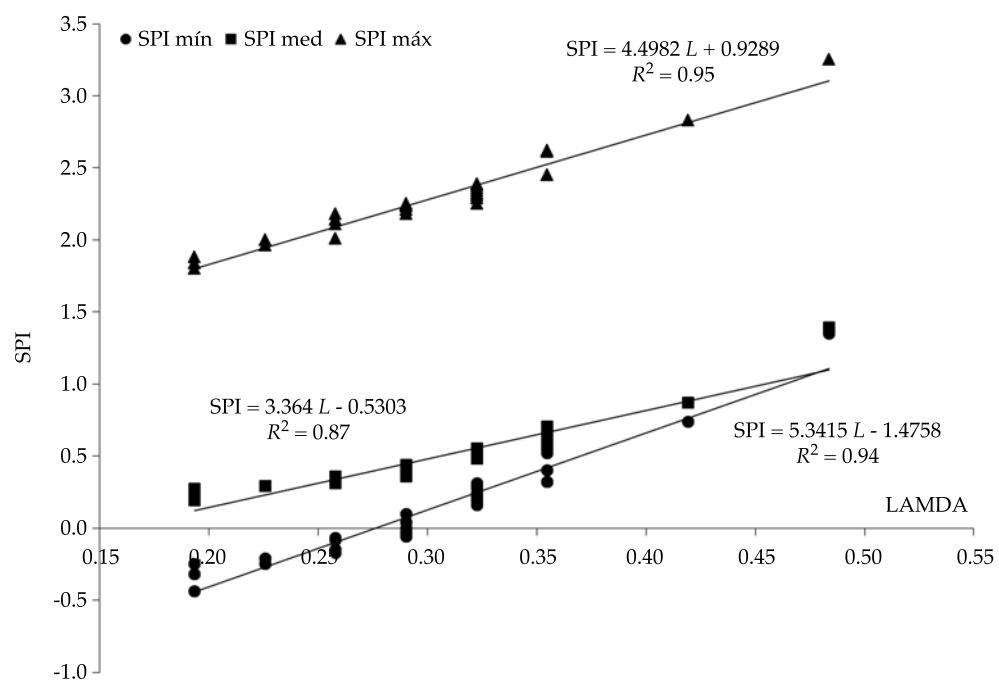


Figura 2. Correlación del índice de sequía SPI y el valor del parámetro λ del proceso compuesto Poisson-exponencial, para el mes de enero en el estado de Querétaro.

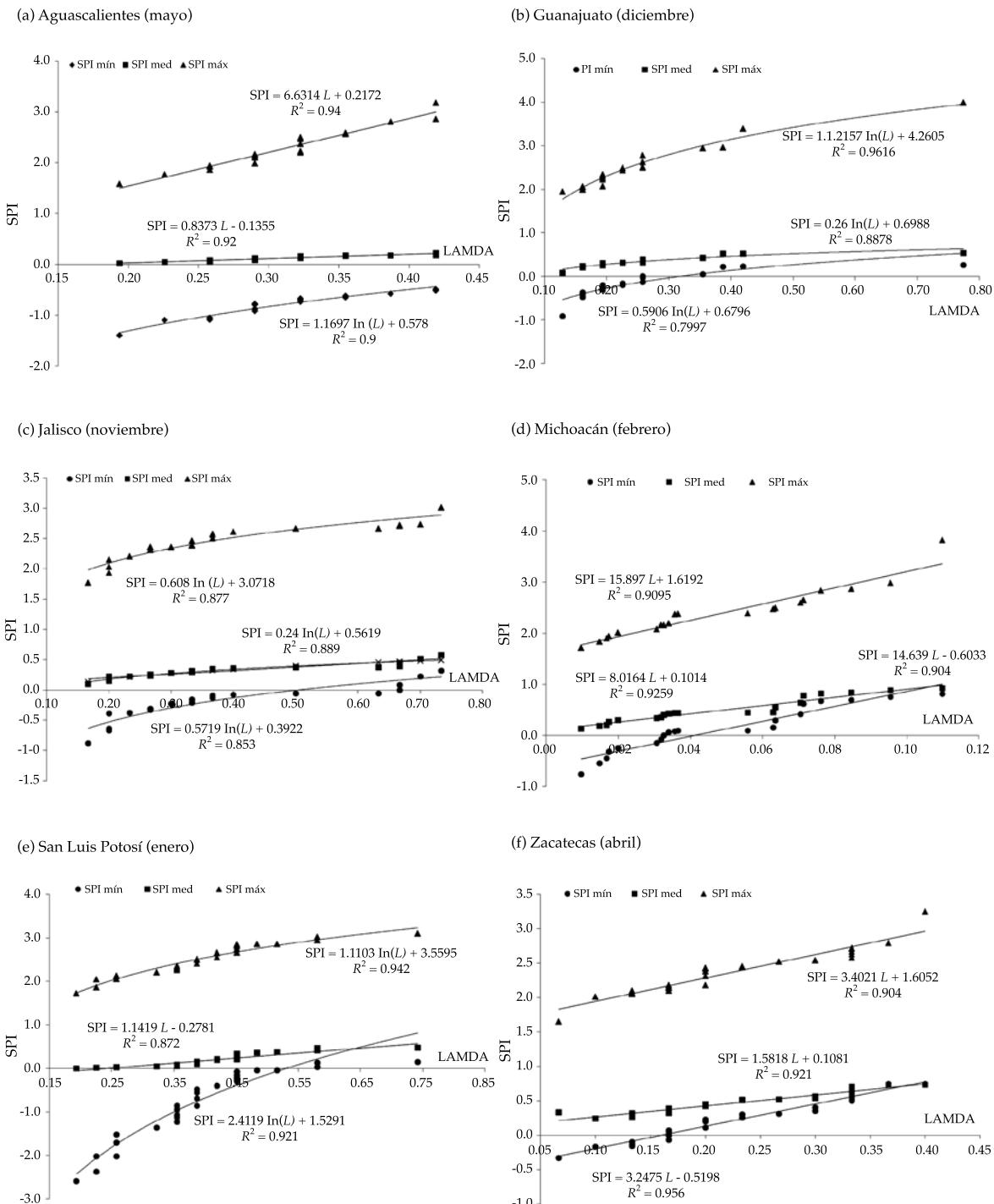


Figura 3. Correlación del índice de sequía SPI y el valor del parámetro λ del proceso compuesto Poisson-exponencial, para algunos de los meses más representativos de los estados analizados

escasa precipitación en dicho periodo. Para un mes históricamente seco, como abril, la figura 3f muestra las condiciones mínima y máxima también muy próximas. Sin embargo, para los meses considerados dentro de la temporada extendida de lluvia (mayo y noviembre), inicio y final de la temporada, respectivamente (figuras 3a y 3c), los patrones en el ajuste de los valores de SPI y el valor del parámetro λ se observan bien definidos, y separadas las condiciones mínima y media. A continuación se estiman los valores del índice SPI* para cada uno de los estados seleccionados, en cada una de sus estaciones climatológicas. Estos resultados se muestran en los cuadros 3 y 4, en forma com-

parativa con el valor del SPI tradicionalmente calculado según McKee *et al.* (1993), y Edwards y McKee (1997). Se puede observar cómo en todos los casos, excepto uno, la condición de sequía es la misma. Cabe mencionar que si bien el valor calculado no es el mismo, una vez que se compara la condición de sequía resulta la misma (cuadro 2). Los resultados muestran que el cálculo del parámetro SPI* preserva la condición de sequía de un evento, tal que éste se inicia cuando se observa a través del tiempo, una tendencia marcada de valores negativos continuos del SPI. De esta manera, el evento de sequía termina cuando el valor del SPI alcanza valores positivos. Sin embargo, como puede in-

Cuadro 3. Condición de sequía para el estado de Querétaro, según la formulación tradicional del índice SPI y la comparación con el índice SPI* basado en el número de días de lluvia del mes de enero.

| Clave | Estación | SPI (McKee <i>et al.</i> , 1993; Edwards & McKee, 1997) | | SPI* calculado (Poisson-exponencial, 2016) | |
|-------|------------------------------|---|-----------------------------|---|-----------------------------|
| | | SPI (medio) | Clasificación de la sequía | SPI* = $3.364L - 0.5303$ | Clasificación de la sequía |
| 22001 | Amealco, Amealco | 0.195 | Humedad cercana a la normal | 0.121 | Humedad cercana a la normal |
| 22002 | Ayutla, Arroyo Seco | 0.198 | Humedad cercana a la normal | 0.121 | Humedad cercana a la normal |
| 22003 | Cadereyta, Cadereyta | 0.274 | Humedad cercana a la normal | 0.121 | Humedad cercana a la normal |
| 22004 | El Batán, Corregidora | 0.292 | Humedad cercana a la normal | 0.229 | Humedad cercana a la normal |
| 22006 | El Pueblito, Corregidora | 0.310 | Humedad cercana a la normal | 0.338 | Humedad cercana a la normal |
| 22008 | Jalpan, Jalpan | 0.320 | Humedad cercana a la normal | 0.338 | Humedad cercana a la normal |
| 22011 | Pedro Escobedo | 0.342 | Humedad cercana a la normal | 0.338 | Humedad cercana a la normal |
| 22012 | Peñamiller, Peñamiller | 0.356 | Humedad cercana a la normal | 0.338 | Humedad cercana a la normal |
| 22015 | San Juan del Río (SMN) | 0.359 | Humedad cercana a la normal | 0.446 | Humedad cercana a la normal |
| 22017 | Tolimán, Tolimán | 0.362 | Humedad cercana a la normal | 0.446 | Humedad cercana a la normal |
| 22018 | Villa Corregidora | 0.384 | Humedad cercana a la normal | 0.446 | Humedad cercana a la normal |
| 22029 | Huimilpan, Huimilpan | 0.484 | Humedad cercana a la normal | 0.555 | Humedad cercana a la normal |
| 22031 | Presa Paso de Tablas, Teq. | 0.502 | Humedad cercana a la normal | 0.555 | Humedad cercana a la normal |
| 22032 | Presa Constitución, San Juan | 0.506 | Humedad cercana a la normal | 0.555 | Humedad cercana a la normal |
| 22033 | San Pablo, Amealco | 0.514 | Humedad cercana a la normal | 0.555 | Humedad cercana a la normal |
| 22036 | Arroyo Seco, Arroyo Seco | 0.550 | Humedad cercana a la normal | 0.555 | Humedad cercana a la normal |
| 22042 | La Llave, San Juan del Río | 0.555 | Humedad cercana a la normal | 0.555 | Humedad cercana a la normal |
| 22045 | Juriquilla, Querétaro | 0.571 | Humedad cercana a la normal | 0.663 | Humedad cercana a la normal |
| 22046 | Nogales, Colón | 0.572 | Humedad cercana a la normal | 0.663 | Humedad cercana a la normal |
| 22047 | Presa El Capulín, Amealco | 0.637 | Humedad cercana a la normal | 0.663 | Humedad cercana a la normal |
| 22049 | El Zamorano, Colón | 0.707 | Humedad cercana a la normal | 0.663 | Humedad cercana a la normal |
| 22051 | El Comedero, Peñamiller | 0.873 | Humedad cercana a la normal | 0.880 | Humedad cercana a la normal |
| 22056 | Higuerillas, Cadereyta | 1.391 | Muy húmedo | 1.097 | Moderadamente húmedo |

Cuadro 4. Condición de sequía para el estado de Querétaro, según la formulación tradicional del índice SPI y la comparación con el índice SPI* basado en el número de días de lluvia del mes de mayo.

| Clave | Estación | SPI (McKee <i>et al.</i> , 1993; Edwards & McKee, 1997) | | SPI* calculado (Poisson-Exponencial, 2016) | |
|-------|------------------------------|---|-----------------------------|---|-----------------------------|
| | | SPI (mínimo) | Clasificación de la sequía | SPI* = 2.1631 Ln(L) + 1.1158 | Clasificación de la sequía |
| 22001 | Amealco, Amealco | -2.070 | Sequía excepcional | -2.103 | Sequía excepcional |
| 22002 | Ayutla, Arroyo Seco | -1.720 | Sequía extrema | -1.332 | Sequía severa |
| 22003 | Cadereyta, Cadereyta | -1.650 | Sequía extrema | -1.332 | Sequía severa |
| 22004 | El Batán, Corregidora | -1.500 | Sequía extrema | -1.125 | Sequía moderada |
| 22006 | El Pueblito, Corregidora | -1.090 | Sequía moderada | -1.125 | Sequía moderada |
| 22008 | Jalpan, Jalpan | -1.050 | Sequía moderada | -1.125 | Sequía moderada |
| 22011 | Pedro Escobedo | -1.020 | Sequía moderada | -1.125 | Sequía moderada |
| 22012 | Peñamiller, Peñamiller | -0.970 | Sequía moderada | -1.125 | Sequía moderada |
| 22015 | San Juan del Río (SMN) | -0.840 | Sequía moderada | -1.125 | Sequía moderada |
| 22017 | Tolimán, Tolimán | -0.840 | Sequía moderada | -1.054 | Sequía moderada |
| 22018 | Villa Corregidora | -0.820 | Sequía moderada | -0.937 | Sequía moderada |
| 22029 | Huimilpan, Huimilpan | -0.810 | Sequía moderada | -0.764 | Sequía incipiente |
| 22031 | Presa Paso de Tablas, Teq. | -0.810 | Sequía moderada | -0.764 | Sequía incipiente |
| 22032 | Presa Constitución, San Juan | -0.780 | Sequía incipiente | -0.764 | Sequía incipiente |
| 22033 | San Pablo, Amealco | -0.750 | Sequía incipiente | -0.764 | Sequía incipiente |
| 22036 | Arroyo Seco, Arroyo Seco | -0.750 | Sequía incipiente | -0.764 | Sequía incipiente |
| 22042 | La Llave, San Juan del Río | -0.750 | Sequía incipiente | -0.764 | Sequía incipiente |
| 22045 | Juriquilla, Querétaro | -0.730 | Sequía incipiente | -0.764 | Sequía incipiente |
| 22046 | Nogales, Colón | -0.670 | Sequía incipiente | -0.764 | Sequía incipiente |
| 22047 | Presa El Capulín, Amealco | -0.660 | Sequía incipiente | -0.604 | Sequía incipiente |
| 22049 | El Zamorano, Colón | -0.610 | Sequía incipiente | -0.604 | Sequía incipiente |
| 22051 | El Comedero, Peñamiller | -0.580 | Sequía incipiente | -0.604 | Sequía incipiente |
| 22056 | Higuerillas, Cadereyta | -0.480 | Humedad cercana a la normal | -0.454 | Humedad cercana a la normal |

turirse, para una estimación exhaustiva de una condición de sequía o aridez se deben estimar otros índices empleando distintas variables, como precipitación, evapotranspiración, caudales en cauces naturales, niveles de lagos y embalses, niveles de acuíferos, etc. (Maity, Sharma, Nagesh-Kumar, & Chanda, 2013).

Conclusiones

La lluvia en el norte de la república mexicana es sin duda un fenómeno complejo de estudiar. Sin embargo, los resultados de la aplicación del proceso compuesto Poisson-exponencial en esta zona del país han permi-

tido un conocimiento simple del fenómeno, a partir de sólo contar el número de días de lluvia. La Ley Fuga, como se le conoce, muestra ventajas. En un principio facilitó conocer la distribución espacial y temporal de la lluvia, a través de la obtención de los dos parámetros de la distribución, tal como lo demostraron Chulsang, Daeha, Tae-Woong y Kyu-Nam (2008). La sencillez de dichos parámetros permitió encontrar relaciones simples con su entorno geográfico y físico.

Se demuestra que el modelo propuesto es significativamente consistente con la descripción de los cambios asociados con los fenómenos extremos, pues permite identificar en una forma

confiable la condición de sequía de una zona a través de la evolución del parámetro λ . Para la mejor aplicación del procedimiento propuesto se presenta el Anexo A, en donde se muestran el total de ecuaciones para los ocho estados analizados a lo largo del año. Las ecuaciones son muy sencillas y representan la variabilidad del fenómeno de sequía de 1960 a 2013. Es suficiente tener acceso a datos diarios de precipitación y realizar un análisis de frecuencia con la ecuación (4), estimando sus parámetros con las ecuaciones (5) a (10). A continuación se debe verificar la propiedad aditiva de los parámetros, según se propone en las ecuaciones (11) y (12). Por último, se cuenta el número de días con lluvia para el mes analizado; por ejemplo, seis días de lluvia promedio para el mes de enero en Amealco, Querétaro, esto es, $\lambda = 6/31 = 0.1936$, que sustituyendo este valor en la ecuación de SPI* media presentada en el Anexo A, se obtiene SPI* = 0.121, condición de sequía equivalente a “humedad cercana a la normal”; misma condición

obtenida de la aplicación del cálculo tradicional del índice SPI. Es así como se considera que la metodología propuesta y el empleo del proceso compuesto Poisson-expoencial se adaptan a las necesidades de estimación del riesgo hidrológico y permiten profundizar en el conocimiento de la climatología regional del norte de la república mexicana.

Respecto a la comparación entre el índice SPI y el número de días con lluvia, se puede observar que el parámetro λ por sí solo representa de forma aceptable un riesgo de sequía y que permite obtener a través de una relación sencilla el índice tradicional de sequía SPI. El proceso compuesto Poisson-expoencial permite estimar de manera rápida y confiable un índice de sequía que en lo general es difícil estimar y sobre todo de interpretar. Cabe mencionar que estos índices de aridez suelen apreciarse también a través de diversas características fisiográficas o climatológicas de la región, como el potencial de evaporación (Arora, 2002).

Anexo A. Ecuaciones para el cálculo de la condición de sequía (SPI), empleando el número de días de lluvia λ .

| | | Aguascalientes | Estado de México | Guanajuato | Jalisco |
|---------|------|--------------------------------|--------------------------------|--------------------------------|--------------------------------|
| Enero | Mín. | $SPI = 2.1198 L - 1.067$ | $SPI = 4.7697 L - 1.7198$ | $SPI = 1.1772 \ln(L) + 1.0521$ | $SPI = 5.5132 L + 0.0094$ |
| | Med. | $SPI = 0.9012 L - 0.0738$ | $SPI = 3.6879 L^{2.2191}$ | $SPI = 1.4797 L - 0.2155$ | $SPI = 14.028 L - 0.9193$ |
| | Máx. | $SPI = 5.0045 L + 0.9168$ | $SPI = 4.4137 L^{0.5037}$ | $SPI = 1.1794 \ln(L) + 3.742$ | $SPI = 23.337 L + 1.3916$ |
| Febrero | Mín. | $SPI = 0.7793 \ln(L) + 1.1632$ | $SPI = 4.4369 L - 1.5511$ | $SPI = 1.0051 \ln(L) + 1.5377$ | $SPI = 3.3928 L - 0.5588$ |
| | Med. | $SPI = 0.392 \ln(L) + 0.9858$ | $SPI = 2.4675 L^{1.7621}$ | $SPI = 0.4616 \ln(L) + 1.111$ | $SPI = 1.7774 L^{0.8198}$ |
| | Máx. | $SPI = 6.7212 L + 0.7142$ | $SPI = 1.265e^{1.9999 L}$ | $SPI = 1.4956 \ln(L) + 4.7404$ | $SPI = 3.3779 L + 1.5388$ |
| Marzo | Mín. | $SPI = 3.6147 L - 0.1466$ | $SPI = 1.1938 \ln(L) + 0.9374$ | $SPI = 9.0688 L - 1.9433$ | $SPI = 0.6636 \ln(L) + 1.7166$ |
| | Med. | $SPI = 2.5172 L + 0.2527$ | $SPI = 2.5389 L^{2.2154}$ | $SPI = 15.265L^{2.3798}$ | $SPI = 0.5052 \ln(L) + 1.6211$ |
| | Máx. | $SPI = 7.0078 L + 1.1569$ | $SPI = 4.4326 L^{0.5125}$ | $SPI = 15.769L^{1.1779}$ | $SPI = 0.8193 \ln(L) + 4.0796$ |
| Abril | Mín. | $SPI = 2.8415 L - 0.6699$ | $SPI = 4.7189 L - 3.3246$ | $SPI = 4.0933 L - 1.6687$ | $SPI = 3.9557 L - 0.6343$ |
| | Med. | $SPI = 1.541 L^{0.9242}$ | $SPI = 0.002e^{7.7424 L}$ | $SPI = 1.3071 L - 0.1653$ | $SPI = 2.7022 L - 0.055$ |
| | Máx. | $SPI = 3.726 L + 1.2808$ | $SPI = 0.9375e^{1.6779 L}$ | $SPI = 7.8405 L + 0.1171$ | $SPI = 1.9066 e^{1.1295 L}$ |
| Mayo | Mín. | $SPI = 1.1697 \ln(L) + 0.578$ | $SPI = 3.4139 \ln(L) - 0.0745$ | $SPI = 4.1397 L - 2.7999$ | $SPI = 4.19 L - 1.9891$ |
| | Med. | $SPI = 0.8373 L - 0.1355$ | $SPI = 0.4564 L - 0.2397$ | $SPI = 0.6292 L - 0.1684$ | $SPI = 1.8807 L^{2.1574}$ |
| | Máx. | $SPI = 6.6314 L + 0.2172$ | $SPI = 2.2894 \ln(L) + 2.93$ | $SPI = 4.3293 L + 0.3558$ | $SPI = 1.4133 e^{1.3361 L}$ |
| Junio | Mín. | $SPI = 2.574 \ln(L) - 0.03$ | $SPI = 3.8822 L - 4.6468$ | $SPI = 8.0486 L - 7.1462$ | $SPI = 3.6454 \ln(L) - 0.1636$ |
| | Med. | $SPI = 0.4708 L - 0.2181$ | $SPI = 0.4265 L - 0.2984$ | $SPI = 0.8645 L - 0.5467$ | $SPI = 0.3736 L - 0.2054$ |
| | Máx. | $SPI = 3.8053 L - 0.1456$ | $SPI = 0.4736e^{1.8081 L}$ | $SPI = 5.433 L - 1.9128$ | $SPI = 0.5287 e^{2.0056 L}$ |
| Julio | Mín. | $SPI = 3.756 L - 4.4262$ | $SPI = 5.3854 L - 6.0263$ | $SPI = 4.2992 L - 4.8967$ | $SPI = 6.7904 \ln(L) - 0.4224$ |
| | Med. | $SPI = 0.4633 L - 0.32$ | $SPI = 0.4932 L - 0.3623$ | $SPI = 0.461 L - 0.3249$ | $SPI = 0.4645 L - 0.3521$ |
| | Máx. | $SPI = 4.4924 L^{1.9258}$ | $SPI = 2.8201 L^{2.0036}$ | $SPI = 3.6083 L^{1.5825}$ | $SPI = 0.1669 e^{3.1715 L}$ |
| Agosto | Mín. | $SPI = 2.7258 \ln(L) - 0.2203$ | $SPI = 4.4066 L - 5.0641$ | $SPI = 4.3371 L - 4.6674$ | $SPI = 3.8731 \ln(L) - 0.6868$ |
| | Med. | $SPI = 0.3582 L - 0.1731$ | $SPI = 0.4884 L - 0.3521$ | $SPI = 0.4874 L - 0.3086$ | $SPI = 0.2748 L - 0.1795$ |
| | Máx. | $SPI = 3.7586 L^{1.2858}$ | $SPI = 0.8239e^{1.2194 L}$ | $SPI = 2.0734 \ln(L) + 2.7367$ | $SPI = 0.6461 e^{1.6659 L}$ |

| | | | | | |
|------------|----------------------|---|---|--|---|
| Septiembre | Mín. Med. Máx. | SPI = 2.6318 ln(L)+0.1261 SPI = 0.5114 L - 0.2193 SPI = 3.5437 L ^{1.0853} | SPI = 3.5855 ln(L) -0.7107 SPI = 0.4904 L - 0.3476 SPI = 3.4947 ln(L)+2.8464 | SPI = 4.1565L - 4.5179 SPI = 0.3862L ^{7.2451} SPI = 2.9811L ^{1.1275} | SPI = 2.758 ln(L) + 0.9552 SPI = 1.1181 L - 0.4077 SPI = 4.0283 L + 0.5607 |
| Octubre | Mín. Med. Máx. | SPI = 1.4517 ln(L) + 0.506 SPI = 0.9981 L ^{2.2301} SPI = 3.7774 L + 0.6306 | SPI = 1.562 ln(L) - 0.3399 SPI = 0.3521 L - 0.121 SPI = 1.5364 ln(L)+2.7965 | SPI = 1.4285ln(L) +0.0708 SPI = 0.2338ln(L) +0.2811 SPI = 1.1913ln(L) +3.0004 | SPI = 1.1693 ln(L) -0.3281 SPI = 0.1354 ln(L)+0.1809 SPI = 2.8101 L ^{0.3723} |
| Noviembre | Mín. Med. Máx. | SPI = 3.217 L - 0.9645 SPI = 1.38 L - 0.0104 SPI = 4.4486 L ^{0.4885} | SPI = 1.4547 ln(L)+0.7965 SPI = 1.003 L - 0.2136 SPI = 2.1622 ln(L)+4.9147 | SPI = 0.8591ln(L) +0.9083 SPI = 1.3032L - 0.0627 SPI = 1.1702ln(L) +4.0784 | SPI = 0.5719 ln(L)+0.3922 SPI = 0.24 ln(L) + 0.5619 SPI = 0.608 ln(L) + 3.0718 |
| Diciembre | Mín. Med. Máx. | SPI = 4.0484 L - 1.1414 SPI = 1.883 L - 0.1188 SPI = 4.1526 L ^{0.4682} | SPI = 6.1976 L - 1.9903 SPI = 6.5009 L ^{2.4748} SPI = 1.1834 e ^{2.6358 L} | SPI = 0.5906ln(L) +0.6796 SPI = 0.26ln(L) + 0.6988 SPI = 1.2157ln(L) +4.2605 | SPI = 0.4932ln(L) +0.3827 SPI = 0.1783ln(L) +0.5155 SPI = 4.7815L + 0.9552 |

Anexo A. Ecuaciones para el cálculo de la condición de sequía (SPI), empleando el número de días de lluvia λ (continuación).

| | | Michoacán | Querétaro | San Luis Potosí | Zacatecas |
|------------|----------------------|---|--|--|---|
| Enero | Mín. Med. Máx. | SPI = 18.513L - 1.118 SPI = 8.6146L - 0.115 SPI = 15.218L+ 1.7685 | SPI = 5.3415 L - 1.4758 SPI = 3.364 L - 0.5303 SPI = 4.4982 L + 0.9289 | SPI = 2.4119 ln(L) + 1.5291 SPI = 1.1419 L - 0.2781 SPI = 1.1103 ln(L) + 3.5595 | SPI = 2.4463 L - 1.0427 SPI = 0.0921 e ^{3.2929 L} SPI = 3.1158 L + 1.5664 |
| Febrero | Mín. Med. Máx. | SPI = 14.639L - 0.6033 SPI = 8.0164L + 0.1014 SPI = 15.897L + 1.6192 | SPI = 1.2802 ln(L) + 2.0643 SDI = 0.6274 ln(L) + 1.428 SPI = 5.8657 L ^{0.5826} | SPI = 1.8446 ln(L) + 1.5617 SPI = 0.3972 ln(L) + 0.7029 SPI = 0.9402 ln(L) + 3.6397 | SPI = 0.6648 ln(L) + 1.022 SPI = 0.3599 ln(L) + 0.9581 SPI = 1.1444 ln(L) + 4.0017 |
| Marzo | Mín. Med. Máx. | SPI = 0.5979ln(L) +2.4724 SPI = 12.293L + 0.1617 SPI = 23.199L + 1.7119 | SPI = 0.9164 ln(L) + 1.596 SPI = 0.5067 ln(L) + 1.2898 SPI = 5.3723 L + 1.0837 | SPI = 2.1855 ln(L) + 2.1661 SPI = 2.187 L - 0.4009 SPI = 3.5904 L + 1.2149 | SPI = 0.842 ln(L) + 2.0056 SPI = 3.6414 L + 0.0453 SPI = 1.3176 ln(L) + 4.9408 |
| Abril | Mín. Med. Máx. | SPI = 6.176L + 0.0648 SPI = 11.265L - 0.6988 SPI = 11.981L + 1.9738 | SPI = 5.2691 L - 2.0731 SPI = 4.5624 L ^{2.6192} SPI = 5.2516 L + 0.3947 | SPI = 6.0426 L - 2.8676 SPI = 1.2722 L - 0.2726 SPI = 3.1819 L + 1.2224 | SPI = 3.2475 L - 0.5198 SPI = 1.5818 L + 0.1081 SPI = 3.4021 L + 1.6052 |
| Mayo | Mín. Med. Máx. | SPI = 5.3881L - 1.7338 SPI = 1.1792L - 0.0489 SPI = 7.0514L + 1.1123 | SPI = 2.1631 ln(L) + 1.1158 SPI = 1.1099 L - 0.311 SPI = 3.1182 L + 0.6043 | SPI = 1.5886 ln(L) + 0.007 SPI = 0.4205 L - 0.123 SPI = 2.405 L + 0.9533 | SPI = 1.4083 ln(L) + 1.1657 SPI = 1.22 L - 0.1845 SPI = 1.2642e ^{1.9916 L} |
| Junio | Mín. Med. Máx. | SPI = 0.6164L - 4.217 SPI = 0.0577L - 0.1919 SPI = 0.4764L - 0.053 | SPI = 4.1222 L - 3.4613 SPI = 0.7549 L - 0.3397 SPI = 2.8141 L + 0.3001 | SPI = 4.557 L - 3.9842 SPI = 0.4759 L - 0.194 SPI = 3.3646 L + 0.3275 | SPI = 2.2934 ln(L) + 0.0825 SPI = 0.5374 L - 0.2291 SPI = 3.0751 L + 0.3572 |
| Julio | Mín. Med. Máx. | SPI = 5.6131L - 4.7579 SPI = 0.4956L - 0.2288 SPI = 2.5988L + 0.5955 | SPI = 2.346 ln(L) + 0.428 SPI = 0.8609 L - 0.3636 SPI = 3.2038 L ^{0.9948} | SPI = 3.4218 L - 3.5257 SPI = 0.3977 L - 0.1827 SPI = 2.5079 L + 0.691 | SPI = 2.6702 L - 3.062 SPI = 0.3136 L - 0.1519 SPI = 3.2977 L + 0.33 |
| Agosto | Mín. Med. Máx. | SPI = 4.4194L - 3.8375 SPI = 0.4546L - 0.1947 SPI = 4.2408L ^{1.0637} | SPI = 2.1166 ln(L) + 0.4269 SPI = 0.7152 L - 0.2544 SPI = 3.1514 L + 0.2581 | SPI = 3.0105L - 3.007 SPI = 0.3189L - 0.1069 SPI = 1.0944e ^{1.2427 L} | SPI = 2.1946 ln(L) - 0.1036 SPI = 0.4546 L - 0.2063 SPI = 3.1946 L ^{0.8452} |
| Septiembre | Mín. Med. Máx. | SPI = 2.9536ln(L) +0.8106 SPI = 0.6012L - 0.225 SPI = 5.0473L ^{1.1496} | SPI = 3.6749 L - 3.066 SPI = 0.8371 L ^{3.9063} SPI = 3.4711 L - 0.0141 | SPI = 2.8075 L - 3.127 SPI = 0.3212 L - 0.1294 SPI = 2.5281 L + 0.692 | SPI = 1.7118 ln(L) - 0.1787 SPI = 0.4399 L - 0.1749 SPI = 1.3817 ln(L) + 2.9076 |
| Octubre | Mín. Med. Máx. | SPI = 1.9056ln(L) +1.5694 SPI = 0.9724L - 0.1336 SPI = 1.2109ln(L) + 3.904 | SPI = 1.487 ln(L) + 0.7302 SPI = 0.3526 ln(L) + 0.5312 SPI = 2.9386 L + 0.7578 | SPI = 3.7443 L - 2.8359 SPI = 0.7301 L ^{2.7367} SPI = 3.7117 L + 0.658 | SPI = 3.0948 L - 2.0169 SPI = 0.7654 L ^{1.9607} SPI = 4.6949 L + 0.4538 |
| Noviembre | Mín. Med. Máx. | SPI = 0.7781ln(L) +1.5378 SPI = 0.2507ln(L) +0.8839 SPI = 0.6232ln(L) +3.9355 | SPI = 1.0301 ln(L) + 1.3444 SPI = 0.3818 ln(L) + 0.9088 SPI = 3.0197 L ^{0.2418} | SPI = 1.4483 ln(L) + 0.6895 SPI = 1.8983 L ^{2.6655} SPI = 0.9799 ln(L) + 3.6353 | SPI = 2.6008 L - 0.9177 SPI = 1.2978 L - 0.0566 SPI = 3.4942 L + 1.3534 |
| Diciembre | Mín. Med. Máx. | SPI = 0.695ln(L) + 1.8087 SPI = 5.3223L - 0.0089 SPI = 18.057L + 1.4411 | SPI = 0.9637 ln(L) + 1.6571 SPI = 0.5204 ln(L) + 1.3119 SPI = 0.952 ln(L) + 3.807 | SPI = 1.5359 ln(L) + 1.1605 SPI = 0.3778 ln(L) + 0.6587 SPI = 1.0866 ln(L) + 4.022 | SPI = 2.6381 L - 1.0126 SPI = 1.014 L ^{1.0007} SPI = 4.088 L ^{0.5036} |

Referencias

- Arora, V. K. (2002). The Use of the Aridity Index to Assess Climate Change Effect on Annual Runoff. *Journal of Hydrology*, 265(1-4), 164-177.
- Babusiaux, C. (1969). *Etude statistique de la loi des fuites*. Thèse 3 eme cycle. Paris: Faculté des Sciences de Paris.
- Bacchi, B., Becciu, G., & Kottekoda, N. (1994). Bivariate Exponential Model Applied to Intensities Y Durations of Extreme Rainfall. *Journal of Hydrology*, 155(1-2), 225-236.
- Calder, I. R. (1986). A Stochastic Model of Rainfall Interception. *Journal of Hydrology*, 89(1-2), 65-71.
- Cameron, D., Beven, K., & Tawn, J. (2000). An Evaluation of Three Stochastic Rainfall Models. *Journal of Hydrology*, 228(1-2), 130-149.
- Cammalleri, C., Micale, F., & Vogt, J. (2016). A Novel Soil Moisture-Based Drought Severity Index (DSI) Combining Water Deficit Magnitude and Frequency. *Hydrol. Process.*, 30, 289-301, doi: 10.1002/hyp.10578.
- Chulsang, Y., Daeha, K., Tae-Woong, K., & Kyu-Nam, H. (2008). Quantification of Drought Using a Rectangular Pulses Poisson Process Model. *Journal of Hydrology*, 355, 34-48.
- Coles, S., Pericchi, L., & Sisson, S. (2003). A Fully Probabilistic Approach to Extreme Rainfall Modeling. *Journal of Hydrology*, 273(1-4), 35-50.
- Conagua (2014). *Estadísticas del agua en México*. México, DF: Comisión Nacional del Agua. Recuperado de <http://www.conagua.gob.mx/CONAGUA07/Publicaciones/Publicaciones/EAM2014.pdf>.
- Eagleson, P. S. (1978). Climate, Soil, and Vegetation: 2. The Distribution of Annual Precipitation Derived from Observed Storm Sequences. *Water Resources Research*, 14(5), 713-721.
- Edwards, D. C., & McKee, T. B. (1997). *Characteristics of 20th Century Drought in the United States at Multiple Time Scales* (155 pp.). Paper No. 634. Climatology Report No. 97-2. Fort Collins, USA: Colorado State University. Department of Atmospheric Science.
- Escalante, C., & Reyes, L. (2002). *Técnicas estadísticas en hidrología* (298 pp.). México, DF: Facultad de Ingeniería, Universidad Nacional Autónoma de México, UNAM.
- Govindaraju, R. (2013). Special Issue on Data-Driven Approaches to Droughts. *J. Hydrol. Eng.*, 10.1061/(ASCE)HE.1943-5584.0000812, 735-736.
- Gutiérrez-López, A., Descroix, L., & Lebel, T. (2002a). Rainfalls Regionalisation, in North Mexico generating Regional Vectors. Conference on Water Resources Planning and Management and Symposium on Managing the Extremes-Floods and Droughts, ASCE, EWRI, Roanoke, Virginia, USA.
- Gutiérrez-López, A., Lebel, T., & Descroix, L. (2002b). *Statistical Analysis for Modelling the Hydrological Risk in Northern Mexico*. International Association for Hydraulic Research (IAHR) Hydraulic and Hydrological Aspects of Reliability and Safety of Hydraulic Structures, St. Petersburg, Russia.
- Gutiérrez-López, A., Lebel, T., & Mejía, R. (2005). Estudio espacio-temporal del régimen pluviométrico en la zona meridional de la Rep. Mexicana. *ingeniería Hidráulica en México*, 20(1), 57-65.
- Hayes, M. (2000). *Drought Indices*. Recuperado de <http://www.drought.unl.edu/dm/archive/99/classify.htm>.
- Hughes, R. (2003). On Detecting Anomalous Behaviour in Runs. *Journal of Hydrology*, 278(1-4), 253-266.
- Karamouz, M., Rasouli, K., & Nazif, S. (2009). Development of a Hybrid Index for Drought Prediction: Case Study. *J. Hydrol. Eng.*, 10.1061/(ASCE)HE.1943-5584.0000022, 617-627.
- Kim, T., Valdés, J., & Yoo, C. (2006). Nonparametric Approach for Bivariate Drought Characterization Using Palmer Drought Index. *J. Hydrol. Eng.*, 10.1061/(ASCE)1084-0699(2006)11:2(134), 134-143.
- Le Barbé, L., & Lebel, T. (1997). Rainfall Climatology of the HAPEX-Sahel Region during the Years 1950-1990. *Journal of Hydrology*, 188-189(1-4), 43-73.
- Le Barbé, L., Lebel, T., & Tapsoba, D. (2002). Rainfall Variability in West Africa during the Years 1950-1990. *Journal of Climate*, 15(2), 187-202.
- Lebel, T., Taupin, J., & D'Amato, N. (1997). Rainfall Monitoring during HAPEX-Sahel. 1. General rainfall conditions and climatology. *Journal of Hydrology*, 188-189(1-4), 74-96.
- Lebel, T., & Le Barbé, L. (1997). Rainfall Monitoring during HAPEX-Sahel. 2. Point and Areal Estimation at the Event and Seasonal Scales. *Journal of Hydrology*, 188-189(1-4), 97-122.
- Liu, L., Hong, Y., Looper, J., Riley, R., Yong, B., Zhang, Z., Hocker, J., & Shafer, M. (2013). Climatological Drought Analyses and Projection Using SPI and PDSI: Case Study of the Arkansas Red River Basin. *J. Hydrol. Eng.*, 10.1061/(ASCE)HE.1943-5584.0000619, 809-816.
- López-Segovia, L., Villaseñor-Alva, J., & Vaquera-Huerta, H. (2002). Dos pruebas de bondad de ajuste para procesos de Poisson no homogéneos. *Revista Agrociencia*, 36, 703-712.
- Maity, R., Sharma, A., Nagesh-Kumar, D., & Chanda, K. (2013). Characterizing Drought Using the Reliability-Resilience-Vulnerability Concept. *J. Hydrol. Eng.*, 10.1061/(ASCE)HE.1943-5584.0000639, 859-869.
- McKee, T., Doesken, N., & Kleist, J. (1993). *Drought Monitoring with Multiple Time Scales*. American Meteorological Society (pp. 233-236). 9th Conference on Applied Climatology.
- Mirakbari, M., Ganji, A., & Fallah, S. (2010). Regional Bivariate Frequency Analysis of Meteorological Droughts. *J. Hydrol. Eng.*, 10.1061/(ASCE)HE.1943-5584.0000271, 985-1000.
- NDMC (2003). *National Drought Mitigation Center*. NDMC web-site. University of Nebraska at Lincoln. Recovered from www.drought.unl.edu.
- Onof, C., & Wheater, H. (1994). Improvements to the

- Modelling of British Rainfall Using a Modified Ryom Parameter Bartlett-Lewis Rectangular Pulse Model. *Journal of Hydrology*, 157(1-4), 177-195.
- Palmer, W. C. (1965). *Meteorological Drought* (58 pp.). Research Paper No. 45. Washington, DC: US Department of Commerce, Weather Bureau.
- Pandey, G., & Nguyen, V. (1999). A Comparative Study of Regression Based Methods in Regional Flood Frequency Analysis. *Journal of Hydrology*, 225(1-2), 92-101.
- Pita, M. (2003). *Un nouvel indice de sécheresse pour les domaines méditerranéens. Application au bassin du Guadalquivir (sud-ouest de l'Espagne)* (pp. 225-234). Vol. 13. Nice: Association Internationale de Climatologie.
- Ribstein, P. (1983). Loi des fuites. *Cahiers, Orstom, série Hydrologie*, 20(2), 117-141.
- Rodríguez-Iturbe, I. (1986). Scale of Fluctuation of Rainfall Models. *Water Resources Research*, 22(9), 15s-37s.
- Sorta, G. (1990). *Probabilités, analyse des données et statistique* (493 pp.). Paris: Editions Technip.
- Sharma, T. (1996). Simulation of the Kenyan Longest Dry y Wet Spells y the Largest Rain-Sums using a Markov Model. *Journal of Hydrology*, 178(1-4), 55-67.
- Sivapalan, M., & Blöschl, G. (1998). Transformation of Point Rainfall to Areal Rainfall: Intensity-Duration-Frequency Curves. *Journal of Hydrology*, 204(1-4), 150-167.
- Sohrabi, M., Ryu, J., Abatzoglou, J., & Tracy, J. (2015). Development of Soil Moisture Drought Index to Characterize Droughts. *J. Hydrol. Eng.*, 10.1061/(ASCE) HE.1943-5584.0001213, 04015025.
- Soláková, T., De Michele, C., & Vezzoli, R. (2014). Comparison between Parametric and Nonparametric Approaches for the Calculation of Two Drought Indices: SPI and SSI. *J. Hydrol. Eng.*, 10.1061/(ASCE)HE.1943-5584.0000942, 04014010.
- Tapsoba, D. (1997). *Caractérisation événementielle des régimes pluviométriques Ouest Africains et de leur recent changement*. Th. D. Paris: Université de Paris XI (Orsay).
- Wilks, D. S. (1998). Multisite Generalization of a Daily Stochastic Precipitation Generation Model. *Journal of Hydrology*, 210(1-4), 178-191.
- Wong, G., Lambert, M. F., Leonard, M., & Metcalfe, A. V. (February, 2010). Drought Analysis Using Trivariate Copulas Conditional on Climate States. *Journal of Hydrologic Engineering*, 15(2), 129-141.

Información institucional de los autores

Dr. M. Alfonso Gutiérrez-López

Universidad Autónoma de Querétaro
Centro de Investigaciones del Agua, CIAQ
Cerro de las Campanas, s/n, Col. Las Campanas
76010 Querétaro, Querétaro, México
Teléfono: +52 (442) 1921 200, extensión 6401
alfonso.gutierrez@uag.mx

Dr. José Leopoldo Vargas Baecheler

Universidad de Concepción
Centro de Recursos Hídricos para la Agricultura y la Minería (CRHIAM)
Facultad de Ingeniería
Departamento de Ingeniería Civil
Edmundo Larenas 219 Oficina 422a, CHILE
Teléfono: +56 (41) 2204 764
Fax: +56 (41) 2207 089
jvargas@udec.cl

Ing. Víctor Reséndiz Torres

Universidad Autónoma de Querétaro
Centro de Investigaciones del Agua, CIAQ
Cerro de las Campanas, s/n, Col. Las Campanas
76010 Querétaro, Querétaro, México
Teléfono: +52 (442) 1921 200, extensión 6038
valfonso.resendizt89@hotmail.com

Ivonne Cruz Paz

Universidad del Valle de México, Campus Querétaro
División de Negocios, Humanidades y Sociales
Blvd. Juriquilla 1000-A, Del. Santa Rosa Jáuregui
76230 Santiago de Querétaro, Querétaro, México
ifilacphi@uag.mx

OJO AUTOR, FALTA GRADO ACADÉMICO