



Boletim de Ciências Geodésicas

ISSN: 1413-4853

bcg\_editor@ufpr.br

Universidade Federal do Paraná

Brasil

dos Santos, Renato César; Galo, Mauricio  
CLASSIFICAÇÃO DE NUVEM DE PONTOS LASER UTILIZANDO O CONCEITO DE  
ANÁLISE DE COMPONENTES PRINCIPAIS E O FATOR DE NÃO AMBIGUIDADE  
Boletim de Ciências Geodésicas, vol. 22, núm. 2, abril-junio, 2016, pp. 197-216  
Universidade Federal do Paraná  
Curitiba, Brasil

Disponível em: <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=393946272001>

- Como citar este artigo
- Número completo
- Mais artigos
- Home da revista no Redalyc

redalyc.org

Sistema de Informação Científica

Rede de Revistas Científicas da América Latina, Caribe, Espanha e Portugal

Projeto acadêmico sem fins lucrativos desenvolvido no âmbito da iniciativa Acesso Aberto

## CLASSIFICAÇÃO DE NUVEM DE PONTOS LASER UTILIZANDO O CONCEITO DE ANÁLISE DE COMPONENTES PRINCIPAIS E O FATOR DE NÃO AMBIGUIDADE

### *Classification of LASER points cloud using the concept of principal components analysis and the non ambiguity factor*

Renato César dos Santos <sup>1</sup>

Mauricio Galo <sup>1</sup>

Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho – UNESP <sup>1</sup>. Programa de Pós-Graduação em Ciências Cartográficas – PPGCC. Departamento de Cartografia. Rua Roberto Simonsen, 305, Caixa Postal 468. CEP: 19060-900 – Presidente Prudente – SP – Brasil. Email: [renato\\_cstos@hotmail.com](mailto:renato_cstos@hotmail.com); [galo@fct.unesp.br](mailto:galo@fct.unesp.br)

#### **Resumo:**

Este artigo apresenta um método que realiza a classificação automática dos pontos amostrados por um sistema de varredura a LASER aerotransportado (SVLA). Nesse método são utilizados os autovalores da matriz de variâncias e covariâncias (MVC). Para o cálculo da MVC considera-se uma vizinhança no entorno do ponto de interesse, a qual é determinada com base no conceito de entropia. A classificação é executada comparando os autovalores calculados, referentes a cada ponto e sua vizinhança, com os autovalores das estruturas ou classes predefinidas. Como medida de similaridade utiliza-se a distância euclidiana no espaço dos autovalores e, com o intuito de eliminar os pontos ambíguos, incorporou-se ao método o fator de não ambiguidade (FNA). Para avaliação do método proposto e implementado, utilizou-se um conjunto de dados LASER referente ao município de Presidente Prudente/SP, cuja densidade aproximada é de 8 pontos/m<sup>2</sup>. Os resultados mostram que mesmo diante da complexidade dos ambientes reais, algumas estruturas foram bem definidas. Com a incorporação do FNA foi possível identificar e eliminar pontos com alta probabilidade de pertencer a duas classes (pontos ambíguos), geralmente amostrados sobre vegetações, regiões com pequena densidade de pontos, próximos das regiões de bordas e sobre linhas de transmissão próximas as edificações. Por meio da avaliação quantitativa verificou-se que a incorporação do FNA ao método de classificação possibilitou diminuir a quantidade de pontos incorretamente classificados, principalmente para os maiores objetos. Além disso, foi possível verificar que o uso do FNA é interessante para áreas de vegetação, uma vez que grande parte dos pontos ambíguos são identificados.

**Palavras-chave:** Classificação de pontos tridimensionais. Análise de componentes principais. Fator de não ambiguidade. Nuvens de pontos LASER.

**Abstract:**

The aim of this paper is to present a method that automatic performs the classification of 3D points sampled by an airborne LASER scanning system. In this method the eigenvalues of the variance and covariance matrix (MVC) computed for a neighborhood around the points of interest are used to discriminate the predefined classes or structures. This neighborhood is dynamically obtained by using the concept of entropy and the classification is performed by comparing the estimated eigenvalues, relative to each point and its neighborhood, with the eigenvalues of the predefined structures or classes. To compute the similarity, the Euclidean distance in the eigenvalues space was considered and in order to eliminate the ambiguous points the non ambiguity factor (FNA) was incorporated. The evaluation of the proposed and implemented method was realized using a set of LASER data from the city of Presidente Prudente/SP, with an average density of 8 points/m<sup>2</sup>. The results showed that even with the complexity of real environments, some structures were well defined and can be identified. With the incorporation of FNA it was possible to identify and eliminate points with a high probability of belonging to two (or more) classes (ambiguous points), generally sampled over vegetation, regions with low density points, close to regions of edges and on transmission lines near the buildings. It was also observed that the incorporation of FNA allowed to decrease the number of points incorrectly classified, mainly for big objects. Additionally, it was also possible to verify that the use of FNA is interesting for vegetation areas, since great part of ambiguous points are identified.

**Keywords:** Classification of three-dimensional points. Principal component analysis. Non ambiguity factor. LASER point clouds.

## 1. Introdução

O sistema de varredura a LASER aerotransportado (SVLA) é composto basicamente por quatro tecnologias: emissor e receptor LASER (*Light Amplification by Stimulated Emission of Radiation* – Amplificação da Luz por Emissão Estimulada de Radiação), o sistema de varredura, o GNSS (*Global Navigation Satellite System* – Sistema Global de Navegação por Satélite) e o INS (*Inertial Navigation System* – Sistema de Navegação Inercial), que integrados permitem a geração de densas nuvens de pontos tridimensionais (El-Sheimy et al., 2005).

O princípio de funcionamento do SVLA baseia-se na emissão de um pulso de LASER na direção da superfície terrestre, com o auxílio de um espelho de varredura. Ao atingir a superfície, parte do sinal emitido é refletido na direção do sensor. O sensor mede tanto a intensidade do sinal de retorno, como também o tempo decorrido entre a emissão e a captação do retorno, que é usado para calcular a distância entre o sensor e objeto (Baltsavias, 1999).

Nos últimos anos a tecnologia LASER tem sido utilizada em diversas ciências, em especial nas ciências geodésicas, nas ciências ligadas à cartografia e nas geociências em geral, uma vez que a informação disponibilizada permite o seu uso em inúmeras aplicações, como por exemplo: na extração de feições (Gross e Thoennessen, 2006), na classificação de estruturas (Jutzi e Gross, 2009; Mendes e Dal Poz, 2013; Santos e Galo, 2014), na reconstrução tridimensional da superfície terrestre (Wack e Wimmer, 2002; Assunção et al., 2007), extração de edifícios (Dorninger e Pfeifer, 2008; Galvanin et al., 2008; Galvanin e Dal Poz, 2012; Tsai e Chang,

2014), árvores (Xiao, 2012), rodovias (Wang et al., 2011), linhas de transmissão (Cruz e Silveira, 2011) e etc.

No contexto das aplicações cartográficas, a extração de feições é fundamental para a aquisição e/ou atualização de informações espaciais relacionadas aos objetos antrópicos (como por exemplo, rodovias, edificações) e naturais (como por exemplo, árvores, rios). O desejo de automação, com reflexos importantes na cartografia e algumas limitações inerentes à complexidade na manipulação dos dados gerados por estes sistemas estimulam as pesquisas na extração de feições sobre dados LASER.

Este trabalho tem como objetivo a classificação automática de pontos tridimensionais, amostrados por um SVLA. Neste contexto são consideradas estruturas, tais como: quinas, bordas, planos, etc, geralmente encontradas em construções antrópicas. Para tanto, é proposto um procedimento de classificação baseado no conceito de análise de componentes principais, similar ao desenvolvido por Jutzi e Gross (2009). No entanto, o método de classificação proposto neste trabalho, apresenta algumas variações em relação ao procedimento original, as quais são: utilização do conceito de entropia para selecionar a área de busca e o acréscimo do fator de não ambiguidade (FNA) com o propósito de eliminar os pontos ambíguos. Em relação ao trabalho publicado por Santos e Galo (2014) tem-se a incorporação do FNA no método de classificação de pontos, bem como a análise quantitativa do seu efeito no processo.

## 2. Classificação de pontos tridimensionais

A classificação do conjunto de pontos tridimensionais, gerados pelo SVLA, pode ser realizada explorando diferentes técnicas da análise multivariada, tais como: análise de componentes principais, análise fatorial, análise discriminante, análise de agrupamento, entre outras. Essas técnicas também têm sido utilizadas na classificação dos novos conjuntos de dados LASER: multiespectral (Wichmann et al., 2015) e *full-waveform* (Tran et al., 2015).

O procedimento de classificação dos pontos LASER em diferentes estruturas (quina, borda, plano e etc), de modo geral, pode ser dividido em duas etapas: seleção de descritores que descrevem características da estrutura e a classificação propriamente dita.

A primeira etapa consiste em selecionar descritores que permitam identificar padrões existentes nas estruturas de interesse. Esses padrões podem ser identificados na matriz de variâncias e covariâncias ou na matriz dos coeficientes de correlação. Além disso, existe a possibilidade de utilizar técnicas estatísticas que descrevem aspectos da matriz de variâncias e covariâncias, como é o caso da análise fatorial e da análise de componentes principais, para determinar outros descritores, como por exemplo, autovalores e/ou autovetores, que podem ser usados na identificação do padrão de cada estrutura.

A segunda etapa refere-se à classificação dos pontos LASER considerando os descritores definidos na primeira etapa e algum método de classificação. A classificação pode ser executada de duas maneiras, por meio da análise de agrupamento ou análise discriminante. A principal diferença entre essas duas técnicas se refere ao conhecimento *a priori* dos grupos ou classes. No caso da análise de agrupamento as classes não são predefinidas, ao contrário da análise discriminante (Johnson e Wichern, 1999). Como exemplo de método de classificação baseado na

análise de agrupamento tem-se o método de k-médias, ao passo que na análise discriminante, pode-se destacar o método de Fisher e o método do vizinho mais próximo.

Nesse trabalho optou-se em utilizar como métrica a distância euclidiana entre os autovalores obtidos na análise de componentes principais. Na literatura é possível encontrar uma série de trabalhos que empregam os autovalores para identificar estruturas como planos, bordas e quinas, por exemplo. Dentre os quais pode-se citar: Gross e Thoennessen (2006); Belton e Lichti (2006); Carlberg et al. (2009); Jutzi e Gross (2009); Demantke et al. (2011); Shi e Zakhor (2011); e Santos e Galo (2014). Os resultados destes trabalhos apontam a potencialidade do uso dos autovalores na classificação de tais estruturas. O método de classificação apresentado é baseado no uso da distância euclidiana no espaço dos autovalores como medida de similaridade, seguida da utilização do fator de não ambiguidade (FNA), sendo as classes predefinidas a partir dos autovalores teóricos determinados por Jutzi e Gross (2009).

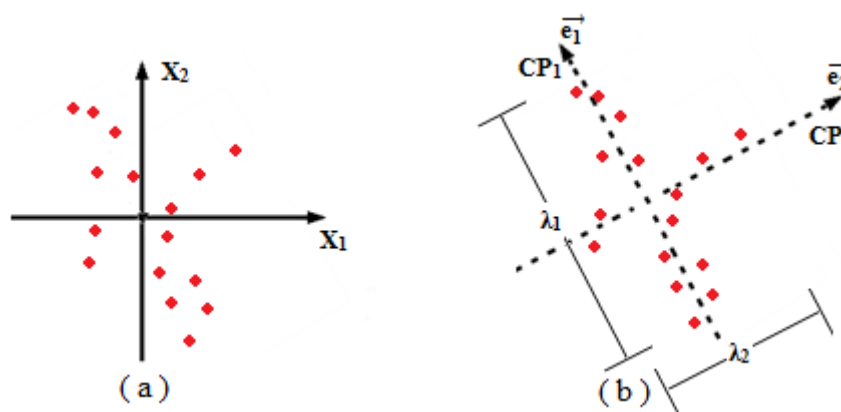
Considerando esse contexto, na próxima seção são apresentados os fundamentos da análise de componentes principais, bem como os princípios envolvidos na classificação de estruturas (planos, bordas, quinas, etc) presentes em nuvens de pontos tridimensionais.

### **3. Análise de componentes principais e classificação de pontos tridimensionais**

#### **3.1 Análise de Componentes Principais**

A análise de componentes principais (ACP) é uma técnica amplamente utilizada em várias aplicações, sendo os principais propósitos: a redução dos dados e a sua interpretação. Segundo Johnson e Wichern (1999) e Mingoti (2005), a ideia central desta técnica consiste em obter um número reduzido de variáveis a partir da MVC (Matriz de Variâncias e Covariâncias) dos dados originais.

As variáveis do novo sistema de coordenadas, denominadas componentes principais (CP), são obtidas a partir da rotação do sistema original na direção de variabilidade máxima dos dados, gerando uma descrição mais simples da estrutura de covariância (Mingoti, 2005), como pode ser visto na Figura 1.



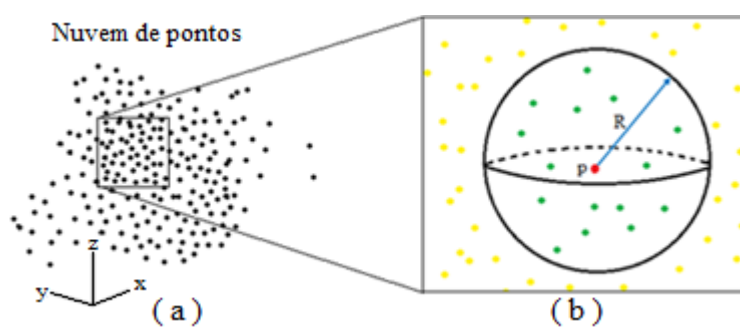
**Figura 1:** Conjunto de pontos no sistema cartesiano 2D original (a) e no sistema associado às componentes principais (b).

Associado à ACP têm-se os autovalores e os autovetores. Os autovalores ( $\lambda_i$ ) representam o comprimento dos eixos das componentes principais. A cada autovalor ( $\lambda_i$ ) é associado um autovetor ( $\vec{e}_i$ ) de módulo unitário, que representa a direção do eixo de cada componente principal, como mostra a Figura 1b.

Seja  $\Sigma$  a matriz de variâncias e covariâncias (MVC) associada ao vetor das variáveis originais  $X^T = [X_1, X_2, \dots, X_n]$ ; e  $(\lambda_1, \vec{e}_1)$ ,  $(\lambda_2, \vec{e}_2)$ , ...,  $(\lambda_n, \vec{e}_n)$ , os pares de autovalores e autovetores ortogonais padronizados associados à  $\Sigma$ , ordenados de modo que  $\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \dots \lambda_n \geq 0$ ; a  $i$ -ésima componente principal ( $CP_i$ ) é dada por (Mingoti, 2005):

$$CP_i = \vec{e}_i^T X = e_{i1} X_1 + e_{i2} X_2 + \dots + e_{in} X_n, i=1, 2, \dots, n. \quad (1)$$

Assim, dada uma nuvem de pontos 3D, a MVC de cada ponto pode ser obtida levando em consideração um subconjunto de  $m$  pontos vizinhos localizados no interior de uma esfera de raio  $R$  (●) centrada no ponto de interesse  $p$  (●), como ilustra a Figura 2.



**Figura 2:** Nuvem de pontos em um referencial 3D (a) e seleção do conjunto de pontos situados a uma distância máxima  $R$  do ponto central  $p$  (b).

A partir do conjunto de  $m$  pontos localizados no interior da esfera, pode-se determinar a matriz de variâncias e covariâncias ( $\Sigma_X$ ) por (Gonzalez e Woods, 2000):

$$\Sigma_X = \frac{1}{m} \sum_{j=1}^m X_j X_j^T - m_X m_X^T \quad (2)$$

$$m_X = \frac{1}{m} \sum_{j=1}^m X_j \quad (3)$$

onde  $m_X$  representa os valores médios, correspondentes ao centro de gravidade dos  $m$  pontos, que tornam os valores da MVC invariantes à translação. As coordenadas 3D dos  $m$  pontos são representadas pelo vetor  $X^T = [X \ Y \ Z]$ .









### 3.2 Autovalores Relacionados às Estruturas de Alguns Objetos

A partir do conceito da análise de componentes principais Belton e Lichti (2006), Demantke et al. (2011), e Yang e Dong (2013) apresentam relações entre os autovalores para diferentes primitivas geométricas ou estruturas, conforme segue:

- Linha:  $\lambda_1 > 0$  e  $\lambda_2 \approx \lambda_3 \approx 0$ ;
- Plano:  $\lambda_1 \approx \lambda_2$  e  $\lambda_3 \approx 0$ ;
- Borda:  $2 \lambda_1 \approx \lambda_2$  e  $\lambda_3 \approx 0$ ;
- Quina:  $\lambda_1 \approx \lambda_2 \approx \lambda_3$ .

Partindo dessa mesma ideia Jutzi e Gross (2009) determinaram valores teóricos para os autovalores de algumas estruturas por meio do conceito de momentos. Na Tabela 1 são apresentadas algumas estruturas típicas de objetos de interesse, com os respectivos autovalores e a dimensão correspondente. Em Jutzi e Gross (2009) pode-se ver como os valores teóricos dos autovalores foram determinados.

**Tabela 1:** Autovalores e dimensão associados a algumas estruturas (Jutzi e Gross, 2009).

	Estrutura	Autovalores			Dimensão		
		$\lambda_1$	$\lambda_2$	$\lambda_3$	0	1	2
	Ponto isolado	0	0	0			
	Final de linha	1/12	0	0			
	Linha	1/3	0	0			
	Meio plano	1/4	0	0			
	Plano	1/4	1/4	0			
	Quarto de plano	0,09	0	0			
	Dois planos	1/4	1/8	0,03			
	Três planos	0,11	0,11	0,03			

Deste modo, a partir dos valores teóricos (Tabela 1) e dos valores dos autovalores obtidos a partir de dados reais, é possível realizar a classificação dos pontos 3D nas diferentes estruturas consideradas.

### 3.3 Análise Discriminante

A análise discriminante é uma técnica que pode ser utilizada para classificação de elementos de uma amostra ou população. Para a sua aplicação, é necessário que os grupos ou classes sejam predefinidos. Deste modo, para que a classificação seja realizada é necessário a definição de uma regra de classificação ou discriminação, a qual é utilizada para classificar os novos elementos amostrais nos grupos predefinidos (Johnson e Wichern, 1999).

Tomando os autovalores apresentados na Tabela 1 como referência, o processo de classificação do conjunto de pontos 3D pode ser baseado na distância euclidiana no espaço 3D dos autovalores. Essa medida de similaridade é dada por:

$$D_j^i(\lambda_1^j, \lambda_2^j, \lambda_3^j) = \sqrt{(\lambda_1^j - \lambda_1^i)^2 + (\lambda_2^j - \lambda_2^i)^2 + (\lambda_3^j - \lambda_3^i)^2} \quad (4)$$

onde  $D_j^i$  é distância entre um determinado ponto amostral  $j$  e a estrutura  $i$  ( $i = 1, 2, \dots, 8$ ); sendo,  $\lambda_1^j, \lambda_2^j$  e  $\lambda_3^j$  os autovalores obtidos a partir da MVC do ponto  $j$ ; e,  $\lambda_1^i, \lambda_2^i$  e  $\lambda_3^i$  os autovalores esperados para a estrutura  $i$  (conforme Tabela 1).

Para refinar o processo de classificação pode-se realizar a ponderação das distâncias. Essa ponderação consiste em pré multiplicar o valor da distância (Equação 4) por um dado peso ou fator de ponderação, como apresentado por Jutzi e Gross (2009). Estes autores definiram empiricamente fatores de ponderação para o cálculo da distância entre o ponto a ser classificado e as diferentes estruturas ( $i$ ). O fator de ponderação  $p(i)$  leva em consideração a dimensão de cada estrutura ( $\dim(i)$ ) (Tabela 1), como pode ser visto na Equação 5:

$$p(i) = \frac{1}{1 + \dim(i)} \quad (5)$$

Desta forma, o processo de classificação consiste em calcular, para cada ponto da amostra, a distância euclidiana ponderada, no espaço dos autovalores, que separa o ponto a ser classificado de cada uma das estruturas (Tabela 1). A menor distância indica a estrutura na qual o ponto pertence. Sendo assim, o ponto  $j$  é classificado como pertencente à estrutura  $i$ , quando a seguinte condição é atendida:

$$D_j^i = \text{mínimo} \{p(1)D_j^1, p(2)D_j^2, \dots, p(8)D_j^8\} \quad (6)$$

### 3.4 Determinação do Raio da Esfera a Partir do Conceito de Entropia

A classificação do conjunto de pontos 3D baseada nos autovalores depende diretamente da matriz de variâncias e covariâncias. Desta forma, a escolha do raio da esfera que delimita a “vizinhança ótima”, utilizada no cálculo da MVC, está relacionada com a qualidade do processo de classificação.



Uma maneira de selecionar o raio da esfera consiste em estabelecer um raio fixo e utilizar este raio ao longo de todo o processo de análise. Uma outra possibilidade pode ser a partir da adoção de um número de pontos e aumentar o valor de raio até que este número de pontos seja atingido. Além dessas possibilidades, pode-se também utilizar o conceito de entropia, como apresentado em Demantke et al. (2011) e Yang e Dong (2013). Na linguagem da termodinâmica, entropia é uma medida de desordem do sistema, de modo que o grau de entropia aumenta quanto maior for a desordem do sistema (Atkins e Jones, 2006).

Uma maneira de determinar o valor de entropia ( $E_f$ ) é a partir dos autovalores, como apresentado em Demantke et al. (2011):

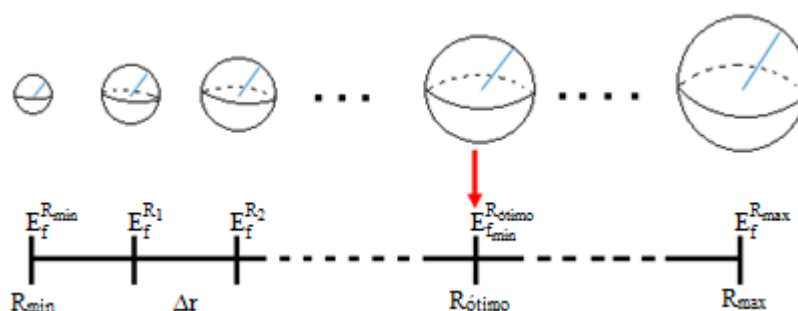
$$E_f = -a_1 \ln(a_1) - a_2 \ln(a_2) - a_3 \ln(a_3) \quad (7)$$

onde:

$$a_1 = \frac{\sqrt{\lambda_1} - \sqrt{\lambda_2}}{\mu}, \quad a_2 = \frac{\sqrt{\lambda_2} - \sqrt{\lambda_3}}{\mu}, \quad a_3 = \frac{\sqrt{\lambda_3}}{\mu};$$

$\mu$  – Fator de normalização dos coeficientes  $a_1$ ,  $a_2$  e  $a_3$  ( $\mu = \sqrt{\lambda_1}$ ).

Para selecionar o raio da esfera utilizando o conceito de entropia, deve-se adotar como critério o menor valor de entropia (Demantke et al., 2011; e Yang e Dong, 2013). Para tanto, varia-se o valor do raio, dentro de um intervalo preestabelecido ( $R_{\min}$  até  $R_{\max}$ ), e calcula-se para cada valor de raio a respectiva medida de entropia ( $E_f$ ). O raio relacionado à menor medida de entropia ( $E_{f_{\min}}$ ) é adotado como raio ótimo ( $R_{\text{ótimo}}$ ), sendo este utilizado para selecionar o conjunto de pontos usado no cálculo da MVC do ponto de interesse, como ilustra a Figura 3. Esse processo deve ser realizado para todos os pontos da nuvem, sendo que ao final cada ponto terá um raio associado.



**Figura 3:** Representação das entropias calculadas no intervalo  $R_{\min}$  até  $R_{\max}$ , com incremento de  $\Delta r$  entre os sucessivos raios. O menor valor de entropia ( $E_{f_{\min}}$ ) é destacado.

## 4. Método

Tendo como objetivo a classificação automática dos pontos 3D em relação a algumas estruturas: quinas, bordas, planos, etc, geralmente encontradas em construções antrópicas, desenvolveu-se um procedimento de classificação baseado no método apresentado por Jutzi e Gross (2009). O método de classificação proposto neste trabalho apresenta algumas variações em relação ao procedimento original, as quais são: o critério utilizado na determinação do raio da esfera, baseado no conceito de entropia; e a incorporação do fator de não ambiguidade (FNA).

A primeira alteração se refere ao critério usado para selecionar o raio da esfera que delimita a “vizinhança ótima” utilizada no cálculo da matriz de variâncias e covariâncias. No trabalho de Jutzi e Gross (2009) o raio é obtido considerando um número fixo de pontos no interior da esfera, ao passo que no presente trabalho o raio é determinado a partir do conceito de entropia descrito na Subseção 3.4.

A fim de excluir os pontos possivelmente ambíguos incorporou-se ao processo de classificação o fator de não ambiguidade (FNA). Este fator foi utilizado, por exemplo, nos trabalhos de Zhang et al. (1994) e Galo (2003) no contexto da correspondência de feições. O FNA pode ser calculado a partir da Equação 8:

$$FNA_j = 1 - \frac{\rho_j^{(2)}}{\rho_j^{(1)}} \quad (8)$$

onde  $\rho_j^{(1)}$  representa o maior valor de similaridade associado ao ponto  $j$  e  $\rho_j^{(2)}$  o segundo maior valor de similaridade. Para  $FNA_j = 1$  tem-se uma situação de não ambiguidade, nesse caso  $\rho_j^{(2)} = 0$ . A situação de máxima ambiguidade, isto é  $FNA_j = 0$ , ocorre quando  $\rho_j^{(2)} = \rho_j^{(1)}$ .

Na prática o ponto é considerado ambíguo, ou seja, possui uma alta probabilidade de pertencer a duas classes ou estruturas, caso o valor do FNA seja inferior ao um dado limiar  $\varepsilon_{FNA}$  que deve ser preestabelecido.

Para calcular o valor de similaridade entre um ponto amostral  $j$  e a estrutura  $i$  ( $\rho_{j,i}$ ) propõe-se a seguinte expressão:

$$\rho_{j,i} = \frac{1}{D_j^i} \quad (9)$$

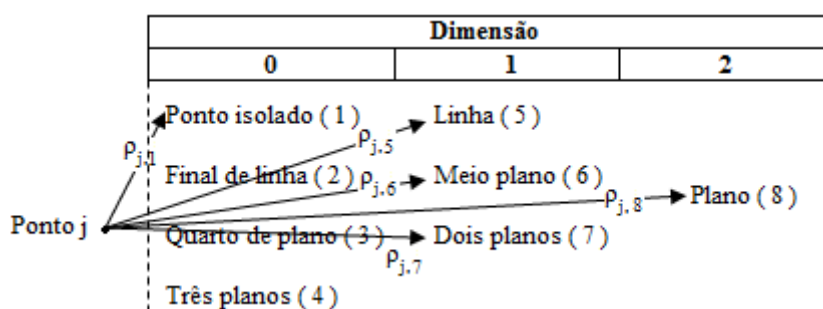
onde  $D_j^i$ , com  $D_j^i \neq 0$ , corresponde à distância entre o ponto  $j$  e a estrutura  $i$  no espaço dos autovalores (Equação 4). Para o caso em que  $D_j^i = 0$  significa que o ponto  $j$  pode ser classificado como sendo da estrutura  $i$  uma vez que  $FNA_j = 1$ .

As estruturas de mesma dimensão possuem autovalores teóricos parecidos, e essa característica pode ser observada a partir do cálculo da distância euclidiana entre as classes. Na Tabela 2 são apresentados os valores das distâncias entre as diferentes estruturas no espaço tridimensional dos autovalores.

**Tabela 2:** Distância no espaço 3D entre os autovalores teóricos das diferentes estruturas, mostrados na Tabela 1.

	Dimensão							
	0				1			2
	Ponto isolado	Final de linha	Quarto de plano	Três planos	Linha	Meio plano	Dois planos	Plano
Ponto isolado	0	0,083	0,090	0,158	0,333	0,250	0,281	0,354
Final de linha	0,083	0	0,007	0,117	0,250	0,167	0,211	0,301
Quarto de plano	0,090	0,007	0	0,116	0,243	0,160	0,205	0,297
Três planos	0,158	0,117	0,116	0	0,251	0,181	0,141	0,200
Linha	0,333	0,250	0,243	0,251	0	0,083	0,153	0,264
Meio plano	0,250	0,167	0,160	0,181	0,083	0	0,129	0,250
Dois planos	0,281	0,211	0,205	0,141	0,153	0,129	0	0,129
Plano	0,354	0,301	0,297	0,200	0,264	0,250	0,129	0

Como pode ser visto na Tabela 2, ao comparar as distâncias no espaço dos autovalores (Equação 4) entre as diversas estruturas pode-se observar que algumas que possuem a mesma dimensão, apresentam distâncias similares. Essa característica influencia de forma negativa na identificação de pontos ambíguos por meio do FNA. Com o intuito de contornar esse problema, no cálculo dos valores de similaridade de um dado ponto, considerou-se apenas: a estrutura na qual o ponto foi classificado *a priori* e as estruturas com dimensões diferentes da estrutura considerada *a priori*. Por exemplo, se um ponto foi classificado como Ponto isolado (classe 1; dimensão 0) este terá cinco valores de similaridades relacionados (um valor referente à estrutura Ponto isolado, três às estruturas de dimensão 1 e um à estrutura de dimensão 2), como mostra a Figura 4.



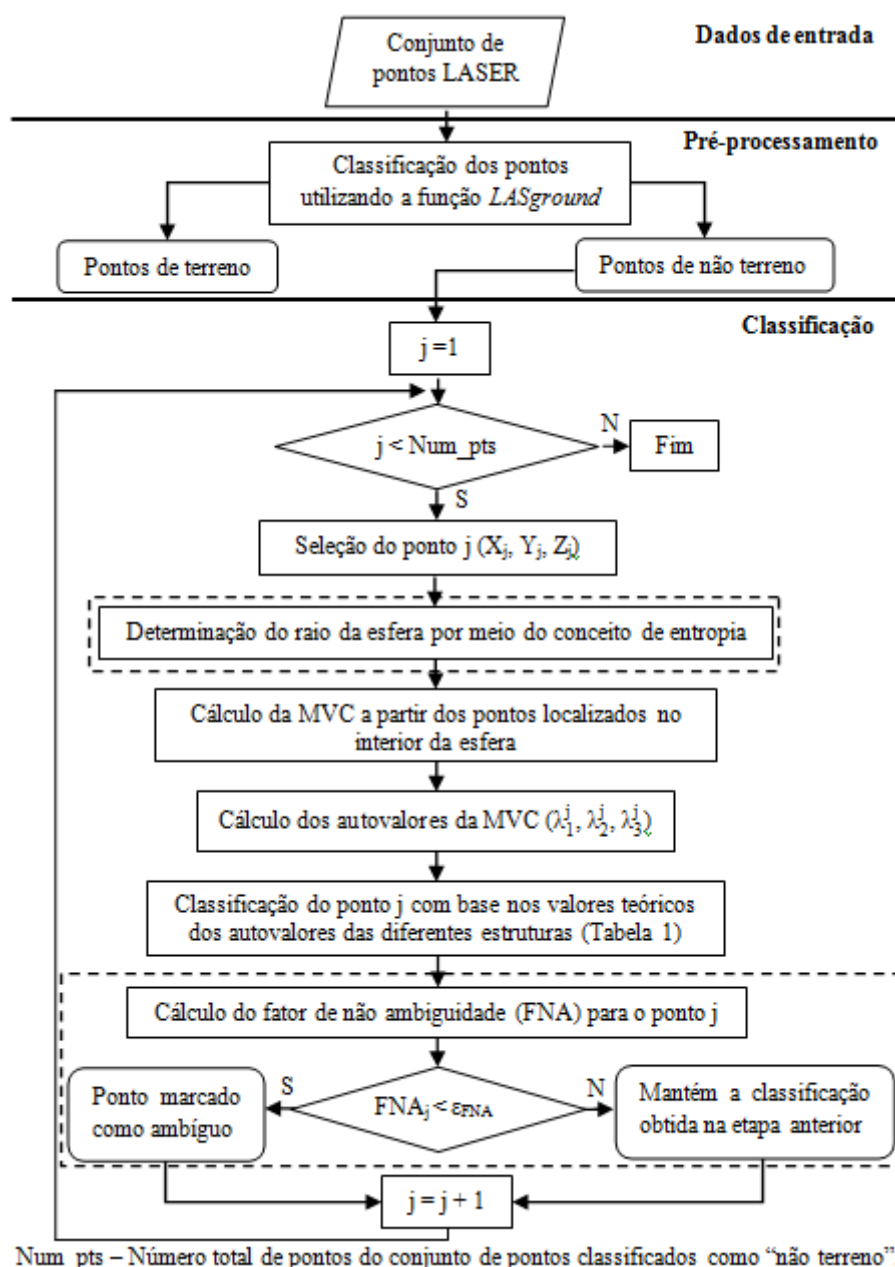
**Figura 4:** Valores de similaridade relacionados ao ponto j.

Na Figura 5 é apresentado o fluxograma com as principais etapas envolvidas no processo de classificação dos pontos pertencentes a um conjunto de pontos LASER pelo método proposto.

O processo de classificação sintetizado no fluxograma da Figura 5 foi implementado na linguagem C usando o compilador C/C++ *Code::Blocks*. Para a preparação dos dados do SVLA foi utilizada a biblioteca *LAStools* e para a visualização dos resultados utilizou-se os aplicativos *Gnuplot* e *FugroViewer*.

Como pode ser visto na Figura 5, antes de iniciar o processo de classificação dos pontos em relação às diferentes estruturas, realiza-se um pré-processamento de forma a eliminar os pontos amostrados sobre o terreno. Para tanto, os dados de entrada são categorizados em duas classes: pontos de terreno e não terreno, com auxílio da função *Lasground* da biblioteca *LASTools*.

A partir dos pontos de não terreno é realizado o procedimento de classificação proposto. Nessa fase são destacadas (em linha tracejada) no fluxograma as etapas que diferenciam o procedimento de classificação desenvolvido neste trabalho do proposto por Jutzi e Gross (2009).



**Figura 5:** Etapas envolvidas na classificação do conjunto de pontos LASER.

## 5. Experimentos e Resultados

Nessa seção são apresentadas as áreas selecionadas para executar e avaliar a qualidade do método de classificação proposto. A avaliação dos resultados foi realizada de forma qualitativa e quantitativa.

### 5.1 Seleção das Áreas sobre as Faixas LASER

Para avaliar o procedimento de classificação, apresentado neste trabalho, utilizou-se um conjunto de dados de varredura a LASER fornecido pela empresa Sensormap Geotecnologia, referente ao município de Presidente Prudente/SP. Esses dados correspondem aos arquivos das diferentes faixas LASER no formato “.LAS”. Para mais detalhes sobre a estrutura de armazenamento nesse tipo de formato sugere-se consultar Samberg (2007).

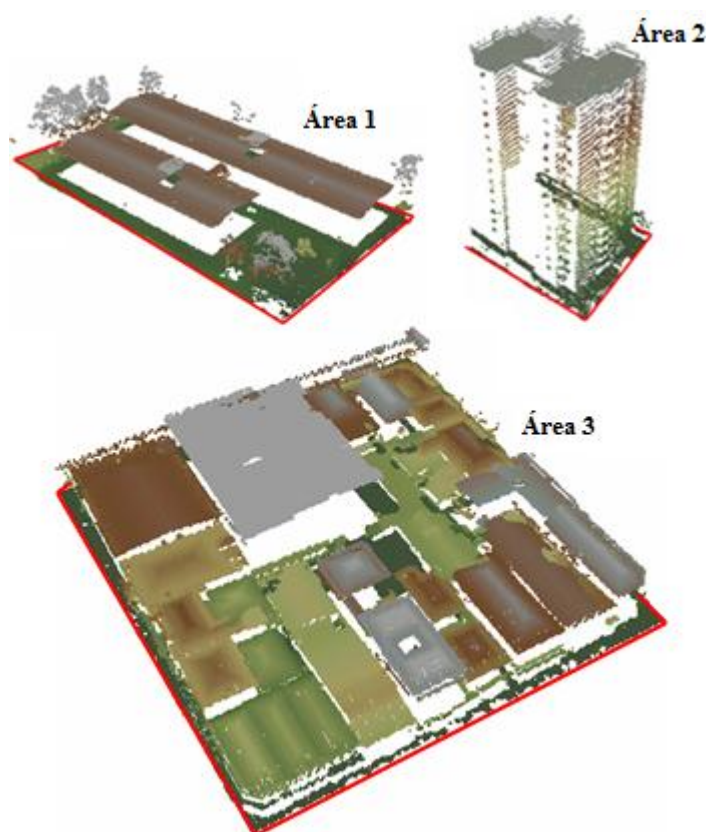
O conjunto de dados utilizado possui uma densidade média de 8 pontos/m<sup>2</sup>. O sistema de varredura empregado na aquisição é da marca RIEGL, modelo LMS (*Laser Measurement System*) – Q680i, o qual possui as seguintes características:

- Frequência máxima de emissão do pulso: 400 kHz;
- Comprimento de onda: 1550 nm;
- Ângulo de divergência: < 0,5 mrad;
- Ângulo de abertura (FOV): 60°;
- Frequência de varredura: 10 – 200 linhas/s;
- Número de retornos: 6 pulsos.

Devido à grande área de recobrimento das faixas LASER disponíveis, optou-se em executar o processo de classificação sobre áreas com menores dimensões. Para tanto, recortou-se três diferentes áreas sobre as faixas LASER. Essas áreas são todas localizadas na região urbana do município de Presidente Prudente/SP, uma vez que os ambientes urbanos contêm uma grande ocorrência de feições com características similares aos tipos de estruturas de interesse, conforme Tabela 1.

Para realizar o recorte das áreas sobre as Faixas LASER, primeiramente foram obtidas as coordenadas dos vértices do retângulo, referente a cada área, com o auxílio dos aplicativos *Google Earth* e *FugroViewer*. Na sequência essas coordenadas foram utilizadas como dados de entrada para executar a função *Lasclip* da biblioteca *LASTools*. Na Figura 6 são apresentados os conjuntos de pontos LASER, coloridos de acordo com a altura, obtidos após efetuar o recorte, bem como o retângulo (vermelho) usado para selecionar cada área.

A primeira área selecionada (Área 1) corresponde a duas construções localizadas no campus da FCT-UNESP. A segunda área selecionada (Área 2) se refere a uma edificação com altura elevada, da ordem de 50 m, localizada na área central de Presidente Prudente/SP. A terceira área (Área 3) corresponde a uma quadra urbana, a qual possui uma grande densidade de construções com diferentes dimensões e alturas.



**Figura 6:** Conjuntos de pontos LASER referentes às três áreas recortadas sobre as faixas.

Antes de executar a classificação dos pontos em relação às diferentes estruturas realizou-se a eliminação dos pontos amostrados sobre o terreno com auxílio da função *Lasground* da biblioteca *LASTools*, como descrito na Figura 5.

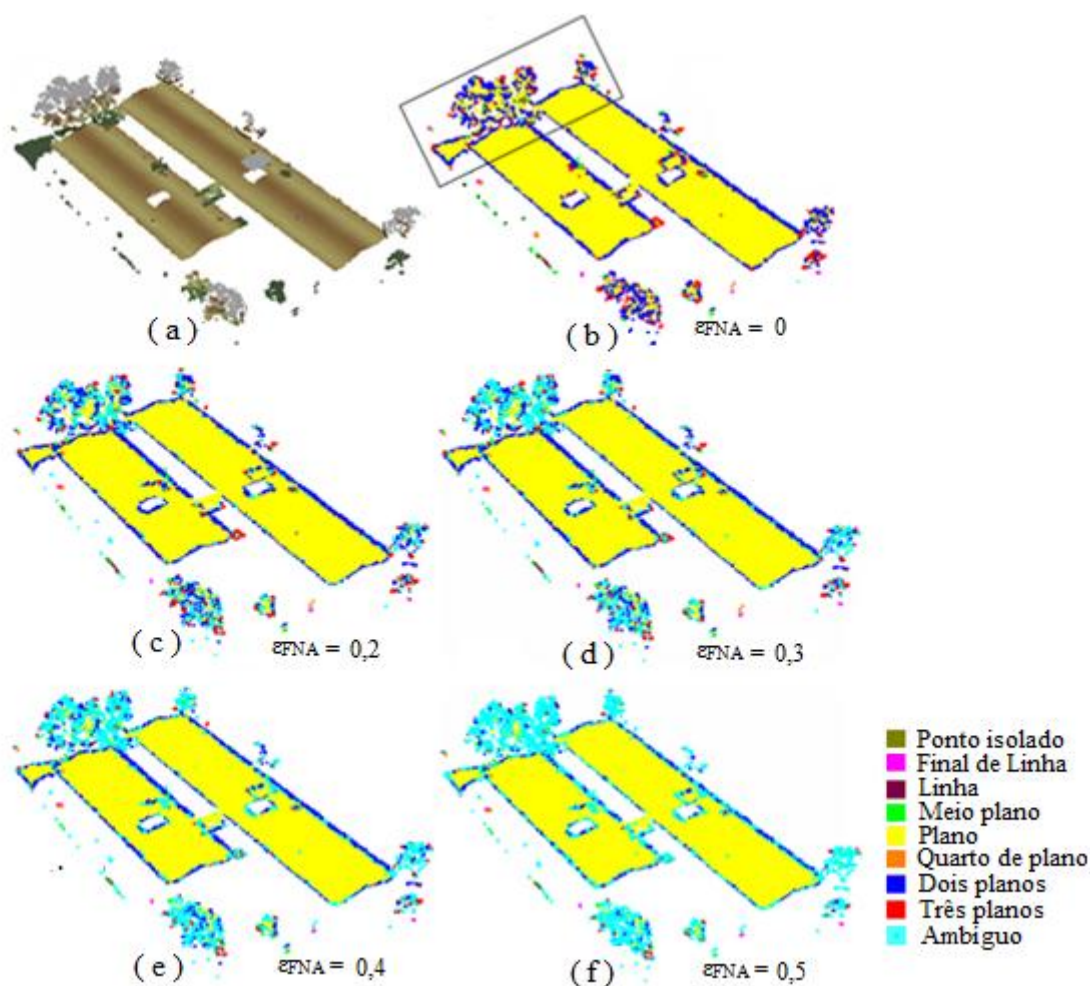
## 5.2 Avaliação Qualitativa

A avaliação qualitativa foi realizada por meio da análise visual e de forma intuitiva, procurando verificar a coerência dos resultados, ou seja, se o enquadramento nas classes é correto ou não. Além disso, fez-se também a análise visual para verificar a influência do fator de não ambiguidade sobre a classificação.

Na Figura 7a é apresentado o conjunto de pontos de não terreno referente à Área 1, coloridos de acordo com a altura, enquanto que nas Figuras 7b, 7c, 7d, 7e e 7f são mostrados os resultados obtidos após executar a classificação, com base na legenda de cores mostrada, considerando diferentes valores para o limiar  $\epsilon_{FNA}$ .

Para obter o resultado da Figura 7b a classificação foi executada tomando  $\epsilon_{FNA}=0$ , o que equivale executar a classificação sem incorporar o FNA. Para gerar as Figuras 7c, 7d, 7e e 7f, considerou-se  $\epsilon_{FNA}=0,2$ ,  $\epsilon_{FNA}=0,3$ ,  $\epsilon_{FNA}=0,4$  e  $\epsilon_{FNA}=0,5$ , respectivamente. Por exemplo, na situação em que  $\epsilon_{FNA}=0,3$  todos os pontos que possuem uma probabilidade maior que 70% de serem ambíguos são marcados.



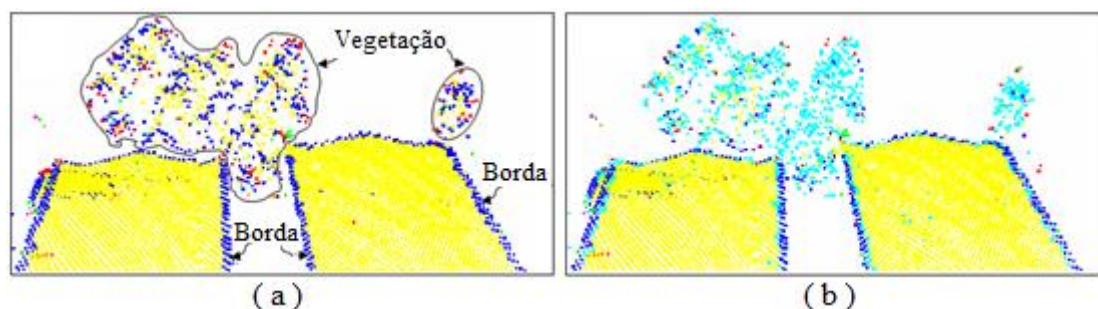


**Figura 7:** Conjunto de pontos de não terreno referente à Área 1 (a); e resultados obtidos após executar a classificação considerando diferentes valores para o limiar  $\epsilon_{FNA}$  (b, c, d, e, f).

Na situação em que não é considerado o FNA no processo de classificação podem ocorrer dois casos: o ponto ser classificado de forma correta ou incorreta. Com o acréscimo do FNA passam a existir quatro possibilidades, as quais são: 1) o ponto classificado corretamente não ser marcado como ambíguo; 2) o ponto classificado erroneamente não ser marcado como ambíguo; 3) o ponto classificado de forma errada ser marcado como ambíguo; e 4) o ponto classificado de forma correta ser marcado como ambíguo. Em uma situação ideal apenas os casos 1 e 3 são verificados, no entanto, em uma situação real os casos 2 e 4 também ocorrem. Com isso, para selecionar o valor do limiar  $\epsilon_{FNA}$  deve-se verificar qual resultado apresenta menor ocorrência dos casos 2 e 4.

A partir da análise visual dos resultados mostrados (Figura 7) é possível observar que os casos 2 e 4 são menos frequentes quando  $\epsilon_{FNA}=0,4$ . Deste modo, esse valor de limiar foi adotado para realizar a classificação dos conjuntos de pontos referentes às outras duas áreas (Áreas 2 e 3).

A região destacada por um retângulo na Figura 7 é apresentada na Figura 8 de forma ampliada, considerando  $\epsilon_{FNA}=0$  e  $\epsilon_{FNA}=0,4$ .

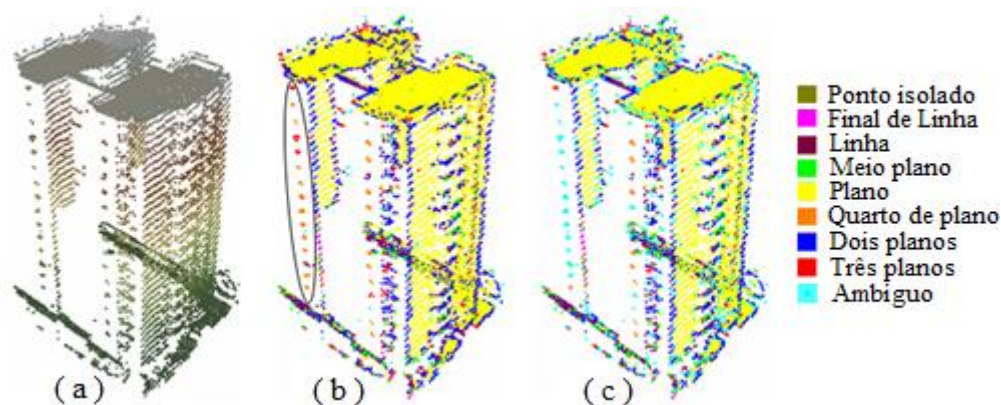


**Figura 8:** Resultado da classificação tomando  $\epsilon_{FNA}=0$  (a) e  $\epsilon_{FNA}=0,4$  (b).

Na Figura 8a pode-se observar que os pontos amostrados sobre a vegetação foram erroneamente classificados, pois nenhuma das estruturas apresentadas na Tabela 1 se refere à classe vegetação. Com a inclusão do FNA ( $\epsilon_{FNA}=0,4$ ) é possível notar que a maioria dos pontos amostrados sobre a vegetação foram marcados como ambíguos (Figura 8b).

Além disso, com a incorporação do FNA ( $\epsilon_{FNA}=0,4$ ) foi possível identificar pontos ambíguos entre a classe plano e a classe dois planos (borda). Sendo assim, com a eliminação dos pontos marcados como ambíguos é possível diminuir a quantidade de pontos amostrados sobre vegetação e “afinar” as bordas dos objetos.

Na Área 2 (Figura 9) alguns pulsos LASER foram amostrados sobre as paredes verticais do prédio. A Figura 9a mostra o conjunto de pontos de não terreno relacionados a essa área, enquanto que as Figuras 9b e 9c apresentam os resultados obtidos após executar o processo de classificação sem e com o uso do FNA ( $\epsilon_{FNA}=0,4$ ), respectivamente.

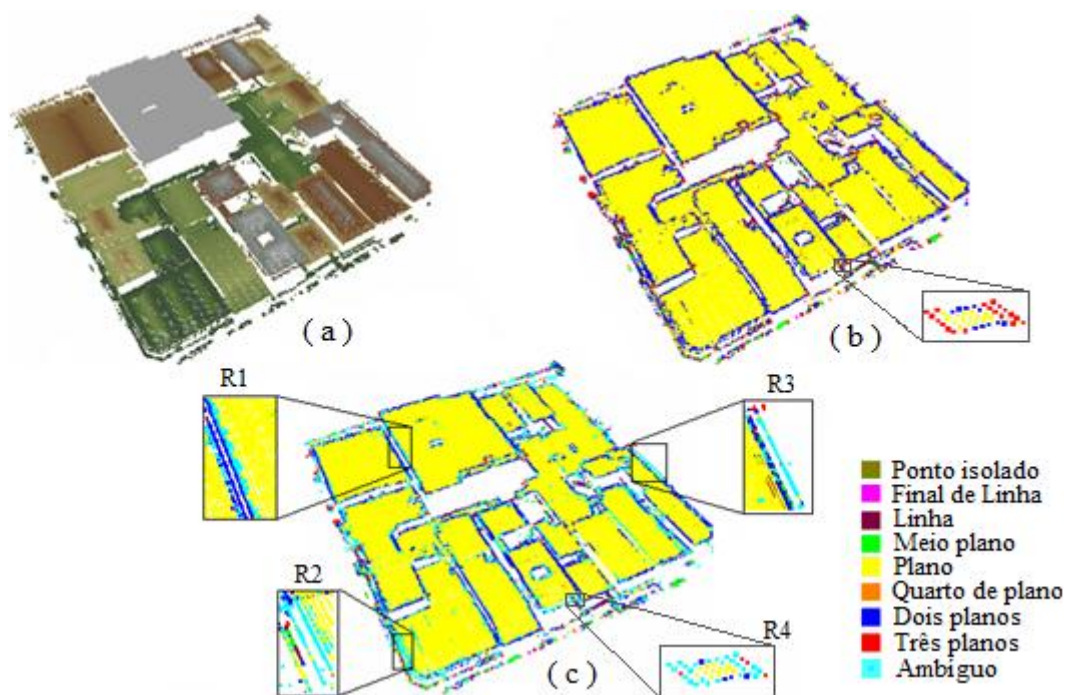


**Figura 9:** Conjunto de pontos de não terreno referente à Área 2 (a); e resultados obtidos após executar a classificação sem (b) e com o acréscimo do fator de não ambiguidade (c).

Assim como na Figura 7b, o resultado da classificação apresentado na Figura 9b mostra que a maioria dos pontos foram rotulados como pertencentes às estruturas plano e dois planos. Nas regiões com pequenas quantidades de pontos amostrados, o processo de classificação produziu resultados incoerentes, como destacado na Figura 9b. Percebe-se visualmente que a grande maioria destes pontos foram identificados como ambíguos ao incorporar o FNA, como mostra a Figura 9c.



Na Figura 10a é apresentado o conjunto de pontos de não terreno referente à Área 3 (quadra), enquanto que as Figuras 10b e 10c mostram os resultados após aplicar o procedimento de classificação sem e com o FNA ( $\epsilon_{FNA}=0,4$ ).



**Figura 10:** Conjunto de pontos de não terreno referente à Área 3 (a); e resultados obtidos após executar a classificação sem (b) e com o acréscimo do fator de não ambiguidade (c).

Na Figura 10c as regiões destacadas pelos retângulos são apresentadas de forma ampliada, com o intuito de apontar as diferenças ao considerar o uso do FNA.

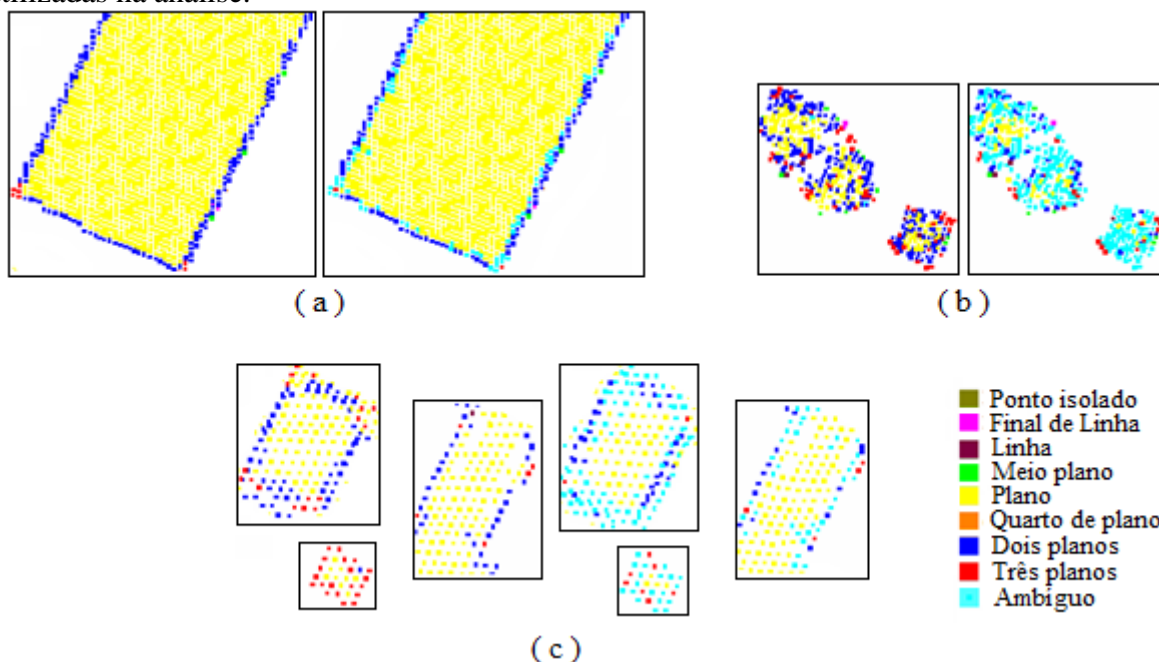
Na região R1 os pontos localizados próximos às bordas são marcados como ambíguos. Nas regiões R2 e R3 é possível observar que a maior parte dos pontos amostrados sobre linhas de transmissão, localizadas próximas às edificações, foram rotulados como ambíguos.

Na região R4 são mostrados os pontos localizados sobre uma pequena edificação (lados  $< 4$  m). Na classificação sem FNA (Figura 10b) alguns pontos de bordas foram erroneamente marcados como pontos de quinas (três planos). No entanto, quando considerado o FNA (Figura 10c) a maioria dos pontos localizados próximos e sobre às bordas foram marcados como ambíguos, inclusive alguns pontos que tinham sido classificados de forma correta no primeiro momento. Isso caracteriza a dificuldade do método em classificar pontos amostrados sobre pequenas edificações.

Por meio da análise visual dos resultados (Figuras 7, 9 e 10) têm-se que os pontos classificados podem ser usados na extração de feições, tais como: segmentos de retas e planos. Por exemplo, os pontos classificados como pertencentes às estruturas com dimensão unitária (linha, meio plano e dois planos) podem ser utilizados para extrair segmentos de retas, como pode-se ver em Santos (2015). Por outro lado, os pontos classificados com dimensão 2 (plano) podem ser utilizados para ajustar planos.

### 5.3 Avaliação Quantitativa

Em função da quantidade de pontos, a análise quantitativa deste tipo de resultado não é trivial. Com o propósito de realizar a avaliação quantitativa da classificação foram selecionadas algumas amostras sobre as Áreas 1, 2 e 3, antes e após a incorporação do FNA. Essas amostras foram coletadas sobre três tipos de objetos, os quais são: vegetação, edificação grande (lados > 4 m) e edificação pequena (lados < 4 m). Na Figura 11 são apresentadas algumas das amostras coletadas e utilizadas na análise.



**Figura 11:** Amostras coletadas sobre uma edificação grande (a), vegetação (b) e edificações pequenas (c). Em cada amostra, na figura à esquerda são mostrados os resultados sem incorporar o FNA e à direita os resultados aplicando este fator.

Como mencionado anteriormente, no processo de classificação podem ocorrer dois casos: o ponto ser classificado de forma correta ou incorreta. Com o acréscimo do FNA passam a existir quatro possibilidades, as quais são: 1) o ponto classificado corretamente não ser marcado como ambíguo; 2) o ponto classificado erroneamente não ser marcado como ambíguo; 3) o ponto classificado de forma errada ser marcado como ambíguo; e 4) o ponto classificado de forma correta ser marcado como ambíguo.

Por meio das amostras coletadas foi quantificada a ocorrência de cada caso: dois quando não se considera o FNA e quatro com a incorporação do FNA. Na Tabela 3 é apresentada a ocorrência de cada caso, considerando as amostras coletadas sobre edificações grandes (lados > 4 m) e pequenas (lados < 4 m).

**Tabela 3:** Porcentagem relacionada aos diferentes casos presentes no processo de classificação sem e com o FNA, considerando as amostras coletadas sobre edificações grandes (lados > 4 m) e pequenas (lados < 4 m).

<b>Classificação sem FNA</b>	<b>Edificação grande</b>	<b>Edificação pequena</b>
Classificado correto	95,56%	77,08%
Classificado incorreto	4,44%	22,92%

<b>Classificação com FNA</b>	<b>Edificação grande</b>	<b>Edificação pequena</b>
Classificado correto	93,79%	60,42%
Classificado incorreto	0,27%	4,86%
Marcado como ambíguo correto	4,17%	18,06%
Marcado como ambíguo incorreto	1,77%	16,67%

A partir dos resultados apresentados na Tabela 3 tem-se que a incorporação do FNA ao método de classificação possibilitou diminuir a quantidade de pontos classificados de forma incorreta. Para grandes edificações a porcentagem de pontos classificados de forma errada passou de 4,44% para 0,27%. Para pequenas edificações esse valor diminuiu de 22,92% para 4,86%.

Com a incorporação do FNA é possível acontecer a situação em que parte dos pontos sejam marcados como ambíguos de forma incorreta. Esse caso teve pequena ocorrência para grandes edificações (1,77%), no entanto, ocorreu com maior frequência para pequenas edificações, com 16,67%, indicando que o uso do FNA é mais eficiente para grandes edificações.

Os pontos coletados sobre a vegetação são um caso a parte, pois nenhuma das estruturas consideradas na classificação contempla essa classe. Com isso, todos os pontos amostrados sobre a vegetação acabam sendo rotulados de forma incorreta em uma das estruturas apresentadas na Tabela 1. Na Tabela 4 é apresentada a porcentagem de pontos coletados sobre a vegetação e que foram marcados como ambíguos.

**Tabela 4:** Porcentagem de pontos marcados como ambíguos considerando as amostras coletadas sobre a vegetação.

	<b>Classificação sem FNA</b>	<b>Classificação com FNA</b>
Classificado incorreto	100%	25,38%
Marcado como ambíguo correto	0%	74,62%

Como pode ser observado 74,62% dos pontos amostrados sobre a vegetação foram marcados como ambíguos ao usar o FNA. Este resultado indica a eficiência e a contribuição do FNA em eliminar pontos da vegetação, que são classificados erroneamente em uma das estruturas mostradas na Tabela 1.

## 6. Conclusões

O presente trabalho apresentou um método que possibilita realizar a classificação automática dos pontos amostrados por um sistema de varredura a LASER aerotransportado. Para elaboração desse método foram explorados alguns conceitos da análise multivariada: análise de componentes principais e análise discriminante; bem como o conceito de entropia e o fator de não ambiguidade. No processo de classificação foram consideradas estruturas que tipicamente pertencem às construções antrópicas, tais como: quinas, bordas, planos, etc. A avaliação dos resultados foi realizada qualitativamente por meio da análise visual e quantitativamente por meio de amostras coletadas sobre os resultados da classificação.

De forma a avaliar o método de classificação proposto, ele foi aplicado sobre três áreas localizadas na região urbana do município de Presidente Prudente/SP. A partir dos resultados foi possível notar que mesmo diante da complexidade dos ambientes reais onde vegetações, feições antrópicas, e edificações de diferentes portes são presentes, algumas estruturas foram bem definidas. Com a incorporação do fator de não ambiguidade ao método de classificação foi possível identificar e eliminar pontos com alta probabilidade de pertencer a duas classes (pontos ambíguos). Esses pontos foram amostrados principalmente sobre vegetações, regiões com pequena densidade de pontos, próximos das regiões de bordas e sobre linhas de transmissão próximas as edificações.

Por meio da avaliação quantitativa tem-se que a incorporação do FNA ao método de classificação possibilitou diminuir a quantidade de pontos classificados de forma incorreta. Além disso, verificou-se a eficiência do uso deste fator para a eliminação de pontos erroneamente classificados sobre a vegetação.

Com base nas análises realizadas, tem-se que o método de classificação apresentado nesse trabalho possui potencial para ser usado na seleção de algumas feições de interesse e consequentemente na extração de algumas primitivas geométricas, tais como: planos, segmentos de retas, pontos de quinas, dentre outras. Estas primitivas são essenciais na modelagem geométrica de edificações, por exemplo.

Como recomendação para trabalhos futuros, sugere-se a utilização de amostras para determinação dos autovalores teóricos; o uso de outras técnicas de classificação, como por exemplo, o método de Fisher ou método de k-médias; e análise da homogeneidade ou heterogeneidade das matrizes de covariância. Além disso, recomenda-se testar o método de classificação proposto considerando conjuntos de pontos obtidos por sistemas terrestres de varredura a LASER.

## AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem ao CNPq – Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico pela concessão da bolsa de mestrado realizado junto ao PPGCC (Programa de Pós-Graduação em Ciências Cartográficas) da FCT/UNESP bem como ao suporte ao projeto CNPq – Proc. 307788/2012-1. Os autores também agradecem à empresa Sensormap Geotecnologia que forneceu os dados de varredura a LASER para a realização dos experimentos e também aos revisores pelas sugestões apresentadas.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Assunção, M. G. T.; Botelho M. F.; Centeno, J. A. S.; Pacheco, A. P. Filtragem e classificação de pontos LIDAR para a geração de modelo digital do terreno. In: *XIII Simpósio Brasileiro de Sensoriamento Remoto (SBSR)*, Florianópolis, 2007.
- Atkins, P.; Jones, L. *Princípios de química: questionando a vida moderna e o meio ambiente*. 3. ed. Porto Alegre: Bookman, 2006.
- Baltsavias, E. P. Airbone laser scanning: basic relation and formulas. In: *ISPRS Journal of Photogrammetry & Remote Sensing*, Amsterdam, v. 33, p. 199-214, part B3, 1999.
- Belton, D.; Lichti, D. Classification and segmentation of terrestrial laser scanner point clouds using local variance information. In: *Proceedings, ISPRS Commission V Symposium "Image Engineering and Vision Metrology"*, 2006.
- Carlberg, M.; Gao, P.; Chen, G.; Zakhor, A. Classifying urban landscape in aerial LiDAR using 3D shape analysis. *16th IEEE International Conference on Image Processing (ICIP)*, 2009.
- Cruz, Z. Q.; Silveira, J. C. Aplicação do sistema laser scanner aerotransportado para identificação de linhas de transmissão e atualização de plantas de perfil topográfico. In: *Simpósio Brasileiro de Sensoriamento Remoto (SBSR)*, Curitiba, 2011.
- Demantke, J.; Mallet, C.; David, N.; Vallet, B. Dimensionality based scale selection in 3D lidar point clouds. In: *ISPRS Workshop on Laser Scanning 2011*, Calgary - Canada, 2011.
- Dorninger, P.; Pfeifer, N. A comprehensive automated 3D approach for building extraction, reconstruction, and regularization from airborne laser scanning point clouds. In: *Sensors*, p.7323-7343, 2008.
- El-Sheimy, N.; Valeo, C.; Habib, A. *Digital Terrain Modeling: acquisition, manipulation and applications*. London: Artech House, 2005, 526 p.
- Galo, M. *Automação dos processos de correspondência e orientação relativa em visão estéreo*. Tese submetida à Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação – FEEC, da Universidade Estadual de Campinas – UNICAMP, Campinas/SP, 2003.
- Galvanin, E. A. S.; Dal Poz, A. P.; Souza, A. D. P. Extração automática de contornos de telhados usando dados de varredura a LASER e campos randômicos de Markov. *Boletim de Ciências Geodésicas*, v. 14, n. 2, p. 221-241, 2008.
- Galvanin, E. A. S.; Dal Poz, A. P. Extraction of building roof contours from LiDAR data using a Markov-Random-Field-Based approach. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, vol. 50, n° 3, 2012.
- Gonzalez, R. C.; Woods, R. E. *Processamento de imagens digitais*. 3. ed. São Paulo: Edgard Blücher, 2000. 509p.
- Gross, H.; Thoennessen, U. Extraction of lines from laser point clouds. In: *The International Archives of the Photogrammetry, Remote Sensing and Spatial Information Sciences*, Istanbul – Turkey, v. 36, p. 86-91, part 3, 2006.
- Johnson, R. A.; Wichern, D. W. *Applied multivariate statistical analysis*. New Jersey: Prentice-Hall, 1999. 816p.
- Jutzi, B.; Gross, H. Nearest neighbor classification on LASER point clouds to gain object structures from buildings. In: *The International Archives of the Photogrammetry, Remote Sensing and Spatial Information Sciences*. 2009.

Mingoti, S. A. *Análise de dados através de métodos de estatística multivariada - uma abordagem aplicada*. Belo Horizonte: Editora: UFMG, 2005. 295p.

Mendes, T. S. G.; Dal Poz, A. P. Integração de imagem aérea de alta resolução e dados de varredura a LASER na classificação de cenas urbanas para detector regiões de via. *Boletim de Ciências Geodésicas*, v. 19, n. 2, p. 287-312, 2013.

Santos, R. C.; Galo, M. Classificação de pontos 3D utilizando o conceito de análise de componentes principais. In: *Simpósio Brasileiro de Ciências Geodésicas e Tecnologias da Geoinformação*, Recife/PE, 2014.

Santos, R. C. *Extração de feições retas e cálculo de entidades pontuais a partir de dados LASER para o ajustamento relativo de faixas*. Dissertação apresentada ao PPGCC - Programa de Pós-Graduação em Ciências Cartográficas da FCT/UNESP. Presidente Prudente/SP, 2015.

Samberg, A. An Implementation of the ASPRS LAS Standard. In.: *ISPRS Workshop on Laser Scanning and SilviLaser*. p. 363-372. Finland, 2007.

Shi, X.; Zakhor, A. Fast approximation for geometric classification of LiDAR returns. *18th IEEE International Conference on Image Processing*, 2011.

Tran, G.; Nguyen, D.; Milenkovic, M.; Pfeifer, N. Potential of full waveform airborne laser scanning data for urban area classification - Transfer of classification approaches between missions. In: *The International Archives of the Photogrammetry, Remote Sensing and Spatial Information Sciences*, Berlin – Germany, v. XL-7/W3, p. 1317-1323, 2015.

Tsai, F.; Chang, H. Evaluations of three-dimensional building model reconstruction from LiDAR point clouds and single-view perspective imagery. In: *The International Archives of the Photogrammetry, Remote Sensing and Spatial Information Sciences*. 2014.

Wack, R.; Wimmer, A. Digital Terrain Models from Airborne Laser scanner Data – a Grid based approach. In: *Proceedings of the ISPRS Commission III Symposium Graz*, p. 293- 296, 2002.

Wang, G.; Zhang, Y.; Li, J.; Song, P. 3D road information extraction from LiDAR data fused with aerial-images. *Spatial IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, p. 362-366, 2011.

Wichmann, V.; Bremer, M.; Lindenberger, J.; Rutzinger, M.; Georges, F.; Petrini-Monteferrri, F. Evaluating the potential of multispectral airborne lidar for topographic mapping and land cover classification. In: *The International Archives of the Photogrammetry, Remote Sensing and Spatial Information Sciences*, La Grande Motte - France, v. II-3/W5, p. 113-119, 2015.

Xiao, W. *Detecting changes in trees using multi-temporal airborne LIDAR point clouds*. Thesis submitted to the Faculty of Geo-Information Science and Earth Observation of the University of Twente in partial fulfilment of the requirements for degree of Master. Netherlands, 2012.

Yang, B.; Dong, Z. A shape-based segmentation method for mobile laser scanning point clouds. In: *ISPRS Journal of Photogrammetry and Remote Sensing*, p. 19-30, 2013.

Zhang, Z.; Deriche, R.; Faugeras, O.; Luong, Q. T. *A robust technique for matching two uncalibrated images through the recovery of the unknown epipolar geometry*. Shophia-Antipolis: INRIA Rapport de Recherche n. 2273, 1994. 39 p.

Recebido em abril de 2015.

Aceito em outubro de 2015.