



Contaduría y Administración

ISSN: 0186-1042

revista_cya@fca.unam.mx

Universidad Nacional Autónoma de México

México

López Herrera, Francisco

Modelado de la volatilidad y pronóstico del Índice de Precios y Cotizaciones de la Bolsa Mexicana de Valores

Contaduría y Administración, núm. 213, mayo-agosto, 2004, pp. 43-72

Universidad Nacional Autónoma de México

Distrito Federal, México

Disponible en: <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=39521303>

- ▶ Cómo citar el artículo
- ▶ Número completo
- ▶ Más información del artículo
- ▶ Página de la revista en redalyc.org

redalyc.org

Sistema de Información Científica

Red de Revistas Científicas de América Latina, el Caribe, España y Portugal
Proyecto académico sin fines de lucro, desarrollado bajo la iniciativa de acceso abierto

Modelado de la volatilidad y pronóstico del Índice de Precios y Cotizaciones de la Bolsa Mexicana de Valores¹

Francisco López Herrera*

Resumen

En este documento se evalúa la contribución de tres modelos de la familia ARCH para modelar el comportamiento del mercado accionario mexicano medido por el Índice de Precios y Cotizaciones (IPC). El criterio de evaluación utilizado es verificar si los valores pronosticados del IPC, al controlar los efectos de la volatilidad cambiante de los rendimientos mediante esos modelos ARCH, son capaces de reproducir adecuadamente los primeros cuatro momentos de la distribución del IPC. Los modelos para los rendimientos del IPC que acomodan la volatilidad condicionada cambiante en el tiempo son un modelo simétrico GARCH(1,1) y dos modelos asimétricos TARCH(1,1) y EGARCH(1,1), incluyendo en cada caso una especificación AR(1) en la ecuación de la media. El EGARCH demostró mejores cualidades para pronosticar el IPC que los otros dos modelos, pero en general se encontró evidencia de que los tres procesos reproducidos, al controlar la volatilidad cambiante en el tiempo mediante los modelos ARCH señalados, reproducen adecuadamente las principales características de la distribución empírica de los valores observados en el IPC durante el horizonte del pronóstico.

Palabras clave: índices de mercados accionarios, GARCH, volatilidad asimétrica, pronósticos.

¹ Se agradece a José Echeverría de Egiluz de la UNAM, Jane Horgan de Dublin City University, Robin Harte de Trinity Collage Dublín, así como a los participantes del Seminario de Investigación de la División de Investigación de la FCA, UNAM, por sus valiosos comentarios. También se agradecen los comentarios y sugerencias de los asistentes a los siguientes foros: Congreso ACACIA 2003, XIII Coloquio de Economía Matemática y Econometría, VIII Foro de Investigación FCA y VIII Conferencia Mundial de Negocios, donde se presentaron borradores previos de este trabajo. Asimismo, se hace un reconocimiento especial a los dos árbitros cuyos comentarios, críticas y observaciones han sido de gran valía para la elaboración del escrito final. Naturalmente, los errores que aún persistan son responsabilidad exclusiva del autor.

*Investigador de la División de Investigación de la Facultad de Contaduría y Administración, UNAM.
Correo electrónico: francisco_lopez_herrera@yahoo.com.mx

I. INTRODUCCIÓN

Una explicación al interés mostrado por parte del sector académico en relación con el comportamiento de los mercados accionarios se debe a que constituyen medios de financiamiento de la actividad productiva de las empresas a partir del ahorro de los inversionistas. A partir de los años ochenta del siglo pasado la atención de las autoridades mexicanas se enfocó en el desarrollo del mercado de valores como alternativa para superar las restricciones de financiamiento impuestas por la crítica situación de esos años (Ortiz, 1995 y 2000; Leriche, 1994). La década siguiente se caracterizó por la liberalización del sistema financiero mexicano, que a su vez se concretó en un nuevo marco legal para regular el funcionamiento del mercado accionario mexicano. Entre las reformas más importantes destacan las que sientan las bases del proceso de su internacionalización, mediante la eliminación de algunas barreras para la participación de capitales externos en él, así como las que se hicieron para fomentar mayor eficiencia en la formación de precios (Cabello, 1999).

Además de servir como medio para asignar los acervos de capital de una economía, el mercado de capitales, del cual el mercado accionario es una parte, puede jugar un papel muy importante para orientar las decisiones de los inversionistas y de las empresas, lo que puede contribuir a que se alcance una asignación de recursos que resulte económicamente óptima. Los inversionistas pueden utilizar los precios y las tasas de rendimiento de los títulos como información para tomar decisiones respecto a su consumo y ahorro y decidir cuánto de su riqueza asignar a los activos disponibles con base en la valuación que pueden llevar a cabo mediante esa información. Asimismo, los inversionistas pueden diversificar los riesgos de sus inversiones, de acuerdo con sus preferencias y el conjunto de oportunidades que ofrece dicho mercado. A su vez, las decisiones de los inversionistas contribuyen a que las empresas se vean motivadas a una asignación más eficiente de sus recursos, pues los precios y rendimientos de los activos les sirven a éstas como señales de las preferencias de los inversionistas que les permiten orientar adecuadamente las decisiones presupuestales que deben tomar en relación con sus proyectos de inversión y el financiamiento requerido. También pueden beneficiarse con esa información aquellas empresas que no tienen pensado satisfacer sus necesidades de financiamiento mediante operaciones en el mercado de capitales. En resumen, el papel del mercado de capitales como diseminador de información puede coadyuvar a que se alcance un nivel de coordinación adecuado entre los diversos sectores productivos de la economía, cuyas decisiones son descentralizadas

por la naturaleza del sistema económico de mercado basado en la propiedad privada (Merton, 1990).

Para que se cumpla satisfactoriamente el papel informativo del mercado de capitales se requiere que éste disemine la información relevante de manera eficiente. Por lo anterior, este aspecto ha sido de interés central en el estudio de las finanzas y, de forma especial, para las teorías del mercado de capitales y de la valuación de los activos. Fama (1970) sintetiza en la Hipótesis de los Mercados Eficientes (HME) los resultados de contribuciones previas como las de Paul Samuelson en 1965, según las cuales los cambios en los precios son aleatorios y no son predecibles en la medida en que incorporan las expectativas e información de todos los participantes del mercado. De acuerdo con la HME, un mercado es eficiente si los precios reflejan plenamente la información disponible, es decir, ajustándose de inmediato a la nueva información que llega al mercado. Según Fama se pueden distinguir tres formas (niveles) de eficiencia en relación con tres subconjuntos de información: el historial de precios, toda la información públicamente disponible y la información privada que únicamente poseen ciertos agentes, como pueden ser el caso de la información privilegiada en manos de los agentes de las empresas. La eficiencia fuerte implica a la eficiencia semifuerte y ésta, a su vez, a la eficiencia débil. Existe amplio consenso en torno a la implicación de la HME de que no es posible que se obtengan rendimientos extraordinarios de manera permanente mediante el uso de la información y, en términos generales, los rendimientos esperados son acordes con el nivel de riesgo de los activos. Fama (1970) señala que —de acuerdo con los supuestos de los modelos de equilibrio como el *Capital Asset Pricing Model* (CAPM) y el de la *Arbitrage Pricing Theory* (APT)— el equilibrio de mercado se puede establecer en términos de los rendimientos esperados, y que éstos se basan únicamente en el conjunto de información, reflejándolo plenamente en los precios, elimina la posibilidad de ganancias esperadas o rendimientos esperados en exceso de las ganancias o rendimientos esperados de equilibrio.

En el modelado de diversas series de tiempo financieras de alta frecuencia, salvo notables excepciones, no es siempre posible contar con datos observables de la mayoría de los fundamentales que pudieran explicar y por lo tanto ayudar a pronosticar, con base en un modelo de equilibrio, el comportamiento de la serie que se pretende modelar. En consecuencia, para tal propósito parece más adecuado recurrir al análisis de series de tiempo, mediante el cual se puede modelar el proceso generador de los datos con base en las características estadísticas de la serie de interés. Por otra parte, los estudios realizados por diferentes investigadores sobre

series financieras han puesto de manifiesto algunas características comunes en ellas. Entre los hechos estilizados sobresalientes se han documentado ampliamente los cambios sustanciales y agrupamientos de la volatilidad condicionada, también la distribución de rendimientos muestra un exceso de curtosis (leptocurtosis) y la presencia del llamado “efecto apalancamiento”. Efectivamente, al observar gráficas de series financieras a menudo se observa que la volatilidad no sólo cambia en el transcurso del tiempo sino que, además, tiende a agruparse en racimos (*clusters*); es decir, un cambio grande (pequeño) en la volatilidad va seguido de grandes (pequeños) cambios. Este comportamiento sugiere que en la volatilidad de los rendimientos de los activos financieros existe un proceso de correlación serial que es además heteroscedástico (varianza no constante). La leptocurtosis implica que la distribución de sus rendimientos tiene diferentes probabilidades para sus posibles valores que las correspondientes a una distribución normal gaussiana.

El efecto apalancamiento se refiere al hecho de que los cambios en los precios de los activos tienden a correlacionarse negativamente con los cambios en la volatilidad, de forma tal que ésta es mayor después de que ocurre un choque negativo que después de uno positivo, incluso a pesar de que éste sea de la misma magnitud relativa que aquél, es decir, el proceso de la dinámica de la volatilidad es asimétrico. Se considera que los choques se relacionan con noticias que afectan a la empresa; así los choques positivos se relacionan con buenas noticias, en tanto que los negativos con malas. De acuerdo con Black (1976), cuando cae el precio de las acciones de las empresas altamente apalancadas disminuye la proporción del valor del capital accionario en la estructura de capital haciendo que las acciones tengan un mayor grado de riesgo. Sin embargo, Campbell, Lo y MacKinlay (1997) señalan que la causalidad en esta relación podría ser a la inversa, es decir, si los rendimientos esperados de la acción y la volatilidad se incrementan, manteniéndose constantes los dividendos esperados, entonces caen los precios.

Debido a que el riesgo es fundamental tanto para la teoría como para la práctica financiera, se ha suscitado un creciente interés en modelos que pueden contribuir a explicar la volatilidad de los rendimientos financieros tomando en consideración las características de esas series. Engle (1982) propuso que se modelara la volatilidad condicionada cambiante en el tiempo mediante un proceso de heteroscedasticidad condicionada autorregresiva (ARCH), el cual permite modelar la varianza de las series con base en las perturbaciones aleatorias pasadas. Sin embargo, en la práctica se ha encontrado que se requieren procesos ARCH de orden elevado para capturar la dinámica de la volatilidad condicionada (Peters,

2001). Por lo anterior, Bollerslev (1986) presentó el modelo ARCH general (GARCH), basado en una especificación de un ARCH infinito y que permite reducir el número de parámetros a estimar de ∞ a sólo dos. Estos dos modelos han mostrado buenas propiedades para incorporar los dos primeros hechos estilizados a que nos hemos referido en un párrafo previo, pero sus distribuciones son simétricas y, por lo tanto, fallan para modelar el efecto apalancamiento. Como consecuencia, para modelar la asimetría de la volatilidad condicionada han surgido diversas propuestas de extensión de los modelos GARCH, entre otros, el GARCH de umbral (TARCH) de Glosten, Jagannathan y Runkle (1993) y de Zakoian (1994), y el GARCH exponencial (EGARCH) propuesto por Nelson (1991), popularizados por ser incluidos como rutinas de *software* econométrico de uso ampliamente difundido. Asimismo, con base en estos modelos se han desarrollado versiones más sofisticadas, que hacen que la familia ARCH cuente con un repertorio muy amplio. No obstante, por ser los modelos descritos los de mayor accesibilidad y facilidad de estimación decidió utilizarlos para modelar la volatilidad de la serie de los rendimientos del Índice de Precios y Cotizaciones (IPC), principal indicador del mercado accionario mexicano.

Existe una gran y creciente cantidad de estudios que con base en modelos ARCH estudian la volatilidad de mercados y activos financieros, así como sus implicaciones para la selección de portafolios y la administración de riesgos; otros se enfocan en la evaluación de los modelos ARCH existentes, por ejemplo, Peters (2001) evalúa la capacidad de algunos modelos ARCH asimétricos para pronosticar la volatilidad de los rendimientos de los índices accionarios de los mercados de Londres (FTSE100) y de Frankfurt (DAX30). Sin embargo, no sabemos que se haya intentado usar modelos de este tipo para producir pronósticos de precios accionarios, a diferencia del uso de los modelos de series de tiempo; por tal motivo se propone en este documento pronosticar el principal indicador bursátil del mercado accionario mexicano. Los pronósticos de precios financieros y sus fluctuaciones cuentan con una gran tradición, y el debate respectivo ha llevado al desarrollo de importantes ideas como la HME, así como de modelos estocásticos para representar el comportamiento de esos precios. En 1990 la tesis de Louis Bachelier, *Theorie de la Spéculation*, presenta la primera formulación de los paseos aleatorios, equivalente del movimiento browniano o proceso estocástico de Einstein y Wiener (Voit, 2003). A partir del trabajo de Samuelson, el modelo de paseo aleatorio se ha utilizado ampliamente para someter a prueba empírica la HME en su forma débil. Sin embargo, Lo y MacKinlay (1999) argumentan que en un mundo donde existen agentes con aversión al riesgo sería posible que no se satisficiera la hipótesis de

paseo aleatorio en los precios de los activos, incluso aunque éstos reflejasen toda la información disponible. Lo y MacKinlay muestran también que los precios en el mercado accionario estadounidense tienen componentes predecibles señalando que no es racional ignorar ese hecho, aunque ello no signifique que dicho mercado sea ineficiente.

El propósito de los pronósticos que se efectúan en el análisis que se presenta más adelante es recabar alguna evidencia sobre la capacidad de los modelos ARCH para capturar las características del riesgo en el mercado accionario mexicano y sus efectos en la evolución de los precios. En la medida en que se modelen correctamente las características de la dinámica del mercado, incluyendo el riesgo medido por la volatilidad, se espera que la distribución probabilística de los precios pronosticados sea igual a la de los precios observados. El resto de este documento tiene la siguiente estructura: en la sección II se describen las bases del modelo del IPC para el análisis posterior; la sección III resume los resultados del análisis de una muestra de observaciones diarias de los precios, así como los del ajuste de los modelos GARCH, TARCH y EGARCH y de su utilización para pronosticar el comportamiento del IPC; la última sección (IV) se dedica a la presentación de conclusiones y comentarios.

II. MODELO TEÓRICO

Supóngase que el siguiente modelo describe el precio de un activo, en nuestro caso el IPC, en un momento dado del tiempo:

$$P_t = P_0 e^{r_t}, \quad t \in [0, \infty). \quad (1)$$

Supóngase también que los cambios en r_t satisfacen una ecuación diferencial estocástica de la forma

$$dr = \alpha(\mu - r_t)dt + \sigma dz_t, \quad (2)$$

que representa un proceso estocástico de reversión a la media de largo plazo, μ , con una velocidad de ajuste α , conocido también como proceso de Ornstein y Uhlenbeck. Mediante el método de Euler se puede obtener la versión discreta del proceso continuo de la ecuación (2)

(3)

que puede estimarse con datos históricos mediante una regresión de la forma

$$r_{t+\Delta t} = a + b r_t + \eta_b \quad (4)$$

en la que $\hat{\alpha} = \frac{1-b}{\Delta t}$, y $\hat{\mu} = \frac{a}{1-b}$ son, respectivamente, los parámetros

estimados de la velocidad del ajuste y de la media de largo plazo (James y Weber, 2002). La ecuación (4) representa un modelo autorregresivo; sin embargo, James y Weber (2002) advierten que si los residuales padecen de no normalidad, heteroscedasticidad o correlación serial, el modelo no se ajusta a los datos y que pueden estar sesgadas las estimaciones de los parámetros de ajuste y de la media

$E[r_t | \Omega_{t-1}] = \hat{\mu} + \hat{\alpha}(r_{t-1} - \hat{\mu})$, a menos que Δt sea verdaderamente pequeña.

Considérese r_t el rendimiento de un activo. Si existe un conjunto de información disponible en t , Ω_{t-p} , constituido por todas las funciones de los rendimientos pasados, entonces la esperanza de r_t condicionada a ese conjunto de información se puede definir como:

(5)

con varianza condicionada:

$$E[(r_t - \mu_t)^2 | \Omega_{t-1}] = \sigma_t^2, \quad (6)$$

Las funciones más simples que permiten capturar la dinámica del rendimiento del activo de interés, con base sólo en su propio historial el cual está al alcance de todos los agentes del mercado, pueden ser en primera instancia las lineales del tipo de los modelos ARMA estacionarios. En este caso, la dinámica del proceso que genera los rendimientos y, en última instancia, el valor de dicho activo se podría capturar mediante un modelo cuya forma general es:

$$r_t = \mu_t + \xi_t$$

donde:

$$, \quad p, q \geq 0. \quad (7)$$

Como un resultado inmediato de lo anterior, (6) se puede expresar como:

$$\sigma_t^2 = \text{Var}(r_t | \Omega_{t-1}) = \text{Var}(\xi_t | \Omega_{t-1}). \quad (8)$$

En relación con (7), la ecuación que expresa la varianza condicionada del proceso que genera los rendimientos como una función del tiempo, cabe mencionar que para describir su evolución se puede recurrir a modelos que pueden clasificarse en dos categorías generales: a) modelos de volatilidad estocástica basados en una ecuación diferencial estocástica y b) modelos de la familia ARCH, que incluye a los que se han enunciado en la parte introductoria de este documento, de los cuales nos ocuparemos a continuación, y que describen la evolución de la volatilidad condicionada mediante una función exacta.

El modelo ARCH de Engle (1982), en el caso general ARCH(m) es:

$$\begin{aligned} \xi_t &= \sigma_t \varepsilon_t, \\ \sigma_t^2 &= \alpha_0 + \alpha_1 \xi_{t-1}^2 + \dots + \alpha_m \xi_{t-m}^2, \end{aligned} \quad (9)$$

donde, debido a que no puede haber varianzas negativas, $\alpha_0 \geq 0, \alpha_i \geq 0, i=1,2,\dots,m$, y $\{\varepsilon_t\}$ es una secuencia de variables aleatorias que se distribuyen idéntica e independientemente (i.i.d.) con media 0 y varianza unitaria.

De acuerdo con el modelo GARCH de Bollerslev (1986) se tiene que la varianza del proceso depende de los errores y la volatilidad observados en el pasado:

(10)

donde también $\{\epsilon_t\} \sim i.i.d.(0,1)$, pero ahora, además de $\alpha_0 \geq 0$ y $\alpha_i \geq 0$, se requiere $\beta_j \geq 0$ y $\sum \beta_j < 1$. Los procesos GARCH permiten modelar la persistencia en el tiempo de los *shocks* en la varianza condicional. Una elevada persistencia, al no cumplirse la condición $\Sigma(\alpha_i + \beta_i) < 1$, ocasiona que los efectos del *shock* tarden en “olvidarse”, en tanto que la baja persistencia sólo tiene efectos de corta duración; por ejemplo, de acuerdo con Nelson (1995), un incremento en la varianza condicional de los rendimientos del mercado de valores puede hacer que suba la prima de riesgo; pero si se espera que tal incremento sea de corta duración la estructura temporal de la prima de riesgo puede moverse sólo en el corto plazo, sin que haya efectos importantes en la valuación de los activos. El modelo GARCH(1,1) con $\alpha + \beta = 1$ y $\alpha > 0$, conocido como GARCH integrado o IGARCH, ha recibido particular atención en diversos estudios pues, a pesar de que representa un proceso persistente, no estacionario en covarianza, es un proceso estrictamente estacionario en el sentido de que la varianza condicional tiende en el largo plazo a un valor constante (Nelson 1995). La atención a los IGARCH obedece también a que el modelo de promedios móviles exponencialmente ponderados (EWMA) popularizado por J. P. Morgan bajo el nombre de *Riskmetrics* es un caso de esos modelos, por lo que éste puede servir de punto de referencia para otros modelos.

$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \sum_{i=1}^m \alpha_i \xi_{t-i}^2 + \sum_{i=1}^m \gamma_i \xi_{t-i}^2 d_{t-i} + \sum_{j=1}^s \beta_j \sigma_{t-j}^2$

Por su parte, como se mencionó, los modelos asimétricos permiten acomodar la asimetría producida por el “efecto apalancamiento” al capturar el efecto más fuerte que tienen los rendimientos negativos en la volatilidad. Por ejemplo, el modelo TARCH de Glosten, Jagannathan y Runkle (GJR) se puede expresar como:

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \sum_{i=1}^m \alpha_i \xi_{t-i}^2 + \sum_{i=1}^m \gamma_i \xi_{t-i}^2 d_{t-i} + \sum_{j=1}^s \beta_j \sigma_{t-j}^2 , \quad (11)$$

donde d_{t-i} es una variable *dummy* que toma el valor de 1 si $\xi_{t-i} < 0$, y de 0 si $\xi_{t-i} \geq 0$. El parámetro γ_i recoge la asimetría producida por valores negativos de ξ_{t-i} (efecto apalancamiento). Cuando se modela la volatilidad condicional en lugar de la varianza condicional se obtiene la versión de Zakoian (1994).

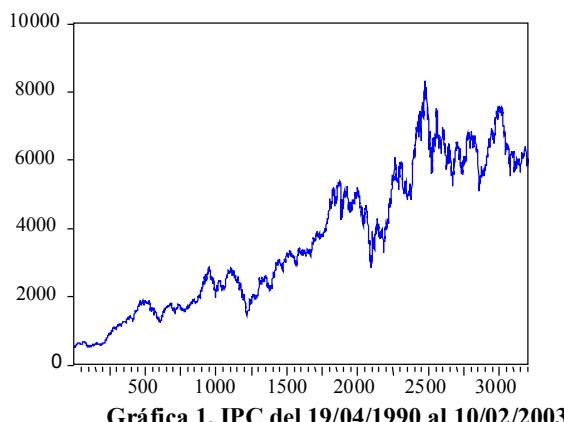
Otro modelo asimétrico ampliamente conocido es el GARCH exponencial (EGARCH) de Nelson (1991), que se especifica como:

(12)

donde el parámetro γ_i recoge la asimetría del efecto apalancamiento.

III. ANÁLISIS DEL IPC

Del sitio de internet del Banco de México (www.banxico.org.mx), se obtuvieron los niveles de cierre diario del IPC para el periodo del 19 de abril de 1990 al 10 de febrero de 2003. Eliminando los días en que no hubo negociación en el mercado bursátil mexicano se tienen 3204 observaciones; en la gráfica 1 se describe el comportamiento del IPC durante el periodo de referencia.



En las funciones de autocorrelación (fa) y de autocorrelación parcial (fap) muestrales de la serie se observa un lento decaimiento, como lo sugiere también el correlograma correspondiente; el valor de las fa y fap son de 0.999 en el primer rezago, en tanto que el coeficiente de la fa es de 0.782 en el rezago 200 y el de la fap es de sólo 0.008. El estadístico Q de Ljung y Box muestra valores crecientes conforme aumenta el número de rezagos y todos significativos incluso al 1%. En el

caso de las primeras diferencias se observan valores bajos en las fa y fap, siendo de 0.121 para ambas en el primer rezago; sin embargo, ambas decaen mostrando signos alternantes y manteniéndose significativas al 1% incluso hasta el rezago 200 (algo semejante puede observarse al tomar las segundas diferencias de la serie y revisar tanto el correlograma como los estadísticos de Ljung y Box). Al revisar los logaritmos de la serie se observa el mismo patrón. En conclusión, la muestra de rendimientos evidencia no estacionariedad.

Una práctica común para convertir una serie no estacionaria en estacionaria es tomar tantas diferencias como sea necesario, y se dice que el número de diferencias que requiere para alcanzar la estacionariedad es el orden de integración de la serie. Sin embargo, si se diferencia una serie no estacionaria, pero su orden de integración es menor al número de diferencias sucesivas que realmente se requieren, se dice que la serie se ha sobrediferenciado. Una señal de sobrediferenciación de series no estacionarias son fa con altos valores para un número grande de rezagos, en tanto que los signos de las fa de las diferencias alternan entre positivos y negativos para un gran número de rezagos (Greene, 2000).

Convencionalmente, para decidir cuántas veces se debe diferenciar una serie, se realizan pruebas de existencia de raíces unitarias y si la serie exhibe la presencia de una raíz unitaria se sigue un proceso aleatorio; posteriormente se diferencia y se procede a aplicar la prueba de raíz unitaria sucesivamente hasta que se pueda rechazar la hipótesis de su existencia. Un caso que ha llamado mucho la atención de los estudiosos y analistas de series de tiempo es el de las series fraccionalmente integradas, cuyo orden de integración no es un número entero y, por lo tanto, no se puede hablar de diferenciarlo un número entero de veces. Por otra parte, se ha encontrado que algunas series de tiempo muestran señales de dependencia en un rango sumamente amplio, identificándolas como series de procesos con memoria larga. Según Beran (1994) y Samorodnitsky y Taqqu (1994), el valor de la suma de las fa de un proceso de memoria larga tiende a infinito (persistencia en el tiempo de los choques pasados). Las series de tiempo fraccionalmente integradas son una clase de los procesos de memoria larga (Granger, 2002). En el análisis de series de tiempo se han desarrollado modelos lineales que generalizan los ARIMA al permitir que el parámetro de integración tome cualquier valor real, no sólo números enteros, éstos son los modelos ARFIMA (Maddala y Kim, 2000). Un modelo ARFIMA (p,d,q) se puede representar como $\Phi(L)(I-L)^d y_t = \Theta(L)\varepsilon_t$, en el cual d es el orden de integración que indica el número de diferencias que deben tomarse de la serie y_t para que se vuelva estacionaria; así, resulta que los modelos ARIMA

y ARMA son sólo casos del más general ARFIMA. Se dice que el proceso y_t es tanto estacionario como invertible si tanto la raíces de $\Phi(L)$ como las de $\Theta(L)$ se encuentran fuera del círculo unitario y $|d| < 0.5$, en tanto que para $d \geq 0.5$ el proceso no es estacionario. Para $0 < d < 0.5$ se dice que el proceso es de memoria larga porque sus autocorrelaciones decaen demasiado lentamente, en comparación con un proceso con $d = 1$, y la suma de sus valores absolutos es un valor infinito (no son sumables). Cuando $d > 0.5$ el proceso no es estacionario y el caso $d = 1$ implica la existencia de una raíz unitaria que hace que el efecto de un *shock* persista de manera indefinida. De acuerdo con Granger (2002) la evidencia ha mostrado que los rendimientos accionarios no poseen las propiedades de los procesos de memoria larga aunque la mayoría de medidas de la volatilidad sí, pero sugiere que las series de volatilidades no pueden describirse adecuadamente mediante modelos ARFIMA. Al respecto, Ohanessian (2001) comenta que modelos como el FIEGARCH o el de volatilidad estocástica de memoria larga, que agregan un proceso fraccionalmente integrado a los modelos convencionales GARCH y de volatilidad estocástica, carecen de un fundamento teórico sólido y cuestiona su utilidad, pues en diversos estudios con modelos de memoria larga se ha observado que los parámetros estimados varían sustancialmente entre distintas submuestras de las series.

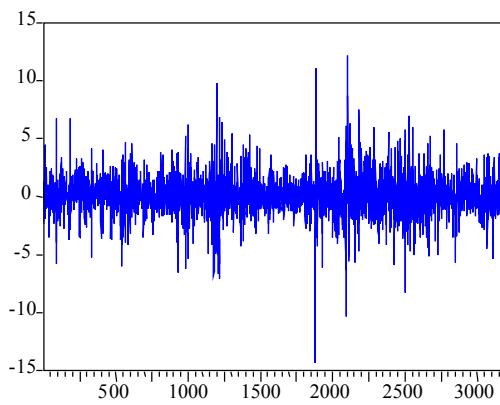
El valor estimado de la fac puede en realidad sugerir que las series de niveles y logaritmos del IPC es no estacionaria debido a la existencia de una raíz unitaria, $\text{fac}(1) = 0.999 \approx 1$ en ambos casos, por lo que su primera diferencia podría ser estacionaria. De acuerdo con Lo y MacKinlay (1988) pueden presentarse correlaciones seriales significativas, pero espurias, en un índice del mercado accionario debido a que las acciones con que se construyen se negocian en diferentes momentos del tiempo e incluso algunas pueden negociarse con muy poca frecuencia, el caso es que la autocorrelación atribuible a estos hechos puede explicar una parte de la autocorrelación observada. Esta situación puede ser más notoria cuando se omiten días en que no hay negociación, como es el caso de este estudio. Por tal motivo, para modelar los rendimientos accionarios algunos investigadores intentan capturar el efecto de la autocorrelación inducida por la falta de continuidad en la negociación mediante la inclusión del rendimiento rezagado como variable explicativa, por ejemplo, véase Nelson (1991). Se han propuesto diversos métodos de estimación del orden de integración de una serie; uno de los más conocidos es el de Geweke y Porter-Hudak (1983) que se basa en la regresión del logaritmo del periodograma. Se procedió a estimar los rendimientos del IPC, en lo sucesivo RIPC, por medio de $[\log \text{IPC}(t) - \log \text{IPC}(t-1)] \times 100$ y se estimó el orden de inte-

gración al regresarlos en los rendimientos del periodo previo. El valor estimado del orden de integración, considerando que la especificación correcta sea un modelo AR(1) resultó 0.00385099 y no significativamente diferente de cero. Con base en esta evidencia se presume entonces que las series del IPC, en niveles y logaritmos, pueden tener una raíz unitaria que induce su comportamiento no estacionario, en tanto que el patrón de las autocorrelaciones, como lo señalan Lo y MacKinlay (1998), puede estar inducido por problemas relacionados con la microestructura del mercado.

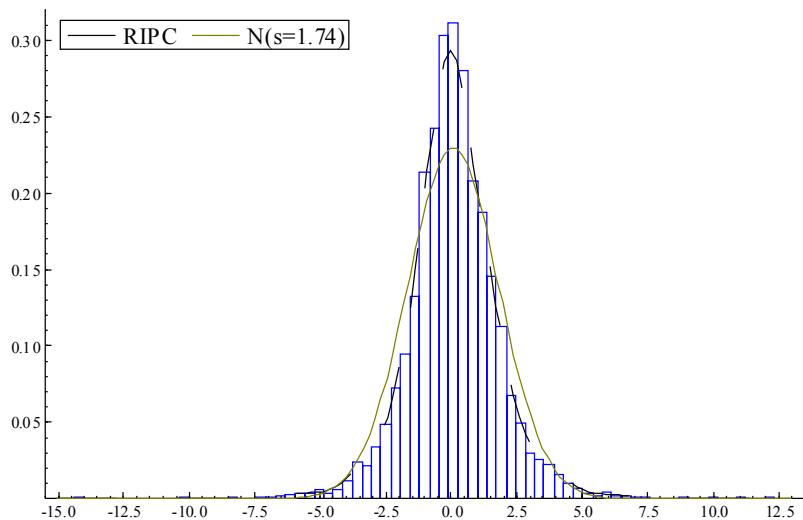
Para proseguir el análisis de las series del IPC se prueba la existencia de una raíz unitaria mediante el estadístico de Dickey y Fuller (DF). La prueba se especifica con intercepto y tendencia, agregando cinco rezagos (prueba de DF aumentada o ADF). Para el caso del IPC en niveles, el valor del estadístico τ es de -3.324398, por lo que no hay evidencia para rechazar la hipótesis nula, incluso al 5% de significatividad. Tampoco fue posible rechazar la nula al especificar diferentes rezagos con base en diversos criterios de selección (como las diversas versiones de los criterios de Akaike, Schwarz y Hannan-Quinn), ni por medio de la prueba de Phillips y Perron. Al realizar como complemento la prueba de raíz unitaria sugerida por Kwiatkowsky, Phillips, Schmidt y Shin (KPSS), el valor alcanzado por el estadístico es de 1.85381, lo cual permite rechazar incluso al 1% de significatividad la hipótesis nula de que la serie sea estacionaria. La prueba ADF (con 5 rezagos) para el IPC en logaritmos da un valor de -2.672146, no significativo, que no permite rechazar la hipótesis nula de no estacionariedad. Ni la especificación de un número diferentes de rezagos, también usando diferentes criterios de selección, ni la prueba de Phillips y Perron proporcionan bases para el rechazo de la hipótesis nula. Por su parte, la prueba de KPSS permite rechazar incluso al 1% de significatividad que la serie pueda considerarse como estacionaria (el valor alcanzado es de 0.743949). Al aplicar las mismas pruebas después de diferenciar las series, niveles y logaritmos, se rechaza la existencia de una raíz unitaria y, de acuerdo con la prueba de KPSS, no se puede rechazar que la serie sea estacionaria. Así, se concluye que el IPC, tanto en niveles como en logaritmos, puede modelarse como si se tratara una serie I(1); por tanto es aplicable la metodología convencional de análisis de series de tiempo estacionarias.

El análisis sucesivo se concentra en la transformación $[\log IPC(t) - \log IPC(t-1)] \times 100$ que puede interpretarse como el rendimiento del IPC (en lo sucesivo $RIPC$) entre los periodos t y $t-1$. En la gráfica 2 se presentan las 3203 observaciones resultantes de dicha transformación, en ella puede observarse que la serie muestra

estacionariedad en la media, pero no así en la varianza, pues ésta no parece constante. En la gráfica 3 se muestra el histograma de la serie, así como su densidad de probabilidades (línea discontinua), en la cual puede observarse que muestra una curtosis (7.8642) superior respecto a la distribución normal correspondiente (línea continua) y un ligero sesgo positivo (.0187). Se observa también que en el centro la densidad de probabilidades es menor en relación con la normal, en tanto que los extremos (colas) de la distribución, particularmente en la izquierda, se concentra una densidad de probabilidades mayor en relación también con la normal; es decir, las probabilidades de rendimientos negativos (pérdidas) en el mercado accionario mexicano son mayores que las predichas por una distribución normal. La prueba de Jarque y Bera indica que la distribución de la serie es diferente a la normal correspondiente (incluso al 1% de significatividad).



Gráfica 2. RIPC



Gráfica 3. Distribución de RIPC

Al aplicar diversas pruebas de la existencia de raíz unitaria, como las enunciadas en el párrafo previo, se rechaza incluso al 1% de significatividad que la serie *RIPC* exhiba la existencia de una raíz unitaria; es decir, se puede considerar que la transformación de la serie original es una serie estacionaria. Al revisar el correlograma de 200 rezagos de la serie *RIPC* se observaron coeficientes de las funciones de autocorrelación (f_a) y de autocorrelación parcial (f_{ap}) muestrales no altos en valor numérico para la mayoría de los rezagos, incluso la mayoría de ellos dentro de los límites dados por la banda de confianza ± 0.034632 .² Destaca de manera particular que en el primer rezago la f_a es positiva y con valor 0.128, evidentemente muy por arriba del límite superior establecido por la banda de confianza al 95%. Varios rezagos muestran también evidencia de correlación; sin

²Se agradece al árbitro que nos sugirió verificar si los valores de las f_a muestrales se encontraban dentro de la banda $\pm 1.96/\sqrt{T}$, correspondiente a la estimación de una banda de 95% de confianza. Los mismos resultados se alcanzan usando una banda de $\pm 2/\sqrt{T}$ para estimar el intervalo de confianza, pero la diferencia es que la banda $\pm 1.96/\sqrt{T}$ corresponde al supuesto de que las f_a siguen una distribución normal.

embargo, debido a su distancia pueden deberse a lo que se esperaría bajo el nivel de confianza establecido por la banda y que, en última instancia, podrían ser una evidencia de la existencia de algunas correlaciones espurias. Por su parte, el estadístico Q de Ljung y Box (LB) indica una significatividad de las fa inclusive al 1% para todos los rezagos observables. La alternancia de signos y los valores decrecientes de las fa y las facp sugieren que después del primer rezago ambas decaen sinusoidalmente, lo que a su vez pudiera indicar que es adecuado el ajuste de un modelo AR o MA de bajo orden, incluso quizá considerando sólo un rezago en ambos componentes. Sin embargo, no resulta del todo claro cuál de los efectos (AR o MA) domina en la serie, aunque la evidencia sugiere que las raíces de las ecuaciones características de los procesos AR y MA podrían tener valores complejos y, por lo tanto, el proceso de la serie RIPC pudiera ser difícil de modelar, particularmente si se persiguen efectos prácticos como el caso de analistas con interés en un modelo útil para efectuar pronósticos.

Para ajustar un modelo para la serie *RIPC* se efectuaron estimaciones de esta serie con componentes AR y MA como variables explicativas, utilizando sólo los dos primeros tercios de los datos (2136 observaciones). Para obtener errores estándar robustos a la presencia de heteroscedasticidad y autocorrelación se empleó la matriz de covarianzas entre parámetros propuesta por Newey y West. Mediante la aplicación de la prueba de restricciones diseñada por Wald se retiraron los coeficientes no significativos de una especificación general con varios rezagos, reteniendo al final una especificación que incluye como regresores sólo a los valores del primero y del cuarto desfase de la serie, el modelo AR(4):

$$RIPC_t = \phi_0 + \phi_1 RIPC_{t-1} + \phi_4 RIPC_{t-4} + \xi_t.$$

El valor estimado de ϕ_1 es de 0.128271, significativo incluso al 1%, el correspondiente a ϕ_4 es de 0.048221, significativo sólo al 10%, en tanto que el de ϕ_0 es positivo (0.099013) y significativo al 5%. La débil significatividad de ϕ_4 hizo pensar en excluirlo de la especificación, pero se decidió retenerlo dado que su inclusión produce residuales que parecen distribuirse como ruido blanco. En ninguno de los primeros 200 rezagos observados las fa y las fap de los residuales alcanzan el 1% de significatividad y el primero que es significativo al 5% aparece sólo hasta el rezago 23. Asimismo, al observar el correlograma de cuadrados de esos residuos se observa que los coeficientes de las fa y de las fap son significativos en los 200

rezagos observados. Los altos valores del estadístico de la prueba *pormanteu* indican dependencia de los cuadrados de los residuos en sus valores pasados, aunque los valores relativamente pequeños de las $\hat{\alpha}_i$ y las $\hat{\beta}_i$ sugieren que dicha dependencia es débil, este hecho usualmente se interpreta como sugerencia de que los errores se distribuyen como un proceso ARCH, de acuerdo con McLeod y Li. Debido a la facilidad con que puede efectuarse la prueba propuesta por Engle (1982), basada en la regresión de los cuadrados de los residuales de la estimación original sobre p rezagos de los cuadrados de los residuales, se prefirió su uso en este caso. La prueba de Engle consiste en estimar la siguiente regresión:

$$\hat{\xi}_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 \hat{\xi}_{t-1}^2 + \dots + \alpha_p \hat{\xi}_{t-p}^2 + \eta_t,$$

bajo la hipótesis nula (no efectos ARCH) los coeficientes α_i , $i = 1, 2, \dots, p$, son iguales a cero; en tanto que la alternativa es que al menos uno de ellos es diferente de cero. La prueba de hipótesis se realiza calculando el producto de la R cuadrada por el número de observaciones con que se lleva a cabo la prueba, este producto se distribuye χ^2 con p grados de libertad.³ Al realizar dicha prueba se encontró que al 1% de significatividad se puede rechazar la hipótesis nula de no dependencia de los cuadrados de los residuos de su valor desfasado un periodo; en cambio no se puede rechazar la hipótesis para el caso de dos rezagos.

Estos resultados sugieren que para acomodar el efecto de la volatilidad condicionada cambiante en el tiempo se emplee un modelo GARCH(1,1) junto con la ecuación AR(4) de la media, es decir, se estima la siguiente especificación:

$$\begin{aligned} RIPC_t &= \phi_0 + \phi_1 RIPC_{t-1} + \phi_4 RIPC_{t-4} + \xi_t \\ \sigma_t^2 &= \alpha_0 + \alpha_1 \xi_{t-1}^2 + \beta_1 \sigma_{t-1}^2 \end{aligned}$$

³Debido a que la obtención de los parámetros de la ecuación de la media bajo la hipótesis nula de la presencia de efectos ARCH implica la estimación de un modelo restringido, a esta prueba se le conoce también como prueba ARCH de multiplicador de Lagrange (ARCH LM test).

Al efectuar la estimación conjunta por el método de máxima verosimilitud se empleó la matriz de covarianzas propuesta por Bollerslev y Wooldridge para obtener errores estándar robustos ante heteroscedasticidad. En la estimación de la ecuación de la media no resultó significativo el parámetro del cuarto rezago de $RIPC$, ϕ_4 , en tanto que el valor estimado del intercepto, ϕ_0 , es de 0.1680003 y el del parámetro de $RIPC_{t-1}$, ϕ_1 , es de 0.207525, ambos significativos al 1% inclusive. El valor estimado del término constante, α_0 , en la ecuación de la volatilidad condicionada es de 0.159742, el de α_1 (efecto ARCH) es de 0.177315 y el de β_1 (efecto GARCH) es 0.773657, todos ellos significativos al 1%. Como puede verse, la suma de los dos últimos coeficientes es de 0.950972, sugiriendo que la volatilidad es persistente en el periodo estudiado. Mediante el estadístico de Wald se probó la hipótesis nula $\alpha + \beta = 1$, no encontrando evidencia en su favor al 5% de significatividad. También se probó dicha hipótesis conjuntamente con la restricción de no significatividad del parámetro del componente AR(4), verificándose que, al mismo nivel, $\alpha + \beta$ es significativamente diferente a 1 y que el parámetro estimado ϕ_4 no es distinto de cero.

Se procedió a retirar el coeficiente no significativo, ϕ_4 , reestimando el modelo y obteniendo prácticamente los mismos valores de los coeficientes retenidos, tanto de la ecuación de la media como de la varianza, todos ellos significativos al 1% (véase el cuadro 1 más adelante). El valor del intercepto en la ecuación de la media resultó ser de 0.169645, en tanto que el de término AR(1) de 0.207793. El valor del término constante en la ecuación de la volatilidad es de 0.162971, mientras que el del efecto ARCH de 0.174881 y del efecto GARCH de 0.774638. La persistencia de la volatilidad también parece alta, pues la suma de los coeficientes que capturan el efecto ARCH y GARCH es de 0.949519, aunque un poco menor que la anterior, es cercana a 1. El correlograma de los residuales de la estimación y de sus cuadrados muestra que sólo queda ruido blanco, es decir, ahora en ninguno de los 200 rezagos observables se puede encontrar que existan f_a y f_{ap} significativas; tampoco los valores del estadístico de Ljung y Box permitieron rechazar la hipótesis nula de no significatividad de dichas funciones en algunos de los desfases. Mediante la prueba ARCH-LM no se encuentra evidencia de que más efectos ARCH estén presentes.

La siguiente cuestión a dilucidar en relación con la serie de los rendimientos del IPC es si existe evidencia del efecto apalancamiento, que como se ha dicho se supone relacionado con el impacto de las noticias. Engle y Ng (1993) presentan la curva de impacto de las noticias, con base en la cual sugieren pruebas de diagnós-

tico para detectar la asimetría en la respuesta de la volatilidad a las noticias. Engle y Ng encuentran en ese estudio que el modelo TARCH de Glosten, Jagannathan y Runkle, así como el EGARCH de Nelson capturan la mayor parte de la asimetría, aunque es demasiada alta la volatilidad condicionada que se estima con el EGARCH. Las pruebas propuestas por Engle y Ng consisten en probar si los cuadrados de los residuales normalizados (estandarizados) pueden predecirse con base en variables observadas en el pasado que no se incluyen en el modelo de volatilidad que se está utilizando. En caso afirmativo, el modelo de la varianza sufre de problemas de especificación. Las pruebas que sugieren son las de sesgo en el signo, sesgo de signo negativo y la de sesgo de signo positivo. La prueba de sesgo en el signo examina el impacto de los *shocks*, tanto positivos como negativos no predichos por el modelo que se evalúa. La prueba de sesgo de signo negativo analiza los efectos que tienen los *shocks* negativos, diferenciados según su tamaño, sobre la volatilidad y que no son predichos por el modelo en uso. La prueba del sesgo en el signo positivo es similar a la anterior, pero se enfoca en el caso de los *shocks* positivos. De acuerdo con Engle y Ng, se puede efectuar una prueba conjunta que engloba a las tres pruebas señaladas mediante la siguiente regresión auxiliar:

$$\hat{v}_{\sigma_t}^2 = a_0 + b_1 S_{t-1} \xi_t + b_2 S_{t-1} \hat{\xi}_t d + b_3 S_{t-1} \hat{\xi}_{t-1} + \eta_t,$$

donde \hat{v}_t^2 son los residuos estandarizados que se obtuvieron de la estimación AR-GARCH, S_{t-1} es una variable *dummy* = 1 si $\xi_t < 0$, y con valor 0 en cualquier otro caso. Los valores de las estadísticas t de b_1 , b_2 y b_3 son, respectivamente, las pruebas de los sesgos en signo, signo negativo y signo positivo. El producto del número de observaciones por la R^2 de la ecuación estimada (TR^2) se distribuye χ^2 , por lo que se puede probar la hipótesis nula $b_1 = b_2 = b_3 = 0$. Según los resultados de esta prueba, b_1 no es significativamente diferente de 0, en tanto que b_2 sí lo es al 5% y b_3 sólo lo es al 5.36%; mientras que la prueba de χ^2 permite rechazar la nula correspondiente a la prueba conjunta al 1% inclusive. La evidencia señala que el modelo GARCH no captura totalmente los impactos en la volatilidad de los *shocks* negativos, por lo que es posible mejorar la estimación de la volatilidad. Por lo tanto, se decidió estimar los modelos asimétricos de volatilidad condicionada TARCH(1,1)

y EGARCH(1,1)

$$\log \sigma_t^2 = \omega_0 + \alpha_1 \left(\frac{\xi_{t-1}}{\sigma_{t-1}} \right) + \gamma_i \frac{\xi_{t-1}}{\sigma_{t-1}} + \beta_1 \log \sigma_{t-1}^2,$$

en ambos conjuntamente con la especificación AR(1) en la ecuación de la media.

En la estimación del modelo TARCH (véase cuadro 1) se observa un fuerte descenso en el valor del intercepto, con valor ahora de 0.091335, significativo sólo al 5%, en tanto que el valor del coeficiente del término AR(1), significativo al 1%, es de 0.211275, ligeramente superior al obtenido mediante el modelo GARCH. Por su parte, en la estimación de la ecuación de la volatilidad todos los coeficientes estimados alcanzaron el 1% de significatividad, obteniéndose un término constante de 0.157760; en tanto que el valor del coeficiente del efecto ARCH es de 0.04099 y el del que se asocia con la variable *dummy* mediante el cual se recoge el efecto de asimetría es de 0.215505 y el del efecto GARCH de 0.800919, que producen un coeficiente de persistencia de la volatilidad de 0.9496615, muy semejante al estimado mediante el GARCH.

**Cuadro 1. Parámetros estimados
y diagnóstico de los modelos**

Ecuación de la media: $RIPC_t = \phi_0 + \phi_1 RIPC_{t-1} + \xi_t$
Ecuación de la varianza:

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 \xi_{t-1}^2 + \beta_1 \sigma_{t-1}^2 \text{ (GARCH)}$$

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 \xi_{t-1}^2 + \gamma_1 \xi_{t-1}^2 d_{t-1} + \beta_1 \sigma_{t-1}^2 \text{ (TARCH)}$$

$$\log \sigma_t^2 = \omega_0 + \alpha_1 \left(\left| \frac{\xi_{t-1}}{\sigma_{t-1}} \right| + \gamma_1 \frac{\xi_{t-1}}{\sigma_{t-1}} \right) + \beta_1 \log \sigma_{t-1}^2 \text{ (EGARCH)}$$

	GARCH	TARCH	EGARCH
ϕ_0	0.169645 (0.035584)	0.091335 (0.037963)	
ϕ_1	0.207793 (0.026893)	0.211275 (0.021191)	0.228215 (0.025008)
α_0	0.162971 (0.043803)	0.157760 (0.018997)	-0.145308 (0.03028)
α_1	0.174881 (0.039177)	0.040990 (0.011729)	0.269805 (0.049838)
β_1	0.774638 (0.041190)	0.800919 (0.014357)	0.933730 (0.017189)
γ_1		0.215505 (0.020042)	0.269805 (0.032474)
Observaciones	2136	2136	2136
<i>Diagnóstico</i>			
Log de la función	-3913.327	-3871.923	-3883.208
De verosimilitud			
Criterio de Akaike	3.672284	3.634417	3.644056
Criterio de Schwarz	3.685559	3.650347	3.657331
ARCH-LM (1)	0.548785	0.864409	3.371010*

Los números entre paréntesis son los errores estándar robustos a heteroscedasticidad, estimados mediante la

matriz de Bollerslev y Wooldridge

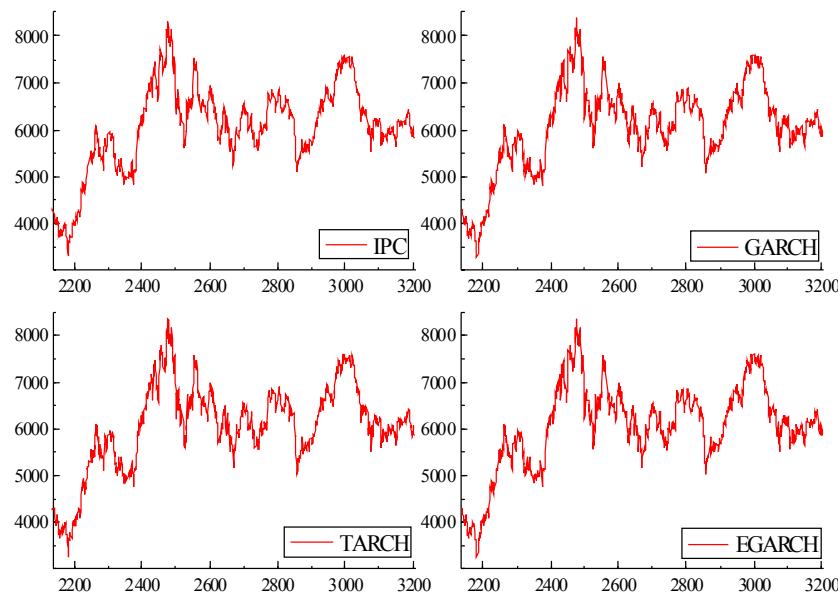
*No significativa al 1% ni al 5%, pero sí al 10%

Al estimar el modelo EGARCH se encontraron valores de 0.077797 y de 0.218551 para el intercepto y el término AR(1), respectivamente; sin embargo, en el caso del intercepto no se pudo rechazar al 5% la hipótesis nula de que es igual a cero, en tanto que en el segundo coeficiente la significatividad es de 1%. El término constante estimado de la ecuación de la media es de -0.152474, en tanto que los

coeficientes que capturan el efecto ARCH, el “efecto del apalancamiento” y el efecto GARCH son de -0.131674, 0.269092 y 0.935762, respectivamente, todos significativos al 1%. Debido a que mediante la prueba de Wald tampoco hubo evidencia para rechazar que el intercepto de la ecuación de la media es nulo, se volvió a estimar este modelo retirando el coeficiente no significativo (cuadro 1). El coeficiente del término AR(1) es 0.228215, mientras que los coeficientes en los que se recogen el efecto ARCH, el “efecto del apalancamiento” y el efecto GARCH son, respectivamente, -0.138431, 0.269805 y 0.93373, en tanto que el del término constante es de -0.145308. Todos los coeficientes son significativos al 1%. Se verificó que la estimación de todos los modelos ARCH produjese residuales independientes distribuidos con media 0 y varianza 1, para el primer caso mediante los valores de la Q de Ljung y Box, y en el segundo por medio de pruebas t y z para la media y chi-cuadrada para la varianza.

Posteriormente, se obtuvieron pronósticos del nivel del IPC en los siguientes 1068 períodos para poder establecer comparaciones con las características de distribución de las 1068 observaciones de los valores del IPC que no se emplearon en la estimación de los parámetros de las ecuaciones de media y varianza de los rendimientos. El procedimiento de elaboración de los pronósticos fue pronosticar el precio del siguiente periodo mediante los parámetros de la ecuación de la media de rendimientos obtenidos al considerar la volatilidad cambiante en el tiempo mediante los modelos GARCH, TARCH y EGARCH estimados. Es decir, se obtuvieron tres conjuntos de pronósticos para 1068 períodos como lo podría haber hecho un analista que intenta pronosticar el precio del día siguiente con la información de los precios pasados. Como puede verse en la gráfica 4, las series generadas mediante pronóstico se asemejan bastante a los valores que se observaron durante el horizonte del pronóstico.

Modelado de la volatilidad y pronóstico del Índice
de Precios y Cotización de la Bolsa Mexicana de Valores



Gráfica 4. Valores observados y pronosticados del IPC

En el cuadro 2 se presentan algunas de las medidas que se usan convencionalmente para evaluar la capacidad predictiva de un modelo para pronósticos, estas medidas se estimaron considerando los 1068 pronósticos generados, por lo que pueden usarse como indicadores de la capacidad predictiva de los modelos fuera de la muestra (*ex post*). Bajo el criterio de la raíz del error cuadrático medio, el modelo TARCH supera marginalmente al EGARCH en capacidad para pronosticar el IPC debido a que dicha medida es útil para construir los intervalos de confianza del pronóstico; lo anterior implica que éstos serán amplios si el pronóstico se realiza mediante el EGARCH. También el TARCH supera a su contraparte si se comparan mediante los valores del coeficiente U de Theil, pues mientras más cercano sea éste a cero es mayor la capacidad del modelo para efectuar pronósticos. Sin embargo, al analizar la descomposición del error cuadrático medio, se encuentra que el EGARCH es superior al TARCH, como se observa en los valores de proporciones de sesgo, varianza y covarianza. Así tenemos que los errores de pronóstico del modelo EGARCH obedecen principalmente a su parte no sistemática,

como lo evidencia el mayor valor de proporción de covarianza alcanzado por dicho modelo. La parte sistemática de los errores de pronóstico, medida por las proporciones de sesgo y varianza, son menores en el EGARCH, por lo que se concluye que este modelo supera al TARCH. Por su parte, el pronóstico intervalar que se obtuvo con límites de confianza de dos errores estándar por arriba y por debajo del valor pronosticado respectivamente por cada modelo, aproximadamente al 95% de confianza, en los tres casos el comportamiento fue adecuado, pues el número de veces que el valor observado del IPC salió del intervalo de confianza fue sólo aproximadamente 5% de las observaciones totales.

Cuadro 2. Evaluaciones de la capacidad de los modelos para pronosticar *ex ante* IPC

<i>INDICADOR</i>	<i>GARCH</i>	<i>TARCH</i>	<i>EGARCH</i>
Raíz del error cuadrático medio*	104.7493	104.5301	104.5653
Error absoluto medio	78.51273	78.24245	78.2202
Error porcentual absoluto medio	1.3112219	1.307541	1.307102
Coeficiente U de Theil	0.0085444	0.008529	0.008535
Proporción de sesgo	0.004779	0.001103	0.000065
Proporción de varianza	0.001450	0.001084	0.000768
Proporción de covarianza	0.993771	0.997814	0.999166

*También conocido como error estándar del pronóstico

Por último, se evalúa también si los valores generados por los diferentes pronósticos son capaces de reproducir los primeros cuatro momentos de la distribución de los valores que se observaron para el IPC en el mercado durante los 1068 valores pronosticados. Es decir, en el cálculo de los primeros cuatro momentos de la distribución de probabilidades de los niveles del IPC no se usó el total de observaciones disponibles, sino únicamente las correspondientes al horizonte de pronóstico. De la comparación entre los momentos de la distribución de los 1068 valores observados y los correspondientes pronósticos (cuadro 3), se desprende que la media, la mediana y la desviación estándar de los valores del pronóstico realizado con el modelo EGARCH se encuentran más cerca de los valores correspondientes a la distribución de los valores observados en el IPC durante el horizonte de pronóstico. En relación con los mismos parámetros, el TARCH supera al GARCH; sin embargo, este último supera a sus competidores al dar cuenta del sesgo y curtosis de la distribución de valores reales, pues es la que más se aproxima a ellos.

**Cuadro 3. Características de las distribuciones de la serie
del IPC y sus series pronosticadas**

	<i>IPC</i>	<i>GARCH</i>	<i>TARCH</i>	<i>EGARCH</i>
<i>Media</i>	6057.621	6064.862	6061.092	6056.777
<i>Mediana</i>	6126.235	6135.385	6131.597	6127.595
<i>Máximo</i>	8319.670	8367.842	8363.659	8362.662
<i>Mínimo</i>	3300.420	3272.661	3270.085	3265.123
<i>Desv. est.</i>	912.7699	916.7604	916.2126	915.6699
<i>Sesgo</i>	-0.588678	-0.582731	-0.582631	-0.582142
<i>Curtosis</i>	3.544881	3.529189	3.529168	3.529066
<i>Jarque-Bera</i>	74.89625	72.90613	72.88463	72.77844
<i>Probabilidad</i>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
<i>Observaciones</i>	1068	1068	1068	1068

La prueba F-ANOVA, con valor de 0.017358, no permite rechazar la hipótesis nula de igualdad de medias entre las distribuciones de la serie observada y las tres series pronosticadas. Se alcanzaron conclusiones similares respecto de la igualdad de medianas (pruebas de chi cuadrada, de Kruskal y Wallis, ambas basadas en el análisis ANOVA unidireccional, y la de puntuaciones normales de van der Waerden). Tampoco se pudo rechazar la hipótesis nula de igualdad de varianzas (pruebas de Bartlett, de Leven y de Brown y Forsythe). Por tanto, puede concluirse que las series simuladas mediante pronósticos basados en las especificaciones de volatilidad cambiante mediante modelos de la familia ARCH tuvieron éxito en la reproducción de las características estadísticas de la serie de niveles del IPC durante el horizonte de pronóstico.

IV. CONCLUSIONES

Hemos efectuado un análisis del comportamiento del IPC en doce años mediante un modelo autorregresivo donde se controlan los efectos de la volatilidad cambiante en el tiempo mediante especificaciones de errores ARCH. Consideramos que los resultados que aquí se han presentado pueden contribuir al alcance de una mejor perspectiva sobre los modelos ARCH y, en particular, su utilidad para comprender mejor el mercado accionario mexicano, por lo que para finalizar nuestra exposición nos ocuparemos ahora de presentar a manera de conclusiones algunos comentarios finales.

Se encontró evidencia de que la volatilidad de los rendimientos del IPC muestra un grado considerable de persistencia en el tiempo, en el sentido de que los efectos de un choque en la volatilidad permanecen por un periodo prolongado. Es conveniente señalar que los valores de los parámetros relacionados con la persistencia de la volatilidad en las ecuaciones de la volatilidad condicionada son consistentes con el valor de 0.94 del parámetro de decaimiento que sugiere J.P. Morgan para calcular la volatilidad condicionada con base en datos diarios. Aunque no se encontró evidencia que sugiera que el modelo GARCH usado en las estimaciones aquí reportadas se pueda mejorar con un modelo GARCH integrado (IGARCH) que sea equivalente al modelo de promedios móviles ponderados exponencialmente (EWMA) de esa firma consultora; sin embargo, estos resultados no implican que el modelo propuesto por esa empresa no pueda ser útil como aproximación para estimar el Valor en Riesgo como es la práctica en diversas empresas del sector financiero de diversos países.

La significatividad mostrada por los parámetros de asimetría de los modelos TARCH y EGARCH sugiere que la volatilidad de los rendimientos del IPC se ve afectada mayormente por los efectos de las malas noticias que por las buenas. La evidencia sobre la persistencia de la volatilidad y la presencia del “efecto apalancamiento” apunta en el sentido de que aumenta el “nerviosismo” en el mercado mexicano cuando hay caídas en el mercado, lo que sugiere mayor investigación respecto al proceso de desbordamiento (*overshooting*), pues ésta es una de las causas por las cuales el comportamiento del mercado se puede apartar de su trayectoria de equilibrio en el sentido del CAPM o de la APT, haciendo aparecer señales que pueden interpretarse, quizá erróneamente, como signos de ineficiencia en la formación de precios de mercado.

Los pronósticos de los niveles del IPC, usando modelos GARCH(1,1), TARCH(1,1) y EGARCH(1,1) para capturar la dinámica de la volatilidad de los rendimientos del IPC, según la evidencia mostrada, reprodujeron exitosamente los primeros cuatro momentos de la distribución de los valores observados del IPC en el mercado durante el horizonte de pronóstico. El EGARCH mostró mejor desempeño en este sentido, seguido por el TARCH. Es justo mencionar aquí que, por las características de la construcción de estos modelos, en mercados alcistas tienden a subestimar la volatilidad, contrario a lo que ocurre cuando el mercado es bajista. Por lo tanto, esto permite argumentar que el mejor desempeño mostrado indica que son robustos para recoger la evolución de la volatilidad en comparación con el GARCH estimado. Como se evidenció, este último no capture correctamente el efecto de

shocks negativos en la volatilidad —asociado con noticias malas— y, por lo tanto, la evidencia sugiere que los modelos TARCH y EGARCH pueden ser de mayor utilidad para modelar y comprender la dinámica del comportamiento a largo plazo tanto del mercado mexicano de activos como de los activos mismos, lo que se ha evidenciado en otros estudios, y a su vez es importante para lograr una mejor comprensión de la dinámica del riesgo.

No obstante, es necesario señalar que los resultados de este estudio —aunque prometedores desde la perspectiva de los pronósticos del IPC y en su caso de los precios de los activos— no implican que se esté proponiendo el uso de estos modelos para sustentar estrategias de *trading* cotidiano. Es indudable que se requiere indagar más sobre la posibilidad de modelar el comportamiento de los índices bursátiles con fines de pronóstico para usos prácticos, pues brindaría la posibilidad de encontrar mejores medios para sustentar las estrategias de inversión. Sin embargo, desde otra perspectiva puede ser más importante abordar el estudio de problemas como los que plantean la existencia de ciclos en el mercado, muy difíciles de modelar, efectos estacionales y otras “anomalías” que no han podido explicarse satisfactoriamente por la teoría del mercado de capitales.

Otra parte sustantiva de una agenda de investigación puede ser la evaluación de otros modelos para estudiar la dinámica del IPC y de su volatilidad, particularmente los asimétricos en el caso de la volatilidad, pues la evidencia que se ha mostrado en este estudio, aunque modesta e insuficiente, sugiere que pueden ser mejores para recoger los hechos estilizados del comportamiento del mercado, tal como lo requiere un buen modelado de una variable cuyo verdadero proceso generador de datos puede no ser conocido en realidad.

BIBLIOGRAFÍA

- Beran, J.: 1994, *Statistics for long-memory processes*, Chapman & Hall, New York; citado en Chen Yanqing, Ding Mingzhou y Scott Kelso J. A.: 1997, “Long memory processes ($1/f^{\alpha}$ Type) in human coordination”, *Physical Review Letters*, vol. 79, No. 22, diciembre.
- Black, Fisher: 1976, “Studies of stock price volatility changes”, *Proceedings of the 1976 Meeting of the Business and Economic Statistics Section, American Statistical Association*, 177-181, citado en Campbell John Y., Lo Andrew W. y

Craig, MacKinlay, 1997, *The econometrics of financial markets*, Princeton University Press, New Jersey.

Bollerslev, Tim: 1986, "Generalized autoregressive conditional heteroskedasticity", *Journal of Econometrics*, 31: 307-327, reproducido en Engle Robert F. (edit): 1995, *ARCH. Selected readings*, Oxford University Press, Oxford.

Cabello, Alejandra: 1999, *Globalización y liberalización financieras y la bolsa mexicana de valores. Del auge a la crisis*, Plaza y Valdés, México.

Campbell, John Y., Lo, Andrew W. y Craig, MacKinlay, 1997, *The econometrics of financial markets*, Princeton University Press, New Jersey.

Engle, Robert F. y Ng, Victor K, 1993, "Measuring and testing the impact of news on volatility", *Journal of Finance*, 48, 5, 1749-1778.

Engle, Robert F.: 1982, "Autoregressive condicional heteroscedasticity with estimates of the variante of United Kingdom inflation", *Econometrica*, 50,4, 987-1006.

Glosten, L., Jagannathan, R. y Runkle, D.: 1993, "On the relation between the expected value and the volatility of the nominal excess return on stocks" *Journal of Finance*, 48, 1779-1801.

Gouriéroux, Christian: 1997, *ARCH models and financial applications*, Springer series in statistics, Springer-Berlag, Nueva York.

Gouriéroux, Christian y Jasiak, Joann: 2001, *Financial econometrics, problems, models and methods*, Princeton University Press, New Jersey.

Granger, Clive W. J.: 2002, "Long memory, volatility, risk and distribution", *Mimeo*, Department of Economics, University of California, San Diego.

Greene, William H.: 2000, *Econometric analysis*, fourth edition, Prentice Hall, Upper Saddle River, New Jersey.

James, Jessica y Webber, Nick, 2002, *Interest rate modeling*, John Wiley & Sons, Chichester.

Leriche Guzmán, Cristian: 1994, "Mercado de valores y financiamiento en la transición actual de la economía mexicana", en Gutiérrez Pérez Antonio y Garrido Noriega Celso (coord.): *Transiciones financieras y TLC. Canadá, México y EEUU*, Ariel, México.

Lo, Andrew W y MacKinlay A. Craig: 1988, "Stock market prices do not follow random walks: evidence from a simple specification test", *Review of Financial Studies*, 1: 41-66, reimpreso en Lo Andrew W. y MacKinlay A. Craig: 1999, *A non-random walk down Wall Street*, Princeton University Press, Princeton, New Jersey.

Lo, Andrew W. y MacKinlay A. Craig: 1999, *A non-random walk down Wall Street*, Princeton University Press, Princeton, New Jersey.

Maddala, G. S. y Kim In-Moo: 2000, *Unit roots, cointegration and structural change*, 2a. reimpr. de la 1a. edición, Cambridge University Press, Cambridge.

Merton, Robert C.: 1990, *Continuos-time finance*, Basil Blackwell, Oxford.

Neftci, Salih N.: 1996, *An introduction to the mathematics of financial derivatives*, Academic Press, San Diego, California.

Nelson, Daniel B.: 1991, "Conditional heteroskedasticity in asset returns: a new approach", *Econometrica*, 59, No. 2, marzo, 347-370.

Nelson, Daniel B.: 1995, "Stationarity and persistence in the GARCH (1,1) model", en Engle Robert F. (edit): 1995, *ARCH. Selected readings*, Oxford University Press, Oxford.

Ortiz, Edgar: 1995, "Mercados de capital y el desarrollo e integración financiera de México", en Girón Alicia, Ortiz Edgar y Correa Eugenia (comp.): *Integración financiera y TLC: Retos y perspectivas*, IIEc-Siglo XXI, México, 33-54.

Ortiz, Edgar: 2000, "La inversión extranjera de portafolios en los mercados de dinero y capital y su impacto en la crisis mexicana", en Manrique Campos Irma (coord.): *Arquitectura de la crisis financiera*, IIEc-ENEP Aragón (UNAM) y Miguel Ángel Porrúa.

Otero, José María: 1993, *Econometría, series temporales y predicción*, Editorial AC, Madrid.

Patterson, Kerry D.: 2000, *An Introduction to Applied Econometrics, a time series approach*, MacMillan, Chippenham, Wiltshire, Gran Bretaña.

Peters, Jean-Philippe: 2001, "Estimating and forecasting volatility of stock indices using asymmetric GARCH models and (Skewed) student-t densities", *mimeo*, Ecole d'e Administration de Affaires, Université de Liège, Bélgica, marzo 23, 20 pp.

Samorodnitsky, G y Taqqu M. S.: 1994, *Stable and non-gaussian random processes*, Chapman & Hall, New York; citado en Chen Yanqing, Ding Mingzhou y Scott Kelso J. A.: 1997, "Long memory processes ($1/f^\alpha$ Type) in human coordination", *Physical Review Letters*, vol. 79, No. 22, diciembre.

Tsay, Ruey S.: 2001, *Analysis of Financial Time Series*, John Wiley & Sons, Nueva York.

Voit, Johannes: 2003, *The statistical mechanics of financial markets*, 2a. ed., Springer-Verlag, Berlín.