Production
ISSN: 0103-6513
production@editoracubo.com.br
Associação Brasileira de Engenharia de Produção
Brasil

de Avila Pacheco, José Vinícius; Morabito, Reinaldo
Otimização de fluxos em rede na gestão financeira do caixa: aplicação em uma empresa agroindustrial
Production, vol. 20, núm. 2, abril-junio, 2010, pp. 251-264
Associação Brasileira de Engenharia de Produção
São Paulo, Brasil

Produção, v. 20, n. 2, abr./jun. 2010, p. 251-264
doi: 10.1590/S0103-65132010005000019

Otimização de fluxos em rede na gestão financeira do caixa: aplicação em uma empresa agroindustrial

José Vinícius de Avila Pacheco[a,*], Reinaldo Morabito[b]

[a,*]vinapacheco@yahoo.com.br, UFSCar, Brasil
[b]morabito@ufscar.br, UFSCar, Brasil

Resumo

Neste estudo, formulou-se o problema de gestão do fluxo de caixa encontrado em uma típica empresa agroindustrial como um modelo de otimização de fluxos em rede (com perdas e ganhos) proposto em Golden, Liberatore e Lieberman (1979). O objetivo é maximizar o retorno dos recursos financeiros do caixa no final de um horizonte de planejamento multiperíodos e finito. Dois exemplos são estudados aplicando-se programação linear: no primeiro, o modelo original de fluxos em rede é usado para apoiar decisões operacionais de fluxo de caixa e, no segundo, o modelo é estendido para tratar de um planejamento tático de pagamentos de empréstimos. Os modelos matemáticos são resolvidos usando-se a ferramenta de otimização de um *software* de planilha eletrônica bem conhecido na prática de empresas. Os resultados numéricos obtidos mostram que os modelos são flexíveis e eficazes, sendo capazes de gerar soluções tão boas ou melhores do que as da tesouraria da empresa.

Palavras-chave

Gestão financeira do fluxo de caixa. Modelagem matemática. Programação linear. Fluxos em rede. Agroindústria.

1. Introdução

Em sua versão mais simples, o problema de gestão do caixa (*cash management*) preocupa-se em formular regras de decisão ligadas ao controle do nível de saldo em caixa de uma organização, a fim de atender às demandas por caixa ao custo mínimo total (BRIGHAM; HOUSTON, 2004; LEMES Jr.; RIGO; CHEROBIM, 2002; SETHI; THOMPSON, 1970). A gestão do fluxo de caixa (*cash flow management*), por sua vez, é um problema financeiro mais complexo, que envolve administrar os investimentos de curto prazo, as entradas e as saídas de caixa, e os financiamentos de curto prazo, visando à maximização do retorno financeiro ao final do período de planejamento (GOLDEN; LIBERATORE; LIEBERMAN, 1979).

Embora distintas, essas duas atividades não se fazem de forma isolada e, na prática da gestão financeira, elas estão imbricadas. Enquanto o problema de gestão do caixa trata do suprimento de recursos financeiros nos momentos em que são demandados pelas atividades operacionais da empresa (GITMAN, 1987; VAN HORNE, 1974), sem levar em conta o processo evolutivo do fluxo de dinheiro, o problema de gestão do fluxo de caixa compreende a administração de um conjunto de fatos estruturados no tempo. O foco deste artigo está no problema mais amplo, ou seja, na gestão do fluxo de caixa, não havendo a preocupação com a diferenciação dos dois problemas.

O objetivo, neste estudo, é propor uma ferramenta que possibilite otimizar o gerenciamento financeiro do fluxo de caixa, com ênfase na aplicação em uma empresa típica do setor agroindustrial. Para isso, utilizou-se um modelo de otimização linear baseado no trabalho de Golden, Liberatore e Lieberman (1979), para representar as principais decisões envolvidas no problema. Analisou-se a viabilidade da aplicação do modelo e o seu desempenho em situações reais na prática da tesouraria da empresa. Embora a abordagem seja aplicada em uma empresa agroindustrial, acredita-se que, com pequenas adaptações, ela também possa ser utilizada em empresas de outros setores.

*UFSCar, São Carlos, SP, Brasil
Recebido 14/02/2008; Aceito 27/08/2009

No caso da otimização dos processos financeiros, a semelhança com as redes de fluxo é natural devido aos seus sistemas de fluxo de caixa inter-relacionados e compostos por elementos que entretêm relações numerosas, diversificadas e complexas (CRUM; KLINGMAN; TRAVIS, 1979). Em particular, o modelo de programação linear utilizado pode ser visto como um modelo de fluxos em redes generalizadas, em que os fluxos nos arcos da rede podem ter ganhos ou perdas, conforme é discutido adiante. Este modelo é empregado em uma situação com as características apresentadas por Mulvey e Vladimirou (1992) na definição de problemas de planejamento financeiro.

Uma ferramenta flexível e efetiva para a gestão do fluxo de caixa, capaz de capturar os problemas enfrentados pelos gerentes financeiros no processo de tomada de decisões e apta a dimensionar os fluxos de recursos monetários possibilita um aperfeiçoamento no processo de otimização do gerenciamento do caixa. Para Assaf Neto e Silva (1997), uma adequada administração dos fluxos de caixa pressupõe a obtenção de resultados positivos para a empresa, devendo ser focalizada como um segmento lucrativo para seus negócios. A melhor capacidade de geração de recursos de caixa promove, entre outros benefícios à empresa, menor necessidade de financiamento dos investimentos em giro, reduzindo seus custos financeiros.

Horizonte de planejamento é definido como o tempo em que a empresa planeja sua gestão do caixa, lembrando-se que o conceito de horizonte rolante está presente na prática do gerenciamento do fluxo de caixa. O horizonte de planejamento aqui considerado é multiperíodos e finito, e é recalculado na medida em que o primeiro período é realizado, revendo-se os valores previstos e reavaliando as decisões anteriormente tomadas (SANVICENTE; SANTOS, 2000). Nesta revisão, incorpora-se um novo período ao final do horizonte de planejamento anterior e, assim por diante, repete-se o processo, período a período.

Ao analisar as condições da empresa estudada e de seu ambiente institucional e organizacional, nota-se um alto grau de certeza nas previsões de entradas e saídas de caixa. As entradas de caixa derivam das vendas em curto prazo a outras empresas do mesmo segmento, que adquirem matéria-prima para os respectivos processos operacionais. A regularidade e a uniformidade dos pedidos dos clientes permitem à tesouraria da empresa estudada projetar os valores a receber com grande acurácia. Com relação às saídas de caixa, não existe dificuldade em projetá-las, já que a negociação com os fornecedores tem prazos definidos em contratos típicos dos sistemas agroindustriais brasileiros (SAGs), como define Aguiar (1999).

Neste trabalho, são estudados dois exemplos de gestão de fluxo de caixa: o primeiro envolve a aplicação direta do modelo de otimização de Golden, Liberatore e Lieberman (1979) para apoiar decisões operacionais na gestão do caixa da empresa; o segundo envolve uma adaptação do modelo para abranger o planejamento tático de amortizações de financiamentos na gestão do caixa. Esses exemplos são testados em situações reais e resolvidos por meio da ferramenta *solver* do Excel, amplamente utilizada nos ambientes de gestão financeira das empresas (GROSSMAN, 2007). A flexibilidade do modelo em atender mais de um tipo de situação e a capacidade de gerar soluções tão boas ou melhores que as praticadas na empresa são evidenciadas por meio de exemplos numéricos. Essas contribuições que este estudo espera trazer atendem às necessidades do mundo real e esse é um critério de relevância da pesquisa acerca da solução do modelo, conforme enfatizado em Bertrand e Fransoo (2002).

Esse trabalho está assim organizado: na seção 2, apresenta-se a revisão de alguns modelos da literatura utilizados na gestão do fluxo de caixa. Para que o texto fique autocontido, o modelo de fluxos em redes de Golden, Liberatore e Lieberman (1979) é resumidamente apresentado na seção 3. Na seção 4, estuda-se a aplicação do modelo original nos processos de fluxo de caixa da empresa em questão, para apoiar decisões operacionais em que os períodos do horizonte de planejamento são dias. Na seção 5, o modelo é adaptado a um caso real da empresa com programação de amortizações, para apoiar decisões táticas em que os períodos do horizonte de planejamento são meses. Por fim, na seção 6, são apresentadas as considerações finais deste estudo e as perspectivas para pesquisas futuras.

2. Revisão bibliográfica

A seguir, são revisados alguns modelos da literatura em finanças para representar problemas de gestão do caixa e gestão do fluxo de caixa. O reconhecimento do *trade-off* entre manter recursos em caixa e convertê-los em um ativo mais rentável foi primeiramente tratado por Baumol (1952), ao adaptar o conceito de lote econômico à gestão do caixa. Pesquisas mais recentes apontam esse *trade-off* como a explicação para a manutenção de caixa pelas empresas (OPLER et al., 1999). O objetivo que norteia o uso desses modelos é a adoção de determinado nível de caixa, que a empresa deve manter como referência para suas operações financeiras. Tais abordagens envolvem métodos diferentes para o cálculo desse montante que o caixa da empresa deve atingir. Algumas dessas abordagens podem ser encontradas nos exames de Sousa e Barros (2000), Sousa e Abrantes (1999) e Villalba e Sousa (2001).

Convém observar que o estudo da gestão do caixa foi uma das primeiras áreas de aplicação dos modelos de pesquisa operacional (MULVEY, 1994) e que, segundo Ashford, Berry e Dyson (1988), a tendência dominante da literatura financeira não enfatizou realmente a questão do capital de giro. Muitos livros específicos dessa área simplesmente oferecem uma coleção de instrumentos de decisão em torno do modelo do lote econômico. Dois trabalhos de revisão dos modelos determinísticos de gestão do caixa podem ser encontrados em Gregory (1976) e Srinivasan e Kim (1986).

Robichek, Teichroew e Jones (1965) desenvolveram um modelo para a tomada de decisões de financiamento de curto prazo por meio de programação linear, para determinar quanto e quando obter recursos de um grupo de fontes alternativas de financiamento. Foram estudadas dez combinações de fontes, bem como o investimento do excedente de caixa. A estratégia financeira ótima é obtida para cada período do horizonte de planejamento resolvendo-se um modelo de programação linear multiperíodos. São assim definidos, para cada período, os montantes ótimos de cada fonte e do excedente de caixa a investir.

Orgler (1969) observou que as decisões da gestão do fluxo de caixa não estão apenas inter-relacionadas entre os períodos de tempo sucessivos, mas também dentro de cada intervalo de tempo. Essas relações intraperíodos requerem abordagem simultânea, em vez de tratar por partes o conjunto de variáveis de decisão. Orgler (1969) sugeriu que a prática baseada na divisão do problema de gestão do caixa em subproblemas (e.g., previsão das alterações nos saldos de caixa, necessidades de financiamento, investimento do *superavit* de caixa) – cuja atenção aos subproblemas ocorre de forma sequencial – falha ao desconsiderar as inter-relações entre as variáveis de decisão da gestão do caixa e seus aspectos intertemporais. O autor abordou o problema da gestão do fluxo de caixa por meio de um modelo de programação linear multiperíodos que inclui quatro tipos principais de variáveis de decisão: programação de pagamentos, financiamento de curto prazo, saldo de caixa e transações com títulos para os quais tanto o montante quanto o vencimento são explicitamente definidos e, consequentemente, derivados do modelo.

Srinivasan (1974) utilizou-se da mesma abordagem desenvolvida por Orgler (1969) ao tratar o problema de gestão do fluxo de caixa, porém formulou o problema como um modelo de transbordo. A adaptação do modelo de transbordo ao problema de gestão do caixa fez com que os depósitos fossem tratados como "origens" de recursos e os mercados como "aplicações". O modelo de transbordo aplicado à gestão do caixa visa minimizar o custo total de alocação das fontes de recursos às diferentes aplicações, mantendo a possibilidade da transferência de caixa entre as origens. A solução ótima do modelo de Srinivasan (1974) é basicamente a mesma daquela obtida por Orgler (1969) nos exemplos numéricos resolvidos nos artigos.

Golden, Liberatore e Lieberman (1979) formularam o problema de gestão do fluxo de caixa em uma rede de fluxo com ganhos e perdas. O tipo específico de rede que fornece a estrutura para a formulação desse problema é um grafo $G = (N, A, W)$, em que N é o conjunto de nós, A é o conjunto de arcos, cada arco de A ligando dois nós de N, e os pesos dos arcos ou multiplicadores são definidos por uma matriz $W = [W_{ij}]$. Um nó é um ponto específico no tempo em que todo o fluxo de caixa precedente e todo o fluxo de caixa imediatamente seguinte estão computados (BARBOSA; PIMENTEL, 2001). Ao formularem o problema por meio de uma rede com ganhos e perdas, Golden, Liberatore e Lieberman (1979) permitiram que os arcos na rede tivessem multiplicadores específicos atuando no aumento ou no decréscimo do fluxo no arco. No fluxo de caixa, essas perdas e ganhos são, respectivamente, as taxas de conversão entre os ativos e os rendimentos dos juros.

Mulvey e Vladimirou (1992) consideraram que os modelos de redes generalizadas (com perdas e ganhos) tratam de um tema comum: a alocação de fundos em diversas categorias de ativos durante vários períodos. Kornbluth e Salkin (1987) apresentaram exemplos numéricos dessas alocações. Desse modo, taxas de câmbio, de retorno e de empréstimo são modeladas por meio dos multiplicadores dos arcos na estrutura de rede generalizada. Jorjani e Lamar (1994) propuseram incorporar o conceito de desconto baseado em quantidade ao problema de gerenciamento do fluxo de caixa, dependendo do volume de dinheiro que está sendo negociado. Convém observar que descontos na quantidade também podem ser incorporados no modelo de fluxos em rede de Golden, Liberatore e Lieberman (1979); no entanto, dependendo do tipo de desconto, o modelo resultante é um programa linear por partes ou um programa linear inteiro.

Conforme mencionado na seção 1, no presente trabalho, optou-se por utilizar o modelo de Golden, Liberatore e Lieberman (1979). Apesar de abordar deterministicamente o problema, esse modelo mostrou-se adequado particularmente por fornecer flexibilidade (e.g., contempla diversos ativos e as possíveis conversões entre eles, considera vários períodos de tempo e permite períodos com diferentes durações, etc.), e por estabelecer uma representação visual do problema, o que facilita a comunicação entre os envolvidos nesse processo de tomada de decisões, conforme Mulvey e Ziemba (1995).

3. Modelo de Golden, Liberatore e Lieberman

Dado um número n de períodos de tempo, com possibilidade de terem durações diferentes, e várias categorias de ativos apresentando níveis de liquidez diversos, busca-se a maximização do retorno no período final planejado. Sem perda de generalidade, a seguir são considerados apenas dois ativos, para que a apresentação seja facilitada:

- o ativo x é utilizado por motivos transacionais como dinheiro;
- o ativo y é uma aplicação financeira facilmente convertida em dinheiro, contudo supõem-se custos envolvidos na conversão do ativo x para o ativo y e vice-versa.
   - i. as duas categorias de ativos são tratadas como ativos x e y, sendo que o ativo x apresenta maior liquidez que o ativo y;
   - ii. os desembolsos do caixa são realizados somente com o ativo x, já que apenas o ativo x é aceito como meio de troca;
   - iii. o custo unitário de manter o ativo x supera o custo unitário de manter o ativo y;
   - iv. as entradas e as saídas relativas ao ativo x, em cada período de tempo, são determinísticas e conhecidas por antecipação;
   - v. o saldo inicial do ativo y, diz-se y_0, é também conhecido;
   - vi. os ativos x e y podem ser convertidos um no outro. Existem custos unitários de conversão envolvidos;
   - vii. as conversões são instantâneas no início do período;
   - viii. todas as transações ocorrem no início de cada período e os retornos são obtidos no final de cada período.

Os parâmetros do modelo de Golden, Liberatore e Lieberman (1979) são definidos como:

- α = o rendimento dos juros por período gerados pelo ativo x;
- β = o rendimento dos juros por período gerados pelo ativo y;
- c_{xy} = o custo unitário de conversão do ativo x para o ativo y;
- c_{yx} = o custo unitário de conversão do ativo y para o ativo x;
- x_0 = o saldo do ativo x ao ínicio do primeiro período de tempo, mas após a conclusão das transações de conversão;
- y_0 = o saldo do ativo y ao ínicio do primeiro período de tempo, mas após a conclusão das transações de conversão;
- e_t = o suprimento da ativo x no período t;
- s_t = a demanda do ativo x no período t.

A Figura 1 ilustra uma rede exemplo com o conjunto de nós $N = \{S, T, Z, 1, 2, ..., n, \bar{1}, \bar{2}, ..., \bar{n}\}$ em que A é o conjunto de todos os arcos (i, j), i, $j \in N$, da figura. O nó S é um nó de suprimento e o nó T é um nó terminal. O nó Z é um nó objetivo, no sentido de que o objetivo é maximizar o fluxo total para este nó. Os nós numerados t e $\bar{t}$ significam o início do período de tempo t (t = 1,..., n) para os ativos x e y, respectivamente. Suprimentos (i.e., contas a receber) e demandas (i.e., contas a pagar) são dados de entrada do modelo e suas colocações na rede indicam fluxos de caixa fixos. Os arcos da rede conectam os nós nas direções especificadas. Em geral, os arcos horizontais são a indicação de que os fundos estão aplicados em um dado ativo por um período de tempo específico e os arcos verticais representam a conversão dos fundos entre vários níveis de liquidez.

As seguintes variáveis de decisão são definidas: o fluxo de entrada f_{ij} e o fluxo de saída g_{ij}, para cada arco (i, j). Tem-se que f_{ij} e g_{ij} estão relacionados pelo multiplicador positivo w_{ij}, como segue (Equação 1):

$$g_{ij} = w_{ij} f_{ij} \tag{1}$$

A Equação 1 indica que o fluxo de entrada tem um multiplicador associado que aumenta (se $w_{ij} > 1$) ou diminui (se $0 < w_{ij} < 1$) o fluxo no arco e, desse resultado, tem-se o fluxo de saída. O problema de gestão do fluxo de caixa pode ser descrito pelo seguinte modelo de otimização linear nas variáveis f_{ij} e g_{ij} (Equações 2, 3 e 4):

$$Maximize\ g(n,Z) + g(\bar{n},Z) \tag{2}$$

$$\sum_{j \in N^-} f_{ij} - \sum_{j \in N^-} g_{ij} = \begin{cases} e_i - s_i + x_0 \text{ para } i = 1 \\ e_i - s_i \text{ para } i = 2, ..., n, \\ y_0 \text{ para } i = \bar{1}, \\ 0 \text{ para } i = \bar{2}, \bar{3}, ..., \bar{n}, \end{cases} \tag{3}$$

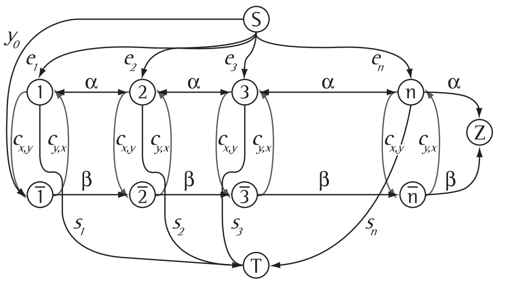

Figura 1. A rede básica.

$$f_{ij} \geq 0 \text{ para } i \in N^-,\ j \in N^-, (i,j) \in A, \quad (4)$$
$$\text{onde } N^- = N - S - T.$$

A Equação 2 maximiza o fluxo que atinge o nó Z ao final do horizonte de planejamento. A Equação 3 estabelece um balanceamento de fluxo de recursos nos períodos, de forma que o total de entrada seja igual ao total de saída nos nós da rede. Já a Equação 4 impõe que os fluxos de entrada sejam não negativos. Se substituir g_{ij} usando (1), tem-se um problema apenas nas variáveis de decisão f_{ij}, restando apenas a discussão sobre os multiplicadores w_{ij}. Como referido, esses multiplicadores indicam perdas ou ganhos devido aos pagamentos de juros ou às taxas de conversão. Com relação à Figura 1 da rede básica, estes multiplicadores podem ser definidos pela Equação 5:

$$w_{ij} = \begin{cases} 1+\alpha \text{ para } (i,j) = (t,t+1) \text{ ou } (n,Z), \\ 1+\beta \text{ para } (i,j) = (\bar{t},\overline{t+1}) \text{ ou } (\bar{n},Z), \\ 1-c_{xy} \text{ para } (i,j) = (t,\bar{t}), \\ 1-c_{yx} \text{ para } (i,j) = (\bar{t},t), \\ 1 \text{ caso contrário.} \end{cases} \quad (5)$$

Para mais detalhes deste modelo, incluindo a apresentação de exemplos numéricos ilustrativos, pode-se consultar Golden, Liberatore e Lieberman (1979) e Arenales et al. (2007).

4. A aplicação do modelo original

Os dados necessários ao gerenciamento da conta caixa em uma empresa incluem as vendas à vista, a cobrança das contas a receber, as compras, as fontes de financiamento de curto prazo e os rendimentos em aplicações financeiras de curto prazo. Em geral, essas informações são conhecidas apenas parcialmente; consequentemente, requerem o uso de previsões, que introduzem um elemento de incerteza ao problema da gestão do caixa (YAO; CHEN; LU, 2006). Entretanto, devido à natureza de curto prazo do problema, esse elemento pode ser negligenciado em certos casos, como na empresa estudada neste trabalho (conforme seção 1 e discussão adiante). Em resumo, a complexidade da gestão do fluxo de caixa advém do grande número de variáveis de decisão, de suas inter-relações e da alta frequência com que eles têm de ser simultaneamente determinados (ORGLER, 1969).

As opções de geração de caixa envolvem certas operações financeiras, como: o uso de linhas de crédito; os empréstimos a prazo; o desconto de duplicatas a receber; a antecipação de receitas via desconto aos clientes, e a postergação de pagamentos aos fornecedores (essa opção financeira pode ser incorporada no modelo, ao incluir-se, por exemplo, uma restrição de penalidade pelo atraso no pagamento). Com o resultado da análise dessas opções, é feita a escolha da melhor alternativa de financiamento. Por outro lado, ao identificar excessos de recursos financeiros nas projeções, o gestor do fluxo de caixa está habilitado a examinar previamente as possibilidades de aplicação desses excedentes.

Conforme mencionado na seção 1, no ambiente econômico-financeiro em que a empresa estudada opera, a regularidade dos pedidos dos clientes permite a determinação dos valores a receber com grande acurácia: sua política de vendas e seus prazos de recebimento determinam as entradas de caixa com elevado grau de certeza. Ao comparar as propostas de Wright (1987) com a situação real estudada, pode-se afirmar que as informações acerca das faturas emitidas são o ponto de partida para a previsão dos valores a receber.

Com relação às saídas de caixa, não existe dificuldade em projetá-las, já que a negociação com os fornecedores tem prazos definidos em contratos. Aguiar (1999) lembra que os SAGs envolvem diversos estágios de transformação e adição de valor a mercadorias agropecuárias, interligados por uma série de transações. Os SAGs genéricos são aqueles cuja matéria-prima é pouco específica e um exemplo de transação desse sistema são os contratos para entrega futura de *commodities*. Esses contratos podem ser negociados no âmbito das bolsas de mercadorias ou diretamente entre compradores e vendedores.

Os contratos para entrega futura podem ser enquadrados em três categorias: contratos futuros, contratos a termo e contratos de opções. As características de cada tipo de contrato possibilitam o desempenho de diferentes funções no processo de comercialização agrícola. Na celebração do contrato a termo, definem-se o preço, as características, a quantidade do produto e a entrega (o momento e o local). Tais contratos a termo geram os vencimentos a pagar para que a tesouraria da empresa estudada possa efetuar suas programações. Os outros principais desencaixes são compromissos com data de liquidação conhecida. Portanto, entende-se que a opção por um modelo de gestão do fluxo de caixa determinístico (em vez de um modelo estocástico mais complexo) pode ser razoavelmente adequado para analisar o problema da empresa.

Apresenta-se, a seguir, a análise de um exemplo de gestão de fluxo de caixa inspirado numa situação real da empresa. Por simplicidade, a apresentação dos valores monetários é feita em milhares de reais – estes valores foram modificados para proteger interesses da empresa, porém mantendo-se suas proporcionalidades para garantir a coerência da análise. O horizonte de planejamento envolve $n = 10$ períodos (dias) e o objetivo é maximizar o fluxo de caixa ao final do horizonte de planejamento, ao mesmo tempo em que são atendidos os compromissos financeiros nos devidos vencimentos. Assim sendo, as opções existentes para a movimentação financeira desse horizonte de planejamento são: manter saldo em conta corrente, destinar fundos à aplicação financeira e utilizar a linha de crédito para cobertura de fluxos de caixa líquidos negativos. A Tabela 1 demonstra os parâmetros do estudo.

A Figura 2 apresenta a rede de fluxo deste exemplo multiperíodos, em que se pode verificar que as entradas de caixa estão posicionadas nos arcos que partem do nó S – que é um nó de suprimento – em direção aos respectivos nós do ativo x em cada período: e_t diz respeito à entrada de caixa do período t, $t = 1,..., 10$. Similarmente, as saídas de caixa posicionam-se nos arcos que saem dos nós do ativo x em cada período e direcionam-se ao nó T – que é um nó terminal –, sendo s_t a saída de caixa do período t, $t = 1,..., 10$.

Neste exemplo, para a movimentação de fundos do ativo x do período 1 para o período 2, não há remuneração financeira (i.e., $\alpha = 0$). Na direção contrária, ou seja, trazer fundos do período 2 para o período 1, custa 0,089% ao dia, $\frac{1}{1+\gamma} f_{t+1,t}$. A única mudança em relação ao modelo da seção 3 é o conjunto A, que agora inclui também os arcos $(t + 1, t)$ da Figura 2. A linha de crédito é simbolizada pelos arcos reversos entre os períodos, cujos multiplicadores são (Equação 6):

$$w_{t+1,t} = \frac{1}{1+\gamma} \tag{6}$$

Considera-se que um limite máximo, u, é estabelecido para o montante financiado por $g_{t+1,t}$. Desta forma, a formulação matemática deste exemplo consiste em (2), (3) e (4) e (Equação 7):

$$\frac{1}{1+\gamma} f_{t+1,t} \leq u, \text{ para } t = 1,2,...,n-1 \tag{7}$$

Tabela 1. Valores dos parâmetros usados no estudo do caso.

Ativo ou financiamento	Saldo inicial (R$ mil)	Taxas de juros por período	Limite inferior ou superior
Conta corrente	$x_0 = 1.994$	$\alpha = 0$	$x_i \geq 0$
Certificado de depósito bancário	$y_0 = 2.860$	$\beta = 0{,}00056$	$y_i \geq 0$
Linha de crédito	Não há	$\gamma = 0{,}00089$	$\frac{1}{1+\gamma} f_{t+1,t} \leq 1.000$

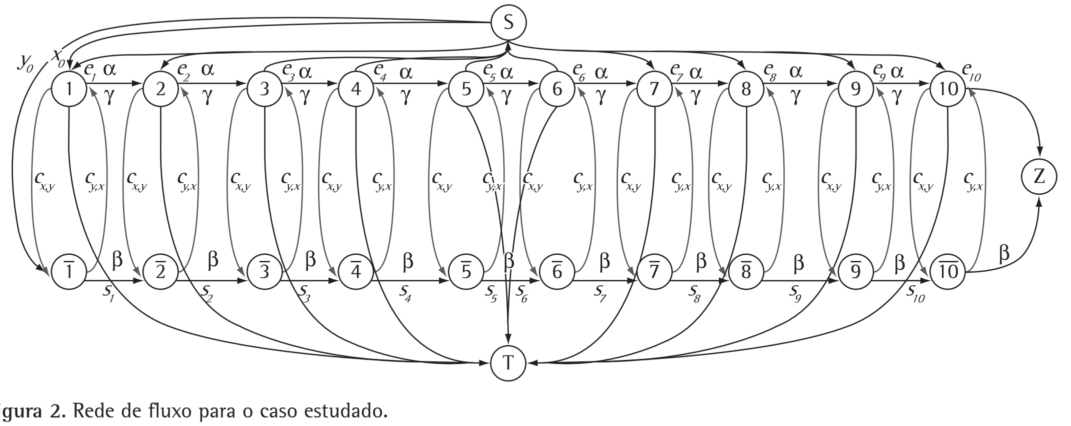

Figura 2. Rede de fluxo para o caso estudado.

Outra possível modificação no modelo básico é a adoção de um limite mínimo de caixa. O limite mínimo pode ser útil em, pelo menos, duas situações: surgimento de desembolsos inesperados e instrumento de reciprocidade bancária. Esta modificação foi considerada em Golden, Liberatore e Lieberman (1979), mas não considerada aqui porque a tesouraria da empresa não impôs um limite mínimo de caixa.

A taxa β representa o rendimento diário do CDB líquido dos impostos. A conversão entre os ativos pode ser visualizada pelos arcos verticais que ligam os nós do mesmo período de tempo. Apenas a movimentação no sentido do ativo x para o ativo y apresenta o custo de conversão, c_{xy}, equivalente aos 0,38% da Contribuição Provisória sobre Movimentação Financeira (CPMF) (c_{yx} foi considerado nulo).

Convém observar que este exemplo foi analisado em 2007, sob um ambiente econômico-financeiro ainda com a CPMF em vigor. Recentemente, as operações do caixa estão sujeitas ao aumento ocorrido na alíquota do Imposto sobre Operações Financeiras (IOF), que foi de zero para 0,38%. Note-se que o modelo pode ser facilmente adaptado para considerar o IOF nos arcos reversos, além do custo da linha de crédito.

O objetivo é maximizar os fluxos de recursos que entram no nó Z após a movimentação financeira presente nos 10 períodos. Portanto, os fluxos de recursos financeiros que partem tanto do nó 10, quanto do nó $\overline{10}$ – ambos em direção ao nó Z – devem ser maximizados. A movimentação financeira gerada pela prática de tesouraria da empresa pode ser visualizada através dos fluxos na rede da Figura 3. Os detalhes de como essa solução foi obtida estão discutidos em Pacheco (2007).

O modelo de otimização linear deste exemplo foi resolvido por meio da ferramenta *solver* que integra o Microsoft Office Excel 2003. Em uma planilha eletrônica, o *solver* utilizou o método simplex para solucionar o modelo em um computador Pentium 4 1,80 GHz, consumindo um tempo computacional de apenas um segundo. A opção pelo uso do Excel foi feita por critérios de conveniência e simplicidade. Outros *softwares* computacionalmente mais eficientes poderiam ter sido utilizados, como a linguagem de modelagem GAMS e o *solver* CPLEX. Além disso, outros algoritmos específicos de fluxos em rede com perdas e ganhos, computacionalmente mais eficientes que o algoritmo simplex, também poderiam ter sido utilizados.

A diferença entre a solução ótima do modelo em relação à da prática de tesouraria ocorre no suprimento da demanda dos períodos 3 e 4. A rede de fluxo da Figura 4 explicita essa diferenciação pela existência dos dois arcos reversos trazendo recursos do nó 5 para o nó 4 e do nó 4 para o nó 3. A solução do modelo opta por financiar a necessidade de caixa dos períodos 3 e 4. Sabe-se que o custo do financiamento é superior ao rendimento obtido pela manutenção de recursos em y, 0,089% (custo) e 0,056% (receita). Ainda assim, a solução ótima apresentada foi capaz tanto de maximizar ganhos financeiros quanto de atender às restrições impostas pelo problema. A análise de outros cenários também poderia ser feita sem maiores dificuldades, das seguintes formas: alterando-se valores dos multiplicadores dos arcos e das entradas e saídas do caixa, estendendo o horizonte de planejamento para, diga-se, n = 30 dias ou ainda baseando-se em períodos com durações diferentes cujas taxas de juros sejam proporcionais a estas durações.

A movimentação financeira gerada pela solução do modelo pode ser visualizada por meio dos fluxos na rede da Figura 4. O estoque de y chega ao final do horizonte em análise totalizando 4.100. O nó Z é atingido por meio do ativo x com 1.069 e pelo ativo y com 4.100, totalizando 5.169.

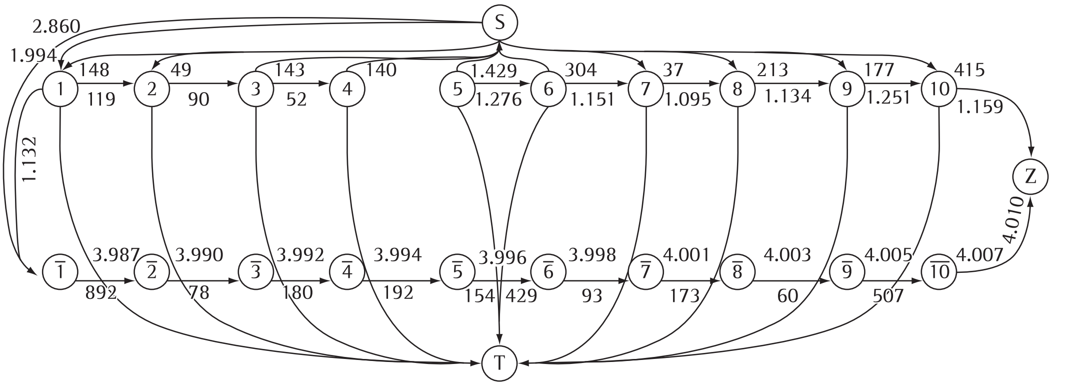

Figura 3. Rede de fluxo com a prática de tesouraria (os valores dos arcos indicam os fluxos f_{ij}).

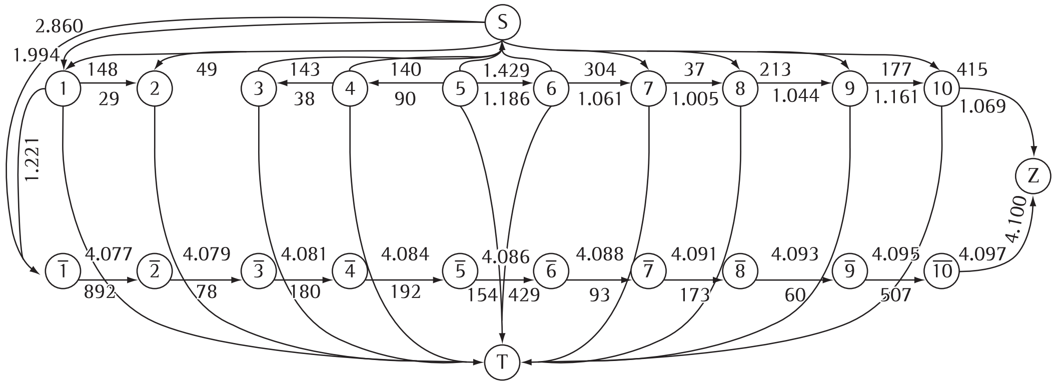

Figura 4. Rede de fluxo com o modelo resolvido (os valores dos arcos indicam os fluxos f_{ij}).

Assim sendo, o financiamento disponibilizado permitiu o adicional no volume convertido do ativo x para o ativo y desde o início do horizonte de planejamento do modelo. A prática de tesouraria na situação real levou a maximização do fluxo de caixa a 5.168,527 no mesmo período avaliado. A solução ótima do modelo de fluxos em rede foi de 5.168,575. Nota-se que o ganho financeiro possibilitado pelo modelo não é numericamente relevante neste exemplo. No entanto, além do pequeno incremento de caixa no resultado final do exemplo estudado, o modelo de fluxos em rede traz reflexões ao gestor do caixa, na medida em que indica opções alternativas para a administração do disponível da empresa.

5. O modelo adaptado para programar amortizações

A seguir, é apresentada uma adaptação feita no modelo de Golden, Liberatore e Lieberman (1979) para que o gerenciamento financeiro do fluxo de caixa incorpore também o planejamento e o controle da programação de amortizações dos financiamentos tomados pela empresa. Em vez de dias, os períodos estudados agora equivalem a meses e integram um planejamento tático para a tesouraria. Acrescentam-se na rede nós específicos para cada uma das operações de financiamento, cuja programação de amortização é objeto da modelagem. Programar as amortizações significa indicar qual nó será atendido pelo recurso do caixa, ou seja, em que período, em que montante e para qual operação de financiamento o fundo será transferido.

Uma restrição na busca de uma solução para esse problema diz respeito ao cumprimento das obrigações em seus vencimentos pactuados. Deseja-se também reduzir o volume de juros a pagar ao menor nível possível, por meio dos descontos nas liquidações antecipadas dos empréstimos. O objetivo é ter o fluxo de dinheiro maximizado ao final do horizonte de planejamento. A empresa tem de definir aquela composição do conjunto de amortizações capaz de reduzir o custo final dos financiamentos, sujeitando-se às restrições de quantidade de fundos recebida por período. As entradas de caixa são supostas determinísticas, conhecidas por antecipação.

A rede de fluxo da Figura 5 ilustra as adaptações no modelo de Golden, Liberatore e Lieberman (1979) para este exemplo. Note-se que o conjunto de nós é $N = \{S, T, Z, 1, 2, \ldots, n, \bar{1}, \bar{2}, \bar{n}, 1^k, 2^k, n^k$ para $k = i, ii, \ldots, x\}$ e o conjunto de arcos A agora inclui todos os arcos referentes aos financiamentos e exclui os arcos $(1, T)$, $(2, T)$,..., (n, T). Observe-se que os arcos s_1, s_2, ... ,s_n foram substituídos pelos arcos s^k_t. O modelo matemático completo dessa rede de

Tabela 2. Valores dos parâmetros usados no estudo do caso.

Ativo ou financiamento	Saldo inicial (R$ mil)	Taxas de juros por período	Limite inferior ou superior
Conta corrente	$x_0 = 0$	$\alpha = 0$	$x_i \geq 0$
Certificado de depósito bancário	$y_0 = 0$	$\beta = 0{,}0115$	$y_i \geq 0$
Financiamento *i*	$s_0^{i} = 21.624$	$\delta^{i} = 0{,}0188$	$s_2^{i} = 22.031$
Financiamento *ii*	$s_0^{ii} = 10.000$	$\delta^{ii} = 0{,}0167$	$s_3^{ii} = 10.337$
Financiamento *iii*	$s_0^{iii} = 37.965$	$\delta^{iii} = 0{,}0132$	$s_4^{iii} = 39.488$
Financiamento *iv*	$s_0^{iv} = 14.000$	$\delta^{iv} = 0{,}0139$	$s_5^{iv} = 14.795$
Financiamento *v*	$s_0^{v} = 17.805$	$\delta^{v} = 0{,}0146$	$s_7^{v} = 19.423$
Financiamento *vi*	$s_0^{vi} = 15.000$	$\delta^{vi} = 0{,}0181$	$s_{12}^{vi} = 18.272$
Financiamento *vii*	$s_0^{vii} = 15.000$	$\delta^{vii} = 0{,}0153$	$s_4^{vii} = 15.699$
Financiamento *viii*	$s_0^{viii} = 34.000$	$\delta^{viii} = 0{,}0160$	$s_5^{viii} = 36.229$
Financiamento *ix*	$s_0^{ix} = 24.641$	$\delta^{ix} = 0{,}0174$	$s_7^{ix} = 27.328$
Financiamento *x*	$s_0^{x} = 9.902$	$\delta^{x} = 0{,}0124$	$s_{12}^{x} = 11.340$

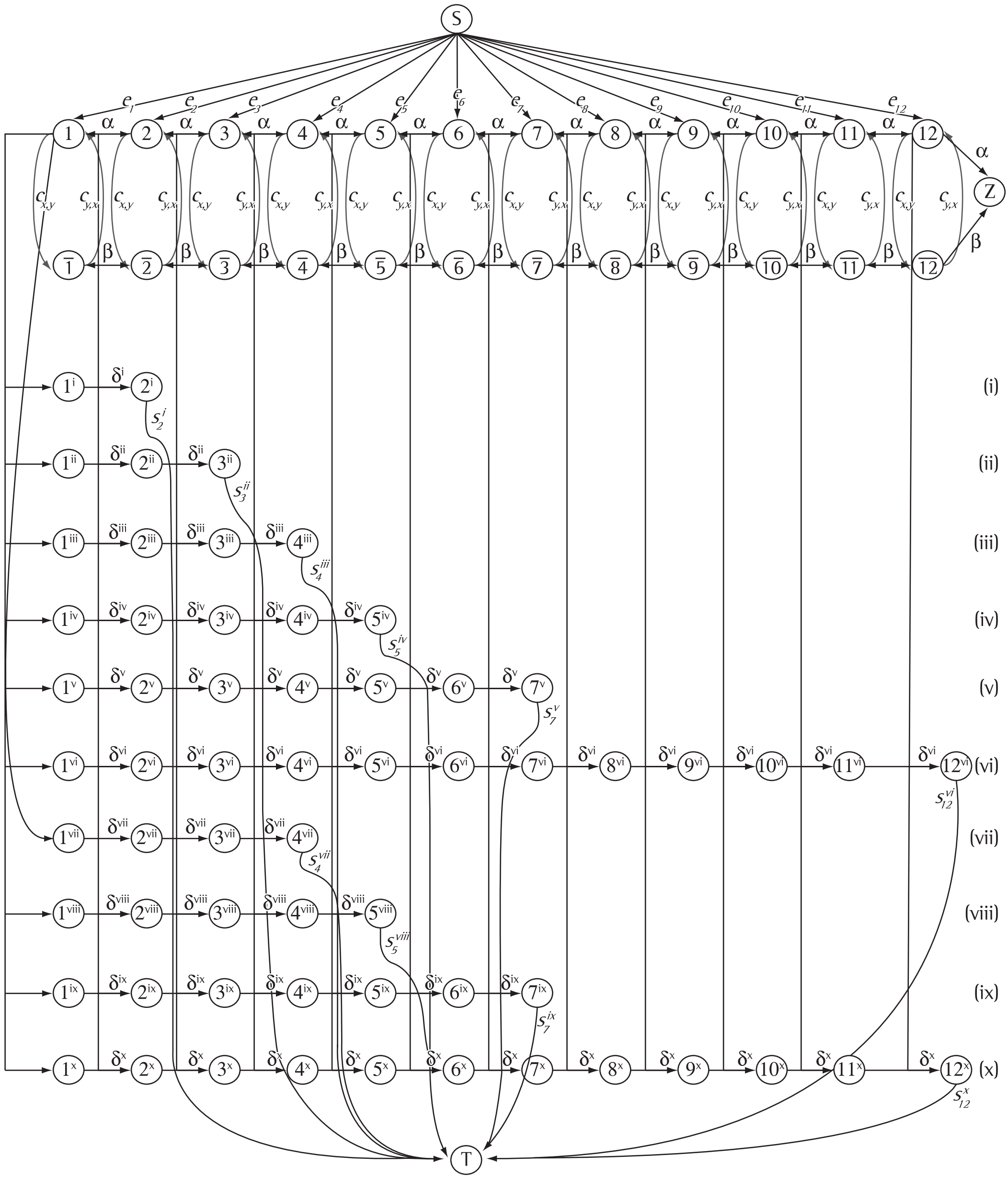

Figura 5. Adaptação do modelo para caso com programação de amortizações.

fluxo pode ser consultado em Pacheco (2007). O horizonte de planejamento envolve $n = 12$ períodos (meses). Com exceção dos nós relativos aos ativos x e y, todos os outros nós numerados referem-se às dez operações de financiamentos de i a x. O último nó de cada financiamento constitui o período final e, portanto, o vencimento da operação. Assim sendo, os arcos que saem do nó vencimento do financiamento direcionam-se ao nó T, que é um nó terminal.

Ao estoque do ativo x, é permitido amortizar quaisquer financiamentos no todo ou em partes. O custo de conversão para os financiamentos ($c_{x,k}$) foi considerado nulo (Equação 8).

$$w_{ij} = 1 - c_{x,k} \text{ para } (i,j) = (t, t^k) \tag{8}$$

O fluxo de recursos estabelecido nos arcos horizontais que ligam os nós dos financiamentos é definido por $f_{1^k,2^k}(1+\delta^k)$ para o financiamento k entre os nós 1^k e 2^k. Note-se que o multiplicador associado é (Equação 9):

$$w_{ij} = \left(1+\delta^k\right) \text{ para } (i,j) = (t^k, t+1^k) \tag{9}$$

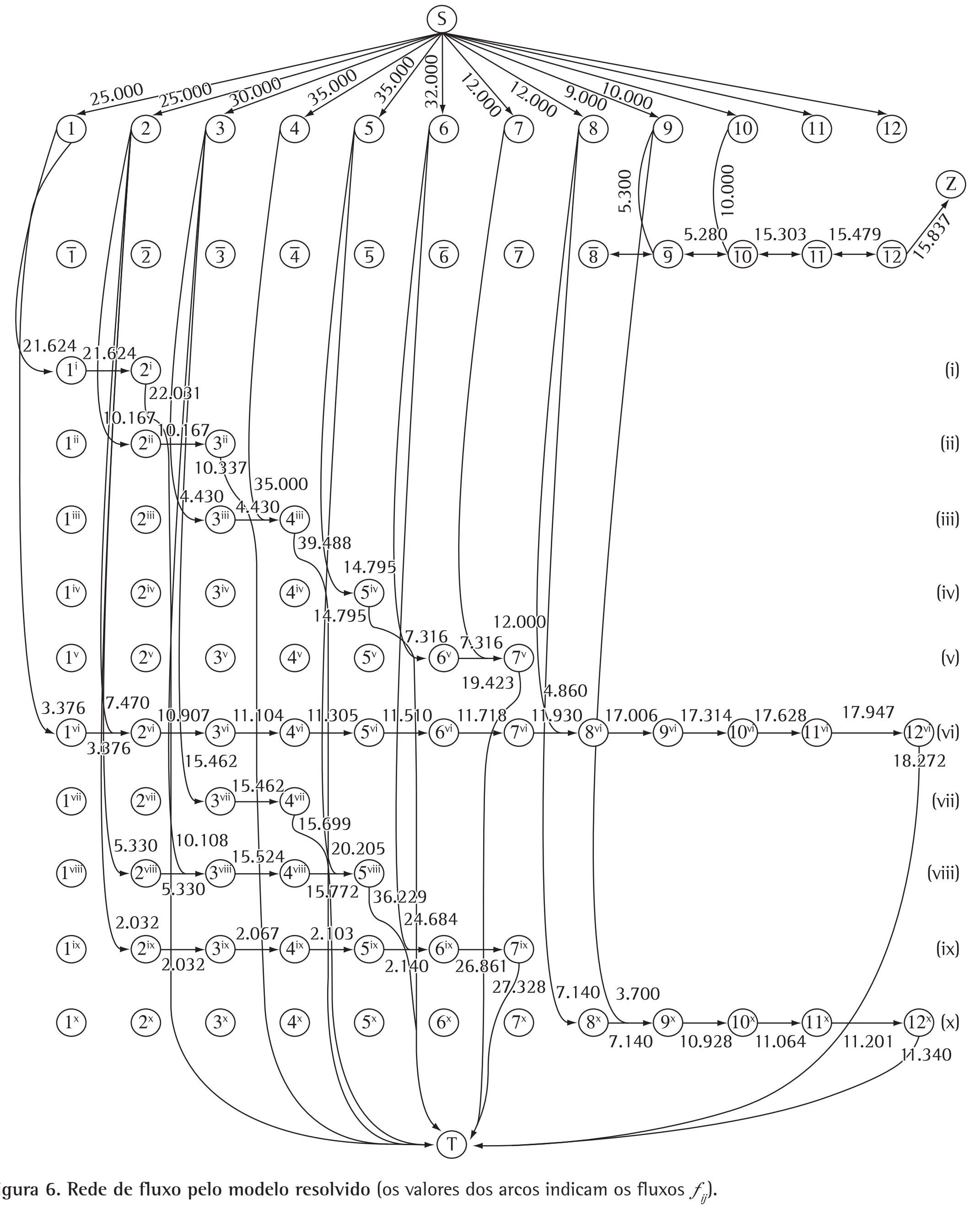

Figura 6. Rede de fluxo pelo modelo resolvido (os valores dos arcos indicam os fluxos f_{ij}).

A movimentação financeira que considera a amortização antecipada de parte ou do todo de um financiamento gera um desconto financeiro pelo pagamento da obrigação em período anterior ao vencimento. Tal desconto está representado pelo ganho $(1 + \delta^k)$ incorporado ao fluxo $f_{1^k,2^k}$. Os valores estão apresentados em milhares de unidades monetárias (estes valores foram alterados por razões de confidenciabilidade) e os parâmetros encontram-se na Tabela 2.

Tem-se s_0^k representando o principal da dívida, s_t^k é o valor no vencimento do financiamento e δ^k é a taxa de desconto para $k = i, ii, \ldots, x$. Tomando-se como exemplo o financiamento i na Tabela 2, tem-se: o valor inicial financiado, s_0^i, a dívida total no vencimento é s_2^i e a taxa de desconto por período é δ^i.

O valor da solução ótima do modelo é 15.837, correspondendo ao fluxo maximizado que atinge o nó Z após a movimentação financeira dos 12 períodos

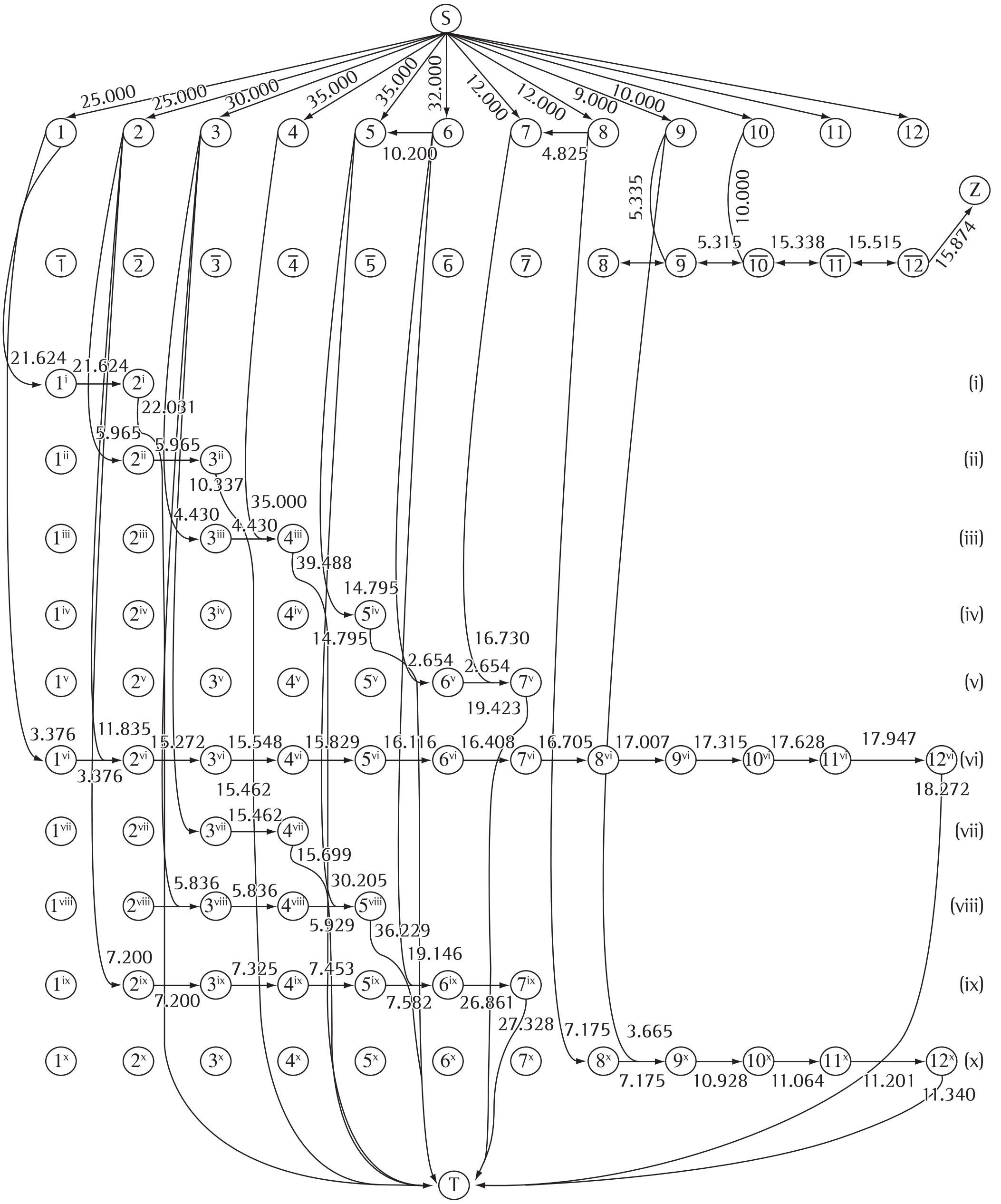

Figura 7. A rede de fluxo atualizada com o modelo resolvido (os valores dos arcos indicam os fluxos f_{ij}).

(Figura 6). Esta solução foi obtida no Microsoft Office Excel® 2003 após apenas dois segundos. A solução da prática da tesouraria é idêntica à solução ótima do modelo, ilustrada na rede de fluxo da Figura 6. Assim, nesse caso da programação de amortizações estudada, não foi gerado ganho financeiro com a utilização do modelo para resolver o problema. Houve aderência do modelo à situação real de gerenciamento do fluxo de caixa, uma vez que as soluções do modelo e tesouraria foram a mesma. Vale ressaltar que o modelo sistematiza o processo de tomada de decisão, gerando ganhos de tempo de análise e segurança no processo.

6. Consideração da linha de crédito

A seguir, foram incluídas novas condições nos parâmetros do modelo de fluxos em rede do exemplo anterior. Existe uma linha de crédito aprovada de 10.000, com taxa de 2% a.m. e vencimento no período seguinte, para eventuais coberturas de *déficits* de caixa. A linha de crédito é simbolizada pelos arcos reversos entre os períodos do ativo *x*, conforme a Figura 2. Assim, foram incluídos os arcos reversos entre os períodos do ativo *x* da Figura 5.

A política financeira a ser desenvolvida tem de lidar com o *trade-off* entre liquidar antecipadamente os financiamentos existentes apenas com a geração de caixa da empresa ou fazer parte das liquidações com o uso de capital de terceiros. A solução ótima do modelo com linha de crédito pode ser vista na Figura 7. Mais detalhes desta solução estão discutidos em Pacheco (2007). A comparação entre a prática de tesouraria com programação manual das amortizações, sem considerar a linha de crédito com taxa de 2% a.m., e os resultados da solução ótima do modelo, considerando esta opção, está ilustrada nas Tabelas 3 e 4. Caso a prática de tesouraria decidisse incorporar a alternativa da linha de crédito no problema, os cálculos a serem efetuados seriam bem mais complicados. Neste caso, seria necessário mais tempo para que uma solução manual viável fosse obtida e, ainda, não necessariamente, se chegaria na solução ótima do modelo.

A solução ótima do modelo programa a amortização dos financiamentos de forma a pagar um volume menor de juros, por conseguir antecipar as liquidações previstas. O tempo computacional para solucionar o modelo foi de aproximadamente três segundos. Na Tabela 4, pode-se verificar que houve ganho financeiro adicional com a utilização do modelo, em relação à prática da tesouraria. O *insight* proporcionado pela análise da solução apresentada pelo modelo mostra que é financeiramente vantajoso tomar emprestado a 2,00% a.m. e utilizar tais recursos para antecipar a liquidação dos financiamentos.

Em seguida, foram alteradas as taxas de juros da linha de crédito (de 2% para 1,75%, 2,25% e 2,5%), para gerar subsídios aos gestores em negociar melhores condições de financiamentos. Observando os saldos finais da Tabela 5, nota-se que a linha de crédito com taxa de 1,75% a.m. proporciona um ganho de 89,879, equivalente a 0,57% em relação ao resultado da prática de tesouraria sem a utilização da linha de crédito. Verificou-se que as alterações de 0,25% nas taxas de juros da linha de crédito proporcionam mudanças significativas no volume tomado pela empresa e, consequentemente,

Tabela 3. Comparativo de amortizações efetuadas por operação.

Financiamento	Prática de tesouraria	Solução do modelo	Variação
i	21.624,460	21.624,460	0,000
ii	10.167,208	10.237,383	70,175
iii	39.429,530	39.429,530	0,000
iv	14.795,000	14.795,000	0,000
v	19.316,184	19.384,255	68,071
vi	15.706,051	15.210,403	–495,648
vii	15.462,425	15.462,425	0,000
viii	35.643,251	36.040,762	397,510
ix	26.715,877	26.346,271	–369,606
x	10.839,659	10.839,432	–0,227
Total	209.699,645	209.369,921	–329,723

Tabela 4. Comparativo de movimentação financeira total.

Operação	Prática de tesouraria	Solução do modelo	Variação
Amortizações	209.699,645	209.369,921	–329,723
Juros sem linha de crédito	0,000	294,610	294,610
Aplicações CDB	15.300,355	15.335,469	35,114
Pagamento CPMF	–58,141	–58,275	–0,133
Rendimento CDB	594,768	596,406	1,637
Saldo final	15.836,982	15.873,600	36,617

Tabela 5. Comparativo de movimentação financeira total entre alternativas.

Operação	Modelo a 2%a.m.	Modelo a 1,75%a.m.	Modelo a 2,25%a.m.	Modelo a 2,50%a.m.
Amortizações	209.369,921	209.102,790	209.530,641	209.699,426
Juros sem linha de crédito	294,610	510,659	161,812	0
Aplicações CDB	15.335,469	15.386,543	15.307,545	15.300,576
Pagamento CPMF	–58,275	–58,469	–58,169	–58,142
Rendimento CDB	596,406	598,787	595,104	594,779
Saldo final	15.873,600	15.926,861	15.844,480	15.837,212
Ganho em relação à tesouraria	36,617	89,879	7,498	0,230
Ganho em relação à tesouraria	0,23%	0,57%	0,05%	0,00%
Linha de crédito	14.730,489	29.180,537	7.191,663	0

na programação das amortizações. Por exemplo: diminuir a taxa de juros de 2,00% a.m. para 1,75% a.m. faz com que o volume financiado cresça 98% e o fluxo de dinheiro ao final do horizonte de planejamento aumente 145%. Na direção contrária, de 2,00% a.m. para 2,25% a.m., o volume da linha de crédito é reduzido para 49% e o ganho financeiro cai para 20%. Nota-se que com uma taxa de juros da linha de crédito igual a 2,50% a.m., o custo da linha torna-se proibitivo, não havendo financiamento. Portanto, a solução traz os mesmos resultados anteriores da Figura 6, sem considerar o uso da linha de crédito. Esses resultados ilustram o potencial de aplicação prática do modelo.

7. Considerações finais

O modelo de fluxos em rede utilizado neste estudo, tanto em sua forma original (GOLDEN; LIBERATORE; LIEBERMAN, 1979) quanto com a modificação proposta na seção 5, atendeu aos requisitos de maximização do fluxo de dinheiro e trouxe reflexões à dinâmica dos sistemas financeiros estudados. Algumas características do modelo puderam ser confirmadas, como a eficiência, a flexibilidade e a representação visual permitida pela formulação gráfica dos fluxos de caixa na rede com ganhos e perdas.

No exemplo de planejamento operacional da gestão do fluxo de caixa da empresa (seção 4), verificou-se que a solução do modelo é diferente da solução utilizada pela tesouraria, embora ambas sejam praticamente equivalentes do ponto de vista do critério de maximizar o retorno financeiro ao caixa no final do horizonte de planejamento. No exemplo de planejamento tático da empresa (seção 5) – tendo que definir a destinação ótima para a geração de caixa da empresa e estando o montante a ser amortizado restrito ao volume e à distribuição da previsão de entradas de caixa –, o *trade-off* existente residiu entre aplicar recursos em um ativo mais rentável que o caixa e liquidar antecipadamente os financiamentos existentes. A solução do modelo não gerou ganho financeiro adicional em relação à solução da tesouraria, mas capturou a programação das amortizações da série de financiamentos. Em ambos os casos (operacional e tático), com a utlização do modelo há incremento de segurança, rapidez e possibilidade de sistematização no processo do fluxo de caixa, uma vez que a solução do modelo é menos dependente da experiência acumulada dos tomadores de decisão.

O uso da linha de crédito na amortização dos financiamentos fez parte da nova política financeira do caso tático (seção 5), que teve de lidar com o *trade-off* entre liquidar antecipadamente os financiamentos existentes apenas com a geração de caixa da empresa ou fazer parte das liquidações utilizando o capital de terceiros. A aplicação do modelo neste caso mostrou que a opção pelo uso do capital de terceiros é financeiramente vantajosa. Esta análise e as anteriores reforçam o potencial de aplicação prática do modelo na gestão de fluxo de caixa de empresas.

Uma perspectiva de continuidade deste trabalho é analisar outros exemplos da empresa estudada e de outras empresas, para avaliar melhor o desempenho do modelo (e de suas adaptações) em relação às práticas das tesourarias das empresas. Também, como possível continuidade, é aplicar análise de sensibilidade e técnicas de programação de metas nos modelos como uma forma de abordagem sistemática, que identifica e mensura os processos da vida real e traz oportunidades para uma análise mais abrangente do problema. Tal mensuração é requisito básico da pesquisa quantitativa empírica (MITROFF et al. apud BERTRAND; FRANSOO, 2002). Outra possibilidade interessante para trabalhos futuros seria suplementar os modelos com técnicas de otimização robusta e outras técnicas relacionadas, a fim de incorporar incertezas nos parâmetros do problema de gestão do fluxo de caixa.

Referências

AGUIAR, D. R. D. Mercados futuros e a gestão do risco nos sistemas agroindustriais brasileiros. In: WORKSHOP BRASILEIRO DE GESTÃO DE SISTEMAS AGROALIMENTARES, 2, 1999. *Anais...* Ribeirão Preto: PENSA/FEA/USP, 1999. p. 129-136.

ARENALES, M. et al. *Pesquisa Operacional*. Rio de Janeiro: Campus - Elsevier, 2007.

ASHFORD, R. W.; BERRY, R. H.; DYSON, R. G. Operational research and financial management. *European Journal of Operational Research*, v. 36, n. 2, p. 143-152, 1988.

ASSAF NETO, A.; SILVA, A. T. *Administração do capital de giro*. São Paulo: Atlas, 1997.

BARBOSA, P. S. F.; PIMENTEL, P. R. A linear programming model for cash flow management in the Brazilian construction industry. *Construction Management and Economics*, v. 19, n. 5, p. 469-479, 2001.

BAUMOL, W. J. The transactions demand for cash: an inventory theoretic approach. *Quarterly Journal of Economics*, v. 66, n. 4, p. 545-556, 1952.

BERTRAND, J. W. M.; FRANSOO, J. C. Operations management research methodologies using quantitative modeling. *International Journal of Operations & Production Management*, v. 22, n. 2, p. 241-264, 2002.

BRIGHAM, E. F.; HOUSTON, J. F. *Fundamentals of financial management*. South-Western: Thompson, 2004.

CRUM, R. L.; KLINGMAN, D. D.; TRAVIS, L. A. Implementation of large-scale financial planning methods: solution efficient transformations. *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, v. 14, p. 137-152, 1979.

GITMAN, L. J. *Princípios de administração financeira*. 3 ed. São Paulo: Harbra, 1987.

GOLDEN, B.; LIBERATORE, M.; LIEBERMAN, C. Models and solution techniques for cash flow management. *Computers & Operations Research*, v. 6, n. 1, p. 13-20, 1979.

GREGORY, G. Cash flow models: a review. *Omega*, v. 4, n. 6, p. 643-656, 1976.

GROSSMAN, T. A. Integrating spreadsheet engineering in a management science course: a hierarchical approach. *Informs Transactions on Education*, v. 7, n. 1, p. 18-36, 2007.

JORJANI, S.; LAMAR, B. W. Cash flow management network models with quantity discounting. *Omega*, v. 22, n. 2, p. 149-155, 1994.

KORNBLUTH, J. S. H.; SALKIN, G. R. *The management of corporate financial assets*: applications of mathematical programming models. Londres: Academic Press, 1987.

LEMES JUNIOR, A. B.; RIGO, C. M.; CHEROBIM, A. P. M. S. *Administração financeira*: princípios, fundamentos e práticas brasileiras. Aplicações e casos nacionais. Rio de Janeiro: Campus, 2002.

MULVEY, J. M. Introduction to the special issue on finance. *Interfaces*, v. 24, n. 3, p. 1-2, 1994.

MULVEY, J. M.; VLADIMIROU, H. Stochastic network programming for financial planning problems. *Management Science*, v. 38, n. 11, p. 1642-1664, 1992.

MULVEY, J. M.; ZIEMBA, W. T. Asset and liability allocation in a global environment. In: BIRGE, J. R.; LINETSKY, V. (Eds.). *Handbooks in Operations Research & Management Science*. Amsterdam: Elsevier, 1995. cap. 23.

OPLER, T. et al. The determinants and implications of corporate cash holdings. *Journal of Financial Economics*, v. 52, n. 1, p. 3-46, 1999.

ORGLER, Y. E. An unequal-period model for cash management decisions. *Management Science*, v. 16, n. 2, p. 77-92, 1969.

PACHECO, J. V. A. Otimização de fluxo em redes na gestão financeira do caixa: aplicação em uma empresa do setor agroindustrial. 2007. 123 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Produção) - Universidade Federal de São Carlos. São Carlos, 2007.

ROBICHEK, A. A.; TEICHROEW, D.; JONES, J. M. Optimal short term financing decision. *Management Science*, v. 12, n. 1, p. 1-36, 1965.

SANVICENTE, A. Z.; SANTOS, C. C. *Orçamento na administração de empresas:* planejamento e controle. 2 ed. São Paulo: Atlas, 2000.

SETHI, S. P.; THOMPSON, G. L. Application of mathematical control theory to finance: modelling simple dynamic cash balance problems. *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, v. 5, n. 4-5, p. 381-394, 1970.

SOUSA, A. F.; ABRANTES FILHO, G. Aplicação prática do modelo de otimização de Miller-Orr. In: SEMINÁRIOS EM ADMINISTRAÇÃO, 3, 1999, São Paulo. *Anais...*

SOUSA, A. F.; BARROS, L. A. Propriedades estatísticas dos fluxos de caixa e modelos de gerenciamento de caixa. *Caderno de Pesquisas em Administração*, v. 1, n. 12, p. 22-35, 2000.

SRINIVASAN, V. A transshipment model for cash management decisions. *Management Science*, v. 20, n. 10, p. 1350-1363, 1974.

SRINIVASAN, V.; KIM, Y. H. Deterministic cash flow management: state of the art and research directions. *Omega*, v. 14, n. 2, p. 145-166, 1986.

VAN HORNE, J. C. *Financial management and policy*. Englewood Cliffs: Prentice-Hall, 1977.

VILLALBA, G. B.; SOUSA, A. F. Modelos de administração de caixa – análise empírica, Ensaio Finanças. In: SEMINÁRIOS EM ADMINISTRAÇÃO, 5, 2001, São Paulo. *Anais...*

WINSTON, W. L. *Operations research:* applications and algorithms. Belmont: PWS-KENT, 1991.

WRIGHT, D. J. The value of information on invoices in forecasting for cash management. *Computers & Industrial Engineering*, v. 12, n. 4, p. 263-273, 1987.

YAO, J. S.; CHEN, M. S.; LU, H. F. A fuzzy stochastic single-period model for cash management. *European Journal of Operational Research*, v. 170, n. 1, p. 72-90, 2006.

Agradecimentos

Os autores agradecem aos revisores anônimos pelos úteis comentários e sugestões. Esta pesquisa foi parcialmente apoiada pelo CNPq.

Cash management network flow optimization: application within an agroindustrial company

Abstract

In this study we formulate the cash flow management problem encountered in a typical agroindustrial company as a network flow optimization model (with gains and losses) proposed in Golden, Liberatore e Lieberman (1979). The objective is to maximize the cash return of the financial resources at the end of a multi-period and finite planning horizon. Two examples are studied applying linear programming: in the first, the original network flow model is used to support operational cash flow decisions and in the second, the model is extended to deal with a tactical planning of loan payments. The mathematical models are solved using the optimization tool of a widely-used software spreadsheet package. The numerical results obtained show that the models are flexible and effective, being able to generate solutions, equal to or superior to the company solutions.

Keywords

Cash flow management. Mathematical modeling. Linear programming. Network flows. Agroindustry.