

Rodríguez-Solórzano, Leonardo; Restrepo, Mercedes; Hernández Zoghbi, Adriana; Rodríguez, Jamer  
Calculo fractal de la variabilidad del CD4 para la determinación del costo de la prima mensual de un seguro de  
VIH

Cuadernos Latinoamericanos de Administración, vol. IX, núm. 17, 2013, pp. 106-113

Universidad El Bosque  
Bogotá, Colombia

Disponible en: <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=409633955008>



*Cuadernos Latinoamericanos de Administración*,  
ISSN (Versión impresa): 1900-5016  
[cuaderlam@unbosque.edu.co](mailto:cuaderlam@unbosque.edu.co)  
Universidad El Bosque  
Colombia



# Calculo fractal de la variabilidad del CD4 para la determinación del costo de la prima mensual de un seguro de VIH<sup>1</sup>

## Fractal calculation of the CD4 variability to determining the cost of vih monthly premium insurance

## Cálculo fractal da variabilidade do CD4 para a determinação do custo da prêmio mensal de um seguro de VIH

Leonardo Rodríguez-Solórzano <sup>2</sup>

Mercedes Restrepo <sup>3</sup>

Adriana Hernández Zoghbi <sup>4</sup>

Jamer Rodríguez <sup>5</sup>

### Resumen

**Propósito:** Determinar de manera fractal la variabilidad del número de células CD4 en tres pacientes con VIH, indispensable en la determinación del costo de prima mensual de un seguro de vida para la enfermedad, ya que los datos de CD4 no manifiestan linealidad para su cuantificación.

**Métodos:** El método R/S<sup>6</sup> es el adecuado para determinar la dimensión fractal en series de tiempo de las medidas trimestrales del número de células CD4 en cada paciente.

**Resultados:** Al procesar y comparar las dimensiones fractales de las series de tiempo de CD4 de cada paciente, se evidencia una diferencia numérica para cada uno acorde al historial que muestra en un determinado periodo de tiempo, facilitando de esta manera la estimación del costo de la prima mensual del seguro.

**Conclusión:** Un método tradicional financiero lineal no es adecuado para estimar la variabilidad del CD4 en pacientes con VIH debido al comportamiento aleatorio que muestran las series de tiempo, por esta razón es indispensable el método fractal.

**Palabras clave:** Variabilidad, Fractal, exponente de Hurst, células CD4

### Abstract

**Purpose:** To determine the fractal number variability of CD4 cells in three patients with VIH, which is essential in determining the monthly premium cost of life insurance, since CD4 data show no linearity for quantification

**Methods:** The method R / S is suitable for determining the fractal dimension of time series of quarterly measures for the number of CD4 cells in each patient.

### Resumo

**Propósito:** Determinar de maneira fractal a variabilidade do número de células CD4 em três pacientes com VIH, indispensável na determinação do custo do prêmio mensal de um seguro de vida para a doença, já que os dados de CD4 não manifestam linearidade para sua quantificação.

Recibido el 05/11/2013 Aprobado el 5/12/2013

1. Artículo de investigación

2. Ing. Mecánico, Universidad de América, Especialista en Física, Universidad Javeriana, Docente Matemáticas Universidad el Bosque. edgarrodriguezsolorzano@yahoo.es

3. Economista, Magister en educación. restrepoariasmercedes@gmail.com

4. Ingeniero Financiero, Universidad Piloto de Colombia, marce\_8902@hotmail.com

5. Ingeniero Financiero, Universidad Piloto de Colombia, rodriguez\_jamer@hotmail.com

6. PETERS. E., Fractal market analysis: applying chaos theory to investment and economics (New York: Wiley, 1994).



**Results:** When processing and compare the fractal dimensions of the time series of each CD4 patient, a numerical difference is evident for each sample according to the history that in a certain period of time, thus facilitating the estimation of the cost of the monthly insurance premium.

**Conclusion:** A linear financial traditional method is not suitable for estimating the CD4 variability in patients with VIH, due to random behavior showing in the time series, for this reason it is essential fractal method.

**Keywords:** Variability, fractal, Hurst exponent, CD4 cells

**Métodos:** O método R/S é o adequado para determinar a dimensão fractal em séries de tempo das medidas trimestrais do número de células CD4 em cada paciente.

**Resultados:** Ao processar e comparar as dimensões fractais das séries de tempo de CD4 de cada paciente evidencia-se uma diferença numérica para cada um de acordo com o registro que se observa em um determinado período de tempo, facilitando, desta forma, a estimação do custo do prêmio mensal do seguro.

**Conclusão:** Um método tradicional financeiro lineal não é adequado para estimar a variabilidade do CD4 em pacientes com VIH devido ao comportamento aleatório que mostram as séries de tempo, por esta razão é indispensável o método fractal.

**Palavras-chave:** Variabilidade, Fractal, expoente de Hurst, células CD4

## Introducción

Con base en la dificultad que se presenta en la cuantificación del comportamiento de enfermedades como el VIH, y sobre todo, por el aspecto aleatorio que presentan las series de tiempo, se procedió a la utilización de métodos fractales<sup>4</sup>, con datos trimestrales, en el diseño del coeficiente de variabilidad (volatilidad) que pueda ser usado en el cálculo de costo de la prima mensual de un seguro de vida para el VIH en Colombia.

El método utilizado en el presente trabajo se debe a Harold Edwin Hurst (1880-1978), ingeniero británico<sup>5</sup>, y consta de una técnica estadística utilizada para analizar los distintos comportamientos de un sistema en un periodo de tiempo  $t$ , tal como se hizo al estudiar el comportamiento diario de las alturas del nivel del río Nilo, durante sesenta años, en una trayectoria de 6000 Km, recopilando mucha información relacionada con la variabilidad de sus corrientes y caudales, con el objeto de poder determinar el impredecible comportamiento de inundaciones y sequías del río.

Con el método de Hurst, se puede calcular la dimensión fractal de la serie ( $D$ ), que cuantifica la volatilidad del conteo de CD4 de cada paciente.

Para calcular  $H$ , se procede de la siguiente manera

1. Determinar los retornos trimestrales de cada serie de tiempo de CD4

2. Fraccionar libremente en varias particiones ( $N$ ), los datos los retornos de cada serie de tiempo de CD4
3. Para cada partición de cada serie de tiempo se determina el promedio, la desviación estándar  $S$ , las desviaciones con respecto al promedio y su suma acumulada
4. Determinar el rango  $R$  de la suma acumulada de cada partición
5. Encontrar  $\ln \left| \frac{R}{S} \right|$  y  $\ln |N|$  para cada partición
6. Elaborar tabla de resultados de todas las particiones
7. Graficar  $\ln \left| \frac{R}{S} \right|$  contra  $\ln |N|$
8. Efectuar ajuste lineal de la gráfica determinando su pendiente la cual es el exponente  $H$
9. Determinar la dimensión fractal de cada serie de tiempo

## Materiales y Métodos

Con los datos trimestrales de CD4 de tres pacientes<sup>6</sup> recopilados en la tabla 1, se procedió a calcular el exponente  $H$  en cada serie de tiempo

4. MANDELBROT BENOIT B. "Los objetos fractales: forma, azar y dimensión". Tusquets editores. España. 1987

5. HURST, H.E. "Long-terms Storage of Reservoirs". Transactions of the American Society of Civil Engineers 116, (1951).

6. HERNADEZ ADRIANA M. Tesis de Ingeniería Financiera: Modelo Financiero de seguro de vida individual para personas con VIH/ SIDA: "Una enfermedad que nos puede afectar a todos", Universidad Piloto de Colombia. Colombia. 2013



Datos de conteo trimestral de CD4 en tres pacientes con VIH					
Paciente 1		Paciente 2		Paciente 3	
Fecha	CD4	Fecha	CD4	Fecha	CD4
06/05/1998	248	01/09/1997	50	09/09/1997	1100
06/10/1998	279	16/02/1998	50	24/03/1998	1223
12/02/1999	237	15/01/1999	50	05/10/1998	900
04/01/2000	269	28/03/2000	55	11/02/1999	870
12/02/2002	319	27/02/2001	206	16/02/2000	860
16/03/2004	192	11/04/2001	207	09/10/2001	860
03/08/2004	159	16/10/2002	147	02/08/2002	860
01/02/2005	176	20/02/2003	148	01/10/2002	568
31/05/2005	184	19/08/2003	55	24/10/2002	400
03/04/2006	339	14/11/2003	56	27/01/2003	298
18/10/2006	232	06/07/2004	59	12/05/2003	819
24/04/2007	276	23/09/2004	60	11/12/2003	623
22/10/2007	324	22/11/2004	154	29/11/2004	600
15/04/2008	318	18/04/2005	180	10/10/2005	600
16/10/2008	389	15/09/2005	219	20/06/2006	1086
16/04/2009	378	14/02/2006	324	11/12/2006	609
17/11/2009	430	29/08/2006	243	17/07/2007	663
15/05/2010	407	15/12/2006	800	10/11/2007	766
10/11/2010	484	12/02/2007	813	10/09/2008	479
13/05/2011	649	17/07/2007	341	21/05/2009	437
16/11/2011	471	19/12/2007	342	07/12/2009	355
15/05/2012	478	11/04/2008	396	10/04/2010	603
13/11/2012	529	03/09/2008	397	03/10/2010	590
12/01/2013	534	19/03/2009	321	04/05/2011	605

Tabla 1. Datos trimestrales de conteo de CD4 de tres pacientes con VIH

Paciente 1

En el gráfico 1, se muestra la serie de tiempo de CD4 del paciente 1

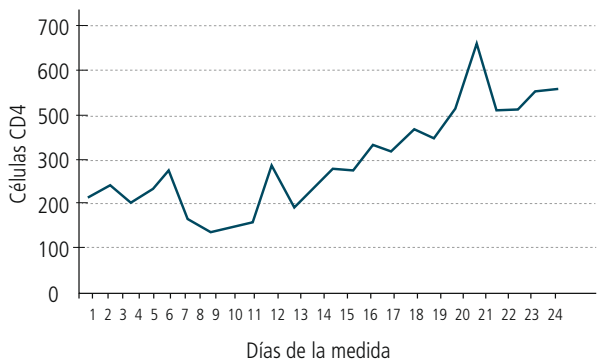


Gráfico 1. Serie de tiempo de la variación de CD4 en el paciente 1. Fuente: Construcción propia.

En la tabla 2 se muestran los resultados de los cálculos efectuados a los datos del primer paciente, teniendo en cuenta que el cálculo de los retornos ( $r$ ) de los datos originales de conteo de CD4 (primera columna), se efectuaron con la expresión  $r = \ln \left| \frac{\text{dato hoy}}{\text{dato ayer}} \right|$  (segunda columna) y las desviaciones con respecto a la media con :  $|r - \text{media}|$  (tercera columna). En la cuarta columna se efectúa la suma acumulada de los datos de la columna tres.



Resultados de los cálculos efectuados a los datos de CD4 del primer paciente con el método R/S			
CD4	Retornos	Desviaciones	Suma acumulada
248	0,11778304	0,08443664	0,08443664
279	-0,16315164	-0,19649804	-0,1120614
237	0,12665124	0,09330484	-0,01875655
269	0,17047972	0,13713333	0,11837678
319	-0,50769573	-0,54104213	-0,42266535
192	-0,18859117	-0,22193757	-0,64460292
159	0,10157979	0,0682334	-0,57636952
176	0,04445176	0,01110537	-0,56526415
184	0,61106435	0,57771795	0,0124538
339	-0,37926274	-0,41260913	-0,40015533
232	0,17366349	0,1403171	-0,25983823
276	0,16034265	0,12699625	-0,13284197
324	-0,01869213	-0,05203853	-0,1848805
318	0,20152796	0,16818157	-0,01669894
389	-0,02868515	-0,06203154	-0,07873048
378	0,12889101	0,09554462	0,01681414
430	-0,05497202	-0,08831842	-0,07150428
407	0,17327172	0,13992533	0,06842104
484	0,29334781	0,26000141	0,32842246
649	-0,32057462	-0,35392102	-0,02549856
471	0,01475264	-0,01859376	-0,04409232
478	0,1013777	0,0680313	0,02393899
529	0,00940741	-0,02393899	0
534			

Tabla 2. Resultados de los cálculos efectuados a los datos trimestrales de CD4 del primer paciente.

En la tabla 3 se muestran los resultados para la primera partición de los datos de CD4 del primer paciente

Cálculos de la primera partición del primer paciente	
N	24
Promedio	0,0333464
S	0,23641186
MAX	0,32842246
MIN	-0,64460292
R	0,97302538

Tabla 3. Resultados de la primera partición de los datos trimestrales de CD4 del primer paciente.

S = Desviación estándar de los 24 retornos

R= Rango de la suma acumulada

Los cálculos anteriores se realizan de la misma manera para cada N, tal como se muestra en la tabla 4.

Al realizar un ajuste lineal con las columnas de LN (N) y LN(R/S) de la tabla 4, se obtiene la siguiente ecuación de la línea recta

$$y=0.6211x-0.5711$$

Donde el exponente H es el valor de la pendiente.  
 $m=H=0.6211$

En el gráfico 2, se muestra la línea recta de ajuste



N	R	S	R/S	LN(N)	LN(R/S)
5	0,45650906	0,2873368	1,58875944	1,60943791	0,46295349
11	0,72792169	0,30619761	2,37729383	2,39789527	0,8659628
16	0,76508146	0,25868742	2,9575519	2,77258872	1,08436186
20	0,98959944	0,25381437	3,89891027	2,99573227	1,3606971
24	0,97302538	0,23641186	4,1158061	3,17805383	1,41483471

Tabla 4. Resultados finales de los datos trimestrales de CD4 del primer paciente.

La dimensión fractal de la serie está dada por:  $D=2-H$

Para la determinación de D en el paciente 2 y 3, se procede de la misma forma que se procedió con el paciente 1.

$D=2-0.6211$   
 $D=1.3789$

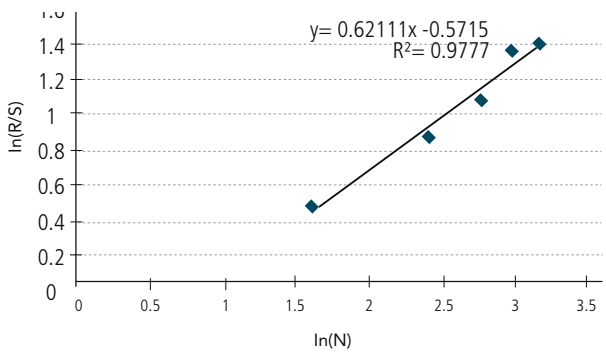


Gráfico 2. Línea de ajuste que determina el exponente H de los datos trimestrales de CD4 del primer paciente. Fuente: Construcción propia.

Paciente 2

En el gráfico 3 se muestra la serie de tiempo de la variación del CD4 del segundo paciente

En la tabla 5, se muestran los resultados finales del paciente 2

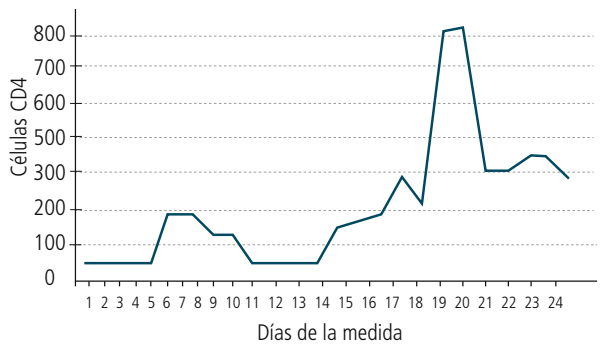


Gráfico 3. Serie de tiempo de la variación de CD4 en el paciente 2. Fuente: Construcción propia.

N	R	S	R/S	LN(N)	LN(R/S)
5	1,03640383	0,58078954	1,78447399	1,60943791	0,57912369
11	1,38684173	0,53388353	2,59764846	2,39789527	0,9546066
16	1,92523592	0,50889318	3,78318278	2,77258872	1,33056566
20	2,01343085	0,56339745	3,57373085	2,99573227	1,27361011
24	2,10520157	0,52795069	3,98749657	3,17805383	1,38316361

Tabla 5. Resultados finales de los datos de CD4 del segundo paciente.



En el gráfico 4, se muestra la línea recta de ajuste de los resultados de la tabla 5.

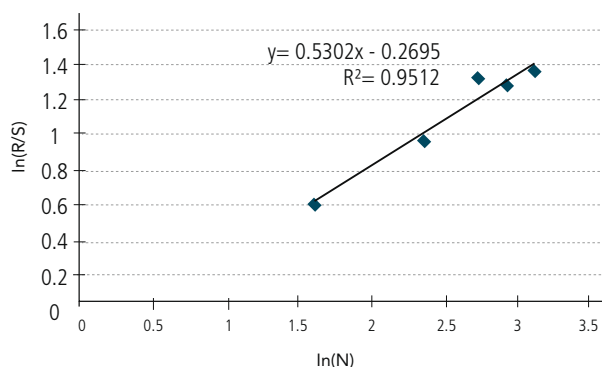


Gráfico 4. Línea de ajuste que determina el exponente H de los datos de CD4 del segundo paciente. Fuente: Construcción propia

### Paciente 3

En el gráfico 5 se muestra la serie de tiempo de la variación del CD4 del tercer paciente

En la tabla 6, se muestran los resultados finales del paciente 3

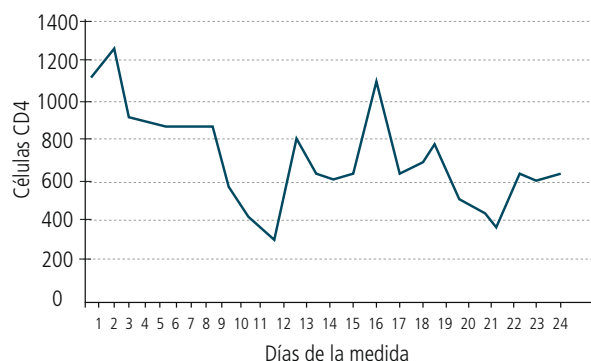


Gráfico 5. Serie de tiempo de la variación de CD4 en el paciente 3. Fuente: Construcción propia.

N	R	S	R/S	LN(N)	LN(R/S)
5	0,25744076	0,15366103	1,67538097	1,60943791	0,51604059
11	1,06267414	0,39443473	2,6941698	2,39789527	0,99109011
16	1,45137879	0,38853659	3,73550092	2,77258872	1,31788193
20	1,57589993	0,36341607	4,33635178	2,99573227	1,46703339
24	1,42312758	0,35926433	3,96122702	3,17805383	1,37655383

Tabla 6. Resultados finales de los datos de CD4 del tercer paciente.

En el gráfico 6, se muestra la línea recta de ajuste de los resultados de la tabla 6.

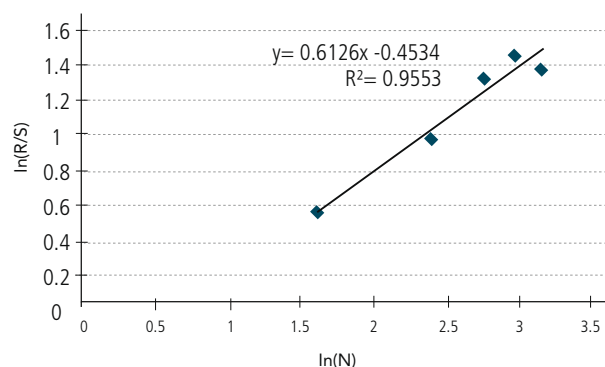


Gráfico 6. Línea de ajuste que determina el exponente H de los datos de CD4 del tercer paciente. Fuente: Construcción propia

## Resultados

Los resultados de H y D de los tres pacientes, se pueden observar en la tabla 7.

	H	D
Paciente 1	0.6211	1.3789
Paciente 2	0.5301	1.4698
Paciente 3	0.6126	1.3874

Tabla 7. Resultados de H y D para los tres pacientes

El costo de la prima mensual P de un seguro de vida convencional seguro estaría dado por

$$C = P$$

El costo para la prima mensual del VIH se incrementa en  $V=PD$



Una línea tiene dimensión 1 y una serie de tiempo de CD4 tiene dimensión entre 1 y 2, por lo tanto la expresión D cuantifica la diferencia entre una línea y un plano.

Si la diferencia se acerca a un plano, entonces aumenta la volatilidad y por ende, aumenta la variabilidad V y el costo de la prima mensual del seguro con VIH

Coefficiente de variabilidad

Dimensión fractal de la serie de tiempo de CD4 del paciente

$$C=V=PD$$

Ejemplo

Si el costo de la prima mensual de un seguro de vida en Colombia es de 100 USD, entonces el costo de la prima mensual de un seguro de vida con VIH para el paciente 1 está dado por:

$$C = 100(1.3789) \\ C = 137.89 \text{ USD}$$

Para el paciente 2

$$C = 100(1.4698) \\ C = 146.98 \text{ USD}$$

Para el paciente 3

$$C = 100(1.3874) \\ C = 138.74 \text{ USD}$$

## Conclusiones

El costo de la prima mensual de cada paciente varía de acuerdo a la magnitud de la dimensión fractal de su propia serie de tiempo de CD4

El incremento de prima básico esta entre uno y el doble

$$P \leq C \leq 2P$$

La prima es más costosa, si la dimensión fractal se acerca a 2, y es más económica si se acerca a 1

Si la dimensión fractal de la serie de tiempo de un paciente es  $D=1$ , entonces la serie de tiempo es una línea, no manifiesta variabilidad y su costo es el básico.

Cuando la dimensión fractal es cercana o igual a 2, el costo de la prima se duplica, debido a la volatilidad

que se evidencia en los datos de conteo CD4, y por ende más variabilidad en el costo de la prima.

Si  $1 < D < 1.5$  entonces la serie de CD4 puede tener memoria y mantener la tendencia del paciente en el futuro.

## Bibliografía

CD4 Monitoring of HIV Patients a Cost-Saving Strategy in Poor Countries. Medscape from Reuters Health Information.. <http://www.medscape.com/viewarticle/581174>

BAKER, J. ET. AL. CD4+ Count and Risk of Non-AIDS Diseases Following Initial Treatment for HIV Infection. Medscape from AIDS 2008;22(7):841-848. <http://www.medscape.com/viewarticle/575829>

HOWARD GROSSMAN Comprende el análisis de las células CD4. Consultado en 13/04/13. [http://www.aidsmeds.com/articles/CelulasT\\_7642.shtml](http://www.aidsmeds.com/articles/CelulasT_7642.shtml)

BURCHAM J, MARMOR M, DUBIN N ET AL. CD4% is the best predictor of development of AIDS in a cohort of HIV-infected homosexual men. AIDS 1991; 5: 365-372. CrossRef, PubMed, CAS, Web of Science® Times Cited: 117

HARRINGTON, LE, HATTON, RD & MANGAN, PR, et al. "Los linfocitos T efectores CD4+ productores de Interleucina-17 se desarrollan desde un linaje distinto a los linfocitos colaboradores tipo 1 y 2", Inmunología Natural (en inglés), vol. 6, no. 11, 2005, pp. 1023-32

HERNANDEZ Adriana M. Tesis de Ingeniería Financiera: Modelo Financiero de seguro de vida individual para personas con VIH/SIDA: "Una enfermedad que nos puede afectar a todos", Universidad Piloto de Colombia. Colombia. 2013

HOGG RS, YIP B, CHAN KJ ET AL. Rates of disease progression by baseline CD4 cell count and viral load after initiating triple-drug therapy. J Am Med Assoc 2001; 286: 2568-2577. Cross Ref, PubMed, CAS, Web of Science® Times Cited: 313

HURST, H.E. Long-terms Storage of Reservoirs. Transactions of the American Society of Civil Engineers 116, 1951.

MANDELBROT BENOIT B. Los objetos fractales: forma, azar y dimensión. Tusquets editores. España. 1987

MOING, V. ET. AL. From HIV Medicine. Long-term Evolution of CD4 Count in Patients With a Plasma HIV RNA Persistently <500 copies/mL During Treatment With Antiretroviral Drugs.



Medscape from HIV Medicine. <http://www.medscape.com/viewarticle/556494>

MOORE, D.M. ET. AL. CD4 Percentage is an Independent Predictor of Survival in Patients Starting Antiretroviral Therapy with Absolute CD4 Cell Counts Between 200 and 350 Cells/UL. Medscape from HIV Medicine. <http://www.medscape.com/viewarticle/543496>

PETERS. E., Fractal market analysis: applying chaos theory to investment and economics. New York: Wiley, 1994.

RANG, H. P. Farmacología (en inglés). Edinburgh: Churchill Livingstone. ISBN 0-443-07145-4. 2003. p. 223

RODRIGUEZ, E.L. “ Física de la Ingeniería Financiera”. Autoreseditores. Bogotá. 2013

TAYLOR JM, FAHEY JL, DETELS R, GIORGI JV. CD4 percentage, CD4 number, and CD4:CD8 ratio in HIV infection: which to choose and how to use. J Acquir Immune Defic Syndr 1989; 2: 114–124. PubMed,CAS,Web of Science® Times Cited: 245

TERRA. CD4+. Consultado el día. 13/04/13 <http://www.terra.com/salud/articulo/html/sal12355.htm>

WALLACE MR, MOSS RB, BEECHAM HJ III ET AL. Early clinical markers and CD4 percentage in subjects with human immunodeficiency virus infection. J Acquir Immune Defic Syndr Hum Retrovirol 1996; 12: 358–362. CrossRef,PubMed,CAS,Web of Science® Times Cited: 4