Cuadernos Latinoamericanos de Administración
ISSN: 1900-5016
cuaderlam@unbosque.edu.co
Universidad El Bosque
Colombia

Milanesi, Gastón Silverio

Empresas de base tecnológica y teoría de opciones reales: El modelo de los flujos fondos borrosos

Cuadernos Latinoamericanos de Administración, vol. X, núm. 18, enero-junio, 2014, pp. 47-55
Universidad El Bosque
Bogotá, Colombia

Empresas de base tecnológica y teoría de opciones reales: El modelo de los flujos fondos borrosos[1]

Technology-based firms and the real option theory: the fuzzy pay-off model

Empresas de base tecnológica e teoria de opções reais: o modelo de fluxos de fundos difusos

Gastón Silverio Milanesi. [2]

Resumen

Las principales características del valor de las empresas de base tecnológica (EBT) son: la flexibilidad estratégica y ambigüedad. La Teoría de Opciones Reales es la herramienta para valorar la flexibilidad mencionada. Los modelos pueden ser probabilísticos o borrosos, estos últimos se adaptan mejor a la falta de información y a las decisiones empresariales en condiciones de ambigüedad. Para valorar EBT se desarrolla el método de los Flujos de Fondos Borrosos (FFB); (Fuzzy Pay-Off Method, FPOM). La estructura del trabajo es la siguiente: primero se presentan los desafíos en la valoración de EBT y los diferentes modelos en la Teoría de Opciones Reales: continuos, discretos y borrosos. Finalmente se desarrolla el modelo FFB y un caso de aplicación.

Palabras Clave: empresas de base tecnológica, teoría de opciones reales, flujo de fondos borrosos (FFB).

Abstract

The main characteristics of technology-based firms (TBF) valuation are: the strategic flexibility and ambiguity. The Real Option Theory is the tool for valuing the aforementioned flexibility. These models can be probabilistic or fuzzy, with the latter adapting better to the lack of information and the entrepreneur's decisions in ambiguity conditions. The Fuzzy Pay-Off Method (FPOM) was developed for TBF valuation. The paper structure is as follows: first TBF valuation challenges and the different models in the Real Option Theory are shown, followed by discret and fuzzy. Finally, the FPOM model and an application case are developed.

Keywords: Technology-based firms, real option theory, fuzzy-pay off method (FPOM).

Resumo

As principais características do valor das empresas de base tecnológica (EBT) são: a flexibilidade estratégica e ambiguidade. A Teoria de Opções Reais é uma ferramenta para avaliar a flexibilidade mencionada. Os modelos podem ser probabilísticos ou difusos, sendo que os últimos se adaptam melhor à falta de informação e às decisões empresariais em condições de ambiguidade. Para avaliar as EBT, desenvolveu-se o método dos Fluxos de Fundos Difusos FFD; (Fuzzy Pay-Off Method, FPOM). A estrutura do trabalho é a seguinte: primeiro se apresentam os desafios na avaliação das EBT e os diferentes modelos na Teoria de Opções Reais: contínuos, discretos e difusos. Finalmente, desenvolve-se o modelo FFD e um caso de aplicação.

Palavras-chave: empresas de base tecnológica, teoria de opções reais, fluxo de fundos difusos (FFD).

Recibido el 20/04/2014 Aprobado el 21/05/2014

1. Artículo de investigación elaborado en Departamento Ciencias de la Administración, Universidad Nacional del Sur (UNS). Argentina.
2. Doctor en Ciencias de la Administración (UNS), Magister en Administración (UNS), Contador Público (UNS), Profesor Asociado y docente a cargo Decisiones y Estrategias Financieras, Administración Financiera, Departamento Ciencias de la Administración, Universidad Nacional del Sur (UNS). Buenos Aires. Argentina. milanesi@uns.edu.ar

Introducción: las empresas de base tecnológica (EBT) y sus problemas de valuación

La vida de las organizaciones evoluciona atravesando una serie de etapas identificables y con características particulares que en su conjunto conforman el concepto de ciclo de vida. Cada una de estas fases de desarrollo tiene una relación con el tamaño y la edad de la empresa. La presente investigación se enfoca exclusivamente en las empresas jóvenes, usualmente caracterizadas por un alto rendimiento potencial pero gran incertidumbre en la ocurrencia de sus flujos de fondos. Esta primera etapa del ciclo vital, conocida como puesta en marcha o valle de la muerte (denominación debida a la alta tasa de mortalidad que, en esta fase, presentan las firmas) se desarrolla desde el momento de iniciación de tareas hasta el momento en el cual la nueva empresa logra superar el punto de equilibrio, estabiliza sus ventas y confirma que se trata de un negocio viable. La duración de este período depende en gran medida del carácter del emprendimiento y del sector económico al que pertenece, siendo más extenso en el caso de empresas de base tecnológica (EBT) Fracica;Vaca y Sepúlveda (2011).

Las EBT se caracterizan por el desarrollo de nuevas tecnologías generadas sobre la base del conocimiento y su valor está constituido principalmente por activos intangibles como el conocimiento. Son emprendimiento dinámicos e innovadores, con alto potencial para generar valor agregado y crecimiento. En pos de valorar estos emprendimientos se ha utilizado el enfoque de opciones reales Bernardo y Chowdry, (2002); Lin, y Herbst (2003); Bank y Wibmer (2011), encontrando que esta teoría permite capturar flexibilidades estratégicas de este tipo de firmas.

Para las EBT existe una complejidad adicional originada por la falta de información de mercado, ya que a menudo no existe historia observable ni activos comparables que permitan definir precios de referencias para el tratamiento el riesgo y la consecuente valoración de la inversión. La falta de información de mercado aludida tiene como consecuencia la dificultad en el cumplimiento de los supuestos básicos de los clásicos modelos de valuación de opciones: mercados completos, eficientes y perfectos que permiten trabajar con activos financieros gemelos, carteras réplicas y argumentos de arbitraje Wang y Halal (2010). En el campo de la valoración de opciones existen las alternativas de trabajar con modelos probabilístico (probabilidad) o borrosos (posibilidad). El primer camino conduce a definir grados de incertidumbre, Landro (2010), el segundo escalas semánticas que caracterizan niveles de ambigüedad-vaguedad, Fornero (2012). La lógica borrosa aplicada a los modelos de valuación permite complementar el enfoque de valuación probabilística, trabajando en el marco de la posibilidad, tal vez mas propicio desde el punto de vista semántico para la toma de decisiones empresariales; Kinnunen, (2010).

En virtud a lo expuesto el trabajo tiene por objeto ilustrar la valoración de EBT y su flexibilidad estratégica aplicando el método de flujo de fondos borroso (FFB) para valorar opciones reales (Fuzzy Pay-Off Method; FPOM) Collan, Fullér, Mezei y (2009). Primero se realiza un breve resumen de los diferentes modelos de opciones reales (continuos; discretos y borrosos); luego se desarrolla el modelo FFB y finalmente se presenta un caso de aplicación.

Las opciones reales como modelos: resumen de los diferentes métodos probabilísticos y borrosas

El valor de una opción es el valor actual de la sumatoria del producto entre sus pagos futuros y probabilidad de ocurrencia. Los valores negativos de la mencionada distribución son considerados cero ya que el titular de la opción tiene el derecho pero no la obligación de ejercicio. De esto se desprenden los principales componentes de un modelo de valoración de opciones reales:

a. Proyectar la distribución de probabilidad de valores futuros correspondientes al subyacente.
b. La estimación de los valores esperados asociados a la distribución de probabilidad (a), siendo cero a los valores esperados negativos.
c. Estimar el valor actual de la sumatoria valores esperados ponderados por su probabilidad de ocurrencia (b)

Para ser mas preciso: (a) indica la manera en como se modela la distribución futura de probabilidad de los posibles valores; (b) el procedimiento seleccionado para la estimar un valor esperado individual (usado como el valor esperado del precio de la opción).

Existe una amplia variedad de modelos que permiten valorar la flexibilidad estratégica de una inversión Smit y Trigeorgis (2004), a los fines expositivos fueron seleccionados cuatro tipologías distintas a saber:

El modelo Black-Merton-Scholes y sus derivaciones

Es el modelo seminal en materia de valoración de opciones y fue desarrollado por Black; F; Scholes, M y Merton, R; Black y Scholes (1973); Merton (1973) constituyéndose en el modelo seminal en materia de valoración de opciones. Son utilizadas ecuaciones diferenciales estocásticas de donde surgieron un conjunto de modificaciones y adecuaciones según el proceso estocástico seleccionado; cantidad de momentos estocásticos de orden superior, complejidad y estructura de la opción, Dixit, y Pindyck (1994); Baliero Filho y Rosenfeld (2004); Hull (2006); Haug Gaarder (2007); Wilmott (2009). También se han desarrollado aplicaciones empleando escenarios y simulaciones para estimar las distribuciones de probabilidad, con el objeto de especificar un algoritmo para valorar la opción real, respetando la lógica que subyace en el modelo BMS Datar y Mathews (2004); Datar, Matews y Johnson (2007).

El modelos binomiales, trinomiales y sus derivaciones

Conocido como modelo binomial; Cox, Ross y Rubinstein (1979). Este es utilizado preferentemente en el planteo de modelos de decisión y en la mayoría de las aplicaciones de opciones reales Trigeorgis (1995); Mun (2004). Dada su versatilidad puede adoptar diferentes modalidades según: se trabaje con rejillas o árboles Brandao, Dyer y Hahn, (2005) Smith (2005), sea binomial o trinomial; Rendleman y Bartter (1979); Jarrow y Rudd (1982); Boyle (1988), Rubinstein (2000); Jabbour, Kramin y Young, (2001); probabilidades objetivas o equivalentes ciertos y probabilidades implícitas, Rubinstein (1994); Derman, Kani, y Chriss (1996); Arnold y Crack (2004); Arnold, Crack y Schwartz (2004) momentos estocásticos de orden superior y transformaciones aplicadas a la distribución binomial, Rubinstein (1998); Haahtela (2010); Milanesi (2012); enfoques para la estimación de la volatilidad (*marketed asset disclaimer* (MAD) - riesgos de mercados y privados-volatilidades cambiantes); Smith y Nau (1995) (Copeland y Antikarov (2001); Haahtela, (2010); Haahtela (2011) y aplicaciones de Teoría de Juegos Smit y Trigeorgis (2004).

Las opciones reales y la valoración borrosa

En esta categoría se agrupan los modelos que trabajan en un esquema de posibilidad aplicando matemáticas borrosas (fuzzy) Zadeh (1965); Dubois y Prade (1980); Carlsson y Fuller (2001). Los algoritmos de valoración y el análisis del riesgo se circunscriben al concepto de posibilidad y el empleo de la matemática borrosa Fuller y Majlender (2003), Kahraman, Ruan y Tolga (2002) Entre ellos se tienen adaptaciones a los modelos tradicionales de opciones indicados en los puntos anteriores:

a. *BMS Fuzzy Model:* El modelo es adaptado a la lógica borrosa en lo que respecta al comportamiento de las variables aleatorias como el precio del subyacente (activo financiero o real) y precios de ejercicio, empleando números borrosos trapezoidales Carlsson y Fuller (2003); Carlsson, Fuller, Heikkila y Majlender (2007).

b. *Fuzzy Pay-Off Method* Collan, Fullér y Mezei (2009) donde se emplea la técnica de escenarios utilizando matemáticas borrosas (*fuzzy*) en lugar de una distribución de probabilidad. El valor de la opción surge del producto entre el cociente representativo del área de valores positivos sobre el área total de posibles valores del triangula y el valor medio del escenario borroso.

c. *Binomial Fuzzy Models* Adecuaciones del modelo binomial a la lógica borrosa trabajando con números triangulares o trapezoidales en la estimación de los movimientos ascendentes y descendentes Muzzioli y Torricelli (2004); Yoshida, Yasuda, Nakagami y Kurano (2006); Zdnek Zmeskal (2010); Liao y Ho (2010).

La siguiente tabla resume los grupos de modelos de valoración de opciones que han sido expuestos,

Modelo	Proceso estocástico	Tipo de distribución	Proceso de descuento	Otras consideraciones
B-M-S	Geométrico Browniano	Continua, Distribución Lognormal	Continuo – tasa libre de riesgo	Cartera réplica – Solución cerrada
Binomial	Rejillas Binomiales	Discreta, Binomial	Compuesto – tasa libre de riesgo	Proceso recursivo – Aprox. BMS
Borrosos	Escenarios y Número Borroso	Número Borroso	Flexible diferentes tasas	Lógica borrosa

Tabla 1: Sumario de los modelos genéricos para valuar flexibilidad estratégica en empresas de base tecnológica

Conforme fue manifestado la valoración de la flexibilidad estratégica en nuevas tecnologías, como las empresas de base tecnológica y los emprendimientos spin-off universitarios[1], se torna compleja al trabajar con enfoques probabilísticos debido a la falta o inexistencia de información. Adicionalmente es frecuente el

1. Los Spin-off universitarios pueden clasificarse de diversas maneras, a saber: (a) según el status académico de sus creadores: académicas o de estudiantes; (b) según si el investigador se convierte en emprendedor: promovidas por el investigador (*intrapreneurial spin-off*) o promovidas por emprendedores externos (extrapreneurial spin-off); (c) según la transferencia de conocimientos patentados: *basadas en tecnología patentada (Asigned technology based spin-offs o basadas en tecnología no patentada (Non-asigned technology based spin-offs)*; (d) según el tipo de actividad: Consultoría y contratos *(Consultancy and R&D contracting)*, Producto *(Product oriented model)* y Activos Tecnológicos *(Technology asset oriented model)*

incumplimiento total o parcial de los supuestos básicos requeridos para aplicar los modelos clásicos de opciones reales: mercados completos, eficientes, perfectos, existencia de activos financieros gemelos y carteras réplicas. Ante estas circunstancias un camino alternativo consiste en el uso del concepto de posibilidad y de la matemática borrosa en los modelos de valoración.

3- La valuación de la flexibilidad estratégica: el método del Flujo de Fondos Borrosos

3.1. Conjuntos y números borrosos

Sea *X* un conjunto discreto o continuo y *A* un subconjunto borroso, este se integra por el conjunto de pares ordenados;

$$A=\{(x,\mu_A(x))|x\in X\} \quad \textbf{(1)}$$

Donde μA: *X→[0.1]* es la función característica de pertenencia y $\mu_A(x)$ representa el grado o nivel de pertenencia de *x* a *X*.

En el intervalo *(0,1]* el valor cero representa una situación de no membrecía, el valor uno representa completa membrecía y los valores intermedios representan diferentes grados de membrecía; Kaufmann, Gil Aluja y Terceño, (1994).

El conjunto *X* es el universo del subconjunto *A*. El grado en el cual *x* esta en *A* es definido por el par $(x, \mu_A(x))$. Cabe destacar que a menudo las expresiones función de pertenencia y subconjunto borroso son empleadas como sinónimos; y por lo general se escribe *A(x)* en lugar de $\mu_A(x)$.

Considérese un subconjunto borroso *A* del referencial *X*, se llama subconjunto nítido (no borroso) de nivel γ al siguiente subconjunto de *X*; Lazzari, Machado y Pérez (1998)

$$A\gamma=\{x\in X/\mu\_A(x)\geq\gamma\} \quad \textbf{(2)} \quad \rightarrow \textbf{para todo} \quad \gamma\in(0,1].$$

es conocido como γ-corte o conjunto de nivel γ de A, donde cualquier subconjunto borroso es expresado mediante sus γ-*cortes*. También se pueden obtener los γ-*cortes* en el caso de que la función de pertenencia sea continua, o sea de . Un subconjunto borroso A de es convexo si y sólo si, para todo , todo γ-*corte* es un intervalo cerrado de y normal cuando existe al menos un elemento cuya función de pertenencia toma el valor de 1.

Definición 1: un número borroso *A* es un subconjunto borroso de normal y convexo para todo . En el mismo se asocia dos conceptos: intervalo de confianza ligado a la idea de incertidumbre y nivel de presunción vinculado a la forma de concebir la subjetividad.

Un número borroso se puede presentar como intervalo de confianza: a cada nivel de γ se asigna un intervalo de confianza para todo . El intervalo es, donde representa el lado izquierdo y el lado derecho de γ-*cortes*, .

Un número borroso se puede presentar como función de pertenencia por nivel en cada valor de *x*. La función adquiere valor , a los lados izquierdo y derecho respectivamente. El valor del intervalo de *x* es de

Definición 2: un conjunto borroso *A* es llamado número borroso triangular con centro *a*, amplitud izquierda y derecha α>0; β>0 con la siguiente función de pertenencia;

$$A(t)=\begin{cases} 1-\dfrac{\alpha-t}{\alpha}\ si\ \alpha-\alpha\leq t\leq\alpha \\ 1-\dfrac{t-\alpha}{\beta}\ si\ \alpha\leq t\leq\alpha+\beta \\ 0\ en\ otro\ caso \end{cases} \quad \textbf{(3)}$$

La notación empleada; *A=(a,α,β)*;

Definición 3: el valor medio borroso (*possibilistic mean value*) del número borroso A con , Carlsson y Fuller (2001) es;

$$E(A)=\int_0^1\frac{a_1(\gamma)+a_2(\gamma)}{2}2\gamma d\gamma=\int_0^1(a_1(\gamma)+a_2(\gamma))\gamma d\gamma \quad \textbf{(4)}$$

La teoría de los conjuntos borrosos emplea números borrosos para cuantificar estimaciones borrosas. Los números borrosos más usuales son los triangulares y trapezoidales. Los conceptos de conjuntos borrosos son aplicados en el campo de la Teoría Financiera, en particular, para una de las estimaciones características como los flujos de fondos generados por una inversión. Cuando los números no borrosos (simples) son reemplazados por números borrosos, se construyen modelos financieros que incorporan el sesgo de percepción y habilidad para proyectar del agente. En la siguiente ilustración se presentan un ejemplo de número borroso triangular sobre un proyecto de inversión. El 85% del área define el campo de posibles valores positivos, el 15% restante el área de posibles valores negativos a los cuales se les asigna valor cero (discontinuar la inversión).

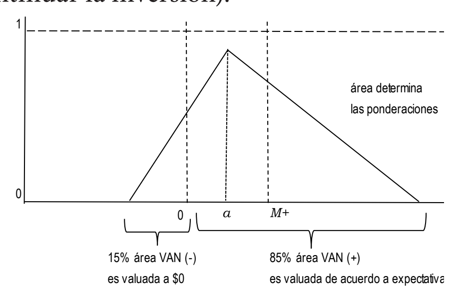

Ilustración 1: Número borros triangular (NBT) A, definido por tres puntos (α, α, β) graficando el VAN de un proyecto de inversión. (elaboración propia)

Cuadernos Latinoamericanos de Administración » Volumen X » Número 18 » Págs. 47-56

El modelo de los Flujos de Fondos Borrosos

Conforme fue expuesto los números borrosos han sido adaptados a diferentes modelos de valoración de opciones reales. Uno de ellos es el modelo de los Flujos de Fondos Borrosos (FFB) o *Fuzzy Pay-Off Method* (FPOM), Collan; Fullér y Mezei (2009.) En este se utiliza la lógica borrosa y los números triangulares para valuar opciones reales (VOR) incorporando la técnica de escenarios. Para calcular el VOR se emplean los escenarios correspondientes a los flujos de fondos operativos proyectados, con estos se genera una distribución de *posibilidad* generando un número borroso triangular (NBT). El valor (α+β) del mejor escenario correspondiente al NBT combina las proyecciones del máximo ingreso con el mínimo costo esperado. El valor (a-α) correspondiente al peor escenario se construye con las proyecciones del mínimo nivel de ingresos y máximo nivel de costos. Finalmente el valor (α) caso base del número triangular es el valor proyectado inicialmente en condiciones normales.

El valor de las opciones reales se obtiene ponderando los valores actuales netos (VAN) positivos (VAN > 0) por su posibilidad esperada. A los posibles valores negativos se les asigna un valor de cero (VAN <0; →0), permitiendo valuar el comportamiento asimétrico de las opciones del proyecto, en este caso abandonar el proyecto. Para estimar el VOR propuesta por Collan, Fullér y Mezei (2009) proponen la siguiente expresión;

$$\frac{\int_0^{\infty} A(x)\,dx}{\int_{-\infty}^{\infty} A(x)\,dx} \times E(A_+) \quad (5)$$

El VOR surge del producto entre el cociente del área positiva del número triangular (numerador) y el área total del NBT (denominador); multiplicado por el valor medio borroso (*possibilistic mean value)* obtenido del área positiva en la distribución borrosa *(E(A+))*. Para ello, los autores derivan cuatro ecuaciones que permiten estimar la media borrosa, en función de los diferentes puntos de corte. Estas dependen del valor que los puntos *a, α y β* tomen respecto del VAN=0 a saber;

Caso 1: la distribución de posibilidad se encuentra por encima del valor cero, el valor medio del área positiva es igual a

$$E(A_+) = \alpha + \frac{\beta - \alpha}{6} \quad (6)$$

Caso 2: la distribución de posibilidad parcialmente se encuentra por debajo de cero, es decir a se encuentra por encima de cero pero (*a-α*) se encuentra por debajo, tal que (*a-α < 0 < a*). El valor medio del área positivo se puede calcular de la siguiente manera;

$$E(A_+) = \alpha + \frac{\beta - \alpha}{6} + \frac{(\alpha - \alpha)^3}{6\alpha^2} \quad (7)$$

Caso 3: en este caso el centro se encuentra debajo de cero (*a<0*) pero *a+β* está por encima de cero, (*a<0<a+β*). El valor medio del área positiva es;

$$E(A_+) = \frac{(\alpha + \beta)^3}{6\alpha^2} \quad (8)$$

Caso 4: cuando toda la distribución está por debajo de cero, en este caso no existe flexibilidad estratégica para explotar valores positivos, por lo que el proyecto debe desecharse. El valor medio del área positiva es;

$$E(A_+) = 0 \quad (9)$$

Un caso de aplicación: valoración de emprendimientos de base tecnológica con el método FPOM

A continuación se presenta el caso de una empresa de base tecnológica del tipo *spin-off* universitario, integrada por investigadores universitarios y capitales privados. El emprendimiento tiene por objeto el desarrollo de robots direccionados por control remoto a ser comercializados en dos versiones: a) prototipos estudiantiles para universidades destinados a alumnos de electrónica y sistemas; b) robots para uso doméstico con fines lúdicos. El proyecto tiene una duración de nueve años y una inversión inicial en investigación y desarrollo (año 0) de $15 mil pesos y lanzamiento (año 1) de $180 mil pesos. El flujo de fondos libres proyectado en el escenario más probable, a partir del tercer año asciende a $52 mil pesos, con crecimiento del 10% estable (periodos crecimiento 1 al 5 y madurez 6 al 9). Las tasas de crecimiento del flujo de fondos libres, costo del capital, tasa libre de riesgo y flujo de fondos para los diferentes escenarios proyectados se exponen en las tablas 2 y 3.

Escenarios	1 al 5	6 al 9	CCPC, rf
Optimista	35%	20%	10%
Mayor posibilidad	10%	10%	15%
Pesimista	-1%	-3%	20%
Tasa libre de riesgo			5%

Tabla 2: Escenarios, tasas de crecimiento, costo del capital y tasa libre de riesgo (elaboración propia).

(miles pesos) por año	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Optimista	0,00	0,00	0,00	70,20	94,77	127,94	153,53	184,23	221,08	265,30
Más probable	0,00	0,00	0,00	52,00	53,10	54,20	55,30	56,40	57,50	58,60
Pesimista	0,00	0,00	0,00	51,48	50,97	50,46	48,94	47,47	46,05	44,67
Costos lanzamiento y R&D	-15,00	-180,00								

Tabla 3: Flujo de fondos proyectados por escenarios (elaboración propia).

El escenario de mayor posibilidad (base) presenta un valor actual correspondiente a los flujos de fondos operativos de $172,06 miles de pesos. El flujo de fondos de inversiones actualizado a la tasa libre de riesgo asciende a -$186,43. El valor actual del flujo de fondos libres (flujo de fondos operativos menos inversiones) en el escenario base es de -$14,37 mil pesos (tabla 4).

VAN resultado más probable	
PV resultados operativos	172,06
PV costos de lanzamiento	-171,43
R&D gastos	-15,00
VAN resultado más probable	-14,37

Tabla 4: Valor actual neto resultado base (elaboración propia)

El valor actual para los escenarios optimista, mayor posibilidad, pesimista se expone en la tabla 5.

VAN	
Optimista	407,33
Más probable	-14,37
Pesimista	-62,78

Tabla 5: Valor actual neto escenarios proyectados (elaboración propia)

Con la información anterior se está en condiciones de calcular el valor total del proyecto; incorporando la flexibilidad estratégica mediante el modelo FFB. Primero se construye el NBT que describe el espectro de posibles resultados del proyecto con los valores actuales de la tabla 5. Para ello se determinan las distancias entre el centro (escenario más posible, a) y los extremos del número borroso triangular: (optimista; *a*+ *β*), (pesimista; *a* - *α*). Los valores son, α=$ 48,41 y β=$ 421,70. El NBT (*a, α, β*) es igual a (-$62,78; $-14,37; $407,33), conforme se expone en la tabla 6 e ilustración 2;

VAN Optimista	407,33	β	421,70
VAN más posible	-14,37	α	48,41
VAN pesimista	-62,78	α	-14,37

Tabla 6: Escenarios y número borroso triangula (NBT) (elaboración propia)

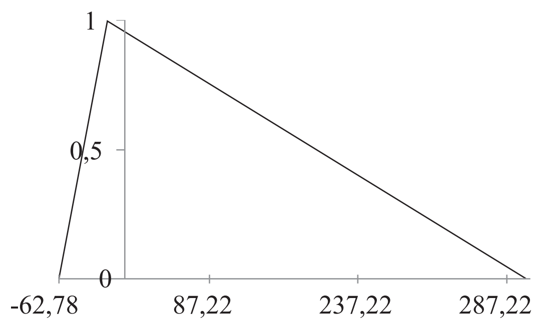

Ilustración 2: NBT escenario (elaboración propia)

Para estimar el valor de la opción real del proyecto calcula el área positiva y la superficie total correspondiente al triangulo de posibilidades (ecuación 5). La posibilidad media ponderada *(E(A+))*; se obtiene aplicando las ecuaciones 6 a 9[2]. Finalmente el VOR es el producto entre la proporción del área total del triángulo presentada con valores positivos y la posibilidad media ponderada. Las tablas 7 desarrolla el cálculo de la participación del área positiva (VAN>0) sobre el total del NBT.

ATD: área positiva		
Base	c3-c2=β	421,70
Altura	1	1,00
ARD	(b*h)/2	210,85
ATI: área negativa		
Base	c2-c1=α	48,41
Altura	1	1,00
ARD	(b*h)/2	24,21
posibilidad media ponderada		
ponderado	ATD/ATI+ATD	0,89702

Tabla 7: Posibilidad media ponderada (área positiva del NBT) (elaboración propia)

2. En función de los valores que asuman (a, α, β).

La tabla 8 calcula la posibilidad media ponderada *E(A_+)*. Como el valor del centro es a=-\$14,37<0 y su valor extremo a+β=\$407,33 >0, se debe seleccionar la ecuación 4. El valor medio del área de posibilidades positivas es igual a \$63,34 miles de pesos. El valor expandido (valor base más valor de las opciones reales) surge del producto entre 0,89702 (posibilidad positiva media ponderada) y \$63,34 miles de pesos (valor medio de las posibilidades positivas). Este es de \$56,82 conforme se expone en la siguiente tabla,

E(A+)	63,34
Valor expandido total	56,82

Tabla 8: Valor medio y valor de las opciones reales (elaboración propia)

El resultado obtenido conduce aceptar el proyecto a raíz del valor agregado por su flexibilidad estratégica. El Valor Expandido Total (VET) es igual al Valor Actual Pasivo (VAP) más el Valor de las Opciones Reales (VOR); Trigerogis (1995). En este caso *VET=VAP+VOR, \$56,82 mil= -\$14,37 mil + \$71,19.*

Conclusiones

Los modelos de valoración se cimientan sobre supuestos de mercados perfectos, eficientes y completos. El argumento arbitraje permite emplear carteras de activos financieros réplica permitiendo determinar y estimar indirectamente la variabilidad de los flujos de fondos. Los supuestos indicados son de difícil concreción en mercados emergentes y en particular para emprendimientos en nuevos productos creadores de mercados. Este es el caso de las empresas de base tecnológica (*start-up, spin-off*). La valuación de este tipo de firmas demanda modelos que capturen la flexibilidad estratégica y la ambigüedad. Los modelos de opciones reales borrosos cumplen con los requisitos indicados y sortean los problemas evidenciados para nuevas inversiones y mercados incompletos. La clave reside en la capacidad de trabajar la incertidumbre a partir de un marco de posibilidades independientemente de las características del mercado y adaptándose a la semántica de la toma de decisiones empresariales.

Bibliografía

ARNOLD, T; CRACK, T Y SCHWARTZ, A, *Implied Binomial Trees in Excel whitout VBA*, SSRN: Social Science Research NetWork .2004.

ARNOLD, T Y CRACK, T, *Real Option Valuation Using NPV,* SSRN: Social Science Research Network. 2004.

BALIERO FILHO; R Y ROSENFELD,R, Testing Option Pricing with Edgeworth Expansion. *Physica A: Statistical Mechanis an its Application*, Volumen 344, 2004, pp. 484-490.

BANK, M Y WIBMER, K, *Start Up Firm Valuation: A Real Option Approach. WP,* Austria: University of Innsbruk. 2011.

BERNARDO, A Y CHOWDRY, B, Resources, Real Options and Corporate Strategy. *Journal of Financial Economics*, Issue 63, 2002,pp. 211-234.

BLACK, F Y SCHOLES, M, The Pricing of Options and Corporate Liabilities. *Journal of Political Economy*, Mayo-Junio.1973, pp. 637-659.

BOYLE, P., (1988). A lattice framework for option pricing with two state variables. *Journal of Finance and Quantitative Analysis*, Volumen 23, pp. 1-12.

BRANDAO, L; DYER, J Y HAHN, W, Using Binomial Decision Trees to Solve Real Options Valuations Problems. *Journal of Decision Analysis*, Issue 2, 2005, pp. 69-88.

CARLSSON, C Y FULLER, R, On Possibilistic Mean Value and Variance Fuzzy Numbers. *Fuzzy Sets and Systems*, Issue 122, 2001, pp. 772-777.

CARLSSON, C Y FULLER, R, A Fuzzy Approach to Real Option Valuation. *Fuzzy Sets and Systems*, Issue 139, 2003, pp. 315-326.

CARLSSON, C; FULLER, R; HEIKKILA, M Y MAJLENDER,P, A Fuzzy Approach to R&D Project Portfolio Selection. *Interntational Journal of Approximating* Reasoning, Issue 44, 2007, pp. 93-105.

COLLAN, M; FULLÉR, R Y MEZEI, J, Fuzzy Pay-Off Method for Real Option Valuation. *Journal of Applied Mathematics and Decision Systems*, Volumen Article ID 238196, 2009, pp. 1-14.

COPELAND, T Y ANTIKAROV, V, *Real Options*. 1 ed. New York: Texere LLC.2001.

COPELAND, T Y TUFANO, P, A Real World to Manage Real Options. *Harvard Business School Review*, Issue 82, 2004, pp. 90-99.

COX, J; ROSS, S Y RUBINSTEIN, M, Option Pricing: A Simplified Approach. *Journal of Financial Economics*, Septiembre.1979,pp. 229-263.

DATAR, V; MATEWS, S Y JOHNSON, B, A Practical Method for Valuing Real Options: The Boeing Approach. *Journal of Applied Corporate Finance*, Volumen 19, 2007, pp. 95-104.

DATAR, V Y MATHEWS, S, European Real Options: An intuitive Algorithm for the Black-Scholes Formula. *Journal of Applied Finance*, Volumen 14, 2004,pp. 7-13.

DERMAN, E; KANI, I Y CHRISS, N, Implied Trinomial Trees of the Volatility Smile. *Quantitative strategies research notes*, February. 1996.

DIXIT, A Y PINDYCK, R, I*nvestment under Uncertainty*. 1 ed. New Jersey: Pricenton University Press. 1994.

DUBOIS, D Y PRADE, H, *Fuzzy Sets and Systems*. New York: Academic Press.1980.

FORNERO, R., El Valor de los Proyectos de Inversión con Estimaciones Probabilisticas y Borrosas. *XXXII Jornadas Nacionales de Administración Finaciera*, Septiembre, Volumen XXXII, 2012, pp. 83-135.

FRACICA,N; VACA, P Y SEPÚLVEDA, M, *El empresario en el Start Up*. Cali Colombia, s.n. 2011.

FULLER, R Y MAJLENDER, P, On Weigthed Possibilistic Mean and Variance of Fuzzy Numbers. *Fuzzy Sets and Systems*, Issue 136, 2003, pp. 363-374.

HAAHTELA, T., *Displaced Diffusion Binomial Tree for Real Option Valuation*, SSRN: Social Science Research Network. 2010.

HAAHTELA, T., Recombining Trinomial Tree for Real Option Valuation with Changing Volatility. *SSRN-Social Science Research Network*.2010.

HAAHTELA, T., *Estimating Changing Volatility in Cash Flow Simulation Based Real Options Valuation with Regression Sum of Squared Error Method*, SSRN: Social Science Research Network. 2011

HAUG GAARDER, E., (2007). *Derivatives: Models ond Models*. 1 ed. Chichester : John Wiley & Sons. 2007.

HULL, J., *Futures, Options and other Derivatives*. 6 ed. New Jersey: Prentice Hall.2006

JABBOUR, G; KRAMIN, M Y YOUNG, S, Two-state Option Pricing: Binomial Models Revisited. *Journal of Futures Markets*, Noviembre, Volumen 21, 2001, pp. 987-1001.

JARROW, R Y RUDD, A, Aproximate option valuation for arbitrary stochastic processes. *Journal of Financial Economics*, Volumen 10, 1982, pp. 347-369.

KAHRAMAN,C; RUAN, D Y TOLGA,E, Capital Budgeting Techniques using Discounted Fuzzy versus Probabilistics Cash Flow. *Information Science*, Issue 142, 2002, pp. 57-76.

KAMRAD, B Y RITCHKEN, P, Multinomial Approximating Models for Options with k State Variables. *Management Science*, 37(12), 1991, pp. 1640-1653.

KAUFMANN, A GIL ALUJA, J Y TERCEÑO, A *Matemáticas para la Economía y Gestión de Empresas*. Barcelona, Foro Científico S.L 1994.

KINNUNEN, J., *Valuing M&A Synergies as (Fuzzy) Real Options*. s.l.:Abo Akedimi University. 2010.

LANDRO, A., *Acerca de la Probabilidad: La interpretación del concepto de azar y la definición de probabilidad*. Buenos Aires: Centro de Investigaciones en Econometría Facultad de Ciencias Económicas UBA. 2010.

LAZZARI, L; MACHADO, E Y PÉREZ, R., *Teoría de la Decisión Fuzzy*. Ediciones Macchi, CABA. 1998.

LIAO, S Y HO, S, Investment Project Valuation based on a Fuzzy Bionomial Approach. *Information Sciences*, Issue 180, 2010, pp. 2124-2133.

LIN, B Y HERBST, A, *Valuation od Star Up: Business with pending patent using Real Options*, s.l.: 2003, disponible http//www.usapr.org/papers-pdfs/37.pdf.Feb3 2012

MERTON, R, The Theory of Rational Opt*ions Princing. Bell Journal of Economics and Management Science*, Primavera.1973, pp. 141-183.

MILANESI, G., Opciones Reales: el Método Binomial, Asimetría y Curtosis en la Valoración de Empresas de Base Tecnológica. *Revista Española de Capital de Riesgo*, Issue 2, 2012,pp. 41-55.

MUN, J., Real Options Analysis: *Tools and Techniques for Valuing Strategic Investment and Decisions*. 1 ed. New York: Wiley.2004.

MUZZIOLI, S Y TORRICELLI, A, A Multiperiod Binomial Model for Pricing Options in a Vague World. *Journal of Economics and Dynamics Control*, Issue 28, 2004, pp. 861-867.

RENDLEMAN, R Y BARTTER, B, Two-state Option Pricing. *Journal of Finance*, Issue 34, 1979, pp. 1092-1110.

RUBINSTEIN, M., Implied Binomial Trees. *Journal of Finance*, 3, Volumen 49, 1994, pp. 771-818.

RUBINSTEIN, M., Edgeworth Binomial Trees. *Journal of Derivatives*, Issue 5, 1998,pp. 20-27.

RUBINSTEIN, M., *On the Relation Between Binomial and Trinomial Option Pricing Model*, California: UC Berkeley.2000.

SMIT, H Y TRIGEORGIS, L, *Strategic Investment: Real Options and Games*. 1 ed. New Jersey(Estados Unidos): Princeton University Press.2004.

SMITH, J Y NAU, R, Valuing Risky Projects: Option Pricing Theory and Decision Anaysis. *Management Science*, Issue 5, 1995,pp. 795-816.

SMITH, J., Alternative Approach for Solving Real Options Problems. *Decision Analysis*, Issue 2, 2005,pp. 89-102.

TRIGEORGIS, L., *Real Options in Capital Investment: Models, Strategies and Applications*. 1 ed. London(United Kindgon): Praeger. 1995.

TUNARU, R; CLARK, E Y VINEY, H, An option pricing framework for valuation of football players. *Review of Financial Economics*, Volumen 14,2005, pp. 281-295.

WANG, A Y HALAL, W, Comparision of Real Asset Valuation Models: A Literature Review. *International Journal of Business and Management*, Issue 5, 2010. pp. 14-24.

WILMOTT, P, *Frequently Asked Questions in Quantitative Finance*. Segunda ed. United Kingdom: John Wiley & Sons.2009.

YOSHIDA, Y; YASUDA, M; NAKAGAMI, J Y KURANO, M. A New Evaluation of Mean Value for Fuzzy Numbers and its Application to American Options under Uncertainty. *Fuzzy Sets and Systems*, Issue 157,2006, pp. 2614-2626.

ZADEH, L., Fuzzy Sets. *Information Control*, 3(8), 1965, pp. 338-353.

ZDNEK ZMESKAL, Generalised Soft Binomial American Real Option Pricing Model. *European Journal of Operational Research*, Issue 207, 2010. pp. 1096-1103.