



Acta Universitaria

ISSN: 0188-6266

actauniversitaria@ugto.mx

Universidad de Guanajuato

México

Tzompantzi Sánchez, Alejandro; Pérez Ibarra, María de los Ángeles  
Alternativas de control para la secuencia de destilación térmicamente acoplada Petlyuk  
Acta Universitaria, vol. 22, núm. 6, agosto-septiembre, 2012, pp. 38-50  
Universidad de Guanajuato  
Guanajuato, México

Disponible en: <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=41624636006>

- ▶ Cómo citar el artículo
- ▶ Número completo
- ▶ Más información del artículo
- ▶ Página de la revista en [redalyc.org](http://redalyc.org)

redalyc.org

Sistema de Información Científica

Red de Revistas Científicas de América Latina, el Caribe, España y Portugal  
Proyecto académico sin fines de lucro, desarrollado bajo la iniciativa de acceso abierto

# Alternativas de control para la secuencia de destilación térmicamente acoplada Petlyuk

Alternatives of control for the thermally coupled distillation sequence Petlyuk

Alejandro Tzompantzi Sánchez\*, María de los Ángeles Pérez Ibarra\*\*

## RESUMEN

El estudio presenta el análisis de la dinámica a lazo cerrado de la secuencia de destilación térmicamente acoplada (sistema Petlyuk) para la separación de mezclas ternarias. Una configuración de tres puntos de control basados en mecanismos clásicos Proporcional-Integral (PI) y su contraparte, Controladores de Modelado Interno No Lineales (IMCNL, por sus siglas en inglés), se implementaron en el sistema Petlyuk. La comparación entre los controladores clásicos PI y los IMCNL se llevó a cabo para analizar el desempeño de una nueva propuesta de control con base en cambios en la composición de los diferentes flujos de productos. Los resultados muestran que la respuesta a lazo cerrado del sistema Petlyuk mejora considerablemente con los controladores IMCNL, tanto para el flujo en la parte inferior como en la superior.

## ABSTRACT

This study presents a closed loop dynamic analysis of thermally coupled distillation sequence (Petlyuk system) for the separation of ternary mixtures. A three point control configuration based on a classical Proportional-Integral (PI) controllers and its counterpart, the Internal Model Control Non Linear (IMCNL), were implemented. A comparison between the classical PI control and the IMCNL was carried out to analyze the performance of a new proposal to control in face to set-point changes at the product flows. The results show that the closed loop response of the Petlyuk system is significantly improved with the IMCNL, compared with the flow in the bottom and the top.

## INTRODUCCIÓN

La destilación es uno de los procesos de separación de mayor uso dentro de la industria química; dicha operación unitaria se caracteriza por requerir grandes cantidades de energía.

La investigación en el área de diseño de procesos de destilación se ha orientado a obtener nuevos esquemas de separación que puedan presentar ahorros en el consumo de energía [1-4], para lo cual es posible usar el flujo de materiales (en destilación, los flujos de líquido y vapor) para generar intercambio de energía vía contacto directo. Dicho contacto es conocido como “acoplamiento térmico”. Una configuración de esta naturaleza se muestra en la figura 1 y es conocida como “columna Petlyuk”.

Estudios teóricos han mostrado que estas secuencias de destilación pueden presentar ahorros de energía hasta de 30 % en comparación con las secuencias convencionales [5-10]. Investigaciones en el área de control (utilizando controladores lineales) han mostrado que los esquemas térmicamente acoplados para la separación de mezclas multicomponentes tienen mejores propiedades de control que las secuencias convencionales [11]. Sin embargo, no ha sido sino hasta en los últimos años que éstos se han comenzado a utilizar con mayor frecuencia en la industria [12]. Las razones por las que las secuencias con acoplamiento térmico no se habían usado ampliamente eran: a) no se conocía suficiente sobre el diseño y optimización y b) se pensaba que el consumo de energía se lograba a expensas de crear un proceso más difícil de controlar [13].

Recibido: 3 de mayo de 2011  
Aceptado: 3 de mayo de 2012

### Palabras clave:

Destilación; destilación térmicamente acoplada; sistema Petlyuk; control lineal; control no lineal.

### Keywords:

Distillation; thermally coupled distillation; Petlyuk system; linear control; no linear control.

\*Ingeniería Ambiental. Universidad Tecnológica de Puebla. Antiguo camino a la Resurrección n. 1002-A, Zona industrial Oriente, C. P. 72300, Pue., Puebla, México. Tel. 222 309 88 87. Correo electrónico: atzompantzi@yahoo.com.mx

\*\*Colegio de Estudios Científicos y Tecnológicos del Estado de Tlaxcala, Plantel Mazatecochco. Av. Industrias n. 1, Mazatecochco de José Ma. Morelos, Tlaxcala, México. C. P. 90870. Tel. 222 279 37 67.

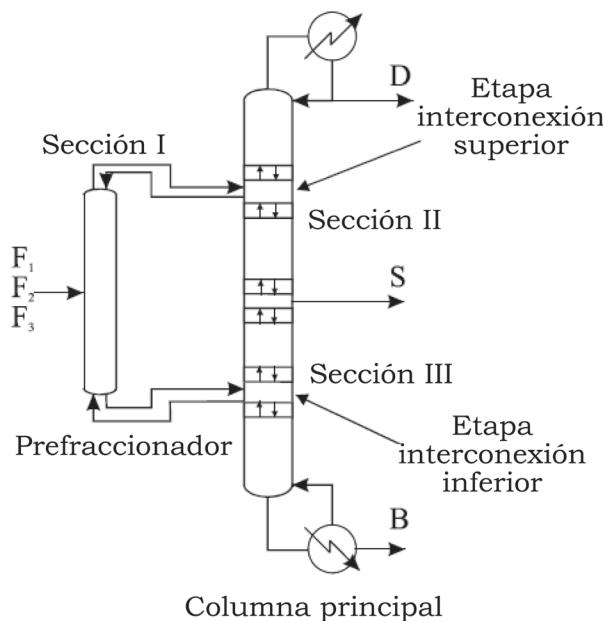


Figura 1. Sistema de destilación Petlyuk.

Las ventajas de un control eficiente en la industria son inmensas e incluyen mejoras en la calidad de los productos, reducción en el consumo de energía, minimización de material de desecho, mayores niveles de seguridad y reducción de la contaminación.

El punto de partida en el análisis de un sistema de control es su representación por un modelo matemático, generalmente como un operador entre entradas y salidas del sistema o como un conjunto de ecuaciones diferenciales. La mayoría de los modelos matemáticos usados tradicionalmente por teóricos y prácticos del control son lineales. De hecho, los modelos lineales son mucho más manejables que los no lineales, y pueden representar en forma precisa el comportamiento de sistemas reales en muchos casos útiles.

No obstante, los avances tecnológicos actuales han generado una enorme variedad de nuevos problemas y aplicaciones que son no lineales en esencia, como lo pueden ser los procesos químicos. Tales procesos no se pueden describir mediante dinámica de modelos lineales, lo cual constituye una razón ineludible para el uso de modelos no lineales y el desarrollo de conceptos y herramientas de nuevos sistemas de control. La importancia de estos procedimientos sistemáticos

de diseño es que, aunque restringidos a sistemas con estructura especial, incluyen aplicaciones de importancia práctica (como es el caso de la destilación).

Se han hecho propuestas para el control de la columna Petlyuk utilizando modelos no lineales [14] obteniendo buenos resultados, aunque aún no se han efectuado estudios comparativos del desempeño dinámico y de control de la columna Petlyuk entre controladores convencionales tipo Proporcional-Integral (PI) y controladores no convencionales como lo es el Controlador de Modelo Interno No Lineal (IMCNL, por sus siglas en inglés). En este trabajo se presenta un estudio formal (simulaciones dinámicas rigurosas) de las propiedades dinámicas de una columna Petlyuk empleando controladores PI y su contraparte el IMCNL.

## MATERIALES Y MÉTODOS

### Solución del Estado Estacionario

Para hacer una validación de los procedimientos de simulación y análisis de las propiedades dinámicas de los controladores PI e IMCNL -aplicados a la columna Petlyuk que aquí se presenta-, se eligió un caso de estudio típico y óptimo en diseño [14] para ésta. Una vez que se dan estas especificaciones nominales, el método continúa con la obtención de las propiedades en estado estable que servirán como base para el estudio en estado dinámico.

El problema consiste de una mezcla equimolar de los compuestos *n*-pentano, *n*-hexano y *n*-heptano que se alimentan como líquido saturado. La metodología utilizada en esta investigación, aunque se empleó para tres componentes, se puede aplicar a sistemas multicomponentes. Para obtener la solución en estado estacionario del caso en estudio, es necesario especificar la alimentación (flujo, composición y condición térmica) y la etapa de alimentación, la cual se asignará a la corriente correspondiente  $F_{Vj}$  o  $F_{Lj}$  del prefraccionador. También es necesario fijar dos de los flujos de productos ( $D$  y  $S$  o  $D$  y  $B$ ) y el reflujo de operación ( $R_{min}$ ). Los flujos de interconexión son otras variables necesarias para la solución en estado estacionario. La presión de operación es de 2,04 atm y, finalmente, hay que especificar la estructura de la columna Petlyuk, es decir, las etapas en el prefraccionador, etapas en la columna principal, etapas de Interconexión Superior (IS) y etapas de Interconexión Inferior (II). Los valores de todas estas variables están dados en las tablas 1 y 2.

**Tabla 1.**

Especificaciones para las composiciones del sistema Petlyuk.

Componente	Composiciones de los productos		
	Domo ( $X_{iD}$ )	Lateral ( $X_{iS}$ )	Fondo ( $X_{iB}$ )
<i>n</i> -pentano	0,9855	0,0867	0,0001
<i>n</i> -hexano	0,0145	0,7897	0,0713
<i>n</i> -heptano	0,0000	0,1236	0,9287
Total	1,0	1,0	1,0

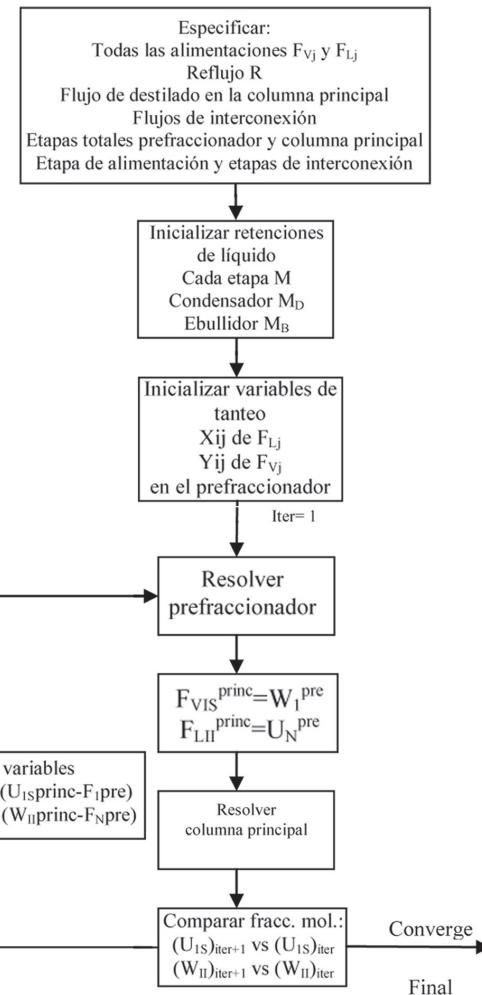
**Tabla 2.**

Especificaciones de diseño del sistema Petlyuk.

Sección I o Prefraccionador		
Flujo de reflujo mínimo de líquido	$L_{1\ min}^{pre}$	15,614
Flujo de destilado neto	$W_1^{pre}$	43,414
Flujo de fondos neto	$U_{N^I}^{pre}$	56,586
Etapas totales	$N^I$	10
Etapa de alimentación	$N^{Ia\ lim}$	6
Sección II o Sección superior a la extracción lateral en la columna principal		
Flujo de destilado neto	$D$	30,190
Relación de reflujo mínimo de líquido	$R_{\ min}$	3,061
Flujo de destilado intermedio	$S$	37,950
Etapas totales	$N^{II}$	10
Etapa de alimentación (interconexión)	$N^{IIa\ lim}$	6
Flujo de líquido que regresa al prefabricador	$U_{N^{IIa\ lim}}^{pre}$	19,210
Sección III o Sección inferior a la extracción lateral en la columna principal		
Etapas totales	$N^{III}$	13
Flujo de fondos neto	$B$	31,859
Etapa de alimentación (interconexión)	$N^{IIIa\ lim}$	8
Flujo de vapor que regresa al prefabricador	$W_{N^{IIIa\ lim}}^{pre}$	62,620

La solución en estado estacionario se obtiene resolviendo ambas columnas (prefraccionador y columna principal) del sistema Petlyuk (figura 2). Para cada una de las columnas se utilizó un algoritmo de solución etapa a etapa, comenzando por suponer las composiciones de  $F_{viN}$  y  $F_{lii}$  del prefabricador. Las corrientes de alimentación secundarias son extracciones laterales de la columna principal. En el prefabricador, a las corrientes  $V_1$ ,  $D$ ,  $R$ ,  $L_N$ ,  $B$  y  $V_B$  se les asigna un valor de 0, debido a que el prefabricador no tiene condensador ni ebullicón. La solución en el prefabricador genera las composiciones líquido y vapor de cada etapa, de tal forma que se conocen los productos  $W_1^{pre}$  y  $U_{N^I}^{pre}$ .

Las corrientes  $W_1^{pre}$  y  $U_{N^I}^{pre}$  son asignadas como las respectivas alimentaciones a la columna principal  $F_{v_{1s}}$  y  $F_{L_N}$ . Una vez definidas todas las alimentaciones a la columna principal es posible resolver la columna principal etapa a etapa.



**Figura 2.** Solución del sistema Petlyuk en estado estacionario.

Para el caso en estudio, la alimentación principal a la columna está dada por una mezcla con puntos de ebullición cercanos, en la cual se aplicó el método de Punto de Burbujeo (BP), sugerido por [15] y desarrollado en detalle por [16], que incluye la solución simultánea de determinados subconjuntos de ecuaciones. La solución de la secuencia BP permite conocer las condiciones de operación en estado estacionario de la columna Petlyuk. El estudio va seguido del empleo de

correlaciones que se pueden aplicar a mezclas que contienen componentes no polares. Éstas pueden usarse para predecir el equilibrio entre fases líquido-vapor.

Con respecto al cálculo de las condiciones de equilibrio, se empleó la ley de Raoult modificada:

$$K_i = \frac{\gamma_{iL} P_i^s}{P}, \quad (1)$$

donde  $K_i$  es la constante de equilibrio para el componente  $i$ ,  $P$  es la presión del sistema y la caída de presión por etapa es determinada en cada instante de tiempo  $t$  de acuerdo a

$$\Delta P_i = P_{i-1} - P_i. \quad (2)$$

En la previa ecuación,  $P_i^s$  es la presión de vapor del componente  $i$  dado por la ecuación de Antoine y  $\gamma_{iL}$  es el coeficiente de actividad para el componente  $i$  en una solución regular, incluyendo la corrección de Flory-Huggins que está dada por

$$\gamma_{iL} = \exp \left\{ \frac{v_{iL} \left[ \delta_i - \sum_{j=1}^c \Phi_j \delta_j \right]^2}{RT} + \ln \left( \frac{v_{iL}}{v_L} \right) + 1 - \frac{v_{iL}}{v_L} \right\}. \quad (3)$$

En (3),  $R$  es la constante de gas ideal,  $\delta_i$  es el parámetro de solubilidad de cada especie química y  $\Phi_j$  es la fracción volumen dada por

$$\Phi_j = \frac{x_j v_{jL}}{\sum_{i=1}^c x_i v_{iL}} = \frac{x_j v_{jL}}{v_L}, \quad (4)$$

en la cual  $x$  es la fracción molar en fase líquida.

Para especies puras, el volumen molar puede ser estimado por el método de Cavett, de acuerdo a la ecuación empírica

$$v_{iL} = \xi_i (5,7 + 3,0 T_{ri}), \quad (5)$$

donde la constante de volumen líquido  $\xi_i$  es calculada a partir del

volumen molar líquido medido a una temperatura conocida.  $T_{ri}$  es la temperatura reducida para cada especie química.

Las entalpías de mezcla líquida son calculadas a partir de la ecuación de Edmister, Persyn y Erbar, misma que está basada en la correlación de Chao-Seader:

$$H_L = \sum_{i=1}^c x_i \left[ H_{iV}^0 - RT^2 \left( \frac{\partial \ln v_{iL}^0}{\partial T} \right)_P - RT^2 \left( \frac{\partial \ln \gamma_{iL}}{\partial T} \right)_{P, xi} \right]. \quad (6)$$

La ecuación para la entalpía molar de gas ideal ( $H_{iV}^0$ ) de una temperatura  $T$  a una temperatura  $T_0$  de referencia es

$$H_{iV}^0 = \int_{T_0}^T C_{PV}^0 dT = \sum_{k=1}^5 \frac{a_k (T^k - T_0^k)}{k}. \quad (7)$$

Los valores de las cinco constantes  $a_k$  con  $T$  en °F y  $T_0 = 0$  °F de la capacidad calorífica a presión constante son únicos para cada especie química. La ecuación para la entalpía de mezcla en fase vapor es

$$H_V = \sum_{i=1}^c y_i \left[ H_{iV}^0 - \frac{1,0695 RT P_{ri}}{T_{ri}^{2,5}} \right], \quad (8)$$

donde  $y$  es la fracción molar en fase vapor del componente  $i$  y  $T_n$  y  $P_n$  son las temperaturas y presiones reducidas respectivamente para cada especie química (medidas a una temperatura  $T$ ).

La derivada del coeficiente de actividad líquida de componente puro con respecto a la temperatura conduce a la siguiente relación para efectos combinados de presión y calor latente de cambio de fase de vapor a líquido:

$$RT^2 \left( \frac{\partial \ln v_{iL}^0}{\partial T} \right)_P = (H_{iV}^0 - H_{iL}) = \frac{2,30258 RT^2}{T_{ci}} \left[ -\frac{M_i}{T_{ri}^2} + M_2 + T_{ri} (2M_3 + 3M_4 T_{ri}) + P_{ri} (M_6 + 2M_7 T_{ri}) + M_9 P_{ri}^2 + \omega_i \left( M_{11} - \frac{M_{12}}{T_{ri}^2} + 3M_{13} T_{ri}^2 \right) \right]. \quad (9)$$

En (9),  $T_{ci}$  es la temperatura crítica,  $\omega_i$  es el factor acéntrico de Pitzer para cada componente y los valores para  $M_i$  son constantes. La derivada del coeficiente de actividad en fase líquida da como resultado la entalpía de exceso ( $\bar{H}_i^E$ ) para el componente  $i$  (calor por efecto de mezclado).

$$RT^2 \left( \frac{\partial \ln \gamma_{iL}}{\partial T} \right)_{P, xi} = (H_{iL} - \bar{H}_{iL}) = -\bar{H}_i^E = -v_{iL} \left( \delta_i - \sum_{j=1}^c \Phi_j \delta_j \right)^2. \quad (10)$$

#### Solución del estado dinámico

El modelo está basado en las ecuaciones de balance de materia total y por componente, relaciones de equilibrio y restricciones como sumatoria y balance de energía. Además, de los datos generados por la solución en el estado estacionario se necesita que otras variables también sean inicializadas, a saber, las retenciones de líquido en cada etapa ( $M_j$ ), las retenciones en el condensador ( $M_D$ ) y en el ebullidor ( $M_B$ ). Para esto, es empleada la fórmula de vertedero de Francis que relaciona la retención de líquido en una etapa con el flujo de líquido que sale de esta:

$$L_j = 1,859 L_{wj} (h_{0wj})^{1,5}, \quad (11)$$

donde  $L_j$  es la tasa de flujo de líquido en la cascada (L/s) de la etapa  $j$ ,  $h_{0wj}$  es el largo de cascada (m) de la etapa  $j$  y  $h$  es el alto de cascada (cm) de la etapa  $j$ .

Debido a las corrientes de reciclo que existen entre ambas columnas, las ecuaciones se encuentran acopladas, por lo que el sistema de ecuaciones se debe resolver simultáneamente. Más detalles sobre el diseño y la optimización de los sistemas tipo Petlyuk se encuentran en [17]. La solución dinámica de la columna Petlyuk se presenta en la figura 3.

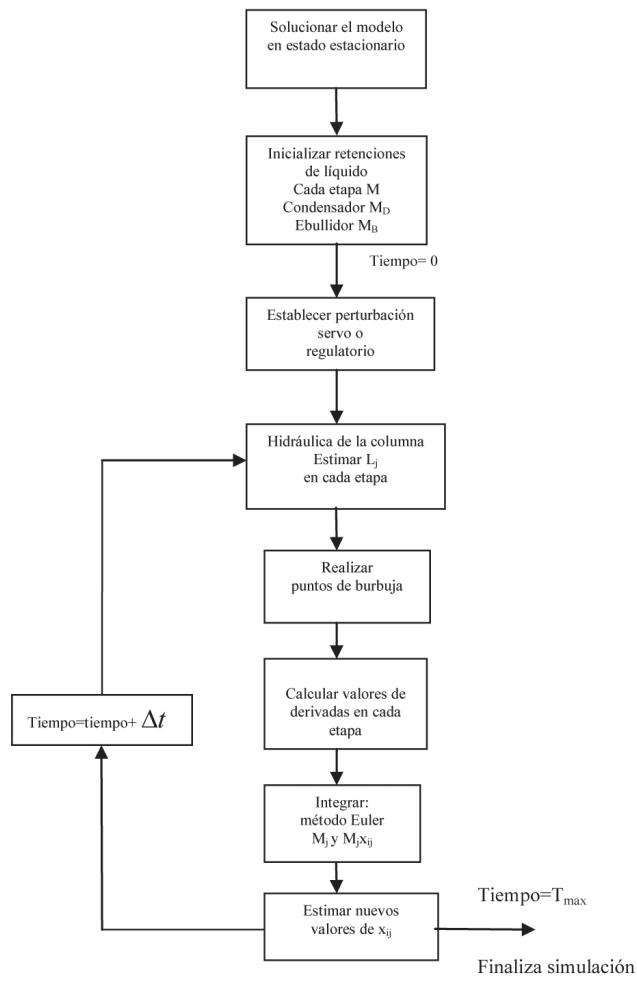


Figura 3. Solución dinámica del sistema Petlyuk.

#### Aplicación del controlador PI a la secuencia Petlyuk

Los grados de libertad del sistema de destilación Petlyuk son 7 [18, 19]. Las variables que se deben

controlar en el sistema Petlyuk son las composiciones de las tres corrientes de producto (composición del componente ligero en el destilado  $x_{1D}$ , composición del componente intermedio en la corriente lateral  $x_{2EL}$  y la composición del componente pesado en el fondo  $x_{3B}$ ), los niveles del condensador y ebullicidador (balance de la columna) y los flujos de interconexión.

Abdul y colaboradores [18] establecen posibles configuraciones de control para el sistema Petlyuk, dentro de las cuales se encuentran LSV, DSV y LSB. En el presente trabajo se utilizó la configuración LSV para controlar las tres composiciones de producto del sistema Petlyuk. La configuración LSV considera que a) la composición del componente más ligero (*n*-pentano) en el domo  $\gamma_1(t)$  se controle con el caudal de reflujo  $u_1(t)$ ; b) la composición del componente intermedio  $\gamma_2(t)$  (*n*-hexano) en la extracción lateral se controle con el flujo de dicha corriente  $u_2(t)$ ; c) la composición del componente más pesado (*n*-heptano) en el fondo  $\gamma_3(t)$  se controle con la producción de vapor del ebullicidador  $u_3(t)$ . Una representación gráfica de esta configuración de control se puede observar en la figura 4.

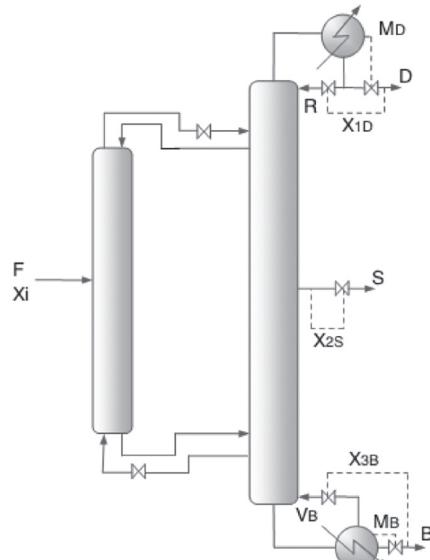


Figura 4. Configuración LSV para controlar la composición de productos de la columna Petlyuk.

Las funciones de transferencia proporcionan un mecanismo útil para el análisis del comportamiento dinámico y el diseño de sistemas de control. Un modelo para la columna Petlyuk está dado por (12), tal como se indica en [20].

$$\begin{bmatrix} Y_1(s) \\ Y_2(s) \\ Y_3(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G_{11}(s) = \frac{0,66e^{-2,6s}}{6,7s+1} & G_{12}(s) = \frac{-0,61e^{-3,5s}}{8,64s+1} & G_{13}(s) = \frac{-0,0049e^{-s}}{9,06s+1} \\ G_{21}(s) = \frac{1,11e^{-6,5s}}{3,25s+1} & G_{22}(s) = \frac{-2,36e^{-3s}}{5s+1} & G_{23}(s) = \frac{-0,012e^{-1,2s}}{7,09s+1} \\ G_{31}(s) = \frac{-34,68e^{-9,2s}}{8,15s+1} & G_{32}(s) = \frac{46,2e^{-9,4s}}{10,9s+1} & G_{33}(s) = \frac{0,87(11,61s+1)e^{-s}}{(3,89s+1)(18,8s+1)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_1(s) \\ U_2(s) \\ U_3(s) \end{bmatrix}. \quad (12)$$

Se consideraron tres controladores PI: el primero  $C_1(s)$  conectando  $y_1$  a  $u_1$ , el segundo  $C_2(s)$  conectando  $y_2$  a  $u_2$  y el último  $C_3(s)$  conectando  $y_3$  a  $u_3$  (las letras mayúsculas se utilizan cuando las funciones se encuentran en el dominio de Laplace y las minúsculas sirven para indicar el dominio del tiempo). Para la sintonización de los controladores, se utilizó el método empírico de oscilación de Ziegler-Nichols para determinar los valores de las ganancias de los controladores ( $K_c$ ) y las constantes de tiempo integral ( $\tau_i$ ).

$$C_1(s) = 1,5 \left( 1 + \frac{1}{0,35s} \right), \quad (13)$$

$$C_2(s) = -0,20 \left( 1 + \frac{1}{0,05s} \right), \quad (14)$$

$$C_3(s) = 6,0 \left( 1 + \frac{1}{2,0s} \right). \quad (15)$$

#### Diseño del IMCNL para la composición $x_{1D}$

Los modelos de los tres controladores IMCNL (domo, corriente lateral y fondo) para la columna Petlyuk están basados en las ecuaciones de balance de materia total y por componente, de relaciones de equilibrio, de balance de energía y de la hidráulica de la etapa. Debido a las corrientes de reciclo que existen entre ambas columnas, las ecuaciones se encuentran acopladas, así que el sistema de ecuaciones se debe resolver simultáneamente. Más detalles sobre el diseño y la optimización de los sistemas de control IMCNL para el sistema Petlyuk se encuentran en [14].

Si se considera controlar las impurezas, como una forma indirecta de controlar la composición del componente más ligero en el domo de la columna Petlyuk, entonces el controlador y el error son:

$$R = \frac{\gamma_D M_D (1 - x_{1D}) - e}{1 - x_{1D}} + \left[ \frac{V_1(1 - y_{11}) - D(1 - x_{1D})}{1 - x_{1D}} \right], \quad (16)$$

$$e = (1 - x_{1D}^{sp}) - (x_{1D} - \hat{x}_{1D}). \quad (17)$$

El término  $\gamma_D M_D (1 - x_{1D} - e)$  debe ser 0, si el sistema se encuentra en estado estacionario y además es el responsable del comportamiento dinámico del sistema. Dado que  $M_D$  no puede ser 0, el parámetro  $\gamma_D$  es el único parámetro de sintonización del controlador. Se tiene pues que  $(1 - x_{1D} - e)$  es el único término que puede ser 0 en el estado estacionario.

El término entre corchetes en (16) es el balance de materia en estado estacionario en el condensador para el componente ligero (aunque en esta ocasión se aboca a las impurezas). Si se considera modelo perfecto, entonces el error en (17) se simplifica a  $e = 1 - x_{1D}^{sp}$ , de tal forma que para un cambio positivo en el *set-point* de la composición ( $x_{1D}^{sp} \uparrow$ ) el error  $e$  disminuye. La variable  $e$  es siempre positiva, ya que  $0 < x_{1D}^{sp} < 1$  y cuando  $x_{1D}^{sp} \rightarrow 0$ , por tanto,  $e \rightarrow 1$ . Por otro lado, cuando  $x_{1D}^{sp} \rightarrow 1$  entonces  $e \rightarrow 0$ .

Finalmente, en el controlador 16 el término  $\gamma_D M_D (1 - x_{1D} - e)$  aumenta cuando  $e$  disminuye, es decir, cuando  $x_{1D}^{sp}$  se incrementa. En el caso contrario, cuando  $x_{1D}^{sp}$  disminuye, entonces  $e$  aumenta y  $\gamma_D M_D (1 - x_{1D} - e)$  disminuye. Se puede decir entonces que el controlador 16 es consistente con la operación dinámica de la columna.

#### Diseño del IMCNL para la composición $x_{2s}$

El nivel del líquido de la etapa de donde se extrae la corriente lateral varía de acuerdo con los flujos líquidos y vapor internos, y no se puede considerar ningún tipo de control sobre este nivel. Como una aproximación, se puede considerar que la dinámica del nivel es lo suficientemente rápida como para suponer estado cuasi-estacionario.

El controlador para la composición del componente intermedio en la etapa de extracción y el error respectivamente son:

$$S = U_{EL} = \frac{(F^L_{EL} + F^V_{EL})z_{2EL} + V_{EL+1}y_{2EL+1} + L_{EL-1}x_{2EL-1} - (V_{EL} + W_{EL})y_{2EL} - L_{EL}x_{2EL} - \gamma_s M_{EL}(x_{2S} - e)}{x_{2EL}}, \quad (18)$$

$$e = x^{sp}_{2EL} - \hat{x}_{2EL} + x_{2EL}. \quad (19)$$

Si se considera modelo perfecto ( $e = x^{sp}_{2EL}$ ) y se considera un cambio positivo en el *set-point* ( $x^{sp}_{2EL} \uparrow$ ), entonces el término ( $x_{2EL} - e$ ) disminuye, por lo cual el flujo de extracción lateral disminuye. De acuerdo con el razonamiento anterior, el controlador obtenido es consistente.

#### Diseño del IMCNL para la composición $x_{3B}$

Si se considera el control de las impurezas en el fondo de la columna, entonces el controlador queda de la siguiente manera:

$$V_B = \frac{\gamma_B M_B (1 - x_{3B} - e)}{(1 - y_{3B})} + \left[ \frac{L_N (1 - x_{3N}) - B (1 - x_{3B})}{(1 - y_{3B})} \right], \quad (20)$$

$$e = (1 - x^{sp}_{3B}) - (x_{3B} - \hat{x}_{3B}). \quad (21)$$

Analizando el término  $\gamma_B M_B (1 - x_{3B} - e)$ , éste debe tener el valor de 0 mientras el sistema se encuentre en estado estacionario y además sea el responsable del comportamiento dinámico del sistema.

El error en (21) se convierte a  $e = 1 - x^{sp}_{3B}$ , si se considera modelo perfecto. La variable  $e$  es siempre positiva, ya que  $0 < x^{sp}_{3B} < 1$ ; cuando  $x^{sp}_{3B} \rightarrow 0$ , entonces  $e \rightarrow 1$ . Por otro lado, cuando  $x^{sp}_{3B} \rightarrow 1$ , entonces  $e \rightarrow 0$ . Si se considera un cambio positivo en el *set-point* de la composición  $x^{sp}_{3B} \uparrow$ , el error  $e$  disminuye. Si  $e$  disminuye, entonces  $\gamma_B M_B (1 - x_{3B} - e)$  aumenta, por lo que la producción de vapor en el ebulidior también aumenta. El controlador 20 es un controlador consistente de acuerdo con la operación normal de la columna.

#### Casos de estudio para la solución dinámica a lazo cerrado

Las simulaciones de la columna Petlyuk se llevaron a cabo con los tres lazos de control cerrados, tanto para el caso del PI como del IMCNL. Los modelos considerados para el caso de cada controlador IMCNL fueron de dos tipos:

1. Modelo perfecto (la planta es igual al modelo,  $P=M$ ). Este caso se considera como caso límite, que es prácticamente imposible que se presente en forma física pero que es conveniente tenerlo como una referencia.
2. Modelo con desviaciones. Cuando el diseñador del IMCNL hiciere un modelado regular de  $P$ , se podría considerar que  $M$  tendría desviaciones de este tipo. Para este caso se considera tanto

en el cálculo del equilibrio líquido-vapor, como las entalpias de líquido y vapor (que se logra de forma ideal o bien despreciando las desviaciones por no idealidades).

Los IMCNL utilizados fueron los que se obtuvieron en (16), (18) y (20). Los tres controladores son de orden relativo 1, por lo que los parámetros de sintonización ( $\gamma$ ) se escogieron de acuerdo con la tabla 3. La respuesta esperada a lazo cerrado es la de un sistema lineal de primer orden, en el cual la constante de tiempo es el valor inverso de  $\gamma$ .

Tabla 3.

Valores para el parámetro de sintonización del IMCNL.

Tipo de respuesta	Valor de $\gamma_i$	Constante de tiempo a lazo cerrado
Lenta	10,0	0,1
Rápida	15,0	0,06

Con base a los datos descritos en la tabla 1 y con la configuración de control LSV considerada, se tomaron cambios en los *set-points* para los controladores PI, así como los IMCNL (de acuerdo con la tabla 4). Los cambios más grandes fueron del orden del 1,0 %, aunque en algunos casos sea imposible hacer cambios tan grandes. Por ejemplo, el cambio positivo más grande en la composición del domo se consideró del 1,0 %, debido a que cambios más grandes implican llegar a purezas muy cercanas o mayores a 1. Es importante comentar que este cambio, de tan solo 1,0 %, implica un gran esfuerzo para el controlador debido a cambios fuertes en el reflujo.

Tabla 4.

Cambios escalón para los *set-points*.

Variable	Set-point (estado estable)	Nuevo set-point	% Cambio
$X_{1D}$	0,9855	0,9954	+1,00
		0,9756	-1,00
$X_{2S}$	0,7897	0,7976	+1,00
		0,7818	-1,00
$X_{3B}$	0,9287	0,9330	+0,46
		0,9194	-1,00

## RESULTADOS

### Estado estacionario

La solución del estado estacionario del modelo Petlyuk (figura 2) genera el estado inicial para la solución en estado dinámico. Los resultados en estado estable

con el método matemático riguroso empleado fueron comparados con los obtenidos en una simulación con Aspen Plus™. En las figuras 5 y 6 se muestran los perfiles de temperaturas, así como los flujos internos de líquido y vapor en el prefraccionador y en la columna principal respectivamente. En éstas se encontraron diferencias absolutas promedio de 2,15 % en el prefraccionador y de 2,22 % en la columna principal.

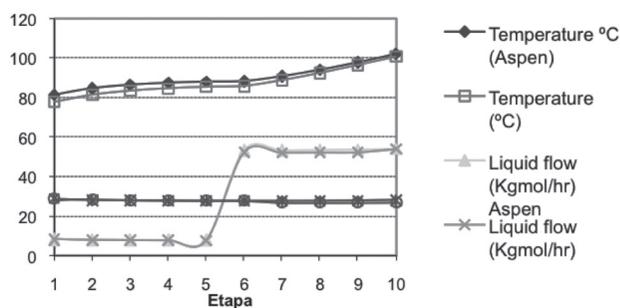


Figura 5. Comparación del estado estable en el prefraccionador.

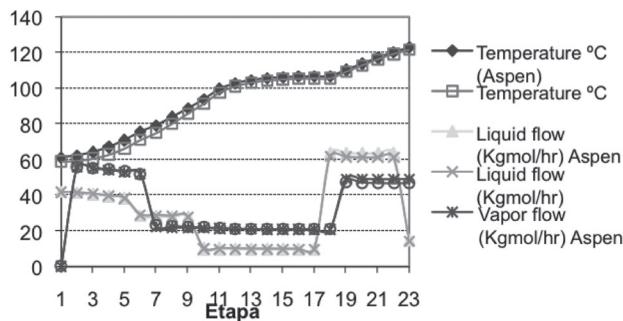


Figura 6. Comparación del estado estable en la columna principal.

Los resultados de las respectivas comparaciones indican que se obtuvieron desviaciones menores en referencia al modelo propuesto, por lo que se consideraron como confiables los resultados obtenidos con el método propuesto y, consecuentemente, aptos para ser empleados en este trabajo.

#### Cambios en el set-point $x_{1D}$

Los resultados presentados corresponden a las respuestas dinámicas para la secuencia Petlyuk, cuando se tienen los tres lazos de control cerrados y los cambios de set-point de las composiciones en las corrientes de producto (se consideraron de tipo escalon, de acuerdo con la tabla 4). Los cambios se realizaron en forma independiente; primero para el set-point de  $x_{1D}$ , después en el de  $x_{2S}$  y finalmente para el de  $x_{3B}$ .

Las figuras 7 y 8 muestran las respuestas dinámicas obtenidas en la composición de  $x_{1D}$ . En los incisos

a) de las figuras 7 y 8, el modelo para el IMCNL presentó un tiempo de respuesta mucho más rápido que el PI, al imponer tanto un cambio positivo como uno negativo -llevando a  $x_{1D}$  al nuevo valor del set-point. No ocurrió lo mismo para el modelo del controlador PI, ya que, al ser mucho más lento, se puede predecir que requerirá de un mayor tiempo para alcanzar el nuevo estado estable.

La composición  $x_{1D}$  en el sistema IMCNL presenta respuestas sin oscilaciones y muy parecidas a la de sistemas de primer orden para los dos modelos (perfectos e imperfectos). En ésta, la constante de tiempo sería el valor del inverso de  $\gamma_i$ .

Se observó que  $\gamma_i$  determina la velocidad de respuesta de los controladores IMCNL, debido a que generaron un comportamiento directamente proporcional. En este caso, como está indicado en la tabla 3 -donde tan solo se evidencia un cambio de 10,0 a 15,0 en el valor de  $\gamma_i$  - se pueden observar aumentos desde un 20 % de eficiencia en la velocidad de respuesta del controlador (figura 7, a)) hasta un 30 % (figura 8 a)).

Una limitante es la correcta elección del valor de  $\gamma_i$ , ya que si se elige un valor muy grande, los esfuerzos de control también se hacen grandes -provocando inestabilidad en el sistema. De lo contrario, si se elige un valor para  $\gamma_i$  pequeño, el sistema de control se vuelve lento.

En cada uno de los incisos b) de las figuras 7 y 8 se muestra un mayor tiempo de simulación para los controladores PI, con la finalidad de tener una mejor observación en la trayectoria que toman éstos. Para el caso de los controladores IMCNL, no fue necesario llevar a cabo lo anterior, ya que una vez alcanzado un valor promedio de tiempo de 0,5 presentan un comportamiento asintótico.

El modelo perfecto para la parte del IMCNL se considera como un caso límite, el cual es prácticamente imposible que se presente en forma física, pero que es conveniente tenerlo como una referencia. En los incisos c) de las figuras 7 y 8 se reportan los comportamientos dinámicos de los modelos perfectos, de acuerdo a los diferentes valores de  $\gamma_i$  conforme a la tabla 3. Los modelos imperfectos presentan respuestas prácticamente iguales que los modelos perfectos, teniendo trayectorias semejantes que las de sistemas de primer orden. La figura 7 c) muestra las respuestas dinámicas cuando el set-point de  $x_{1D}$  cambia de 0,9855 a 0,9954 (+1 %), en la cual las constantes de tiempo son 0,07 h y 0,06 h, respectivamente. La figura 8 c) muestra las respuestas dinámicas cuando el set-point de  $x_{1D}$  cambia a 0,9756 (-1,0 %) y las constantes de tiempo son 0,08 h y 0,055 h respectivamente.

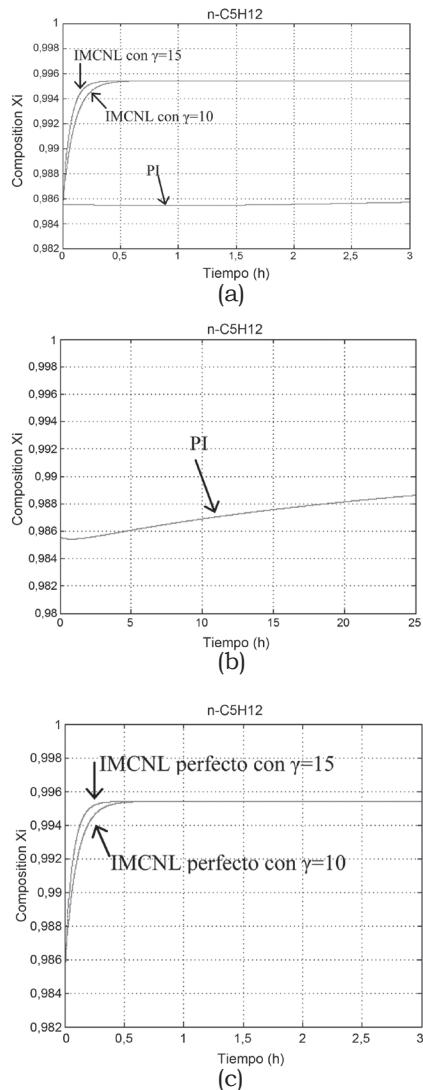


Figura 7. Cambio escalón en el *set-point* de la composición de D a  $x_{1D}=0,995$  (cambio +1,0 %). a) Comparación de los controladores IMCNL imperfectos y PI; b) respuesta dinámica del controlador PI; c) respuesta dinámica del controlador IMCNL perfecto.

#### Cambios en el *set-point* $x_{2S}$

Las figuras 9 y 10 muestran las respuestas dinámicas obtenidas de la composición de  $x_{2S}$  cuando al *set-point* se realizan cambios escalón de acuerdo con la tabla 4.

En los incisos a) de las figuras 9 y 10 se tiene que, para cambios pequeños positivos en el modelo, el controlador PI satisface al llevar a  $x_{2S}$  al nuevo valor del *set-point* -a pesar de requerir un tiempo relativamente corto para estabilizarse. En consecuencia, para cambios grandes positivos requerirá de tiempos mayores para alcanzar el nuevo estado estable.

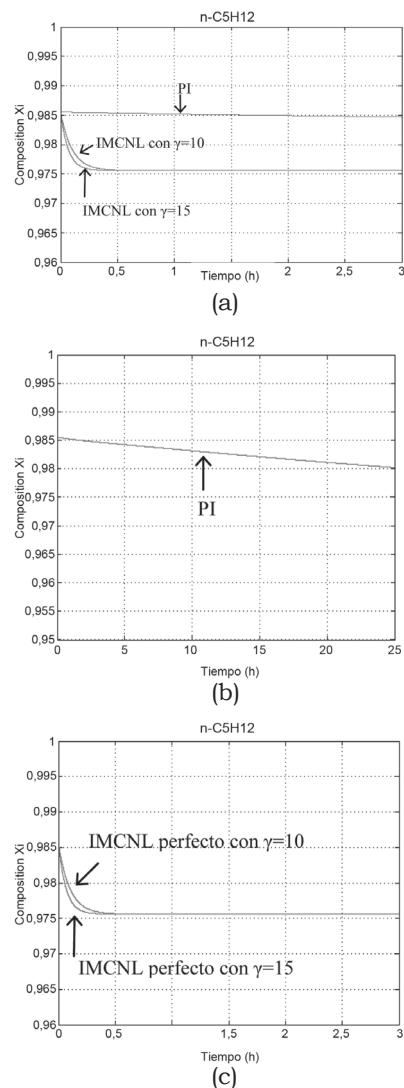


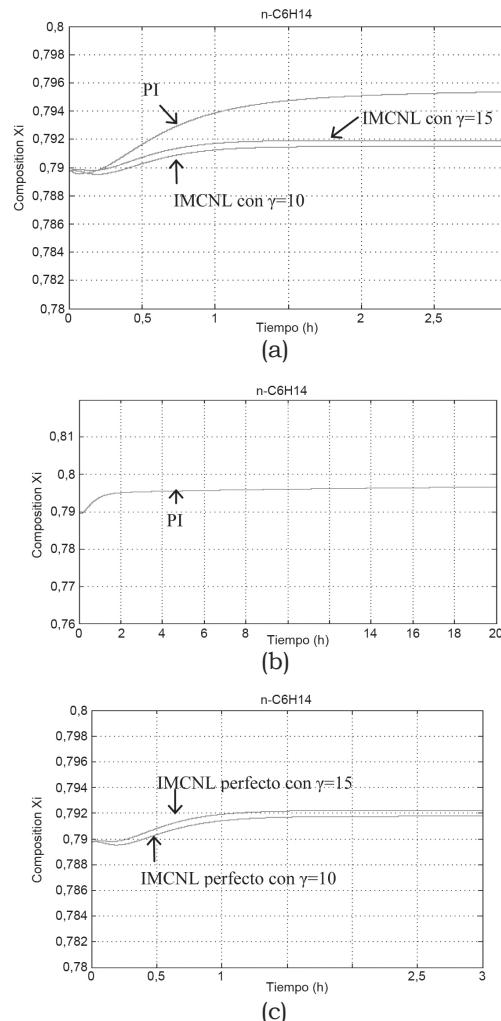
Figura 8. Cambio escalón en el *set-point* de la composición de D a  $x_{1D}=0,975$  (cambio -1,0 %). a) Comparación de los controladores IMCNL imperfectos y PI; b) respuesta dinámica del controlador PI; c) respuesta dinámica del controlador IMCNL perfecto.

La secuencia presenta un comportamiento similar cuando se le aplican cambios negativos de *set-point* generando grandes desviaciones antes de comenzar a estabilizarse. El modelo PI se aproxima más al valor del nuevo *set-point* que el modelo IMCNL para esta parte, es decir, los cambios negativos de *set-point* en la composición del flujo lateral son más difíciles de controlar que los cambios positivos.

Al modelo para el IMCNL, a pesar de lograr estabilizarse de manera eficiente, no le es posible alcanzar los nuevos valores del *set-point*, tanto para la aplicación de cambios positivos como de negativos (además

de presentar ligeros sobretiros). Se observó que el parámetro  $\gamma_i$  determina la eficiencia de respuesta del controlador IMCNL, siendo éste inversamente proporcional al valor del *offset*. De acuerdo a la tabla 3, que indica un cambio de 10,0 a 15,0 en el valor de  $\gamma_i$ , es posible observar diferencias en la estabilidad de respuesta de un 20 % (figura 9 a)) y 50 % (figura 10 a)).

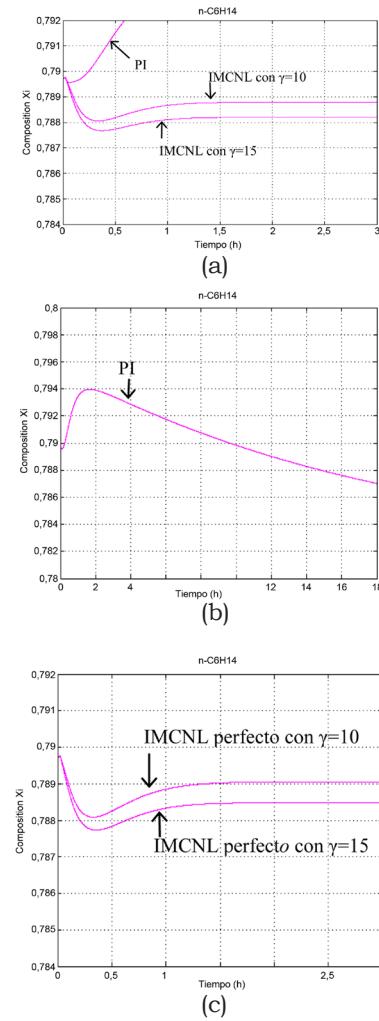
Con respecto al valor de  $\gamma_i$ , éste se elige bajo las mismas consideraciones que para el control en el domo de la columna, debido a que su comportamiento resultó semejante como la parte de los cambios en el *set-point* de  $x_{1D}$ .



**Figura 9.** Cambio escalón en el *set-point* de la composición de S a  $x_{2S}=0,7976$  (cambio +1,0 %). a) Comparación de los controladores IMCNL imperfectos y PI; b) respuesta dinámica del controlador PI; c) respuesta dinámica del controlador IMCNL perfecto.

Los incisos b) de las figuras 9 y 10 muestran un mayor tiempo de simulación para los controladores PI, con la finalidad de tener una mejor observación de la trayectoria que toman éstos. Para el caso de los controladores IMCNL, no fue necesario llevar a cabo esto, puesto que -una vez alcanzado cierto valor de tiempo- presentan un comportamiento asintótico que representa estabilidad en el sistema.

El modelo perfecto para la parte del IMCNL funciona solo como referencia, y en los incisos c) de las figuras 9 y 10 se reportan sus comportamientos dinámicos de acuerdo a los diferentes valores de  $\gamma_i$  -según se observa en la tabla 3.



**Figura 10.** Cambio escalón en el *set-point* de la composición de S a  $x_{2S}=0,7818$  (cambio -1,0 %). a) Comparación de los controladores IMCNL imperfectos y PI; b) respuesta dinámica del controlador PI; c) respuesta dinámica del controlador IMCNL perfecto.

### Cambios en el set-point $x_{3B}$

Los resultados (figuras 11 y 12) muestran las respuestas dinámicas obtenidas de la composición de  $x_{3B}$  cuando al set-point se le realizan cambios escalón de acuerdo con la tabla 4.

En los incisos a) de las figuras 11 y 12 se tiene que el modelo para el IMCNL presenta una muy buena dinámica, llevando a  $x_{3B}$  al nuevo valor del set-point e imponiendo cambios positivos y negativos. Ello no ocurre para el modelo del controlador PI, ya que éste presenta fuertes desviaciones antes de comenzar a estabilizarse -lo que le dificulta alcanzar el set-point en un tiempo razonable. Este comportamiento se presenta de manera similar tanto cuando se aplican cambios positivos, como cuando se aplican negativos.

La composición  $x_{3B}$  en el sistema IMCNL presenta respuestas sin oscilaciones y muy parecidas a la de sistemas de primer orden para los dos modelos (perfectos e imperfectos). En éstas, la constante de tiempo sería el valor del inverso del parámetro de sintonización.

Se observó que el parámetro  $\gamma_i$  determina la velocidad de respuesta de los controladores IMCNL, siendo directamente proporcional a éste. En este caso, de acuerdo a lo indicado en la tabla 3 (donde se muestra tan solo un cambio de 10,0 a 15,0 en el valor de  $\gamma$ ), se pueden observar aumentos desde un 10 % de eficiencia en la velocidad de respuesta del controlador (figura 11 a)) hasta un 5 % (figura 12 a)). Para la elección del valor de  $\gamma_p$ , las consideraciones no difieren de los casos del control en el domo y corriente lateral, debido a que su comportamiento resultó semejante en los cambios de set-point de  $x_{1D}$  y  $x_{2S}$ .

Los incisos b) de las figuras 11 y 12 muestran un mayor tiempo de simulación para el caso del controlador PI, con la finalidad de presentar con mayor detalle la trayectoria que toma éste. Para el caso de los controladores IMCNL, no fue necesario llevar a cabo simulaciones grandes, puesto que, una vez alcanzado cierto valor de tiempo, presentan un comportamiento asintótico -mismo que indica que se ha alcanzado el nuevo estado estable.

El modelo perfecto para la parte del IMCNL funciona como referencia. En los incisos c) de las figuras 11 y 12 se reportan los comportamientos dinámicos de los modelos perfectos, de acuerdo a los diferentes valores de  $\gamma_i$  (conforme a la tabla 3). Los modelos imperfectos presentan ligeros sobretiros, hecho que hace que difieran un poco de los modelos perfectos y que se tengan estas últimas trayectorias semejantes a las de sistemas de primer orden.

La figura 11 c) muestra las respuestas dinámicas cuando el set-point de  $x_{1D}$  cambia de 0,9287 a 0,9330 (+0,46 %), en la cual las constantes de tiempo son 0,0875 y 0,05 respectivamente. La figura 12 c) muestra

las respuestas dinámicas cuando el set-point de  $x_{1D}$  cambia a 0,9194 (-1,0 %) y las constantes de tiempo son 0,1 y 0,055 respectivamente.

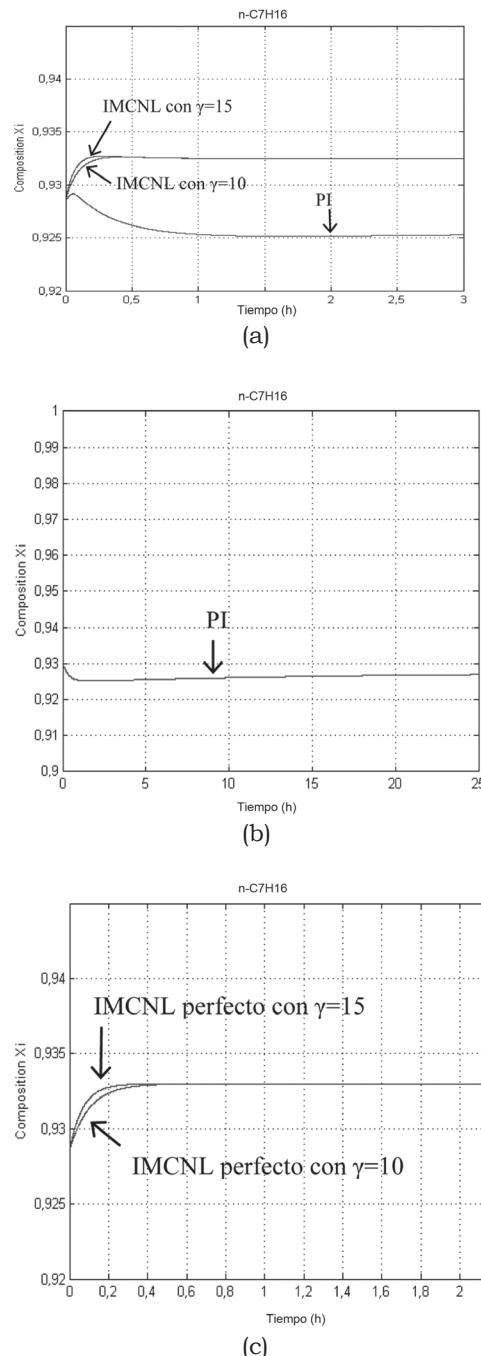


Figura 11. Cambio escalón en el set-point de la composición de B a  $x_{3B}=0,9330$  (cambio +0,46 %). a) Comparación de los controladores IMCNL imperfectos y PI; b) respuesta dinámica del controlador PI; c) respuesta dinámica del controlador IMCNL perfecto.

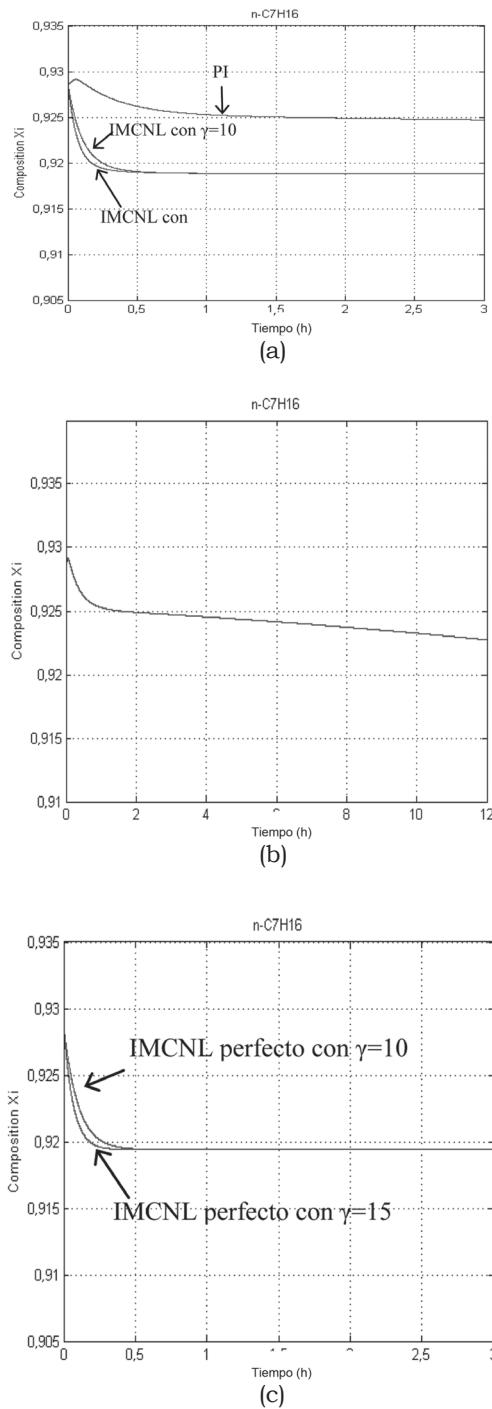


Figura 12. Cambio escalón en el *set-point* de la composición de B a  $x_{B\text{new}}=0,9194$  (cambio -1,0 %). a) Comparación de los controladores IMCNL imperfectos y PI; b) respuesta dinámica del controlador PI; c) respuesta dinámica del controlador IMCNL perfecto.

## CONCLUSIONES

Se presentó un estudio formal de las propiedades dinámicas de la secuencia de destilación térmicamente acoplada Petlyuk empleando controladores PI y su contraparte el IMCNL, mediante simulaciones que permitieron una adecuada comparación de sus comportamientos.

Para valorar la confiabilidad del método de trabajo, los resultados de la solución obtenida del estado estacionario para la secuencia Petlyuk fueron comparados con los obtenidos en Aspen Plus™. Las diferencias absolutas fueron pequeñas. Estos resultados generaron los estados iniciales para la posterior solución del estado dinámico.

La solución del estado dinámico requiere primariamente de la sintonización de las ecuaciones para los controladores PI, para la cual fue empleado el método de Ziegler-Nichols.

Las propiedades de control PI e IMCNL aplicados a la secuencia térmica acoplada Petlyuk se obtuvieron mediante el estudio de las respuestas dinámicas en el dominio del tiempo, ante cambios de tipo escalón en los *set-point* para los tres lazos de control cerrados y perturbaciones en los productos.

De acuerdo con el caso de estudio, los controladores convencionales PI -a pesar de tener un comportamiento lento de control- tienen un buen desempeño para las composiciones del flujo lateral, ya que éstos se aproximan más a los cambios del *set-point*.

Por su parte, los controladores IMCNL presentaron mayor eficiencia de control para estabilizar los cambios de *set-point*, comportándose sin oscilaciones y llegando en un menor tiempo al nuevo estado estacionario. Sin embargo, solo tienen un buen desempeño dinámico para las composiciones del domo y fondo de la columna. Respecto a lo esperado para el flujo intermedio, las respuestas distan porque el modelo produce *offset*; lo anterior debido a que al mover el *set-point* de la composición en la extracción lateral se provoca que la etapa de máxima composición deje de coincidir con la etapa de extracción (dicho comportamiento dificulta el trabajo del controlador).

Se comprobó para este estudio que el parámetro de sintonización  $\gamma_i$  es directamente proporcional a la velocidad de respuesta del controlador, de tal suerte que resulta determinante la elección correcta de su valor. Si se elige un valor muy grande, los esfuerzos de control también se hacen grandes (provocando inestabilidad en el sistema); de lo contrario, si se elige un valor

para  $\gamma_i$  pequeño, el sistema de control se vuelve lento (creando situaciones problemáticas para el sistema).

Por todo lo concluido, y de acuerdo con la delimitación de la investigación, se sugiere hacer un estudio poniendo en operación en forma híbrida los controladores IMCNL y PI en la columna Petlyuk. Se recomienda estudiar los alcances del método para mezclas no ideales, probar otras configuraciones de control (como pueden ser DSB, LSB o DSV), analizar la dinámica de los controladores y comprobar que la metodología empleada pueda escalarse para sistemas con más de 3 componentes.

Se recomienda estudiar los alcances del método de análisis a otros sistemas acoplados (tales como sistemas con rectificador lateral, sistemas con agotador lateral y sistemas alternativos a las columnas Petlyuk propuestos por [21]), o hacer un estudio aplicando controladores IMCNL a secuencias de destilación convencionales.

## AGRADECIMIENTOS

Los autores muestran un agradecimiento a PROMEP y a la Universidad Tecnológica de Puebla por el apoyo brindado para la realización de este trabajo.

## REFERENCIAS

- [1] Rudd, H. (1992). Thermal Coupling For Energy Efficiency. *Chemical Engineer-London* 525: pp. S14-S15.
- [2] Fidkowski, Z. and Krolkowski, L. (1992). Minimum Energy-Requirements Of Thermally Coupled Distillation Systems. *AIChE Journal* 33(4): pp. 643-653.
- [3] Triantafyllou, C. and Smith, R. (1992). The Design And Optimization Of Fully Thermally Coupled Distillation-Columns. *Chemical Engineering Research & Design* 70(2): pp. 118-132.
- [4] Rudd, H. (1992). Thermal Coupling For Energy Efficiency. *Chemical Engineer-London* 525: p. S15.
- [5] Tedder, D. W. and Rudd, D. F. (1978). Parametric studies in industrial distillation: Part I. Design comparisons. *AIChE Journal* 24: pp. 303-315.
- [6] Alatiqi, I. M. and Luyben W. L. (1985). Alternative Distillation Configurations for Separating Ternary Mixtures with Small Concentration of Intermediate in the Feed. *Ind. Eng. Chem. Process Des. Dev.* 24: p. 500.
- [7] Glinos, K. and Malone, F. (1988). Optimality regions for complex column alternatives in distillation systems. *Chemical Engineering Research and Design* 66: pp. 229-240.
- [8] Fidkowski, Z. and Krolkowski, L. (1991). Energy Requirements of Nonconventional Distillation Systems. *AIChE Journal* 36: p. 1275.
- [9] Finn, A. J. (1993). Consider Thermally Coupled Distillation. *Chemical Engineering Progress* October: pp. 41-50.
- [10] Yeomans, H. and Grossmann, I. (2000). Optimal Design of Complex Distillation Columns Using Rigorous Tray-by-Tray Disjunctive Programming Models. *Ind. Eng. Chem. Res.* 39: p. 4326.
- [11] Segovia, J. G., Hernández, S., Rico, V. and Jiménez, A. (2004). A comparison of the feedback control behavior between thermally coupled and conventional distillation schemes. *Computers and Chemical Engineering* 28: pp. 811-819.
- [12] Kaibel, G. and Schoenmakers, H. (2002). Process synthesis and design in industrial practice. *Proceedings of ESCAPE-12*, Elsevier. Amsterdam, Netherlands: pp. 9-20.
- [13] Triantafyllou, C. and Smith, R. (1992). The design and optimization of fully thermally coupled distillation columns. *Transactions of the Institute Chemical Engineers* 70: pp. 118-132.
- [14] Castro, A. (2005). *Estudio Teórico-Experimental sobre Sistemas de Control para la Columna de Destilación Térmicamente Acoplada Petlyuk*. Tesis de Doctorado. Instituto Tecnológico de Celaya. Celaya, México.
- [15] Friday, J. R. and Smith, B. D. (1964). An analysis of the equilibrium stage separations problem-formulation and convergence. *AIChE J.* 10: pp. 698-707.
- [16] Wang, J. C. and Henke G. E. (1966). Tridiagonal Matrix for Distillation. *Hydrocarbon Processing* 45(8): p. 155.
- [17] Gómez, F. I., Segovia, J. G., Hernández, S., Gutiérrez, C. and Briones, A. (2008). Dividing wall distillation columns: Optimization and control properties. *Chemical Engineering and Technology* 31: pp. 1246-1260.
- [18] Abdul, M. I. and Smith, R. (1998). Operation and Control of Dividing Wall Distillation Columns. Part I: Degrees of Freedom and Dynamic Simulation. *Trans. IchemE.* 76: p. 308.
- [19] Hernández, S. and Jiménez, A. (1996). Design of optimal thermally-coupled distillation systems using a dynamic model. *Transactions of the Institute of Chemical Engineering* 74: pp. 357-362.
- [20] Ogunnaike, B. A. and Ray W. H. (1979). Multivariable Controller Design for Linear Systems Having Multiple Time Delays. *AIChE J.* 25: P. 1043.
- [21] Agrawal, R. and Fidkowski, Z. (1998). More Operable Arrangements of Fully Thermally Coupled Distillation Columns. *AIChE J.* 44: p. 2565.