

De la Torre Torres, Oscar V.; Martínez Torre-Enciso, María Isabel  
¿SON LOS ÍNDICES IPC MEXICANO E IBEX35 ESPAÑOL UNA ADECUADA  
DEFINICIÓN DE CARTERA DE MERCADO? UNA REVISIÓN DE ESTE SUPUESTO  
EMPLEANDO EL ESTADÍSTICO DE KANDEL Y STAMBUGH EN UN CONTEXTO  
MUESTRAL

Revista Mexicana de Economía y Finanzas. Nueva Época / Mexican Journal of

Economics and Finance, vol. 8, núm. 2, julio-diciembre, 2013, pp. 227-247

Instituto Mexicano de Ejecutivos de Finanzas A.C.

Distrito Federal, México

Disponible en: <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=423739494006>

# ¿SON LOS ÍNDICES IPC MEXICANO E IBEX35 ESPAÑOL UNA ADECUADA DEFINICIÓN DE CARTERA DE MERCADO? UNA REVISIÓN DE ESTE SUPUESTO EMPLEANDO EL ESTADÍSTICO DE KANDEL Y STAMBUGH EN UN CONTEXTO MUESTRAL

Oscar V. De la Torre Torres\*

Facultad de Contaduría y Ciencias Administrativas,  
Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo

María Isabel Martínez Torre-Enciso

Departamento de Financiación e Investigación Comercial,  
Universidad Autónoma de Madrid

(Recibido 25 de septiembre 2012, aceptado 12 de mayo 2013)

---

## Resumen

En el presente artículo se hace una extensión, para el caso del IPC mexicano y el IBEX35 español, a la revisión realizada en Martínez y De la Torre (2011). En el mismo se replica el estudio realizado en el mercado bursátil español y se extiende el mismo con el empleo de un estadístico propuesto por Kandel y Stambugh (1989), el cual permite que la cartera de mercado, a pesar de no pertenecer al conjunto de portafolios eficientes, se considere eficiente y aceptable. Para probar los resultados, se corrieron dos simulaciones de eventos discretos en las que se encontró que el IPC y el IBEX35 son definiciones eficientes y aceptables. Sin embargo, los datos de salida, a pesar de (en términos inferenciales) aceptar la hipótesis de eficiencia financiera, sugieren que esta conclusión puede ser débil y debe sujetarse a pruebas estadísticas más robustas.

## Abstract

The present paper is a review of the study shown in Martínez & De la Torre (2011) applied to the Mexican and Spanish stock market. As an extension to the test performed, a statistic proposed by Kandel & Stambugh (1989) is used in order to incorporate the sample features in the data used, allowing the market portfolio to be “efficient” even if it do not belong to the efficient portfolios set. In order to test this, two discrete event simulations were performed for the IPC and IBEX35 indexes. Even though the results lead to conclude that these market portfolio proxies are financially efficient, the data suggest that further research should be made with more robust statistical tests.

Clasificación JEL: : G11, G12, C61, C63, C68

Palabras clave: Portfolio Selection, Asset Pricing, Optimization Techniques, Simulation Modeling, Computable General Equilibrium Models

---

\* Facultad de Contaduría y Ciencias Administrativas, Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo Ave. Francisco J. Mújica S/N Edificio AII Col. Felicitas del Río Morelia Michoacán C.P. 58030. Correo electrónico:oscar.delatorre@uam.es

## 1. Introducción

Una de las partes más sensibles para la generación de valor en el proceso de administración de portafolios se encuentra en la asignación de activos, la cual tiene, como punto de partida, tanto la definición adecuada del conjunto de activos que formarán parte de la cartera como el establecimiento de “buenos” niveles de inversión (máximos y mínimo) establecidos en la política de inversión. Dados estos dos elementos y un conjunto de vectores de inversión  $\mathbf{W} = \{\mathbf{w}_i\}$ , se tendrá la correspondiente generación del conjunto de posibilidades de inversión  $\Xi$  que se conformará de diferentes portafolios con diferentes niveles de rendimiento  $E_p$  y exposición al riesgo  $\sigma_p^2$  esperados. Partiendo de la definición de  $\Xi$ , se podrá llegar a un portafolio óptimo que podrá ser eficiente en virtud de las preferencias de riesgo y rendimiento establecidas por el inversionista. Esta afirmación se hace en consecuencia a lo establecido en Ibbotson y Kaplan (2000) e Ibbotson (2010). A pesar de esta consideración, la determinación apropiada de  $\Xi$  es el paso del proceso que menos revisión teórica y práctica ha tenido, situación que los autores retoman para el caso de un “universo” que se limita a los títulos accionarios tanto de la Bolsa Mexicana de Valores como del consorcio Bolsas y Mercados Españoles, el cual comprende, de entre múltiples sociedades, las bolsas de Madrid, Barcelona, Bilbao y Valencia.

Adicional a las consideraciones de Ibbotson y Kaplan, también resulta de interés hacer la visita a la adecuada definición de  $\Xi$  para fines del uso de los modelos de valuación de activos. De entre algunas de las principales críticas a la propuesta original del Modelo de Valoración de activos de Capital (1964) en su forma estándar o de Sharpe-Lintner-Mossin (CAPM-SML), destaca la relativa a la posibilidad de invertir en un activo riesgoso  $M$ , ya sea prestando o pidiendo prestado cantidades infinitas de dinero a la misma tasa de interés libre de riesgo  $rf$ .

Siguiendo las propuestas de Sharpe y presuponiendo expectativas homogéneas entre los inversionistas del mercado (Samuelson, 1965) así como el mismo conjunto de información  $I$  para todos, se llega a la definición de  $M$  como el activo riesgoso que se logra de elegir un portafolio perteneciente a  $\xi \in \Xi$  al resolver el siguiente problema de maximización:

$$\mathbf{w}^* = \arg \max_{\mathbf{w}} [\mathbf{w}' \cdot \mathbf{r} - (rf \cdot \mathbf{1})'] \cdot [\mathbf{w} \cdot \mathbf{C} \cdot \mathbf{w}]^{-1/2} \quad (1)$$

Sujeto a:

$$\mathbf{w}^* \cdot \mathbf{1} = 1$$

$$\mathbf{w}^* \geq 0$$

$$\mathbf{D} \cdot \mathbf{w}^* = \mathbf{d}$$

En donde  $\mathbf{w} = [w_1, \dots, w_n]'$  es un vector de  $n \times 1$  de niveles de inversión,  $\mathbf{r} = [E(\mathbf{r}_1), \dots, E(\mathbf{r}_n)]'$  un vector de  $n \times 1$  de rendimientos esperados por activo,  $\mathbf{C}$  su correspondiente matriz de  $n \times n$  de covarianzas;  $\mathbf{d}$  es el vector de niveles máximo y mínimo de inversión por activo y  $\mathbf{D}$  una matriz con unos y ceros (identificadores) correspondientes a la relación de  $\mathbf{w}$  con  $\mathbf{d}$ . Retomando las mencionadas condiciones de equilibrio de mercado y, como *conditio sine qua*

non, la existencia de las llamadas expectativas homogéneas y conocimiento general de  $I$ , se llega a que  $\mathbf{W}^* = M$ . Esta definición es tanto el punto de partida de los modelos de valuación relacionados al CAPM como del origen ya sea tanto de la práctica de la administración pasiva de portafolios o del concepto de *benchmark* o referencia para medir la gestión activa de carteras.

La propuesta del CAPM-SML es un parte aguas en la Teoría Moderna de Portafolios (TMP) ya que simplifica la interpretación teórica de la selección de carteras, al grado de que se han desarrollado modelos alternativos al originalmente propuesto por Markowitz (1952). De entre los optimizadores y heurísticas más observables con esta lógica de valuación, se encuentra el modelo de Treynor y Black (1973) para derivar una cartera óptima como la combinación lineal de un portafolio activo ( $W_a$ ) y otro pasivo ( $M$ ), la propuesta de Elton, Gruber y Padberg (1976) que realiza una selección partiendo de una tasa de corte y una normalización de índices de Treynor, así como una de las propuestas más recientes empleadas en la actualidad tanto para corregir el error de estimación como para atenuar el supuesto de expectativas homogéneas, la cual fue realizada por Black y Litterman (1990) y emplea transformaciones bayesianas de los parámetros de  $M$ . Sin embargo, a pesar de su utilidad práctica, los resultados logrados en estos tres modelos<sup>1</sup> heredan una limitante inicialmente observada por Roll (1977) y seguida por Ibbotson y Kaplan. Esta es, que la adecuada definición de  $M$  depende de la adecuada derivación de  $\Xi$ , por un lado, y de que  $M \in \xi$ .

Es entonces que el racionamiento en el que se centra el presente estudio es que si la aproximación de para los casos mexicano y español es considerada financieramente eficiente ( $M \in \xi$ ), se puede establecer la validez en la relación lineal que fundamenta el CAPM-SLM, misma que se forma con la sensibilidad de un activo financiero ( $\beta_1$ ) y el rendimiento esperado del mismo ( $E_i$ ), situación que, a su vez, se refleja en la validez práctica de los modelos de selección de portafolios que parten de esta lógica. A su vez, al establecer a  $M$  como “válida”, se estará aceptando como apropiada la definición de  $\Xi$  y el proceso de asignación de activos correspondiente. Con esto, se podría concluir entonces que la administración de portafolios realizada con dicho conjunto llega a niveles de eficiencia financiera aceptables, dejando de lado la posibilidad de que exista pérdida de la misma al hacer a un lado la posibilidad de que exista otro conjunto  $\Xi'$  que lleve a mejores niveles de riesgo y rendimiento.

Esta situación lleva a los autores a retomar un debate iniciado por Roll (1977) y seguido por Kandel y Stambaugh (1989) en su revisión de las críticas realizadas al modelo CAPM-SLM. El presente artículo es la continuación de una serie de revisiones teóricas que han realizado los autores en estos dos índices como es el caso de Martínez y De la Torre (2011). En este caso se incorpora el estadístico de prueba propuesto por Kandel y Stambaugh en el que se reduce la posibilidad de incurrir en error tipo I al rechazar la propiedad de eficiencia financiera de  $M$  dado el carácter muestral de los datos con se trabaja.

Una vez establecido el objetivo del presente artículo, el mismo inicia con una revisión teórica de las principales pruebas ya realizadas al CAPM-SML y a sus formas no estándar. Posterior a ello, en una tercera parte, se expondrá

---

<sup>1</sup> Por mencionar tres de los más empleados y estudiados.

el método empleado y el estadístico de Kandel y Stambaugh para probar la eficiencia financiera en los objetos de estudio, seguido de una revisión de los resultados logrados, mismos que llevarán a las conclusiones pertinentes.

## 2. Revisión teórica: La crítica de Roll y la adecuada aproximación del portafolio o cartera de mercado.

La forma funcional del CAPM-SLM requiere, tal como se ha mencionado previamente, supuestos como que existan condiciones de expectativas homogéneas en los inversionistas y el empleo del mismo conjunto  $I$  de información por parte de los mismos, lo que llevará a definir lo que se conoce como “*condiciones de equilibrio en los mercados financieros*” y, si se emplea el modelo de selección de carteras óptimas conocido como Markowitz-Tobin-Sharpe-Lintner<sup>2</sup> o MTS (Markowitz, 1987, p.5) dado en (1) de manera agregada, se llega a la definición teórica de la “*cartera de mercado*”  $M$ . Partiendo de la misma, se llega a la siguiente regresión auxiliar:

$$r_i = \alpha_i + \beta_i r_M + \varepsilon_i \quad (2)$$

En la misma  $r_i$  representa el rendimiento observado en el activo  $i$ ,  $\alpha_i$  la tasa inercial y  $\beta_i$  una medida de sensibilidad de  $r_i$  dado el valor de  $r_M$ , situación que presupone la definición apropiada de  $M$ . Este último parámetro es lo que se definirá como la nueva medida de riesgo, referente al “riesgo sistemático”. Partiendo de (2) y conforme la cantidad de activos en el portafolio se incrementa, se llega a la siguiente propiedad ampliamente conocida:

$$E(\varepsilon_i) \approx 0 \Leftrightarrow n \rightarrow \infty \quad (3)$$

En base a esta y presuponiendo la adecuada definición de  $M$  que se obtiene de  $\mathbf{W}^* = M$  bajo los supuestos de expectativas homogéneas y conocimiento general de  $I$  para todos los inversionistas, se llega a valuar un activo financiero con la siguiente expresión del CAPM-SLM:

$$E(r_i) = r_f + (r_M - r_f)\beta_i \quad (4)$$

A pesar de su simplicidad teórica y los ahorros computacionales para la selección óptima de portafolios que la expresión en (4) originó, las críticas a su validez se iniciaron con revisiones como la hecha por Black (1972) quien observó que  $r_f$  debería ser sustituido por otra tasa libre de riesgo resultante de la intersección de dos rectas que parten tanto del portafolio de mercado  $M$  como de una cartera ortogonal al mismo en la sección de pendiente negativa de la frontera eficiente correspondiente a  $\xi$ , situación que lleva al propio Black a sugerir su modelo conocido como “beta cero”. En un estudio similar, Fama y Macbeth (1973), realizan una prueba al modelo con una forma funcional dada por la siguiente expresión:

$$E(r_i) = \gamma_0 + \gamma_1 \beta_i + \gamma_2 \beta_i^2 + \gamma_3 \sigma(\varepsilon_i) + \eta_i \quad (5)$$

La hipótesis de Fama y Macbeth era establecer la inexistencia de no linealidades en el CAPM-SLM al demostrar que  $\gamma_2 = 0$  y  $\gamma_3 = 0$ , situación que los llevó a rechazar su postura.

---

<sup>2</sup> Cuya derivación se presentó en (1).

Con las pruebas anteriores, de entre muchas críticas más realizadas al CAPM, se puso en tela de juicio la validez externa del CAPM y, como consecuencia, los modelos de selección óptima de portafolios basados en esta lógica de análisis. Tal situación condujo a la búsqueda de modelos alternativos de valuación de activos como las formas funcionales propuestas por Amihud y Mendelson (1986), la cual relaja el supuesto de liquidez perfecta, el propuesto por Merton (1992) para valorar activos en tiempo continuo y de manera intertemporal o el que estudia la valuación de activos no negociables como capital humano o activos no negociados en mercados líquidos de Heaton y Lucas (2000). Estos por mencionar algunas de las múltiples propuestas que son conocidas como “*Versiones no estándar del modelo CAPM*”.

La implicación que tiene la validez del CAPM es resultado, como se estableció en la introducción del presente artículo, de la adecuada definición de  $\Xi$  y de que  $M \in \xi$ . Esta observación parte, en buena medida, de la crítica que hace Roll (1977) a las propias críticas al CAPM. Según observa, estas revisiones tratan de demostrar, de manera conjunta, dos hipótesis:

$H_1$  : “*La Cartera de mercado es eficiente de manera ex ante*”.

$H_2$  : “*El portafolio que hace tangencia con la frontera eficiente en el modelo MTSI de manera ex ante es la cartera de mercado*”.

Las observaciones de Roll van en el sentido a atacar las críticas al CAPM-MLS citadas desde diferentes perspectivas, destacando lo siguiente en sus comentarios finales:

1. No se conoce la verdadera conformación de la cartera de mercado  $M$ , por lo que las pruebas al CAPM resultan en un esfuerzo teórico más amplio que el que las críticas al CAPM buscan alcanzar.
2. El probar la validez del CAPM representa una tautología ya que, si se presupone eficiencia en  $M$ , no existirá razón para rechazar la validez del modelo al encontrarse ésta en la frontera eficiente.
3. La verdadera definición de  $M$  se desconoce pero, en la práctica, se aproxima con carteras “tipo” como son los índices bursátiles, por lo que se corre el riesgo de hacer un análisis de portafolios que lleva a derivar carteras de mercado potencialmente ineficientes a la luz de la matemática de la TMP, situación que conduce a potenciales riesgos como valuar activos que se encuentran en una frontera eficiente observablemente superior a las aproximaciones de  $M$ .

Tanto la primera como la tercera observación llevan a observar que, al desconocer la conformación de la verdadera  $M$ , se corre el riesgo de tener aproximaciones ineficientes que conducirían a resultados no deseados en (2) como es el hecho de que  $\beta_i \approx 0$ .

Independientemente de que la crítica de Roll es una respuesta a la validez del sustento teórico de las críticas realizadas al CAPM, la misma despierta el interés de los autores al compaginarse esta con lo propuesto en Ibbotson y Kaplan (2000) e Ibbotson (2010) en donde se resalta la importancia de la asignación de activos<sup>3</sup> para la generación de valor en el proceso de

---

<sup>3</sup> Léase establecimiento del conjunto de activos objeto de inversión y los límites máximos y mínimos de inversión en cada caso

administración de portafolios. Por tanto, si se empleara, a manera de estudio inicial, un universo de activos objeto de inversión limitado a los miembros de los índices bursátiles IPC mexicano e IBEX35 español, se debe definir entonces como “válida” la definición de cartera de mercado aproximada con la conformación de estos. Es decir, esta debe de encontrarse ya sea dentro del conjunto de portafolios eficientes  $\xi$  en cada caso o al menos a una distancia considerada “cercana” al mismo. Situación que se busca probar con lo expuesto en este trabajo.

En el caso del mercado bursátil español, existen múltiples estudios empíricos sobre el índice IBEX35 para determinar su validez como cartera de mercado. Al hacer una revisión bibliográfica no exhaustiva, se cita a Ferruz y Sarto (1997), Acosta y González (1999) o Jara y Martínez (2000) quienes en sus trabajos<sup>4</sup> analizan la conveniencia de considerar el IBEX35 como cartera de mercado frente al IGBM (Índice General de la Bolsa de Madrid). En concreto Lucas (1998, pág. 42) señala como causa de la elección del IBEX35 que “*la eficacia y competitividad de los gestores se mide por el IBEX35 en lugar de por el Índice General de la Bolsa de Madrid*”,<sup>5</sup> aspecto que se hace propio al presente trabajo al elegir este índice como referencia y punto de partida dada la afirmación anterior.<sup>6</sup> Ya en la primera década del siglo XXI, Gomez-Sala e Yzaguirre (2003) analizan la evolución de los precios de las acciones ante entradas y salidas del IBEX35; ó Miralles y Miralles (2005) quienes estudian la relación entre ocho índices bursátiles europeos y sus efectos sobre la composición de las carteras óptimas en el periodo 1995-2002. Por su parte, Miralles y Miralles (2009) se adentran en la composición de la cartera óptima del IBEX 35 y de los índices IBEX Medium Cap e IBEX Small Cap, mostrando la importancia de las empresas de tamaño mediano en la composición de los mismos.

Para el caso mexicano se tienen pocos pero contundentes estudios al respecto, mismos que se busca sean punto de partida para complementar los resultados del presente. Entre los principales trabajos se observan el de López Herrera (2000) quien, al contrastar el riesgo sistemático derivado con el Índice de Precios y Cotizaciones (IPC) y el Índice México (INMEX), observa que el modelo se creó para valuar activos y no para aprovechar oportunidades de inversión. Sin embargo, dado que los valores de las betas podrían ser observablemente diferentes si se tienen diferentes índices o aproximaciones de  $M$  con los cuales referenciarse, se corre el riesgo de estar sobre o subvaluando el riesgo sistemático y, por ende, al activo financiero. Por esto, a su óptica y en línea con lo expuesto por Frankfurter (1976) y lo establecido en Roll (1977), será prudente delimitar si la aproximación del portafolio de mercado  $M$  es apropiada

<sup>4</sup> Estos autores justifican en sus estudios empíricos la utilización del IGBM como *benchmark* o índice de referencia por ser el índice que de forma más completa representa el mercado de valores español.

<sup>5</sup> Véase también a (Mendizábal Zubeldia, Miera Zabalza, & Zubiazubiaurre, 2002, pág. 37).

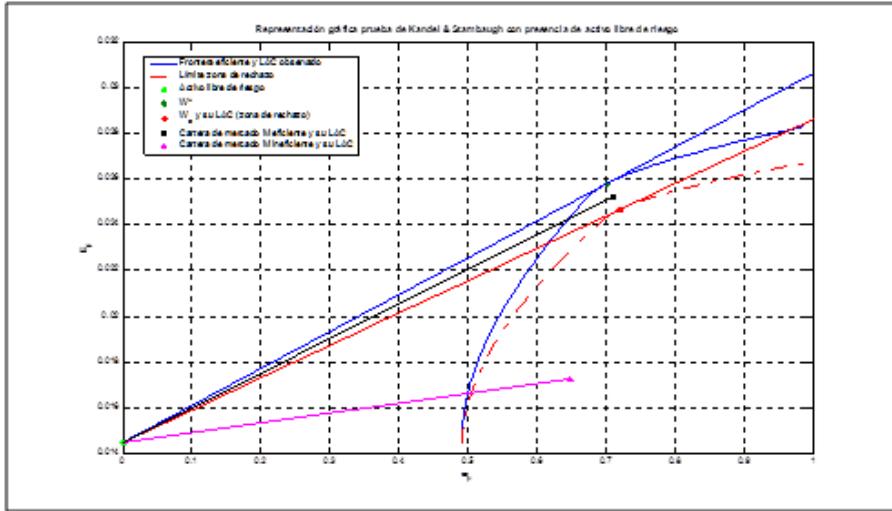
<sup>6</sup> Situación que es análoga al Índice de Precios y Cotizaciones en México respecto al INMEX, al ser éste una de las principales medidas de desempeño en el mercado bursátil mexicano.

en términos de eficiencia financiera. Otra investigación en el ámbito mexicano y que es consistente con lo observado por los proponentes de las versiones no estándar del CAPM, es la realizada por Sansores (2008) quien destaca que el CAPM tiene limitaciones en su aplicación en economías emergentes. Esto lo atribuye a que deben considerarse otras variables estadísticas, económicas o financieras en la valuación, lo que le lleva a sugerir el empleo de una versión multifactor del CAPM como es el modelo de Fama, MacBeth y Schwert (1977).

Como punto de partida para establecer el objetivo del presente estudio, se tiene que la determinación de  $\Xi$  es un tema propio de la asignación de activos en el contexto del proceso de administración de portafolios, lo que lleva a poner en consideración aspectos como la aversión al riesgo, los objetivos e intereses del inversionista y otro tipo de expectativas cuya cuantificación y modelado sale del objetivo e interés del presente. Sin embargo, dado el universo de posibilidades de inversión  $\Xi$  y su correspondiente conjunto de portafolios eficientes  $\xi$ , se debe de demostrar que  $M$  tiene un cierto grado de eficiencia financiera, de tal forma que la comprobación de  $H_2$  llevará a la de  $H_1$ . Lo que lleva a establecer como el objetivo del presente el demostrar  $H_2$ , es decir, que *El portafolio que hace tangencia con la frontera eficiente en el modelo MTSL de manera ex ante es la cartera de mercado*. En estudios como el presentado por Martínez y De la Torre (2011) se tiene la limitante de que se compara, de manera directa, el nivel de eficiencia de la cartera de mercado  $M$  con el de  $\mathbf{W}^* \in \xi$ , llegando a la conclusión de que el IBEX35 es financieramente ineficiente como aproximación de  $M$ . Sin embargo, siguiendo a Kandel y Stambaugh (1989) quienes proponen que  $S_{\mathbf{W}^*} = S_M$  podría no cumplirse ya sea por circunstancias muestrales o debido a las restricciones y el método con el que se calcula  $M$ , es que esta situación muestral lleva a una diferencia en la pendiente de ambos portafolios respecto a  $rf$ , lo cual puede generar error tipo I al comparar directamente la razón de Sharpe de  $\mathbf{W}^*$  con la de  $M$ .

Por tanto, esta situación muestral, siguiendo a Kandel y Stambaugh, permite establecer una zona geométrica de aceptación. La representación de la misma se expone en la gráfica 1 en donde la zona de rechazo se delimita por una línea crítica similar a la frontera eficiente de  $\xi$ , misma que se localiza como la frontera eficiente inferior denominada “límite zona de rechazo”. Con este concepto, la regla de decisión será: “*M será eficiente si se encuentra en una zona entre la frontera eficiente  $\xi$  del conjunto  $\Xi$  y el límite de la zona de rechazo*”.

Gráfica 1. Representación gráfica de prueba de Kandel & Stambaugh (1989) para modelos de valuación de capital de un factor con presencia de activo libre de riesgo.



Fuente: Elaboración propia.

Para expresar esto en términos más directos, se parte del valor del índice de Sharpe de la cartera de mercado

$$S_M$$

dado por:

$$S_M = \frac{E_M - r_f}{\sigma_M} \quad (6)$$

De manera análoga, se tiene el valor  $S_{\mathbf{w}^*}$  correspondiente a un portafolio óptimo dado por el vector  $\mathbf{w}^*$  derivado con (1). Si se parte, en el extremo superior, de la frontera eficiente  $\xi$  y, en el inferior, la curva relativa a la zona de rechazo. Con esta se puede llegar a una cartera delimitada por una recta que parte de  $r_f$  y hace tangencia con la curva de esta zona de rechazo, la cual lleva a una cartera óptima  $\mathbf{w}_c^*$  a la que le corresponde una pendiente dada por  $S_{\mathbf{w}_c^*}$ , la cual se puede derivar con la siguiente expresión (Kandel & Stambaugh, 1989):

$$S_c = \left\{ \frac{S(\mathbf{w}^*) - [\vartheta \cdot F_{5\%}(n-1, T-n)]}{1 + [\vartheta \cdot F_{5\%}(n-1, T-n)]} \right\}^{1/2}, \vartheta = (n-1)/(t-n) \quad (7)$$

Con esta pendiente, se tendría la definición de eficiencia financiera en  $M$  a través de la siguiente regla de aceptación:

$$H_0 : M \text{ es eficiente} \Leftrightarrow S_M \geq S_c \quad (8)$$

La misma es una hipótesis más tolerante, desde una perspectiva muestral, a la planteada en Martínez y De la Torre (2011):

$$H_0 : M \text{ es eficiente} \Leftrightarrow S_M = S_{\mathbf{w}^*} \quad (9)$$

Por tanto, para demostrar que las carteras de mercado son eficientes se empleará la hipótesis dada en (8).

### 3. Revisión empírica de la definición del IPC e IBEX35 como carteras de mercado española y mexicana.

Para demostrar que tanto el IPC como el IBEX35 son adecuadas definiciones de portfolio de mercado se realizaron dos simulaciones de eventos discretos de intervalo mensual (fin de mes) para un periodo de enero de 2000 a junio de 2010 en el IPC y de febrero de 2002.<sup>7</sup> a junio de 2010 en el IBEX35. En cada fecha de simulación se realizaron los siguientes pasos generales:

Se formaron vectores  $r_i$  con las últimas 40 observaciones de las variaciones porcentuales de cada una de las acciones miembro de cada índice. Con esto, se formó la correspondiente variable vectorial de  $T \times n$   $\mathbf{X} = [\mathbf{r}_1, \dots, \mathbf{r}_n]$ , siendo  $T$  el número de observaciones o longitud de las series de tiempo empleadas y  $n$  el número de activos. Con la misma se calcularon tanto el vector de  $n \times n$  de rendimientos esperados por activo  $\mathbf{r}$  como la correspondiente matriz de  $n \times n$  de covarianzas  $\mathbf{C}$ , partiendo de un vector  $\mathbf{m} = [1/n, \dots, 1/n]'$  de  $T \times 1$ , una matriz de identidad de  $n \times n$  (siendo  $n$  el número de activos en el portafolio) y un vector de unos  $\mathbf{1}$  de  $n \times 1$ :

$$\mathbf{r} = \mathbf{X}' \cdot \mathbf{m} = [\bar{\mathbf{r}}_1, \dots, \bar{\mathbf{r}}_n]' = [E(\mathbf{r}_1), \dots, E(\mathbf{r}_n)]' \quad (10)$$

$$\mathbf{C} = \left[ \left( [\mathbf{I} - n^{-1} \cdot \mathbf{1} \cdot \mathbf{1}'] \cdot \mathbf{X} \right)' \cdot \left( [\mathbf{I} - n^{-1} \cdot \mathbf{1} \cdot \mathbf{1}'] \cdot \mathbf{X} \right) \right] \cdot n^{-1} \quad (11)$$

Una vez logrados estos parámetros, se derivó un portafolio óptimo  $\mathbf{w}^*$  con el problema de optimización planteado en (1) tomando como límite inferior 0.1% y 0.3% para los índices IPC e IBEX35 respectivamente y, como límite superior, el valor de 25% para el caso mexicano. Esto en seguimiento a sus métodos de cálculo y para evitar la concentración de los niveles de inversión por activo dada la restricción de no negatividad.

Posterior a esta derivación de  $\mathbf{w}^*$ , se calcularon los parámetros de riesgo y rendimiento con las expresiones primigeniamente propuestas por Markowitz (1952):

$$\sigma_{\mathbf{w}^*}^2 = \mathbf{w}^{*'} \cdot \mathbf{C} \cdot \mathbf{w}^* \quad (12)$$

$$E_{\mathbf{w}^*} = \mathbf{w}^{*'} \cdot \mathbf{r} \quad (13)$$

Con las conformaciones o niveles de inversión por activo  $\mathbf{w}_M$  de cada una de las carteras de mercado (IBEX35 e IPC) se aplicaron las expresiones dadas en (12) y (13) para lograr el riesgo  $\sigma_M^2$  y rendimiento  $E_M$  en este portafolio. Con los niveles de riesgo y rendimiento previamente calculados, se determinaron los índices de Sharpe (1966) correspondientes:

$$S_{w^*} = \frac{E_{w^*} - r_f}{\sigma_{w^*}}, S_M = \frac{E_M - r_f}{\sigma_M} \quad (14)$$

<sup>7</sup> La heterogeneidad de los periodos se debe a que el proveedor de información (Bloomberg Inc., 2010) no presenta información de conformaciones históricas del IBEX35 en los mismos periodos que el IPC. Por tanto, dado que la definición de la cartera de mercado en un país se presupone como ajena de la correspondiente al otro, se empleará toda la información histórica disponible a pesar de que los periodos de tiempo no son homogéneos.

Como un penúltimo paso, se aplicó el cálculo del índice de Sharpe de  $\mathbf{w}^*$  en el estadístico de Kandel y Stambaugh propuesto en la expresión (7):

$$S_c = \left\{ \frac{S(\mathbf{w}^*) - [\vartheta \cdot F_{5\%}(n-1, T-n)]}{1 + [\vartheta \cdot F_{5\%}(n-1, T-n)]} \right\}^{1/2}, \vartheta = (n-1)/(t-n)$$

Una vez logrados  $S_c$  y  $S_M$  en cada periodo de simulación  $t$ , se procedió a aplicar la regla de selección para contrastar  $H_0$  dada en (8). Esto llevó a definir una variable dicotómica para cada  $t$ , la cual se determina con la siguiente función por partes:

$$KS_t = \begin{cases} 1 & \text{si } S_M \geq S_c \\ 0 & \text{si } S_M < S_c \end{cases} \quad (15)$$

Dado que la aceptación de  $H_0$  se da en cada periodo  $t$ , fue necesario determinar que la condición de eficiencia es una situación estructural en las carteras de mercado y no una netamente coyuntural cuyo resultado se determina por la muestra observada en  $t$ . Para determinar esta validez estructural de la definición de eficiencia financiera en  $M$  y una vez que se derivaron los valores de  $KS_t$ , se generó un estadístico con el número de veces en que se observó la eficiencia de la cartera de mercado en donde  $NT$  es el número de fechas simuladas en cada caso:

$$KST = \sum_{t=1}^{NT} KS_t \quad (16)$$

Una vez determinado  $KST$ , se demuestra la propiedad de eficiencia financiera en forma estructural (en todas las fechas) al emplear una prueba de hipótesis de cola superior modelada por una función de densidad de probabilidad de Poisson con 95% de intervalo de confianza, partiendo de un valor de  $\lambda = NT \cdot 5\%$  y un valor crítico dado por  $VC = \lambda + (95\% \cdot \lambda)$  lo que lleva a aceptar la hipótesis de definición de eficiencia financiera en con la siguiente regla:

$$H_{02} : M \text{ es eficiente} \Leftrightarrow KST > VC \quad (17)$$

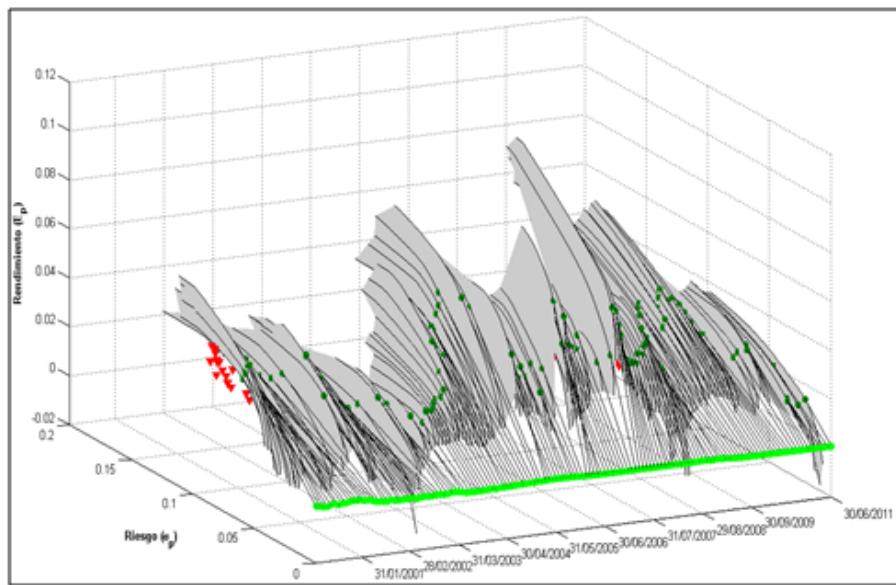
Toda la serie de pasos previamente descritos se realizaron con datos extraídos de Bloomberg (2010), los cuales fueron procesados con una aplicación informática programada en  $MATLAB^TM$ , misma que fue diseñada para realizar todos los pasos previamente descritos en la secuencia expuesta.

#### 4. Resultados del estudio empírico realizado

##### 4.1. Resultados para el IPC

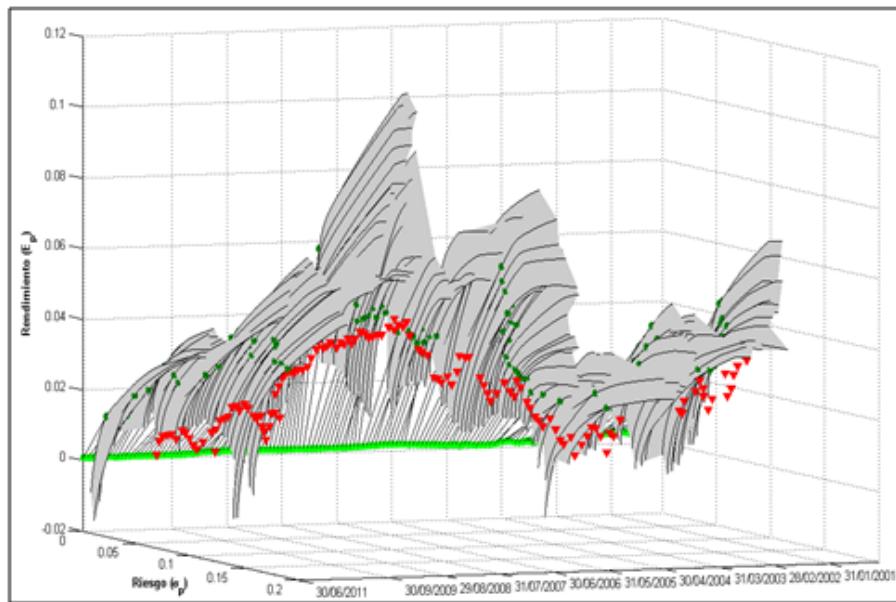
Al aplicar la serie de pasos previamente descritos en el IPC se tuvo un primer comparativo visual expuesto en las gráficas dos y tres. En las mismas se contrastan tanto las fronteras eficientes  $\xi$  observadas en  $t$ , como la cartera óptima  $w^*$  derivada con (1) y los niveles de riesgo y rendimiento en  $M$  o IPC. En estas, el IPC está representado por triángulos, las fronteras eficientes observadas históricamente por áreas grises y  $w^*$  por círculos. A su vez, se puede apreciar que, como podría esperarse en términos teóricos, el IPC es financieramente ineficiente respecto a  $w^*$  al estar por debajo de las fronteras eficientes.

Gráfica 2. Histórico de fronteras eficientes comparados con el nivel de riesgo y rendimiento del IPC (vista frontal).



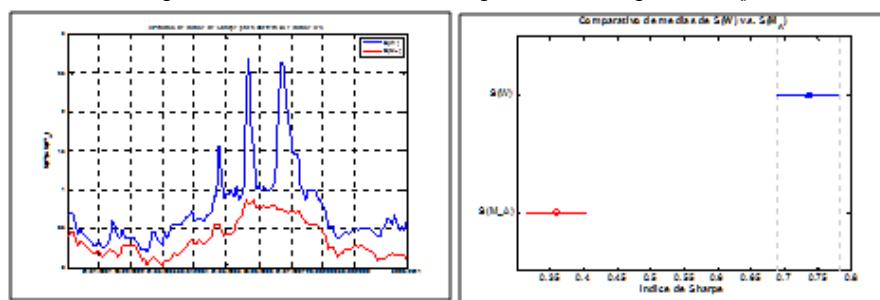
Fuente: Elaboración propia.

Gráfica 3. Histórico de fronteras eficientes comparados con el nivel de riesgo y rendimiento del IPC (vista inferior).



Fuente: Elaboración propia.

En la gráfica cuatro se puede apreciar el histórico de los índices de Sharpe  $S_{w^*}$  y  $S_M$  en donde se confirma que  $w^*$  es más eficiente que  $M$  dado su nivel de  $S_{w^*}$ .

Gráfica 4. Comparativo de Índices de Sharpe históricos para  $w^*$  y el Índice IPC.

Fuente: Elaboración propia.

Antes de proseguir con las pruebas del estadístico de Kandel y Stambaugh es necesario observar la parte izquierda de la gráfica cuatro. Nótese cómo algunos períodos de tiempo (en el caso de  $S_{w^*}$ ) tienen valores demasiado extremos (altos). La razón que justifica esta situación está en el hecho de que no siempre se tenían series de tiempo de rendimientos con 40 observaciones (como el caso de la entrada de AMTELA1, AMXL, ARGOSB, ARCA\* o de USCOM B-1) por lo que las mismas no eran incorporadas hasta que se tenían al menos

diez observaciones, llenando los datos faltantes con ceros. Para poder tener conclusiones más apropiadas, se decide separar las fechas cuyos valores de  $S_{w*}$  se consideran “atípicas”. Para no incurrir en criterios discrecionales, se empleó un método que se basa en el sugerido por Chow *et.al.* (1999), el cual consiste en el cálculo de una distancia ponderada que utiliza la media de todos los índices de Sharpe observados  $E(S_{w*})$  y su correspondiente varianza  $\sigma_{S_{w*}}^2$ :

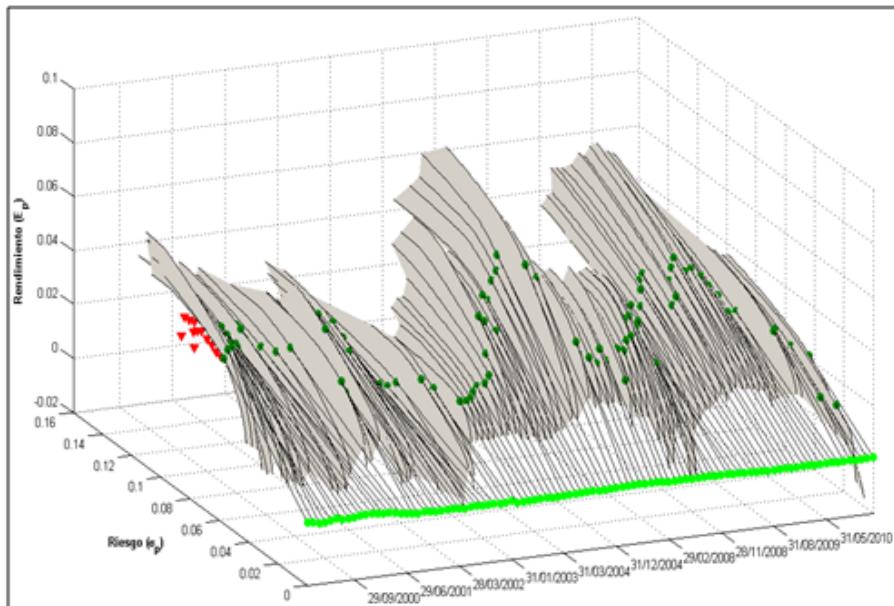
$$d_t = \frac{S_{w*,t} - E(S_{w*})}{\sigma_{S_{w*}}^2} \quad (18)$$

Para definir si una fecha  $t$  es considerada “atípica” se empleó el siguiente criterio estadístico:

$$t \text{“es atípica”} \Leftrightarrow d_t > X_{80\%, gl=1}^2 \quad (19)$$

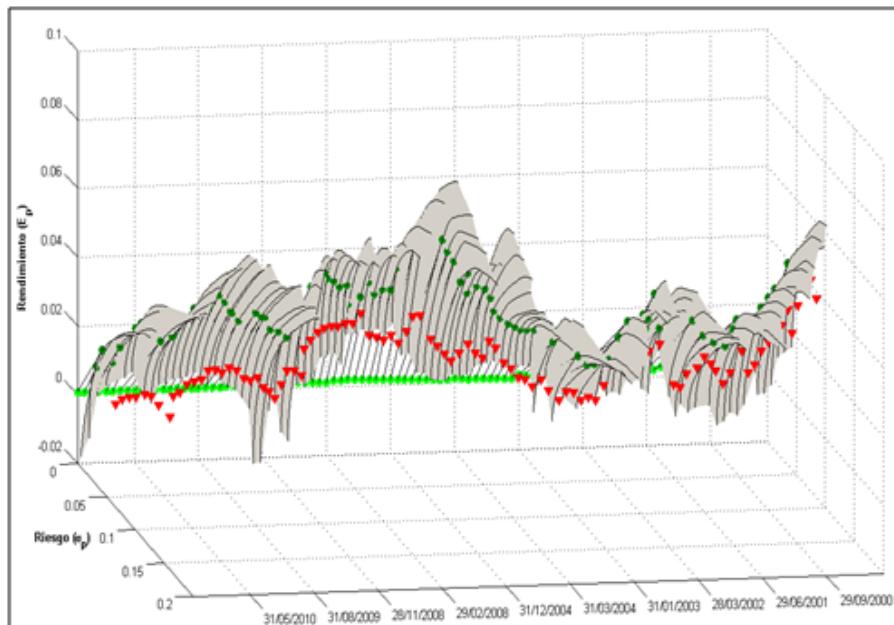
Las fechas que se identificaron como atípicas fueron eliminadas junto con sus observaciones de  $S_{w*}$  y  $S_M$ , situación que llevó al comparativo de fronteras eficientes  $w*$  y  $M$  expuesto en las gráficas cinco y seis, así como al comparativo de índices de Sharpe de la gráfica siete.

Gráfica 5. Histórico de fronteras eficientes comparados con el nivel de riesgo y rendimiento del IPC (muestra sin fechas “atípicas”, vista frontal).



Fuente: Elaboración propia.

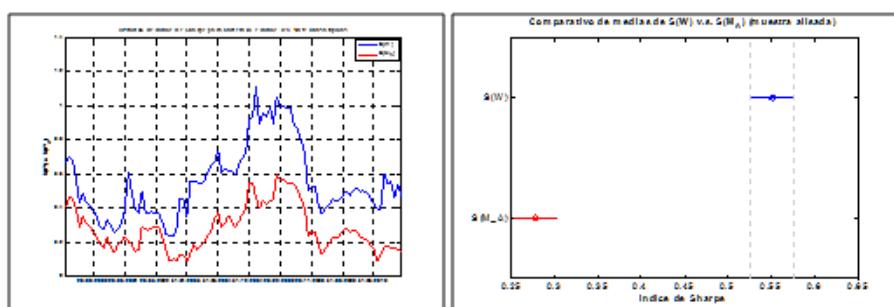
Gráfica 6. Histórico de fronteras eficientes comparados con el nivel de riesgo y rendimiento del IPC (muestra sin fechas “atípicas”, vista inferior).



Fuente: Elaboración propia.

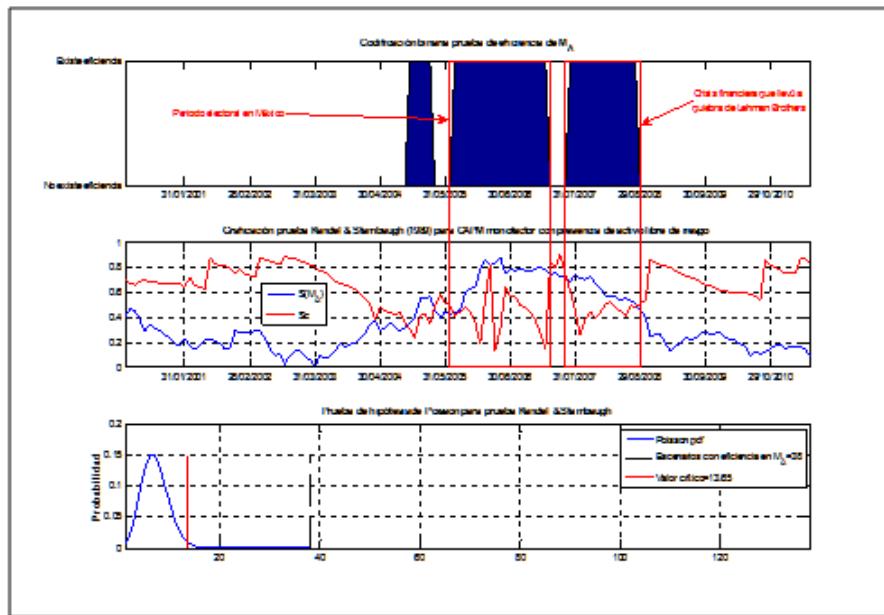
Al igual que en los comparativos realizados en las gráficas dos a cuatro, se puede apreciar que esta definición de cartera de mercado es “ineficiente” por lo que, recordando la naturaleza muestral de los datos con que se trabaja, se calculó el estadístico  $S_c$  de Kandel y Stambaugh tanto para la muestra de índices de Sharpe original como la segunda versión que excluye las fechas consideradas “atípicas”. Los resultados se exponen en la gráficas ocho y nueve.

Gráfica 7. Comparativo de Índices de Sharpe históricos para  $w^*$  y el Índice IPC (sin fechas “atípicas”).



Fuente: Elaboración propia.

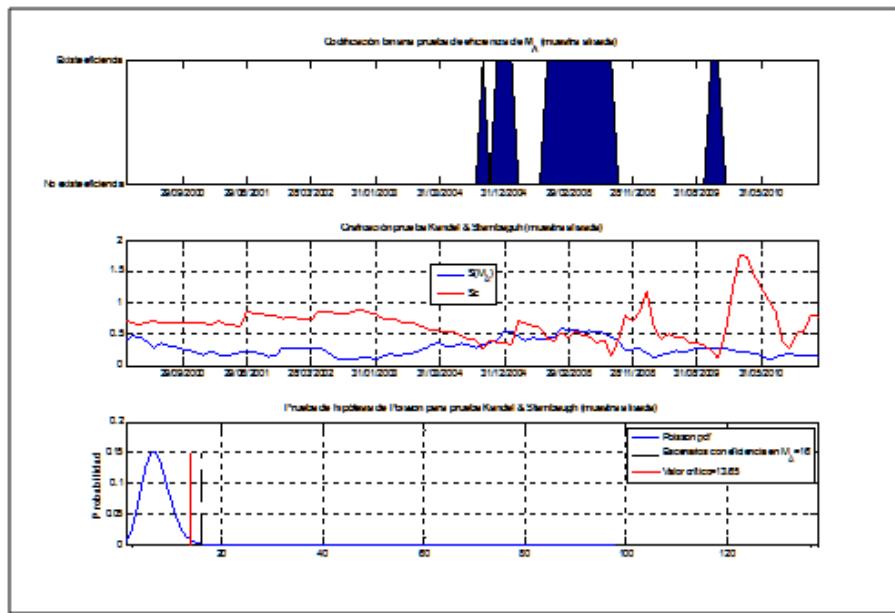
Gráfica 8. Resultados de la prueba de Kandel y Stambaugh observados de manera histórica (muestra completa).



Fuente: Elaboración propia.

Para el caso de la muestra completa, se puede apreciar, en la gráfica ocho, que solo en 38 de las 138 fechas simuladas se tiene que el IPC se encuentra en la zona de aceptación comprendida. Es decir, en donde  $S_M \geq S_c$ . En la parte intermedia de la misma gráfica se aprecia la relación entre  $S_{w*}$  y  $S_c$ . En la inferior la prueba de hipótesis con probabilidad de Poisson, misma que lleva a aceptar la eficiencia del IPC como cartera de mercado el ser esta estadísticamente próxima a la frontera eficiente  $\xi$ . Sin embargo, dada la sospecha que se tenía desde la revisión a la gráfica cuatro y al realizar el mismo comparativo eliminando las fechas consideradas “atípicas” (gráfica nueve), se puede observar que los resultados dan un giro observable al reducirse la cantidad de fechas de 38 a 16, situación que si bien permite considerar al IPC como una definición de cartera de mercado “financieramente eficiente” y aceptable, no deja de poner en duda la validez del mismo dada la cantidad baja de fechas en que se cumple la regla de aceptación dada en (17), por lo que deberán realizarse pruebas más exhaustivas para confirmar este resultado.

Gráfica 9. Resultados de la prueba de Kandel y Stambaugh observados de manera histórica (Sin fechas atípicas).

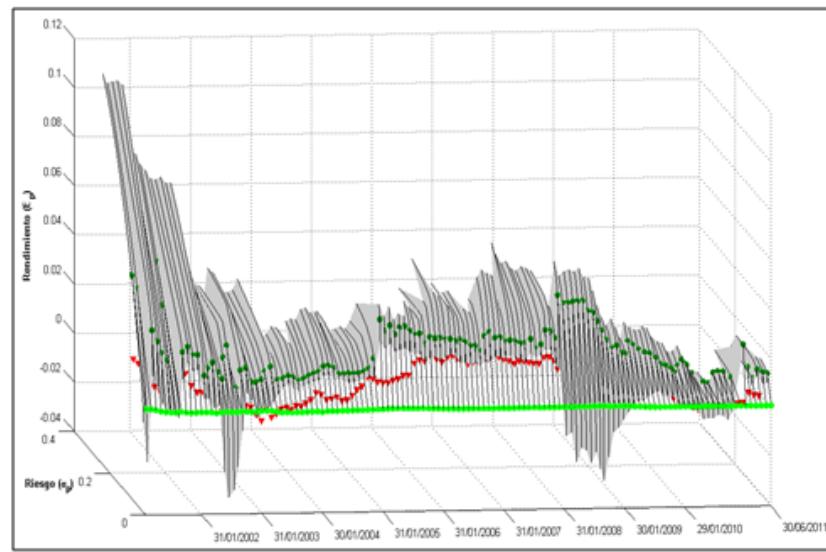


Fuente: Elaboración propia.

#### 4.2 Resultados para el IBEX35

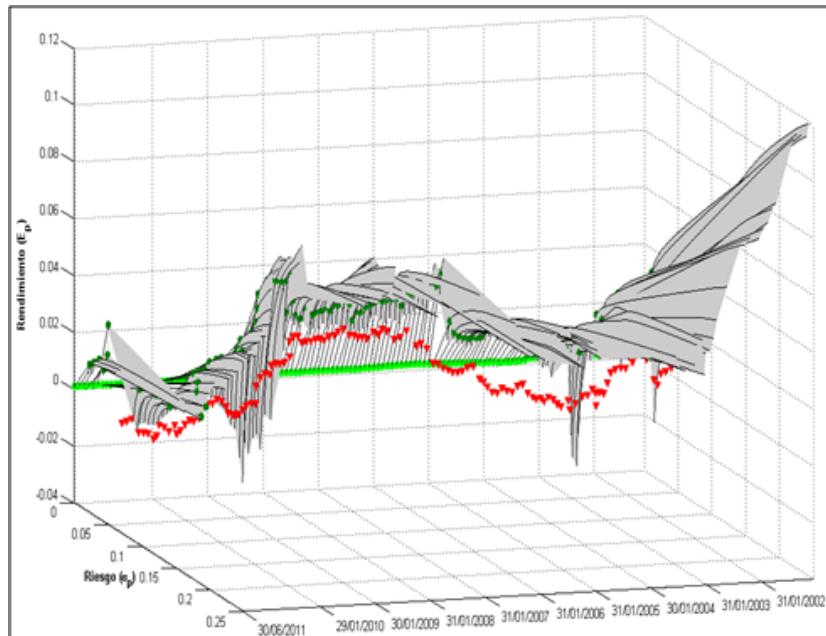
En las gráficas diez y once se puede apreciar cómo los valores de riesgo y rendimiento observados mensualmente en la aproximación de la cartera de mercado  $M$  dada por el índice IBEX35 (triángulos) también se encuentran por debajo de las fronteras eficientes observadas ( $\xi$  superficie gris) así como de los valores de riesgo y rendimiento de la cartera óptima  $w^*$  derivada con (1), lo que sugiere, en un primer impulso, que esta definición de cartera de mercado no es eficiente. Al realizar el mismo comparativo histórico de índices de Sharpe en la gráfica doce, se puede confirmar el resultado anterior. En este punto es de necesidad señalar que, dado el comportamiento de los índices de Sharpe y a diferencia del mercado mexicano, el comportamiento de las fronteras eficientes fue relativamente estable y no fue necesario realizar el método de filtrado propuesto en (19) por lo que los resultados bien pueden revisarse con la totalidad de los datos generados con las simulaciones.

Gráfica 10. Histórico de fronteras eficientes comparados con el nivel de riesgo y rendimiento del IBEX35 (vista frontal).



Fuente:Elaboración propia.

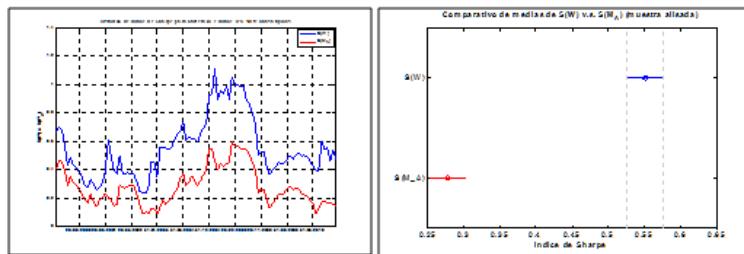
Gráfica 11. Histórico de fronteras eficientes comparados con el nivel de riesgo y rendimiento del IBEX35 (vista inferior).



Fuente:Elaboración propia.

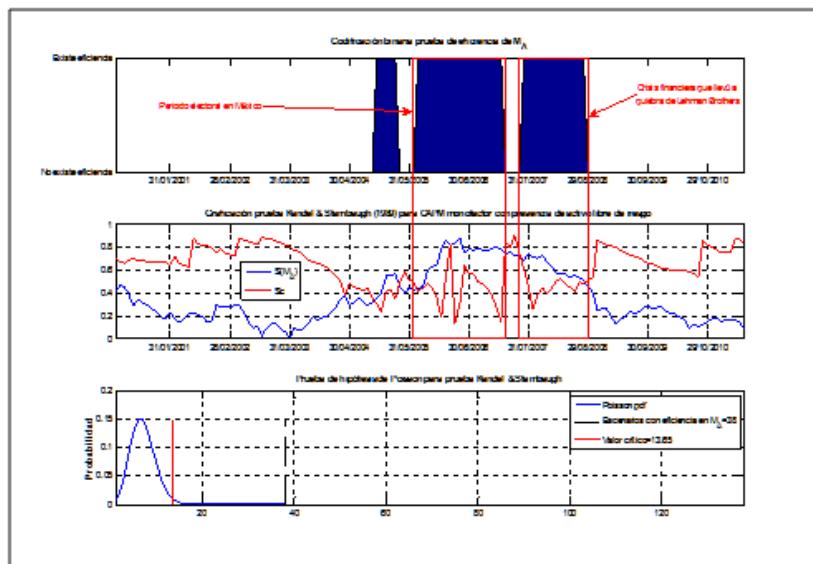
En la gráfica trece se presenta la prueba realizada con el estadístico de Kandel y Stambaugh para este mercado. En la misma se puede apreciar que solo en dieciocho de 113 fechas se cumple con la definición de eficiencia financiera. Sin embargo, al aplicar el criterio de la prueba con probabilidad de Poisson dado en (17), se tiene la cantidad suficiente de observaciones como para afirmar la presencia de esta propiedad en el IBEX 35, situación por la que, contrario a lo planteado en Martínez y De la Torre (2011), se acepta como válida y financieramente eficiente esta definición de cartera de mercado, dejando como consideración, al igual que el índice IPC, que se tienen pocas fechas en las que se cumple con la segunda hipótesis planteada por Roll (1977): “*La cartera de mercado es exante eficiente*”.

Gráfica 12. Índices de Sharpe históricos para la cartera óptima empleando el modelo MTSI y para el índice IBEX35 (con y sin fechas “atípicas”).



Fuente:Elaboración propia.

Gráfica 13. Análisis visual de la prueba de Kandel y Stambaugh (1989) y prueba de validez estructural para modelos de valuación de capital monofactor con presencia de activo libre de riesgo aplicada al universo de activos del índice IBEX35.



Fuente:Elaboración propia.

Si bien es cierto que los tipos de prueba que se realizan aquí son ex post y, más aún, los datos con los que se trabaja son muestrales, es de necesidad recalcar que el presente artículo es una de varias pruebas que se realizarán a estas dos índices por lo que se puede tener presente que el error de estimación puede ser un factor adverso para las conclusiones a las que se llega.

Sin embargo, se espera que las pruebas siguientes lleven a mejores resultados para determinar si estas dos definiciones de carteras de mercado son o no apropiadas dado el conjunto de posibilidades de inversión  $\Xi$  que las origina. Esto a fin de llevar a cabo una adecuada asignación de activos en este tipo de mercados, lo que permitirá saber, a su vez, si es que no se está perdiendo eficiencia financiera tanto al elegir portafolios relacionados a estos índices como para valuar activos con los mismos.

### 5. Conclusiones

En el presente artículo se lleva a aceptar, contrario a las pruebas realizadas en Martínez y De la Torre (2011), como financieramente eficientes a las dos definiciones de cartera de mercado estudiadas. Esto es así partiendo de una perspectiva netamente estadística. Sin embargo, como se observó a lo largo de los resultados de las simulaciones, los índices de Sharpe de  $M$  tanto en México como en España, fueron observablemente inferiores a los logrados con un portafolio óptimo  $w^*$  derivado con el modelo Markowitz-Tobin-Sharpe-Lintner. Esto lleva a poner en tela de duda si realmente las definiciones de cartera de mercado son aceptables como tales y, por ende, tanto los modelos de valuación como los procesos de selección de portafolios no tienen niveles de eficiencia inferiores a los que se lograrían con otro tipo de conjunto de activos objeto de inversión.

Dado que ahora se incorporó un nuevo estadístico para definir si una cartera de mercado es o no financieramente eficiente, en específico el propuesto por Kandel y Stambaguh (1989) para el caso en el que se tiene un activo libre de riesgo, se corrieron las simulaciones de cuenta nueva y se observó que fue relativamente bajo el número de fechas en los que el índice de Sharpe (de los dos índices estudiados) fue mayor al de un portafolio teórico que hace tangencia con una zona de rechazo paralela a la frontera eficiente. Sin embargo, a pesar de esta situación, se acepta a estas definiciones como “financieramente eficientes” dado que la prueba de frecuencias realizada con una distribución de probabilidad de Poisson así lo sugiere. Partiendo de lo observado en la sección intermedia de las gráficas ocho y trece, se observa como de necesidad seguir probando las definiciones de carteras de mercado con técnicas y estadísticos más robustos que consideren la calidad muestral de los datos con que se trabaja. Esto para llegar a conclusiones más pertinentes a este respecto.

## Bibliografía

- Acosta, E., y González, B. (1999). Formación de carteras con riesgo condicionado. Una aplicación empírica el mercado de valores español. *Revista española de financiación y contabilidad*, XXVIII (102), pp. 937-966.
- Amihud, Y., and Mendelson, H. (1986). Asset pricing and the bid-ask spread. *Journal of Finance*, 44 (22), pp. 479-486.
- Black, F., and Litterman, R. (1990). Global Asset Allocation: Combining Investor views with Market Equilibrium. *The Journal of Fixed Income*, 1 (2), pp. 7-18.
- Black, F., Jensen, M. C., and Scholes, M. (1972). The capital asset pricing model: some empirical test. Dans M. C. Jensen (Ed.), *Studies in the theory of capital markets*. New York: Praeger.
- Bloomberg Inc. (2010, 05 10). Bloomberg Professional Software. New York, NY, USA.
- Chow, G., Kritzman, M., and Lowry, K. (1999). Optimal Portfolios in Good Times and Bad. *Financial Analysts Journal* (55), pp. 65-73.
- Elton, E. J., Gruber, M. J., and Padberg, M. W. (1976). Simple criteria for Optimal Portfolio Selection. *Journal of Finance*, 11(5), pp. 1341-1357.
- Fama, E., and Macbeth, J. (1973). Risk, return and equilibrium: Empirical tests. *Journal of Political Economy*, 81(3), pp. 607-636.
- Fama, E., MacBeth, J., and Schwert, G. (1977). Asset returns and inflation. *Journal of financial economics* (5), pp. 115-146.
- Ferruz, L., and Sarto, J. (1997). Revisión crítica de las medidas clásicas de performance de carteras y propuestas de índices alternativos. Aplicación a fondos de inversión españoles (1990-1995). *Boletín de estudios económicos* (162), pp. 549-573.
- Frankfurter, G. M. (1976). The effect of Market Indexes on the ex-post Performance of the Sharpe selection Model. *The Journal of Finance*, 31(3), pp. 949-955.
- Gómez-Sala, J., y Yzaguirre, J. (2003). Presión sobre los precios en las revisiones del IBEX35. *Investigaciones Económicas*, 27(3), pp. 491-531.
- Heaton, J., and Lucas, D. (2000). Portfolio choice and asset prices: the importance of entrepreneurial risk. *The Journal of Finance*, 55(3), pp. 1163-1198.
- Ibbotson, R. G. (2010). The importance of asset allocation. *Financial Analysts Journal*, 66(2), pp. 18-20.
- Ibbotson, R., and Kaplan, P. D. (2000). Does asset allocation policy explain 40, 90 or 100 percent of performance? *Financial Analysts Journal*, 56(1), pp. 26-33.
- Jara, J., y Martínez, M. (2000). Modelos de estructuras de correlación entre activos de renta variable: contraste empírico en el mercado español. *Actualidad financiera*, pp.19-32.
- Kandel, S., and Stambaugh, R. F. (1989). A mean-variance framework for tests of asset prissing models. *The Review of Financial Studies*, 2 (2), pp. 125-156.
- López Herrera, F. (2000). Es igual el riesgo sistemático al medir la beta del CAPM mediante dos indicadores diferentes del rendimiento del mercado?: estudio empírico en la Bolsa Mexicana de Valores. *Contaduría y Administración* (197 (abril-junio)), pp. 5-15.
- Lucas, A. (1998). Fondos de inversión en España: Análisis del performance. *Revista Bolsa de Madrid* (63), pp. 40-47.
- Markowitz, H. (1952). Portfolio selection. *The Journal of Finance*, 7(1), pp. 77-91.
- Martínez Torre-Enciso, M. I., y De la Torre Torres, O. V. (2011). Estudio estadístico del empleo del índice bursátil Ibex35 como cartera óptima en condiciones de equilibrio en el mercado de valores español: análisis del periodo 2002-2010. *Anuario jurídico y económico escurialense*, 44, pp. 101-120.
- Merton, R. C. (1992). Continuous-time finance. Oxford, UK: Basil Blackwell.
- Miralles Marcelo, J. L., y Miralles Quirós, J. (2005). Análisis de los efectos de las correlaciones bursátiles en la composición de carteras óptimas. *Revista española de financiación y contabilidad*, 34 (126 jul-sept), pp. 689-708.
- Miralles Marcelo, J., and Miralles Quirós, J. (2009). Multivariate GARCH models and óptimal allocation decisions. An empirical evidence from the spanish stock markets. XI Congreso Hispano-italiano de matemática financiera y actuaria, (págs. 1-23). Badajoz.

- Roll, R. (1977). A critique of the asset pricing theory's tests Part I: On past and potential testability of the theory. *Journal of Financial Economics*, 4(2), pp. 129-176.
- Samuelson, P. (1965). Rational Theory of Warrant Prices. *Industrial Management Review*, 6(2), pp. 13-39.
- Sansores, E. (2008). El modelo de valuación de activos de capital aplicado a mercados financieros emergentes. El caso de México 1997-2006. *Contaduría y administración* (226), pp. 93-111.
- Sharpe, W. F. (1964). Capital Asset Prices: A theory of market equilibrium under conditions of risk. *The Journal of Finance*, 29 (3), pp.425-442.
- Treynor, J. L., and Black, F. (1973). How to Use Security Analysis to Improve Portfolio Selection. *The Journal of Business*, 46(1), pp. 66-86.