



Colombia Forestal

ISSN: 0120-0739

colombiaforestal@udistrital.edu.co

Universidad Distrital Francisco José de

Caldas

Colombia

Herrera, Jonnier F.; Barrios, Alonso; López, Ana M.; Nieto, Víctor  
GENERACIÓN DE PATRONES DE CORTE ÓPTIMOS PARA ÁRBOLES INDIVIDUALES  
A PARTIR DE PRODUCTOS DEMANDADOS EN PLANTACIONES COMERCIALES  
Colombia Forestal, vol. 18, núm. 2, 2015, pp. 193-206  
Universidad Distrital Francisco José de Caldas  
Bogotá, Colombia

Disponible en: <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=423940059002>

- ▶ Cómo citar el artículo
- ▶ Número completo
- ▶ Más información del artículo
- ▶ Página de la revista en redalyc.org

redalyc.org

Sistema de Información Científica

Red de Revistas Científicas de América Latina, el Caribe, España y Portugal  
Proyecto académico sin fines de lucro, desarrollado bajo la iniciativa de acceso abierto



UNIVERSIDAD DISTRITAL  
FRANCISCO JOSÉ DE CALDAS



## ARTÍCULO DE INVESTIGACIÓN

# GENERACIÓN DE PATRONES DE CORTE ÓPTIMOS PARA ÁRBOLES INDIVIDUALES A PARTIR DE PRODUCTOS DEMANDADOS EN PLANTACIONES COMERCIALES

## Generating optimal tree cutting patterns from commercial plantations

Jonnier F. Herrera<sup>1</sup>, Alonso Barrios<sup>2</sup>, Ana M. López<sup>3</sup> & Víctor Nieto<sup>4</sup>

Herrera, J.F., Barrios, A., López, A.M. & Nieto, V. (2015). Generación de patrones de corte óptimos para árboles individuales a partir de productos demandados en plantaciones comerciales. Colombia Forestal, 18(2), 193-206.

**Recepción:** 27 de octubre de 2014

**Aprobación:** 13 de abril de 2015

### RESUMEN

En el manejo de plantaciones forestales, la decisión sobre el trozado de árboles es importante, ya que está relacionada directamente con la rentabilidad de la operación. Para maximizar los beneficios económicos derivados del negocio forestal, es necesaria una adecuada y eficiente utilización de los fustes, pues existen diversas combinaciones posibles para dimensionar y asignar los diferentes productos forestales, de acuerdo con las exigencias del mercado. El objetivo de este estudio es desarrollar una metodología basada en técnicas heurísticas y de programación dinámica para la optimización del trozado de fustes individuales que permita maximizar el valor económico del árbol. Los modelos desarrollados se evalúan poniéndolos en práctica en el trozado de fustes de *Eucalyptus tereticornis*, que crece en la costa atlántica colombiana. Se utilizó un algoritmo para la generación de puntos potenciales de corte a lo largo del fuste comercial del árbol, y un algoritmo basado en programación dinámica determinó la combinación óptima de productos que debe ser obtenida en el fuste evaluado, imponiéndose al modelo restricciones debidas a las dimensiones de los productos

demandados. Los resultados obtenidos fueron comparados con la simulación de un trozado secuencial, en la cual no se encontró ninguna diferencia entre los dos métodos, debido principalmente a la marcada diferenciación entre productos empleados en el ejemplo práctico. La metodología desarrollada puede ser utilizada para la optimización del trozado de cualquier especie que cuente con funciones de ahusamiento que permitan predecir diámetros y alturas fustales y volúmenes comerciales a lo largo del fuste.

**Palabras clave:** algoritmo, modelos de ahusamiento, *Eucalyptus tereticornis*, optimización de trozado, programación dinámica.

### ABSTRACT

In the management of forest plantations decisions on tree bucking are important as they directly affect profitability. Proper and efficient use of stems is necessary in order to maximize the economic benefits derived from the forestry sector. There are various possible combinations for sizing and assigning different forest products according to market requirements. This study aims to develop a methodology based on heuristics and dynamic programming for

1 Corporación Nacional de Investigación y Fomento Forestal, Bogotá, Colombia. [jfabian88@gmail.com](mailto:jfabian88@gmail.com) Autor para correspondencia.

2 Facultad de Ingeniería Forestal, Universidad del Tolima, Ibagué, Colombia. [abarriost@ut.edu.co](mailto:abarriost@ut.edu.co)

3 Facultad de Ingeniería Forestal, Universidad del Tolima, Ibagué, Colombia. [amlopeza@ut.edu.co](mailto:amlopeza@ut.edu.co)

4 Corporación Nacional de Investigación y Fomento Forestal, Bogotá, Colombia. [victornieto@conif.org.co](mailto:victornieto@conif.org.co)

DOI: <http://dx.doi.org/10.14483/udistrital.jour.colomb.for.2015.2.a02>

bucking optimization of individual stems to maximize the economic value of the tree. The evaluation of bucking models was conducted through a practical application on stems of *Eucalyptus tereticornis* growing on the Colombian Atlantic coast. An algorithm for generating potential points along the commercial bole of the tree was used and an algorithm based on dynamic programming determined the optimal combination of products to be obtained in the evaluated stem, by imposing constraints on the model based on the size of the demanded products. A comparison of the results obtained with a simulation of sequential bucking did not find any difference between the two methods, mainly due to the marked differentiation between products used in the practical example. This methodology can be used to optimize the bucking of any species that has taper functions to predict upper-stem diameters and heights and commercial volumes along the stem.

**Key words:** algorithm, taper models, *Eucalyptus tereticornis*, bucking optimization, dynamic programming.

## INTRODUCCIÓN

Generar técnicas precisas para estimar los volúmenes comerciales y la distribución de productos derivados de las plantaciones forestales es uno de los principales objetivos del manejo forestal, así como buscar la maximización del volumen de productos obtenidos y aumentar los ingresos económicos. Por esta razón, es necesario una adecuada y eficiente utilización de los fustes, pues existen diversas combinaciones posibles para decidir cómo dimensionar y asignar los diferentes productos forestales específicos ([Arce et al., 2004](#)).

Dentro de las etapas de transformación (trozado y aserrío), la asignación eficiente presenta el mayor potencial de mejoramiento, ya que las decisiones tomadas en estas operaciones influyen directamente en el nivel de volumen maderable aprovechado ([Garzón, 2009](#)). Actualmente, las decisiones de corte para la obtención de productos recaen sobre el operario encargado, quien define la mejor manera de trozar de acuerdo con su experiencia, por lo que se establece de esta forma un sistema de transformación empírico. Estudios demuestran una pérdida de valor comercial del fuste entre el 10% y 35% al usar un trozado normal o empírico frente a un corte óptimo ([Cancino, 1993](#)).

La decisión de trozar es compleja, más aun cuando se parte de las múltiples combinaciones que se generan de la relación entre fustes y productos con diferentes dimensiones que demanda

el mercado. Generalmente, las decisiones de trozado no son las mejores, aún más cuando se aumenta la variedad de productos; por ello, para el óptimo manejo de los recursos forestales es necesario implementar técnicas de investigación operativa u otras técnicas de planificación que contribuyan a resolver los problemas de perdida de volumen comercial, en este caso en el proceso de trozado. Para [Gilmore & Gomory \(1961\)](#), esta dificultad se enmarca dentro de los denominados problemas de asignación o de corte (*Cutting stock problem*), mientras que [Laroze \(1999\)](#) lo denomina como problema de optimización de trozado (*Buckling optimization problem*) en el sector forestal.

Entre los primeros estudios realizados en el tema, [Pnevmaticos & Mann \(1972\)](#) abordan el problema de trozado por medio de programación dinámica (PD), que consiste en asociar una secuencia de etapas representadas por la longitud mínima de una serie de productos demandados y los estados asociados a las etapas, representados por la longitud de cada producto, donde estos son múltiplos de la longitud mínima del producto ([Briceño, 2005](#)).

[Faaland & Briggs \(1984\)](#) asocian los procesos de trozado y aserrío mediante la PD para maximizar la utilidad económica tanto de las trozas obtenidas por fuste, así como la de productos escuadrados. [Cancino \(1993\)](#) implementó un modelo optimizador de trozado basado en funciones de ahusamiento como entrada para estructurar la solución mediante un algoritmo de programación dinámica.

Esta herramienta también fue implementada por [Arce et al. \(2002\)](#) para la especie *Pinus taeda* L., junto con un algoritmo heurístico; el primero determinaba la combinación de trozas por producto a obtener, mientras que la heurística definía los cortes potenciales a realizar a lo largo del fuste.

[Kivinen \(2007\)](#) asocia la programación dinámica para determinar los largos de troza óptimos de acuerdo con la demanda y tipos de productos rollizos, y resuelve el problema de la asignación óptima de productos mediante la aplicación de algoritmos genéticos, teniendo en cuenta restricciones de demanda, volumen en el inventario de fustes, precio del transporte de los productos, entre otros.

Además de la utilización de la programación dinámica en la solución de este tipo de problemas, se ha empleado la programación lineal (PL). [Smith & Harrell \(1961\)](#) y [Jackson & Smith \(1961\)](#), a partir de una tabla de rodal, generaron patrones de corte factibles por clase diamétrica, en donde la variable de decisión fue el número de árboles a asignar un tipo de corte, teniendo en cuenta restricciones de volumen demandado y oferta de materia prima en campo. En ese mismo sentido, [Marshall et al. \(2006\)](#) aplicaron programación entera mixta en la planificación de la producción de artículos según las restricciones de mercado e inventario de volumen aprovechable en el patio de apilado de fustes, y obtuvieron como resultado patrones de trozado óptimos de acuerdo con el beneficio económico.

[Laroze \(1999\)](#) maximizó el valor global de una muestra de fustes cosechados, sujeto a restricciones, especificaciones de exportación de productos y calidad de individuos mediante la implementación de una combinación de técnicas entre la programación lineal y la meta heurística denominada búsqueda de tabú (*tabu search*): mientras el modelo de PL genera un conjunto de patrones de corte de acuerdo con las restricciones planteadas, la meta heurística resuelve el problema de asignar los patrones de corte a cada fuste, tras lo que se obtuvo un nivel de eficiencia de alrededor del 97%.

La literatura también reporta el uso de combinación de las técnicas de PD y PL planteada por

[Eng & Daellenbach \(1985\)](#) y [Sessions et al. \(1989\)](#), metodología denominada Dantzig–Wolfe, en donde la PD genera la maximización del beneficio por individuo originando patrones de corte óptimos para cada uno de ellos, mientras que la PL maximiza el valor del rodal al asignar un patrón de corte determinado por individuo.

En Colombia, la estimación de la oferta volúmetrica de las plantaciones forestales comerciales se hace a través de modelos de crecimiento y rendimiento. Sin embargo, estas herramientas a menudo generan información a nivel de rodal y/o de árbol entero, lo que no permite la segregación de los volúmenes comerciales a nivel productos. Esto se traduce en incertidumbre sobre la cantidad de productos ofertados por el bosque y lleva a inefficiencias en la planificación de la cosecha. Teniendo en cuenta que este tipo de investigaciones han sido poco abordadas en el país, este trabajo tiene por objetivo el desarrollo de una metodología basada en técnicas heurísticas y de programación dinámica para la optimización del trozado de fustes individuales que permita maximizar el valor económico del árbol. Este modelo de optimización puede ser incorporado en sistemas de simulación de crecimiento y rendimiento y de procesamiento de inventarios forestales. En el estudio se presenta un caso práctico de aplicación de los algoritmos de trozado para árboles de *Eucalyptus tereticornis* Sm.

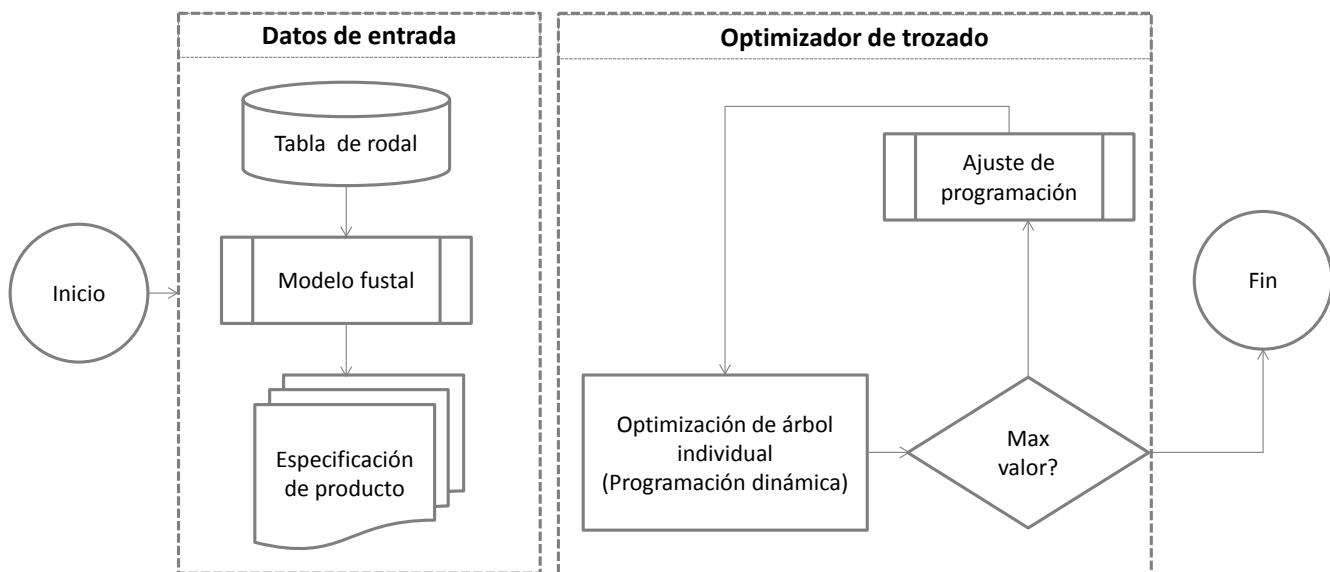
## METODOLOGÍA

### Modelo de optimización de trozado

El modelo empleado en el presente estudio se fundamenta en un enfoque basado en investigación operativa ([Hillier & Lieberman, 1997](#)), en donde se establecen las relaciones entre los elementos focales y los predictores con el fin de determinar el sistema en sus entradas y salidas ([Figura 1](#)). El modelo de optimización está diseñado para operar a partir de la tabla de rodal obtenida de inventarios forestales o producto de un simulador de crecimiento y

rendimiento. Para cada clase diamétrica de la tabla de rodal, los diámetros índices de utilización, alturas fustales y volúmenes comerciales son predichos a través de una función de ahusamiento para la especie específica. El modelo de optimización de trozado también requiere información de los productos demandados como dimensiones (largo y diámetro mínimo) y precios de mercado ([Figura 1](#)). El modelo está integrado por un generador de puntos potenciales de corte a lo largo del fuste el cual utiliza un algoritmo heurístico basado en la formulación de [Arce et al. \(2004\)](#), y un algoritmo de programación dinámica que identifica la combinación óptima de productos a ser obtenidos

del fuste ([Pnevmaticos & Mann, 1972](#)). El modelo de optimización maximiza económicamente el valor de fustes individuales mediante la generación de patrones de corte óptimos, a partir de las dimensiones de productos, precios y dimensiones ( $D$  y altura total) de los fustes evaluados ([Figura 1](#)). La metodología empleada no consideró la aplicación de descuentos por defectos en el fuste, bifurcaciones, curvaturas, etc., y, por lo tanto, parte del supuesto de que los árboles a trozar presentan las siguientes características: a) tienen un fuste recto y no presentar bifurcaciones y b) no tienen daños mecánicos o problemas fitosanitarios.

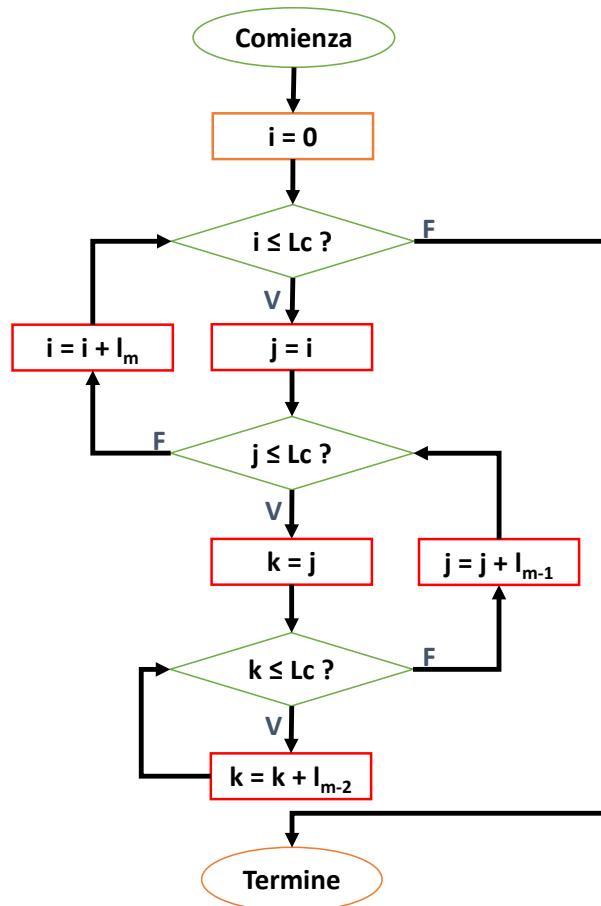


**Figura 1.** Diagrama lógico del sistema optimizador de trozado.

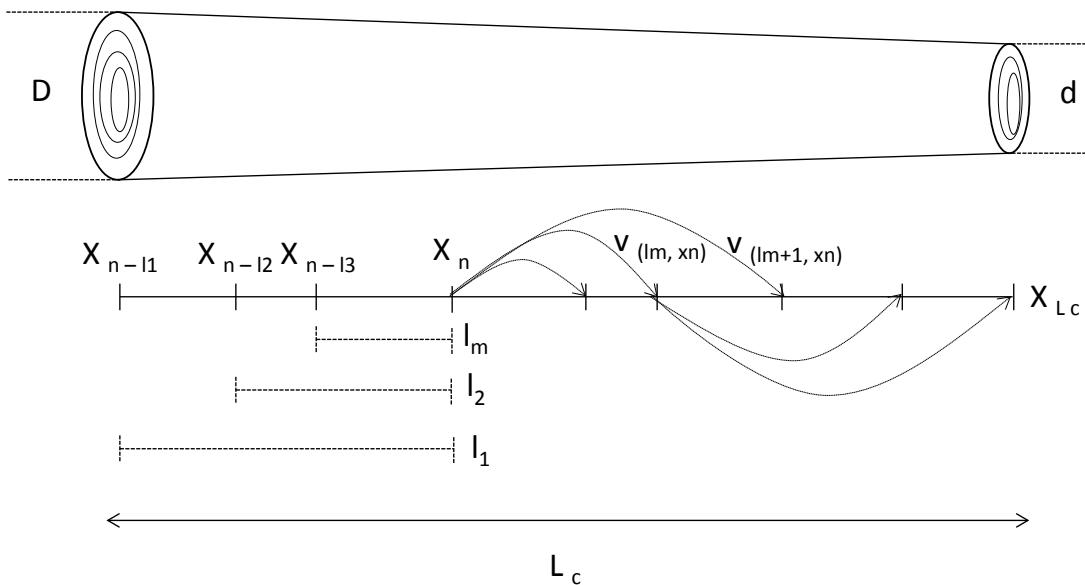
## Generación de puntos potenciales de corte

Con el fin de aumentar la eficiencia del proceso de optimización, se utilizó una heurística similar a la propuesta por [Arce et al. \(2004\)](#) para disminuir el número de puntos potenciales de corte. La [Figura 2](#) muestra el diagrama de flujo del algoritmo empleado considerando tres productos. Si se tiene un fuste de longitud comercial ( $L_c$ ), descontando la altura del tocón y hasta un diámetro índice de

utilización igual al menor diámetro mínimo solicitado:  $d_i \geq d_{min}$ , y considerando  $m$  productos de diferente largo  $l_1, l_2, \dots, l_m$ , es decir  $l_i = \{1, 2, \dots, m\}$ , a través de este algoritmo se obtienen todos los posibles puntos potenciales de corte. El algoritmo busca puntos factibles de corte desde la base hasta la altura comercial del fuste, iniciando por el producto de mayor longitud ( $l_m$ ), y evaluando las posibles combinaciones con los productos de menor longitud ( $l_{m-1}, l_{m-2}$ ).



**Figura 2.** Diagrama de flujo del algoritmo generador de puntos potenciales de corte.



**Figura 3.** Representación del problema de corte y proceso de iteración de PD.

## Generación de patrones de corte óptimos

De acuerdo con las características de la PD, cada una de las etapas ( $X_n$ ) tiene asociado un número de estados ( $s$ ) que contienen información importante (precio de venta, longitud y diámetro mínimo admisible) en la búsqueda del óptimo. En este sentido, los estados están representados por el número de productos ( $m$ ) a obtener del fuste (Figura 3).

Una vez definidas las etapas, los estados asociados y parámetros del sistema, como diámetro, longitud comercial del fuste y dimensiones mínimas aceptables de productos demandados, se plantea la función de recurrencia (1). Por medio de esta ecuación se espera obtener el patrón óptimo y algunos factibles de trozado para las diferentes marcas de clase que conforman la distribución diamétrica del rodal a cosechar.

$$f_n(s) = \underset{x_n \in X_n}{\text{optimice}} \{v_n(s, x_n) + f_{n-1}[t(s, x_n)]\} \quad [1]$$

Donde  $n$  es el índice de la etapa actual,  $n - 1$  es la etapa previa,  $s$  es el estado del sistema en la etapa actual,  $x_n$  es la variable de decisión en la etapa actual,  $f_n(s)$  es el valor total óptimo de la mejor combinación de productos obtenida para la etapa  $x_n$  y el estado  $s$ ,  $v_n(s, x_n)$ , es la función de valor para la decisión  $x_n$  cuando inició en el estado  $s$ ,  $f_{n-1}[t(s, x_n)]$  es el valor de la mejor combinación para la etapa  $n - 1$  para la decisión  $x_n$  cuando empezó en el estado  $s$ .

La función de recurrencia planteada en [1] solo tiene en cuenta especificaciones de precios y longitud, por tanto, es necesario agregar una restricción a partir de los diámetros mínimos aceptables por producto  $l_i$  y calcular el diámetro en el punto  $x_n$  mediante un modelo de ahusamiento, de esta forma el producto  $l_i$  se acepta siempre y cuando:

$$d(x_n) \geq d_{\min}(l_i) \quad [2]$$

De esta forma, con la ecuación [2] se descartan patrones de corte no factibles dado que por

especificaciones de diámetro no pueden ser asignados en esa sección del fuste, siendo el diámetro del producto requerido mayor que el diámetro encontrado en la sección evaluada.

## Comparación con un trozado secuencial

Para efectos de evaluación y comparación del modelo de optimización de trozado desarrollado, se obtuvo una simulación de trozado secuencial o por prioridad. Este sistema de trozado simula la decisión que debe tomar un operario al momento de trozar un árbol. En una primera instancia, el operario tratará de obtener del fuste el producto de mayor valor; una vez este sea agotado, continuará buscando el producto que le sigue y así sucesivamente hasta que se agote la longitud comercial del árbol. Por lo tanto, este sistema de trozado solo tiene en cuenta las dimensiones de los productos a obtener, mientras el precio de los productos solo es empleado para fijar el orden de prioridad de cada uno.

## Ejemplo práctico

A modo de ilustración se presenta una aplicación práctica de los algoritmos de trozado desarrollados en la cuantificación de productos comerciales a partir de tablas de rodal en labores de inventario de plantaciones de *Eucalyptus tereticornis* Sm. La información base para este ejemplo práctico ha sido compilada por la Corporación Nacional de Investigación y Fomento Forestal (CONIF) en alianza con la Corporación para el Desarrollo Forestal de la Costa Norte de Colombia. Los datos empleados en el estudio proceden de una plantación de *E. tereticornis*, a la edad de 8 años, ubicada en la Reforestadora San Sebastián (RESS), en el departamento de Magdalena, Colombia. En el rodal fue instalada una parcela permanente de 500 m<sup>2</sup>, en la cual todos los árboles presentaron condiciones ideales, sin ningún tipo de defecto. A partir de las mediciones de diámetro a la altura del pecho y altura total, se obtuvo una tabla de rodal,

la cual incluye variables como: diámetro a la altura del pecho ( $D$ ), altura total ( $H$ ) y número de árboles por hectárea ( $N$ ) ([Tabla 1](#)).

**Tabla 1.** Tabla de rodal para una plantación de *Eucalyptus tereticornis* de 8 años de edad, creciendo en un índice de sitio de 25.2 m (edad de referencia 10 años).

Clase diamétrica	$D$ (cm)	$H$ (m)	$N$ (árboles ha <sup>-1</sup> )
1	14.9	18.5	192
2	19.9	21.5	134
3	24.9	22.8	25
4	29.9	24.9	16
5	34.9	26.4	5

El modelo optimizador de trozado se implementó para árboles representativos de cada marca de clase de la tabla de rodal de los datos de entrada ([Tabla 1](#)). Debido a que el modelo optimizador de trozado requiere estimaciones de diámetros y alturas fustales, así como volúmenes comerciales, se requiere el empleo de una función de ahusamiento. En este estudio se empleó el modelo fustal polinomial simple desarrollado por [Bruce et al. \(1968\)](#), ajustado por [López et al. \(2011\)](#) para la determinación de volúmenes comerciales de *E. tereticornis*, desarrollado a partir de perfiles fustales de la especie en las mismas plantaciones objeto de estudio, en la costa atlántica colombiana. Este modelo de ahusamiento permite determinar la posibilidad de asignar un tipo de producto de acuerdo con el diámetro de la sección del fuste en donde se esté evaluando esta posibilidad.

$$\frac{d^2}{D^2} = 0.8229 \cdot X^{1.5} - 0.0297 \cdot (X^{1.5} - X^3) \cdot D + 0.0293 \cdot (X^{1.5} - X^3) \cdot H \\ + 7.71 \times 10^{-5} \cdot (X^{1.5} - X^{32}) \cdot H \cdot D + 0.0268 \cdot (X^{1.5} - X^{32}) \cdot H^{0.5} \\ - 3.09 \times 10^{-4} \cdot (X^{1.5} - X^{40}) \cdot H^2 \quad [3]$$

Donde  $d$  es el diámetro fustal sin corteza (cm) a una altura fustal  $h$ ,  $D$  es el diámetro a la altura del pecho con corteza (cm),  $H$  es la altura total del árbol (m), y  $X = (H-h)/(H-1.3)$ .

Para la estimación de volúmenes comerciales a nivel de productos, así como del desperdicio, se calculó el volumen fustal y el volumen de las

trozas aplicando técnicas de integración numérica de la función [3]. La altura comercial se determinó como aquella altura fustal en donde se pueda asignar el producto con el diámetro mínimo requerido de los productos demandados de transformación primaria ([Tabla 2](#)), por lo que la longitud corresponde entonces a un diámetro de 6 cm.

**Tabla 2.** Características de los productos de madera rolliza demandados.

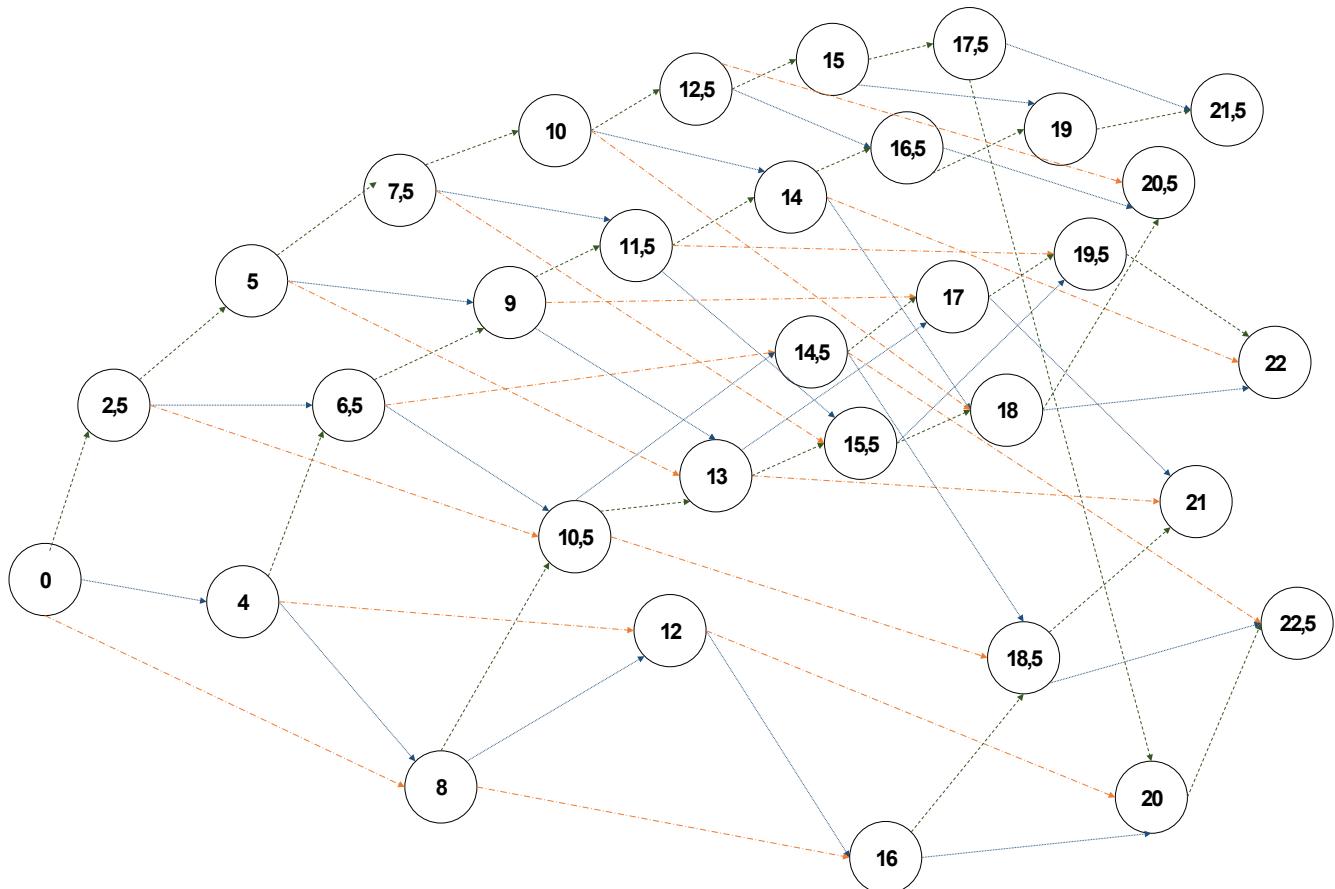
Producto	Tipo producto	Longitud (m)	Diámetro mínimo (cm)	Precio producto/ unidad (COP)
1	Poste	8	16	42 000
2	Limatón	4	12	16 400
3	Vara	2.5	6	2940

## RESULTADOS

### Generación de puntos potenciales de corte

La generación de una secuencia de etapas o puntos factibles de corte se implementó en primera fase a manera ilustrativa para el árbol medio de la clase diamétrica cinco de la [Tabla 1](#). Considerando un árbol con altura media de 26.4 m, el cual presenta una altura comercial (hasta el índice de utilización 6 cm) igual a 22.9 m (evaluada empleando la función de ahusamiento [3]) y descontando 0.2 m de tocón, quedaría  $L_c = 22.7$  m. De acuerdo con la metodología planteada por [Pnevmaticos & Mann \(1972\)](#) y [Sessions et al. \(1989\)](#), para calcular los puntos potenciales

de corte se debe considerar el mínimo común divisor de los productos a asignar; en este sentido, los tres productos a evaluar en la presente investigación son:  $I_1 = 8$  m,  $I_2 = 4$  m y  $I_3 = 2.5$  m, donde el mínimo común divisor entre ellos es de 0.5 m. Para el fuste comercial evaluado  $L_c = 22.7$  m surgen  $(22.7 \text{ m} / 0.5\text{m}) \approx 45$  puntos potenciales de corte. Por otro lado, al utilizar el algoritmo generador de puntos potenciales de corte se reduce a 32 puntos, lo que equivale a una disminución del 29% ([Figura 4](#)). Esta reducción podría aumentar la eficiencia del algoritmo de programación dinámica en la búsqueda del máximo beneficio, ya que este tendría que evaluar menos puntos de corte factibles a lo largo del fuste o menos etapas ( $x_n$ ).



**Figura 4.** Generación de patrones de corte factibles a partir de los puntos potenciales de corte generados.

## Obtención de patrones de corte óptimos

La Figura 4 ilustra un diagrama de red que relaciona los patrones de corte generados a partir de la asociación de los puntos potenciales de corte, donde cada nodo representa las diferentes etapas y los arcos contienen información asociada a cada estado (producto: precios, longitud y diámetros admisibles). Es importante recalcar que muchos patrones de corte no son factibles, ya que son producto de las combinaciones entre longitud de producto a obtener. Una vez evaluada la restricción impuesta por la ecuación (2), se descartan los patrones de corte que no son factibles.

Para seleccionar el patrón de corte óptimo se implementó la función de recurrencia planteada en la ecuación (1), a fin de seleccionar la ruta con mayor beneficio económico; dicha solución se construye a partir de la sumatoria de los óptimos encontrados en cada etapa (Tabla 3). En este caso, a modo de ejemplo, se evaluó el algoritmo de PD

para un individuo con altura total de 22.8 m y  $D = 24.9$  cm, el cual corresponde a la clase diamétrica tres de la Tabla 1. A partir de la función de ahusamiento se predijo una altura comercial de 18.9 m (altura hasta un diámetro límite de utilización de 6 cm), y descontando la altura del tocón de 0.2 m, queda un fuste utilizable de 18.7 m.

En la Tabla 3, la última celda subrayada corresponde a la etapa 20 ( $x_n = 17$  m) asociada al estado  $s = 1$ . Este valor corresponde al máximo beneficio económico obtenido al trozar el fuste, con un sobrante de 1.5 m (8% longitud fustal). A partir de este punto se construye la trayectoria para establecer los tipos de productos a extraer; en este sentido, los superíndices en la etapa 20 muestran el tipo de productos a ser retirados: 1 unidad del producto  $I_1$  ( $l = 8$  m y  $d_{min} = 16$  cm), 1 unidad del producto  $I_2$  ( $l = 4$  m y  $d_{min} = 12$  cm), 2 unidades del producto  $I_3$  ( $l = 2.5$  m y  $d_{min} = 6$  cm), es decir,  $0.2$  (tocón) +  $8 + 4 + 2.5 + 2.5 = 17.2$  m, con un retorno de utilidad de 64 280 COP.

**Tabla 3.** Implementación del algoritmo de PD en la generación del patrón óptimo de corte.

Etapa	$d$ (cm) - $x_n$	$x_n$ (m)	Estados		
			1	2	3
1	21.4	2.5	2.5	2.5	2.5
2	20.2	4	2.5	<u><math>4^{1p^2}</math></u>	4
3	19.4	5	4	<u>4</u>	$5^{2p^3}$
4	18.0	6.5	5	$6.5^{1p^2+1p^3}$	6.5
5	17.1	7.5	6.5	<u>6.5</u>	$7.5^{3p^3}$
6	16.7	8	<u><math>8^{1p^1}</math></u>	$8^{2p^2}$	8
7	15.8	9	<u>8</u>	$9^{1p^2+2p^3}$	9
8	14.9	10	10	10	$10^{4p^3}$
9	14.4	10.5	$10.5^{1p^1+1p^3}$	$10.5^{2p^2+1p^3}$	10.5
10	13.5	11.5	<u>10.5</u>	$11.5^{1p^2+3p^3}$	11.5
11	13.0	12	<u><math>12^{1p^1+1p^2}</math></u>	$12^{3p^2}$	12
12	12.5	12.5	<u>12</u>	12	$12.5^{5p^3}$
13	12.0	13	$13^{1p^1+2p^3}$	$13^{2p^2+2p^3}$	13
14	11.1	14	<u>13</u>	$14^{1p^2+4p^3}$	14
15	10.6	14.5	<u><math>14.5^{1p^1+1p^2+1p^3}</math></u>	$14.5^{3p^2+1p^3}$	14.5
16	10.1	15	<u>14.5</u>	14.5	$15^{6p^3}$
17	9.6	15.5	$15.5^{1p^1+3p^3}$	$15.5^{2p^2+3p^3}$	15.5
18	9.0	16	<u><math>16^{2p^1}</math></u>	$16^{4p^2}$	16
19	8.5	16.5	<u>16</u>	$16.5^{1p^2+5p^3}$	16.5
20	8.0	17	<u><math>17^{1p^1+1p^2+2p^3}</math></u>	$17^{3p^2+2p^3}$	17
21	7.4	17.5	<u>17</u>	17	$17.5^{7p^1}$
22	6.9	18	$18^{1p^1+4p^3}$	$18^{2p^2+4p^3}$	18
23	6.5	18.5	<u>18</u>	$18^{4p^2+1p^3}$	18

## Comparación con un trozado secuencial

Una simulación de un modelo de trozado secuencial para el mismo árbol de la clase diamétrica tres ([Tabla 1](#)), teniendo como prioridad la obtención de postes de 8 m, limatones de 4 m

y, por último, varas de 2.5 m, encontró el mismo resultado que el modelo optimizador de trozado ([Tabla 4](#)). Este resultado se debe a la clara diferenciación entre los productos, de acuerdo a sus largos, y especialmente a sus precios de mercado.

**Tabla 4.** Simulación de trozado secuencial o por prioridad para el árbol medio de la clase diamétrica tres.

Producto	$d_{min}$ (cm)	$I_i$ (m)	Valor (COL\$)	Altura corte (m)	$d(x_n)$ (cm)	Nº Trazas	$V$ (m <sup>3</sup> )	Valor total (COL\$)
1	16	8.0	42 000	8.2	16.69	1	0.26281	42 000
2	12	4.0	16 400	12.2	13.00	1	0.06975	16 400
3	6	2.5	2 940	17.2	8.09	2	0.04499	5 880
Totales						4	0.37755	64 280

**Tabla 5.** Detalles de los patrones de corte obtenidos.

D (cm)	H (m, hasta IU <sup>1</sup> = 6 cm)	Vol. fustal (m <sup>3</sup> )	Patrón de corte	Productos generados			Vol. patrón de corte (m <sup>3</sup> )	Rendimiento volumétrico	Ingreso (COL\$)
				Poste	Limatón	Vara			
14.9	13.2	0.1242	1	0	1	3	0.1136	91%	\$ 25 220.00
			2	0	0	5	0.1171	94%	\$ 14 700.00
			3	0	2	3	0.2367	96%	\$ 41 620.00
19.9	17.0	0.2460	4	0	1	5	0.2402	98%	\$ 31 100.00
			5	0	0	6	0.2345	95%	\$ 17 640.00
			6	1	1	2	0.3776	97%	\$ 64 280.00
			7	0	3	2	0.3776	97%	\$ 55 080.00
24.9	18.9	0.3882	8	0	0	7	0.3798	98%	\$ 20 580.00
			9	1	0	4	0.3818	98%	\$ 53 760.00
			10	0	1	5	0.3750	97%	\$ 31 100.00
			11	0	2	4	0.3818	98%	\$ 44 560.00
			12	1	1	3	0.5695	98%	\$ 67 220.00
			13	0	3	3	0.5695	98%	\$ 58 020.00
29.9	21.3	0.5792	14	0	0	8	0.5717	99%	\$ 23 520.00
			15	1	0	5	0.5736	99%	\$ 56 700.00
			16	0	1	6	0.5669	98%	\$ 34 040.00
			17	0	2	5	0.5736	99%	\$ 47 500.00
			18	1	2	2	0.7798	99%	\$ 80 680.00
			19	0	4	2	0.7798	99%	\$ 71 480.00
			20	0	0	9	0.7858	99%	\$ 26 460.00
34.9	22.9	0.7900	21	1	0	5	0.7771	98%	\$ 56 700.00
			22	0	1	7	0.7822	99%	\$ 36 980.00
			23	1	1	4	0.7842	99%	\$ 70 160.00
			24	0	2	5	0.7771	98%	\$ 47 500.00
			25	0	3	4	0.7842	99%	\$ 60 960.00

<sup>1</sup> IU = diámetro índice de utilización.

Aplicando la función de recurrencia planteada y los puntos potenciales de corte a los diferentes árboles que representan la marca de clase en la distribución diamétrica del rodal de estudio, se obtuvieron los resultados que se muestran en la **Tabla 5**. En general, se obtuvieron 25 patrones de corte diferentes, con un nivel de aprovechamiento promedio del 95%. Los niveles de aprovechamiento más bajos de 91 a 95% se encuentran en las dos primeras clases diamétricas, con marcas de clase de 14.9 y 19.9 cm, respectivamente.

## DISCUSIÓN

El estudio presenta una metodología para la optimización del trozado de fustes como herramienta básica de apoyo a las decisiones en el manejo y aprovechamiento de plantaciones forestales ([Cancino, 1993](#)). En el proceso de optimización, el modelo determina el patrón de trozado óptimo, señala la posición de los cortes en el fuste y los productos a obtener, además, cubica y clasifica las trozas obtenidas de cada producto. Este tipo de modelo optimizador de trozado ha sido implementado en otros países como Brasil ([Arce, 2000](#)), Chile ([Garzón 2009](#)) y Argentina ([Yapura et al., 2014](#)) para la cuantificación y valoración de volúmenes comerciales y el mejoramiento de la planificación de la cosecha forestal. La disponibilidad de un modelo para la optimización del trozado de fustes permite que cada productor pueda analizar para su situación cuál será el modo más conveniente de separar su producción maderera ([Yapura et al., 2014](#)). El algoritmo desarrollado para la generación de puntos potenciales de corte permitió obtener una disminución considerable (29%) en el número de puntos potenciales a lo largo del fuste. Este resultado está de acuerdo con los reportados por [Arce et al. \(2004\)](#) para *Pinus sp.* donde se presentan disminuciones hasta de 98% en el número de puntos potenciales de corte.

Al maximizar el ingreso por fuste trozado se asume la utilización óptima del rodal y el aumento

de los ingresos económicos. [Garzón \(2009\)](#) indica que la segregación de productos tiene un efecto sobre la recuperación de volumen y el valor del rodal. El autor encontró para *Pinus radiata* que al incrementar de un solo producto a tres no hubo una diferencia notoria en el valor del árbol y el rodal. Sin embargo, al llegar a siete productos se produjo un aumento significativo en el valor bruto del rodal. En el presente estudio no se observaron diferencias entre el empleo de un algoritmo de trozado basado en programación dinámica y un modelo de trozado secuencial, el cual según [Corvalán \(1992\)](#) simula las decisiones que debe tomar un operario al momento del trozado de un fuste. La falta de diferencias entre los dos métodos para los datos del caso práctico se debe presumiblemente por la marcada diferencia en dimensiones y en precios de los productos evaluados y al reducido número de productos analizados, lo que es similar a lo encontrado por [Garzón \(2009\)](#). [Corvalán \(1992\)](#) reporta que la formulación de las prioridades en modelos de trozado secuencial tiene mucha importancia, en las que se encuentran diferencias si se ordenan los productos por precios estrictamente o si, por el contrario, se ordenan solo por longitud de la troza.

En este estudio, los niveles de aprovechamiento a partir de los patrones de corte óptimos oscilaron entre 91 a 99%, siendo las clases diamétricas más bajas las que presentaron los menores rendimientos en volumen. Esto se debe a que los niveles de aprovechamiento presentan una relación directa con el diámetro índice de utilización e inversa con respecto a la conicidad de las trozas ([Cancino, 1993](#)). Similarmente, estudios realizados en Argentina para *Eucalyptus grandis* han demostrado que el rendimiento está relacionado positivamente con el diámetro índice de utilización y la forma de las trozas ([Mastrandrea & Alberti, 2009](#)).

Los resultados encontrados en el presente estudio concuerdan con los obtenidos por [Arce \(2000\)](#) en plantaciones de *Pinus sp.* en Argentina, quien registró rendimientos de alrededor del 92%. Es importante aclarar que estos resultados no incluyen

desperdicios derivados de la corteza, tocónes y defectos presentes en las características anatómicas del fuste. De acuerdo con [Lledó \(2004\)](#), el porcentaje asociado a estos desperdicios se encuentra en el orden del 23% (fuste 6%, corteza 11%, tocón 6%), entonces los índices reales de aprovechamiento deben oscilar entre el 63 y 70% de acuerdo con los diferentes patrones de corte obtenidos por el modelo desarrollado. Según [Juacida \(2004\)](#), el porcentaje de aprovechamiento en árboles de *Eucalyptus nitens* de 12 y 21 años osciló entre 57 y 56%, respectivamente.

La metodología descrita en el presente estudio puede ser adaptada a otras especies comerciales en el país, lo cual requiere el desarrollo de funciones de ahusamiento para las especies de interés ([Methol, 2003](#)) que permitan predecir diámetros y alturas fustales y volúmenes comerciales ([Prodan et al., 1997](#)). A partir de la metodología propuesta se puede generar una estrategia de aplicación mediante la creación de tablas de esquemas de trozado que serían distribuidas a las cuadrillas de operarios para mejorar las operaciones de trozado en la cosecha forestal ([Corvalán, 1992](#)). Sin embargo, estas deben ser actualizadas cada vez que se requieran nuevos productos demandados por el mercado.

## CONCLUSIONES

La utilización de técnicas de investigación de operaciones en los procesos de cosecha forestal constituye una gran herramienta para la toma de decisiones en la planificación del trozado y su articulación con la oferta del bosque y la demanda del mercado, la cual ofrece una base sólida para el análisis de procesos industriales en el sector forestal colombiano. A pesar de que estas técnicas han sido reportadas en la literatura desde la década de los setenta, en Colombia no han sido muy utilizadas en el proceso de la cuantificación de volúmenes comerciales para la planificación forestal.

En la presente investigación, el modelo de optimización desarrollado permitió determinar el patrón de trozado óptimo para fustes de *E. tereticornis*, e identificar la posición de los cortes en el fuste y los productos a obtener que maximizan el valor económico del árbol. El algoritmo propuesto para la generación de puntos potenciales de corte permitió obtener una disminución del 29% en el número de puntos potenciales a lo largo del fuste, lo cual se traduce en mayor eficiencia en el proceso de optimización.

En condiciones donde el número de productos demandados no sea considerable y estos sean fácilmente diferenciables de acuerdo con sus dimensiones y precios, un algoritmo de trozado secuencial o de prioridad generaría los mismos resultados que un algoritmo de optimización de trozado, con la ventaja de su facilidad de entendimiento y menor dificultad en la implementación informática.

La metodología de optimización de trozado desarrollada en el presente estudio puede ser fácilmente adaptable a otras especies. Para su implementación se requiere de funciones de ahusamiento para la especie de interés que permitan predecir diámetros, alturas fustales y volúmenes comerciales. En próximos estudios se debe considerar la incorporación de variables de calidad del fuste para permitir mejorar la segregación de rollizos y hacer descuentos por defectos en el fuste, considerando que estas situaciones son comunes en la cosecha forestal.

## AGRADECIMIENTOS

Esta investigación se llevó a cabo bajo el programa de investigación “Fortalecimiento del sector forestal productivo de la Costa Atlántica” derivado del convenio CIAT – Ministerio de Agricultura y Desarrollo Rural (MADR) No. 054 de 2008 y el Programa Cierre de Brechas 2013, financiado por Colciencias, ejecutados por la Corporación Nacional de Investigación y Fomento Forestal (CONIF).

## REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Arce, J.** (2000). Um sistema de análise, simulação e otimização do sortimento florestal em função da demanda por multi productos e dos custos de transporte (Tese Doutorem Ciências Florestais). Curitiba: Universidade Federal do Paraná. 125 p.
- Arce, J., Carnieri, C., Sanquette, C., & Figueiredo, A.** (2002). A forest-level bucking optimization system that considers customers demand and transportation costs. Forest Science, 48(3), 492-503.
- Arce, J., MacDonagh, P., & Friedl, R.** (2004). Generação de padrões ótimos de corte através de algoritmos de traçamento aplicados a fustes individuais. Árvore, 28(2), 207-217.
- Briceño, M.** (2005). Revisión bibliográfica de modelación del trozado (trabajo de pregrado, Ingeniería Forestal). Talca: Universidad de Talca, Facultad de Ciencias Forestales. 59 p.
- Bruce, D., Curtis, R. O. & Vancoevering, C.** (1968). Development of a system of taper and volume tables for red alder. Forest Science, 14, 339-350.
- Cancino, J.** (1993). Modelo optimizador de trozado de árboles basado en funciones de ahusamiento y programación dinámica (Tesis de Maestría). Turrialba: Centro Agronómico Tropical de Investigación y Enseñanza (CATIE), Ciencias Agrícolas y Recursos Naturales. 255 p.
- Corvalán, P.** (1992). Un modelo optimizador de corta y trozado en *Eucalyptus globulus*. En: Modelos forestales. Taller internacional / Ipinza, R., Peters, R., Loewe, V. 1992., 266-284.
- Eng, G. & Daellenbach, H.** (1985). Forest outturn optimization by Dantzig-Wolfe decomposition and dynamic programming column generation. Operations Research, 33(2), 459-464.
- Faaland, B. & Briggs, D.** (1984). Log bucking and lumber manufacturing using dynamic programming. Management Science, 30(2), 245-257.
- Garzón, S.** (2009). Efecto del uso de distintos esquemas en la simulación de trozado por prioridad de un rodal podado de *Pinus radiata* (tesis pregrado, Ingeniería Forestal). Valdivia: Universidad Austral de Chile, Facultad de Ciencias Forestales. 50 p.
- Gilmore, P. & Gomory, R.** (1961). A linear programming approach to the cutting stock problem. Operations Research, 9(6), 849-859.
- Hillier, F. & Lieberman, G.** (1997). Introducción a la investigación de operaciones. Atlampa: Editorial McGraw Hill. 1214 p.
- Jackson, N. & Smith, G.** (1961). Linear programming in lumber production. Forest Products Journal, 39, 272-274.
- Juacida, R.** (2004). *Eucalyptus nitens* en Chile: procesos industriales de la madera. Valdivia: Instituto Forestal, Informe Técnico N°164. 74 p.
- Kivinen, V.P.** (2007). Design and testing of stand-specific bucking instructions for use on modern cut-to-length harvesters (Ph.D. Thesis). Department of Forest Resource Management, Faculty of Agriculture and Forestry, University of Helsinki. 65 p.
- Laroze, A.** (1999). A linear programming, tabu search method for solving forest-level bucking optimization problems. Forest Science, 45(1), 108-116.
- Lledó, G.** (2004). Evaluación del trozado para rodales de pino insigne en canchas de forestal Bio-Bio S.A. Facultad de Ciencias Forestales. Santiago, Universidad de Santiago de Chile. 74 p.
- López, A.M., Barrios, A., Nieto, V. & Trincado, G.** (2011). Monitoreo y modelamiento del crecimiento para el manejo de plantaciones forestales comerciales. Corporación Nacional de Investigación y Fomento Forestal (CONIF) –Ministerio de Agricultura y Desarrollo Rural. Bogotá D.C., Colombia. 90 p.
- Mastrandrea, C. & Alberti, S.** (2009). Características de las trozas de *Eucalyptus grandis* (W. Hill ex Maiden) y su relación con el rendimiento de aserrado. En: XIII Congreso Forestal Mundial 2009. Buenos Aires, Argentina. 3 p.
- Marshall, H.D., Murphy, G. & Boston, K.** (2006). Three mathematical models for bucking-to-order. Silva Fennica, 40(1), 127-142.
- Methodol, R.** (2003). SAG grandis: sistema de apoyo a la gestión de plantaciones de *Eucalyptus grandis*. Montevideo: INIA, Serie Técnica N°131. 42 p.
- Pnevmaticos, S. & Mann, S.** (1972). Dynamic programming in tree bucking. Forest Products Journal, 22(2), 26-30.

- Prodan, M., Peters, R., Cox, F., & Real, P.** (1997). *Men-  
sura forestal*. San José: IICA-GTZ. 561 p.
- Sessions, J., Olsen, E., & Garland, J.** (1989). Tree buck-  
ing for optimal stand value with log allocation con-  
straints. *Forest Science*, 35(1), 271-276.
- Smith, G. & Harrell, C.** (1961). Linear programming in  
log production. *Forest Products Journal*, 37, 8-11.

- Yapura, P.F., Fassola, H.E., Crechi, E.H., Keller, A.E.,  
Sañudo, G., Caraballo, H., Gonzalez, C. & Alta-  
mirano, R.** (2014). Optimización del trozado de  
fustes de *Pinus taeda*, “pino híbrido” (*Pinus elliottii*  
x *Pinus caribaea* F2) y *Eucalyptus grandis*, en las  
provincias de Misiones y noreste de Corrientes. Mi-  
siones: INTA, Informe final, PIA 10107. 42 p.

