



Ingeniería. Revista de la Universidad de  
Costa Rica

ISSN: 1409-2441

marcela.quiros@ucr.ac.cr

Universidad de Costa Rica  
Costa Rica

Monge Gapper, Juan Gabriel

EVALUACIÓN DE LA POTENCIA DE OPERACIÓN DE UN EJE DE TURBINA VERTICAL  
MEDIANTE EL MÉTODO DE ELEMENTOS FINITOS

Ingeniería. Revista de la Universidad de Costa Rica, vol. 16, núm. 2, 2006, pp. 75-83

Universidad de Costa Rica

Ciudad Universitaria Rodrigo Facio, Costa Rica

Disponible en: <https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=44170518007>

- Cómo citar el artículo
- Número completo
- Más información del artículo
- Página de la revista en redalyc.org

redalyc.org

Sistema de Información Científica

Red de Revistas Científicas de América Latina, el Caribe, España y Portugal

Proyecto académico sin fines de lucro, desarrollado bajo la iniciativa de acceso abierto

# EVALUACIÓN DE LA POTENCIA DE OPERACIÓN DE UN EJE DE TURBINA VERTICAL MEDIANTE EL MÉTODO DE ELEMENTOS FINITOS

*Juan Gabriel Monge Gapper*

## Resumen

El artículo muestra los resultados de un análisis por elementos finitos, como parte de los informes que evaluaban la operación de un eje de turbina de una planta hidroeléctrica instalada en Costa Rica. Se cuantifican los efectos de la concentración de esfuerzos en la superficie debido al cambio de sección en la brida que une el eje con el rodete. También se hace un análisis del efecto de una picadura superficial de tamaño típico.

**Palabras clave:** turbina hidráulica, esfuerzos torsionales, picadura superficial, pronóstico de falla, elementos finitos.

## Abstract

The article shows the results of a finite element analysis of a hydraulic turbine axle as one of the studies to evaluate the permissible operating power of a hydroelectric plant installed in Costa Rica. Quantification of the effect of superficial stress concentration at the bolted coupling between the axle and the Francis turbine body is completed here. The effect of superficial pitting is also analyzed with a simplified model of an average sized defect.

**Key words:** hydraulic turbine, torsion stress, superficial pitting, failure forecast, finite elements.

**Recibido:** 06 de marzo del 2006 • **Aprobado:** 18 de enero del 2007

## 1. INTRODUCCIÓN

Aunque el caso tiene amplios antecedentes técnicos y humanos, por razones de confidencialidad profesional, sólo se mencionarán los de interés para el proceso de modelado y depuración de resultados. El caso fue objeto de variadas opiniones y enfoques, incluido un modelado cuestionable por elementos finitos por parte del fabricante del eje.

En términos generales, el caso trata de un eje de acero forjado diseñado para operar a 12 MW a una velocidad de 720 rpm. Sin embargo, se dieron graves dificultades técnicas durante la operación del generador debido a varios factores, entre ellos las severas vibraciones inducidas por cavitación en los álabes móviles de la turbina Francis. Tales vibraciones trajeron como consecuencia daños en la superficie del eje en la zona de la brida que une el eje con el rodete de la turbina. Además, las mediciones de dureza

que se le hicieron al eje en fechas recientes al estudio, muestran que la resistencia del material se encontraba por debajo de las especificaciones originales proporcionadas por el fabricante.

Es necesario, por lo tanto, evaluar el diseño para así obtener la potencia a la que puede operar con seguridad en su configuración actual.

## 2. CONDICIONES DE FRONTERA

En el diseño de todo elemento de máquina, se debe plantear un modelo de análisis de cargas, condiciones de operación esperadas y geometrías, para adoptar el procedimiento de cálculo acorde a la situación. Las siguientes cargas afectan en mayor o menor grado al eje de una turbina:

- *Torsión* debida a la acción del rodete; es la razón de ser del eje y el parámetro fundamental de diseño. Es la carga mayor,

aunque no necesariamente genere los mayores esfuerzos.

- *Hidráulicas* debido a reacciones en el rodete por desbalance en el diseño hidráulico o a las condiciones de trabajo especiales. En un buen diseño, estas cargas deben ser pequeñas cuando se trata de turbinas Francis, en vista de que el flujo tiene simetría axial y los cojinetes sólo reciben carga axial.
- *Cargas de desbalance dinámico* presentes en el rodete, el eje o el generador. Suelen ser muy pequeñas; de lo contrario, aparecerían vibraciones inaceptables que posiblemente terminen con la falla catastrófica de cualquiera de los componentes involucrados en el movimiento.
- *Cargas de desbalance inducidas por deflexiones indeseadas*, tales como desalineación de los cojinetes, resonancia del rodete o del generador. Es poco probable que se den en magnitud suficiente, puesto que tales condiciones provocarían daños inaceptables en otras secciones del sistema. Asimismo, cualquier tipo de vibración irá a inducir movimientos que se traducen en deformaciones no deseadas.
- *Peso* de los componentes del sistema y la distribución de los cojinetes principales.
- *Cargas transitorias* que se den durante los períodos de arranque y parada del sistema de generación, así como las sobrecargas de diversa índole que puedan aparecer en emergencias.

Mientras no surjan problemas de vibración significativos durante la operación del sistema, la carga fundamental será la inducida por la torsión; ésta es una carga constante que induce esfuerzos cortantes con un máximo en las superficies externas que presenten concentradores de esfuerzos, tales como agujeros, cambios de sección y cualquier otra irregularidad que se aparte de las consideraciones teóricas en ejes de sección transversal uniforme. Por tanto, el diseño se deberá hacer contra fluencia<sup>1</sup> con un

factor de seguridad lo suficientemente alto como para cubrir todas las cargas menores especiales mencionadas.<sup>2</sup>

Este análisis evalúa, por medio del método de elementos finitos, los esfuerzos máximos superficiales en la sección crítica del eje debido a la torsión producida por la operación del eje a 12 MW; así se podrá evaluar el factor de seguridad global con base en la resistencia última a la tensión conocida según las mediciones de dureza promedio de 120 HB<sup>3</sup>, lo cual corresponde a una resistencia a la fluencia de 311 MPa según (Shigley, 1996).

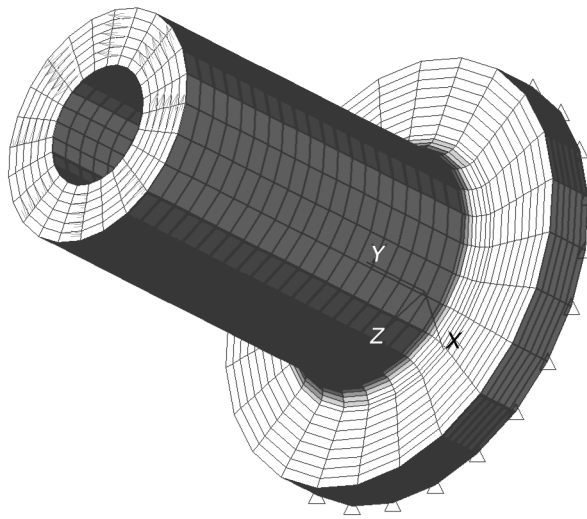
### 3. MODELO UTILIZADO

El método de elementos finitos es una interpretación adecuada de la realidad, en la medida en que el modelo sea una reproducción apropiada de las cargas, los apoyos y la geometría de la pieza en cuestión. Sin embargo, debido a que la mayoría de las cargas son desconocidas y que no influirán en los resultados finales dada su pequeña magnitud relativa, se pasarán por alto. En todo caso, el impacto de la magnitud de la carga en el valor de un concentrador de esfuerzos es despreciable, mientras no haya deformaciones plásticas ni cambios en el modo de deformación principal de la pieza en particular. En otras palabras, mientras la principal deformación sea la de torsión elástica en la dirección de rotación del eje, las otras cargas no serán significativas para el valor final del concentrador de esfuerzos.

En cuanto a características geométricas, el tipo de modelo obliga a hacer un análisis tridimensional, lo que afecta considerablemente el tiempo computacional necesario para llevar a cabo el análisis; por ello, se eliminarán todas aquellas características geométricas que no influyen en la distribución o intensidad de los esfuerzos en los sectores críticos.

El modelo elegido, de acuerdo con ese criterio, se muestra en la Figura 1.

Las dimensiones de interés (extraídas de los planos mecánicos del eje) corresponden a los



**Figura 1.** Modelo de la sección de interés para análisis de elementos finitos.

Fuente: (El autor)

diámetros interno (140 mm) y externo (274 mm) del tramo hueco, suponiendo una rectificación de 3 mm de profundidad, para eliminar las picaduras existentes. El radio del filete en la brida es de 25 mm.

El modelo tiene una longitud de unas tres veces el diámetro externo, que es suficiente para dejar que a la concentración de esfuerzos no la afecte el modo de aplicación de la carga, según el principio de Saint-Venant (Ugural, 1995).

La carga torsional se simuló con cuarenta cargas de 4414,6 N distribuidas uniformemente alrededor del centro en la cara superior del modelo, que corresponde al torque debido a una potencia de 12 MW operando a 720 rpm. Como en el caso anterior, su separación del punto de interés es suficiente como para que ese tramo se encuentre en torsión pura.

La unión al rodete se modeló como una serie de apoyos empotrados en toda la cara inferior, debido a que éste es esencialmente indeformable en relación con la sección de interés del eje.

Hay que observar que en la geometría del modelo no se incorporaron los agujeros de los pernos de acople (no se esperan esfuerzos altos

en esa zona), y en las cargas no se incluyen todas las indicadas como menores, por no constituir factores decisivos. El modelo es válido para evaluar la operación del eje y obtener un factor de seguridad de referencia bastante confiable, pero no para reproducir al último detalle los fenómenos que se darán en la realidad.

En cuanto a las propiedades de los elementos, se optó por un análisis de elasticidad lineal, puesto que el material (acero) lo permite y no es necesaria la simulación de la falla plástica. Se usaron elementos tridimensionales cúbicos. En todo caso, la validez de todas estas suposiciones se analiza en detalle al observar los resultados del análisis de elementos finitos en la siguiente sección.

#### 4. RESULTADOS

La construcción y el análisis del modelo se llevaron a cabo mediante el modelo por elementos finitos, utilizando el paquete informático *Algor*®, versión 12.01. Los resultados en forma gráfica se muestran más adelante.

De las lecturas directas que se hicieron sobre el modelo, se pueden encontrar los esfuerzos

máximos en la superficie uniforme y sobre el punto en donde se espera concentración de esfuerzos.

El esfuerzo de Von Mises superficial promedio es de 81,0 MPa (44,0 MPa en cortante), con un máximo de 106,3 MPa (57,7 MPa en cortante) en la superficie del radio de curvatura mínimo en la unión con la brida. El factor de concentración de esfuerzos correspondiente es de 1,31.

Los esfuerzos son uniformes y se concentran en el cambio de sección con un máximo en la superficie, como se espera en un caso de torsión pura. La dirección de los flujos del esfuerzo y su distribución es tal que no parece haber distorsiones graves de las fronteras como para invalidar el modelo utilizado. Es uniforme respecto de su eje de rotación y los esfuerzos crecen linealmente conforme el punto de análisis se aleja del centro; caso típico de torsión pura. Esto se comprueba finalmente con los diagramas de los esfuerzos principales, que se aprecian en la Figura 3.

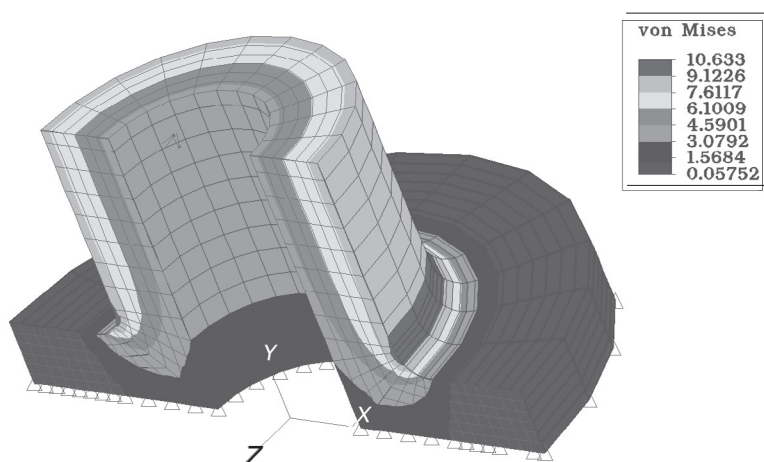
Dado que los esfuerzos principales son, en cada punto, de signo opuesto aunque de igual magnitud, todos esos puntos se encuentran en

cortante puro, lo cual es lo esperable tratándose de cargas puramente torsionales. También se nota que en la zona en que estarían colocados los pernos de la unión bridada, los esfuerzos son relativamente bajos (menor al 30 % del esfuerzo cortante promedio), por lo que se puede afirmar que el efecto de la concentración de esfuerzos por los agujeros no es importante, comparados con los del cambio de sección.

Por último, se muestran los diagramas de deformación y de precisión para evaluar la calidad del comportamiento matemático del modelo.

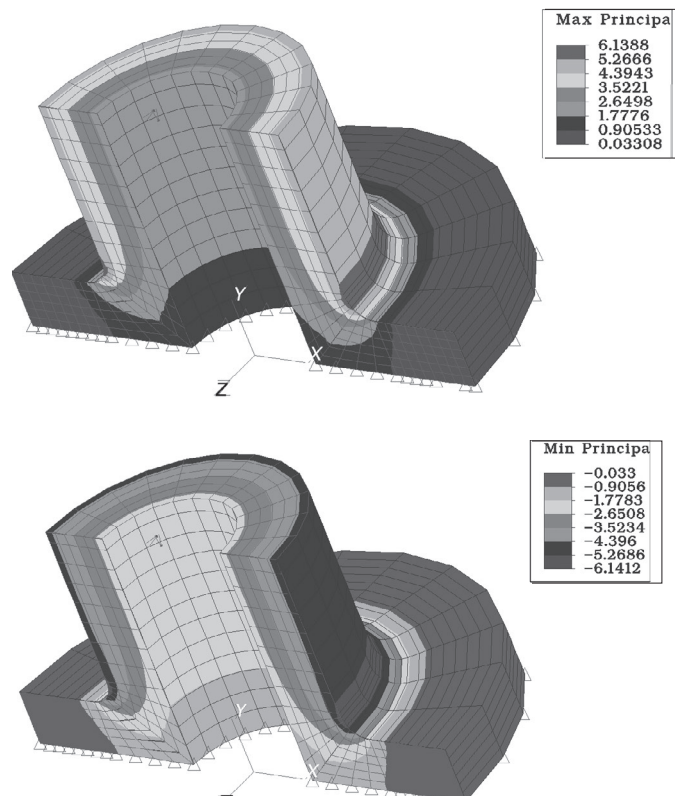
No se observan distorsiones graves de los elementos ni deformaciones poco naturales en los tramos de interés. Los elementos cercanos al cambio de sección muestran una deformación típica de esfuerzos cortantes; cualquier otro punto está lo suficientemente alejado como para que no afecte los resultados.

Para terminar, en la Figura 5 se muestra el error máximo previsible por nodo<sup>4</sup>. Solo es de 0,335 MPa en el peor de los casos, que corresponde a un 0,5 % de las magnitudes de los esfuerzos en esa zona.

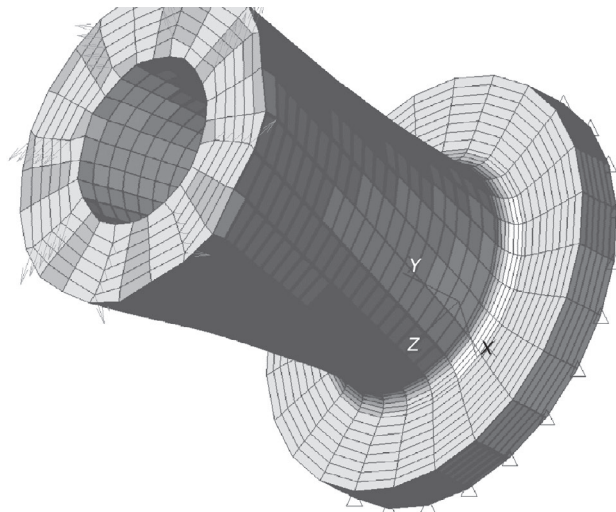


**Figura 2.** Esfuerzos de Von Mises por torsión para el eje a 12 MW y 720 rpm

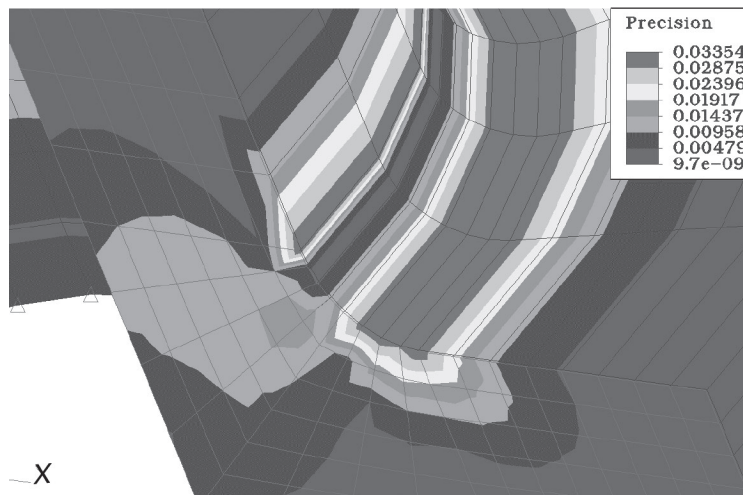
Fuente: (El autor)



**Figura 3.** Esfuerzos principales por torsión para el eje a 12 MW y 720 rpm.  
Fuente: (El autor)



**Figura 4.** Deformaciones relativas del eje a 10000:1.  
Fuente: (El autor)



**Figura 5.** Precisión esperada por zona.

Fuente: (El autor)

## 5. FACTOR DE SUPERFICIE

Entre las preocupaciones adicionales que surgieron durante el análisis de este eje estuvieron las picaduras que muestra casi toda la superficie exterior del eje, con mayor densidad en la zona del filete. Por razones inherentes al método de elementos finitos, no se modelaron directamente sobre el cuerpo real; de todas maneras, no son una condición aceptable ni usual de operación.

Sin necesidad de precedente, esta clase de imperfección es muy perjudicial, puesto que favorecen la propagación de grietas de fatiga o el ensanchamiento de las picaduras existentes (Frost, 1974) debido a que los esfuerzos máximos se darán precisamente en la superficie donde se encuentran las picaduras. En todo caso, para cuantificar su efecto se llevó a cabo la construcción y análisis de un modelo de elementos finitos de una sola de estas picaduras, tratando de reproducir las condiciones de operación típicas.

La geometría del modelo usado, con base en los datos proporcionados por el cliente y la operación del eje que se acaba de analizar, se muestran en la Figura 6.

La picadura se modeló como un hemisferio parcial extraído de un prisma rectangular con

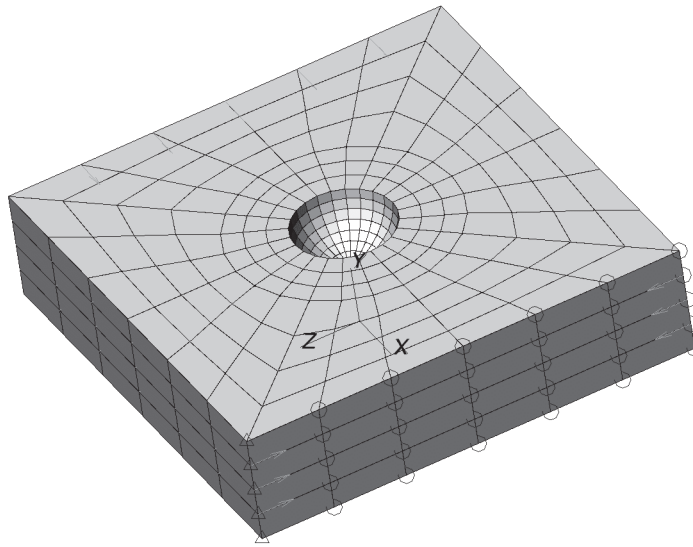
un espesor equivalente a cuatro veces el radio de la picadura; su anchura y longitud es de diez veces el diámetro de la picadura. El diámetro de la picadura se tomó como de 9 mm con una profundidad máxima de 3 mm.

Las dimensiones se escogieron de manera que fueran similares a un cuerpo grande con relación a la picadura; nótese que se elimina toda dimensión relativa al eje, incluida su curvatura superficial. Como la picadura se considera como de un segmento de esfera, es evidente que se hizo una sensible simplificación geométrica respecto de la forma y tamaño arbitrarios originales.

El cuerpo prismático se cargó en un estado de esfuerzos biaxial de manera que se simulara un estado de cortante puro; compresión de 100 MPa en uno de los ejes coordenados del plano superficial y tensión de 100 MPa en un eje perpendicular al anterior. Se usaron elementos tridimensionales suponiendo que el material era acero en su ámbito de elasticidad lineal.

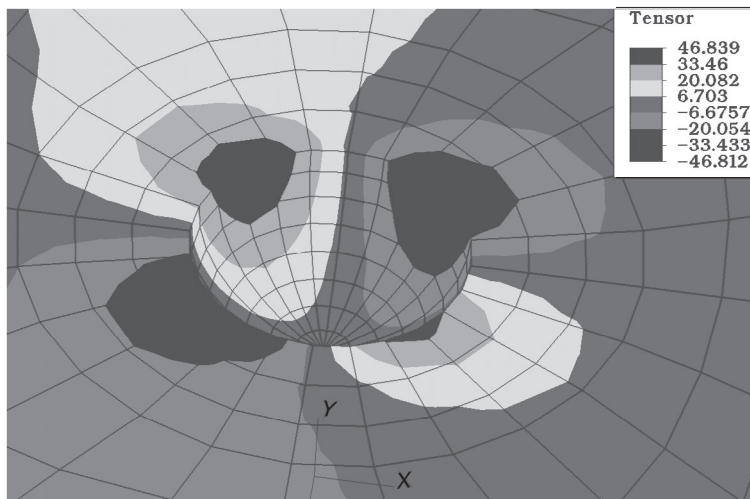
El resultado buscado es la cuantificación del orden de magnitud de la concentración de esfuerzos debido a esta irregularidad; precisamente el efecto se puede observar en el diagrama de tensores ZX (indicador de esfuerzos cortantes) que aparece en la Figura 7.





**Figura 6.** Modelo aproximado para análisis de picadura.

Fuente: (El autor)



**Figura 7.** Tensores planares en la superficie de la picadura

Según se muestra, la picadura es un factor decisivo para incrementar los esfuerzos máximos localizados. De las lecturas directas se puede ver que en los bordes de la picadura los esfuerzos serán *HASTA SIETE VECES MAYORES* que el esfuerzo superficial en la superficie uniforme. No será un fenómeno generalizado, sino local (áreas cercanas a 1mm de la picadura), por lo que ello no implicará la falla del eje durante

su operación, sino su inutilización prematura por multiplicación o ensanchamiento de las picaduras existentes.

Desde luego, este es sólo un valor de referencia; se debe generar un nuevo modelo que tome en cuenta factores de dimensión, carga y diversidad más particulares para determinar con precisión las magnitudes reales. Se optó por un análisis



simplificado, puesto que estos esfuerzos no son el objetivo del estudio y no tendría mayor utilidad para quienes se enfrentan al problema.

## 6. LIMITACIONES DEL MODELO

El estudio se llevó a cabo para cubrir el aspecto de la concentración de esfuerzos en el filete debido a la geometría del segmento de eje de interés, así como de los posibles efectos de las irregularidades superficiales. Sin embargo, deben considerarse los siguientes límites para utilizar la información para conclusiones diferentes a las que se mencionen en este artículo.

- El análisis de elementos finitos de la sección completa de eje se ejecutó con la simulación de una sola carga, que corresponde a la principal: la que se debe a la torsión de generación. Para efectos de simplificación se omitieron todas las otras cargas, que se pueden clasificar en las que se deben a las cargas dinámicas del rodete, la masa del eje y del rodete, vibraciones hidráulicas, de desbalance mecánico o magnético, así como transiciones de carga durante los procedimientos que no sean de operación nominal del sistema de generación.
- El modelo del eje usado no tiene en cuenta aspectos de acabado superficial ni de defectos o irregularidades superficiales; tampoco los pernos ni los agujeros o el tipo de interfaz entre el eje y el rodete, debido a que estas zonas no son de interés en este estudio y no afectan los resultados de la magnitud de los esfuerzos en las superficies ya descritas.
- El modelo de una picadura es tan solo una referencia para medir su efecto cualitativo sobre la superficie; la predicción exacta de los esfuerzos se debe hacer a través de un modelo más adecuado a la geometría real de estos daños, pero no es de interés acá puesto que la recomendación final no cambiaría.
- La validez de los valores de concentración de esfuerzos está sujeta a la ductilidad del material; como no pudo determinarse

debidamente esta característica, se supuso que se trataba de una superficie relativamente frágil, susceptible a la concentración de esfuerzos por la geometría variable de la pieza.

- El método de análisis de elementos finitos está sujeto a inexactitudes que se procuró minimizar de manera que no afectaran las conclusiones, pero hay que estar consciente de que los resultados deben considerarse conforme a los mismos criterios que se aplicarían a cualquier análisis teórico.

## 7. CONCLUSIONES

1. Los esfuerzos cortantes máximos superficiales debido al efecto de torsión cuando el eje opera a 12 MW y 720 rpm (con un diámetro externo de 274 mm para tomar en cuenta el efecto de rebajar 6 mm de él) serán del orden de 57,7 MPa, según el análisis de elementos finitos. Esto corresponde a esfuerzos axiales de 106,3 MPa, con lo que el factor de seguridad resultante es de 2,92 contra falla por fluencia al utilizar un esfuerzo permisible de 311 MPa.
2. Para potencias de 10 MW y 7,5 MW, los factores de seguridad son de 3,51 y 4,68 respectivamente usando el mismo criterio. Se recomienda que se opere a un factor de seguridad no inferior a 4, debido a la heterogeneidad del material.
3. Los efectos de concentración de esfuerzos por la geometría del cuerpo en este caso en particular debido a la carga de torsión, se dan en la unión entre la brida y el eje de transmisión; el factor de concentración de esfuerzos calculado según los resultados del análisis de elementos finitos es de 1,31 para efectos de un análisis teórico. Es independiente de la magnitud de la carga de torsión siempre y cuando los esfuerzos sean menores a los esfuerzos de fluencia.
4. Las picaduras no llevarán a una falla desastrosa del eje, pero lo desgastarán

- prematuramente puesto que pueden crecer o aparecer nuevas picaduras, según la distribución de esfuerzos mostrada en el análisis de elementos finitos. Se recomienda rebajar el diámetro del eje lo suficiente para eliminar todo vestigio de picadura; nótese que los cálculos y modelos de este artículo se hicieron con esta reducción en mente.
5. Las cargas alternantes que se supusieron pequeñas y que serían el único parámetro para llevar a cabo una verificación del diseño por fatiga, se pueden determinar por medio de un análisis de vibraciones. Sin embargo, no es necesario, puesto que afectará muy poco la magnitud de los esfuerzos totales.
  3. Este dato de dureza superficial promedio proviene de mediciones hechas por otros profesionales involucrados en la evaluación del eje.
  4. Algor® calcula la precisión como la máxima diferencia entre los últimos pasos del cálculo iterativo usado para resolver la matriz de elasticidad del objeto.

Por último, conviene indicar que cierto sector de la comunidad técnica internacional no cuenta con conocimientos suficientes sobre el método de elementos finitos, dada su complejidad matemática. No hay que caer en la tentación de considerar el modelo computacional como una reproducción de la realidad, y por ello, es indispensable que cualquier estudio venga acompañado de una descripción detallada de las condiciones de frontera usadas (en este caso, las fuerzas y los apoyos usados) y del modelo geométrico seleccionado, máxime si proviene de segundas o terceras partes, en donde la validez de los resultados debe ser comprobable antes de tomar decisiones de peso.

## NOTAS

1. La carga torsional es constante; la práctica de diseñar los ejes contra fatiga es válida únicamente cuando está sometida a esfuerzos variables en el tiempo, que no es el caso acá, por tratarse de un eje vertical sin cargas horizontales importantes.
2. En otros documentos se trató este aspecto, sobre los que el autor no tiene derechos de difusión.

## REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ALGOR, I. (2001). Algor Finite Element Analysis Software, v. 12.01.
- COOK, R. & OTHERS (1989). Concepts and applications of finite element analysis. Third edition. New York: John Wiley and Sons.
- FROST, N. E. & OTHERS. (1974). Metal Fatigue. Oxford: Clarendon Press.
- SHIGLEY, J.E. & MISCHKE. (1996). Diseño en Ingeniería Mecánica. México, D. F.: Editorial McGraw-Hill.
- UGURAL, A & FENSTER, S. (1995). Advanced Strength and Applied Elasticity. Third edition. New Jersey: Prentice Hall.

## SOBRE EL AUTOR

### Juan Gabriel Monge Gapper

Magíster en Ingeniería Mecánica.

Profesor de la Escuela de Ingeniería Mecánica de la Universidad de Costa Rica.

Teléfono: 207-5696

Facsimil: 207-5610

Apartado postal: 10609-1000 San José, Costa Rica.

Correo electrónico: gmonge@fing.ucr.ac.cr