

Alfaro Ruiz, Víctor M.
EVALUACIÓN DE LOS MODELOS UTILIZADOS EN LOS ESTUDIOS DEL CONTROL
PID
Ingeniería. Revista de la Universidad de Costa Rica, vol. 17, núm. 2, agosto-diciembre,
2007, pp. 11-22
Universidad de Costa Rica
Ciudad Universitaria Rodrigo Facio, Costa Rica

Disponible en: <https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=44170520007>

EVALUACIÓN DE LOS MODELOS UTILIZADOS EN LOS ESTUDIOS DEL CONTROL PID

Víctor M. Alfaro Ruiz

Resumen

En este artículo se establecen índices para comparar la bondad de los modelos identificados a partir de la curva de reacción y de la información crítica, en la reproducción de la respuesta temporal de la planta, la estimación de los parámetros críticos del sistema de control y la predicción del comportamiento del proceso bajo condiciones de control realimentado.

Mediante pruebas con una planta de orden alto, se muestra que la selección del modelo a utilizar, depende del tipo de estudio de control que se deba efectuar y se dan recomendaciones generales sobre cuál procedimiento de identificación utilizar en función del uso específico que se dará al modelo.

Palabras claves: modelos, identificación, sistemas de control PID

Abstract

In this paper several indices are presented for measuring the performance of models identified from the process reaction curve and critical information to reproduce the open-loop behavior of the plant, to estimate the system critical information and to predict the performance of the process under close-loop control.

From tests using a high-order plant it is show that the model selection depends of the control studies that need to be made and general recommendations of which identification procedure use are given taking in consideration the model specific application.

Keywords: models, identification, PID control systems

Recibido: xxxx • **Aprobado:** xxxx

1. INTRODUCCIÓN

Para poder estudiar el funcionamiento de los sistemas de control y efectuar el diseño de un controlador proporcional integral derivativo (PID), es necesario representar el proceso controlado mediante un modelo. Aunque este puede obtenerse mediante técnicas analíticas, es más frecuente que sea el resultado de una prueba experimental.

Estos estudios normalmente incluyen el análisis del comportamiento del proceso ante una entrada tipo escalón, la determinación de

las características del sistema de control en condiciones de oscilación permanente, el análisis de su estabilidad y la sintonización del controlador para lograr el funcionamiento adecuado ante cambios en el valor deseado o en la perturbación de carga.

Además, dado el número bajo de parámetros variables que tienen los controladores PI y PID, estos modelos también deben ser de orden reducido, por lo que los más utilizados son los de primer orden, de polo doble y de segundo orden sobreamortiguados más tiempo muerto, los cuales se muestran en el Anexo A.

Las técnicas para la identificación de estos modelos se pueden clasificar en dos grandes grupos: las que utilizan la curva de reacción del proceso y las que determinan la información crítica del sistema. Si bien también existen procedimientos de identificación de modelos paramétricos de orden alto, estos usualmente no son utilizados para la sintonización de los controladores PID.

Tal como lo indica Isermann (1980), en el proceso de identificación de los parámetros de los modelos, es de primordial importancia establecer la utilización final que se le dará al modelo, ya que esto determinará el tipo, la exactitud y el procedimiento de identificación necesarios. Como se ha indicado, son de interés aquí solo los procedimientos de identificación de los modelos simples, pues son los requeridos para realizar el estudio de los sistemas de control con los controladores PID.

Según Sung & Lee (1999) la finalidad de la identificación en el control de los procesos, es la obtención de un modelo que aproxime el comportamiento dinámico del mismo, el cual determinará, a su vez, el desempeño que se pueda lograr con el controlador diseñado, y este será pobre, si el modelo es inexacto. Por lo tanto, la identificación corresponde a la primera etapa del proceso de diseño del lazo de control.

Por su parte, O'Dwyer (2005) indica que el 47% de las reglas de sintonización de controladores PI incluidas en su recopilación, han sido desarrolladas a partir de un modelo de primer orden más tiempo muerto y que de las de los controladores PID, un 37% lo han sido a partir de uno de primer orden más tiempo muerto y un 17% de uno de segundo orden sobreamortiguado más tiempo muerto. Además, destaca que el 53% de las reglas de sintonización desarrolladas con base en un modelo de primer orden más tiempo muerto, o no indican como se identifica este o presuponen que el mismo es conocido, lo cual equivale a considerar que estas parten de un modelo "exacto".

Si bien existen diversas fuentes sobre las técnicas disponibles para la identificación de los modelos requeridos, por ejemplo Sung & Lee (1999), en la mayoría de los casos estas no presentan comparaciones entre los modelos obtenidos con los diferentes procedimientos. Por lo general solo destacan algunas de ellas, por ejemplo, lograr que el modelo reproduzca la curva de reacción con el mínimo error cuadrático (Wang & Cluett (2000), Johnson & Moradi (2005)), o se limitan a indicar el uso de algún método simple como uno de dos puntos sobre la curva de reacción (Corripio, (2001)).

Hang & Ching (1991) al comparar el comportamiento de los modelos de orden reducido para los sistemas de control con auto sintonía, determinaron que para lograr que los modelos reflejen adecuadamente las características del proceso controlado, debe analizarse tanto su respuesta temporal como su respuesta en frecuencia.

Es evidente que se lograrán los resultados buscados al aplicar alguna de las reglas de sintonización de controladores, en la medida en que el modelo utilizado con la misma, provea una buena representación del comportamiento dinámico del proceso que se desea controlar bajo condiciones de control realimentado.

Dado lo anterior, se considera importante conocer la bondad con la que los modelos identificados con varias de las técnicas disponibles, permiten estimar el comportamiento del proceso bajo diferentes condiciones.

Este artículo se encuentra estructurado de la siguiente forma: en el punto 2. se describen las aplicaciones de interés de los modelos para los estudios de control y los procedimientos de identificación a comparar, en el apartado 3. se establecen los índices utilizados para la medición del desempeño de los modelos, y en el punto 4. se emplea una planta de orden alto para realizar las pruebas comparativas. En los Anexos se presentan los procedimientos de identificación comparados.

2. APLICACIONES DE LOS MODELOS EN CONTROL

Entre las aplicaciones de los modelos utilizados para representar al proceso controlado en el diseño de los sistemas de control, está el estudio del sistema a lazo abierto, en particular la obtención de la respuesta de la planta a un cambio escalón en la entrada (curva de reacción), el análisis de la estabilidad absoluta y relativa del lazo de control, el de su comportamiento en condiciones de oscilación mantenida, y primordialmente, el diseño del controlador, esto es, su sintonización de conformidad con un criterio de desempeño establecido para el lazo de control.

Con base en lo anterior, se hará la siguiente definición:

“Un modelo adecuado para los estudios de control con controladores PID, será aquel que permita diseñar el controlador de manera que su comportamiento cuando se utilice con la planta real, sea similar al obtenido en el proceso de diseño cuando se utilizó el modelo como planta”.

Se desea, por lo tanto, comparar el desempeño de los modelos de primer orden, polo doble y segundo orden más tiempo muerto, identificados a partir de la curva de reacción del proceso con el método 123c (Alfaro, (2006)) resumidos en el Apéndice B, con el de los modelos de primer orden y de polo doble más tiempo muerto obtenidos a partir de la información crítica y con el de primer orden más tiempo muerto, calculado con el método 1D2u (Alfaro, (2005)), presentados en el Apéndice C.

3. ÍNDICES DE COMPARACIÓN DE LOS MODELOS

Para el establecimiento de los índices de error de los modelos, se consideraron tres condiciones de operación: reproducción de la respuesta a una entrada escalón, estimación de la información crítica y funcionamiento bajo control realimentado.

Se supondrá que en las pruebas se ha colectado el conjunto de valores de la respuesta cuando se ha empleado la planta $\{y_p(k), t(k)\}$ y con cada uno de los modelos $\{\underline{y}_m(k, \bar{\theta}), t(k)\}$, siendo k el índice de muestreo y $\bar{\theta}$ el vector de parámetros del modelo. Además, se supondrá que el periodo de muestreo de las respuestas en el tiempo $\Delta t = t(k) - t(k-1)$ es constante.

3.1 Reproducción de la curva de reacción del proceso

El error de predicción de la respuesta temporal en el instante k es

$$e_{tm}(k, \bar{\theta}) = y_{tp}(k) - y_{tm}(k, \bar{\theta}) \quad (1)$$

La habilidad del modelo en reproducir la curva de reacción se evaluará entonces con el *Índice de error de predicción de la respuesta temporal* S_{tm} definido como

$$S_{tm}(\bar{\theta}) = \sum_{k=1}^n e_{tm}^2(k, \bar{\theta}) = \sum_{k=1}^n [y_{tp}(k) - y_{tm}(k, \bar{\theta})]^2 \quad (2)$$

3.2 Estimación de los parámetros críticos del sistema

La comparación entre los parámetros críticos del sistema de control estimados con el modelo y los correspondientes con la planta, se hará con el *Índice de error de predicción de la información crítica* S_{un} dado por

$$S_{un}(\bar{\theta}) = \left[\left(\frac{K_{cup} - K_{cum}(\bar{\theta})}{K_{cup}} \right)^2 + \left(\frac{T_{up} - T_{un}(\bar{\theta})}{T_{up}} \right)^2 \right]^{1/2} \quad (3)$$

en donde (K_{cup}, T_{up}) son los parámetros críticos del sistema de control proporcional de la planta y $(K_{cum}(\bar{\theta}), T_{un}(\bar{\theta}))$ los del sistema de control del modelo.

3.3 Predicción del comportamiento bajo control realimentado

La bondad del modelo para reproducir el comportamiento del proceso como parte de un lazo de control realimentado, se medirá con el *Índice de error de predicción de la respuesta de lazo cerrado* S_{cm} , el cual está definido como

$$S_{cm}(\bar{\theta}) = \sum_{k=1}^m e_{cm}^2(k, \bar{\theta}) = \sum_{k=1}^m [y_{cp}(k) - y_{cm}(k, \bar{\theta})]^2 \quad (4)$$

donde $\{e_{cm}(k, \bar{\theta})\}$ es el conjunto de los errores de predicción de la respuesta a lazo cerrado y $\{y_{cp}(k), t(k)\}$ y $\{y_{cm}(k, \bar{\theta}), t(k)\}$ son los conjuntos de valores de la respuesta del sistema de control a un cambio escalón en el valor deseado o en la perturbación de carga, con la planta y con el modelo respectivamente.

Si se considera solamente el comportamiento del sistema a lazo cerrado, el modelo más adecuado para representar una planta determinada en los estudios de control, será aquel que dé el menor valor del índice de error S_{cm} . Entonces, los parámetros óptimos del modelo $\bar{\theta}_o$ son tales que

$$S_{cmo} = S_{cm}(\bar{\theta}_o) = \min_{\bar{\theta}} \sum_{k=1}^m [y_{cp}(k) - y_{cm}(k, \bar{\theta})]^2 \quad (5)$$

La comparación de los índices establecidos permitirá determinar si es posible obtener un solo modelo que sea el más adecuado para realizar

todos los estudios de control o si por el contrario, se debe utilizar información o modelos diferentes, dependiendo del estudio de interés.

4. PRUEBAS COMPARATIVAS

Para las pruebas comparativas de los modelos y los procedimientos para su identificación, se utilizó la planta general

$$G_p(s) = \frac{1}{\prod_{i=0}^5 (\alpha^i s + 1)}, \quad \alpha = [0,2;0,5;0,7;0,9;1,0]$$

la cual permite representar procesos desde uno aproximadamente de primer orden, hasta uno de polo múltiple de orden seis.

En el Cuadro 1 se muestran los tres modelos identificados a partir de la curva de reacción del proceso utilizando el método 123c y en el Cuadro 2, los dos obtenidos directamente a partir de la información crítica, y el calculado con el método 1D2u. Se determinaron en total treinta modelos, esto es, tres de primer orden ($G_{m1,4,o}$), dos de polo doble ($G_{m2,2,o}$) y uno de segundo orden sobreamortiguado más tiempo muerto (G_{m3}), para cada valor de α .

En el Cuadro 3 se muestran los índices de error de predicción de la respuesta temporal. Como se aprecia, los mejores modelos para reproducir la curva de reacción son los de segundo orden. Entre los de primer orden los mejores son los identificados con el método 123c, lo mismo que ocurre con los de segundo orden (unas veces el de polo doble y otras el sobre amortiguado).

Cuadro 1. Modelos a partir de la curva de reacción (método 123c).

α	G_{m1} (pomtm)				G_{m2} (pdmtm)				G_{m3} (somtm)	
	K_p	t_m	τ	t'_m	τ'	t''_m	τ_1	τ_2		
0,2	1,0	0,236	1,027	0,0	0,652	0,058	1,022	0,171		
0,5	1,0	0,783	1,250	0,381	0,793	0,365	0,872	0,729		
0,7	1,0	1,481	1,585	0,970	1,006	0,978	1,034	0,970		
0,9	1,0	2,612	2,301	1,870	1,460	1,870	1,631	1,289		
1,0	1,0	3,380	2,916	2,441	1,850	2,441	2,088	1,613		

Los identificados a partir de la información crítica no reproducen la curva de reacción adecuadamente.

El modelo de primer orden obtenido con el método *ID2u* es significativamente mejor para reproducir la curva de reacción que el obtenido directamente de la información crítica, pero no llega a alcanzar la exactitud del modelo obtenido con el método *123c*.

La ganancia y el periodo de oscilación críticos predichos con los modelos se muestran en los Cuadros 4 y 5 respectivamente, y en el Cuadro 6 se encuentran los índices de error de predicción de la información crítica.

Los modelos identificados a partir de la curva de reacción, no son capaces de predecir la información crítica. El error del modelo de primer orden en predecir la ganancia crítica va desde un 13% hasta un 74%, aumentando cuando el modelo tiende a ser de primer orden. Algo similar sucede con la predicción del periodo de oscilación, cuyo error va desde el 2% hasta el 51%.

La predicción de los parámetros críticos con el modelo de segundo orden es bastante mejor, ya que el error en la ganancia oscila entre un 6% y un 9% y el del periodo entre un 1% y un 4%, sin embargo, no se pudo predecir los parámetros críticos para el caso de $\alpha = 0,2$ por no tener tiempo muerto.

Cuadro 2. Modelos a partir de la información crítica.

α	Información crítica			G_{m4} (pomtm)		G_{m5} (pdmtm)		G_{m6} (1D2u)	
	K_{cu}	T_u	k_p	t_m	τ	t'_{m}	τ'	t_m	τ
0,2	28,905	0,575	1,0	0,147	2,644	0,034	0,483	0,279	0,761
0,5	5,190	2,569	1,0	0,722	2,082	0,372	0,837	0,797	1,319
0,7	3,051	4,867	1,0	1,480	2,233	0,944	1,109	1,510	1,748
0,9	2,428	8,430	1,0	2,677	2,968	1,870	1,603	2,684	2,527
1,0	2,370	10,884	1,0	3,480	3,722	2,450	2,028	3,480	3,195

Fuente: (El autor)

Cuadro 3. Índices de error de predicción de la respuesta temporal ($\Delta u = 1,0$, $t = [0;25]$, $\Delta t = 0,01$).

α	S_{tm1}	S_{tm2}	S_{tm3}	S_{tm4}	S_{tm5}	S_{tm6}
0,2	0,045	0,425	0,004	32,041	1,693	1,541
0,5	0,312	0,010	0,007	9,750	0,142	0,483
0,7	0,739	0,099	0,102	6,848	0,694	1,438
0,9	1,511	0,337	0,352	7,404	1,443	2,759
1,0	1,994	0,467	0,491	9,364	1,910	3,608

Fuente: (El autor)

Cuadro 4. Ganancia crítica estimada con los modelos.

α	K_{cum1}	K_{cum2}	K_{cum3}	K_{cum4}	K_{cum5}	K_{cum6}
0,2	7,486	-	21,878	28,893	29,082	4,942
0,5	3,178	4,850	5,077	5,187	5,186	3,217
0,7	2,369	2,780	2,756	3,051	3,051	2,503
0,9	2,081	2,279	2,284	2,423	2,428	2,175
1,0	2,054	2,234	2,242	2,368	2,370	2,138

Fuente: (El autor)

Cuadro 5. Periodo de oscilación crítico estimado con los modelos.

α	T_{um1}	T_{um2}	T_{um3}	T_{um4}	T_{um5}	T_{um6}
0,2	0,870	-	0,603	0,575	0,573	0,988
0,5	2,602	2,539	2,485	2,571	2,571	2,662
0,7	4,638	4,738	4,751	4,880	4,865	4,787
0,9	7,921	8,113	8,088	8,426	8,430	8,230
1,0	10,214	10,463	10,426	10,896	10,887	10,627

Fuente: (El autor)

Cuadro 6. Índices de error de predicción de los parámetros críticos.

α	S_{um1}	S_{um2}	S_{um3}	S_{um4}	S_{um5}	S_{um6}
0,2	0,901	-	0,248	0,000	0,007	1,097
0,5	0,388	0,067	0,039	0,001	0,001	0,372
0,7	0,228	0,093	0,100	0,003	0,000	0,180
0,9	0,155	0,072	0,072	0,002	0,000	0,107
1,0	0,147	0,069	0,068	0,001	0,000	0,101

Fuente: (El autor)

Los modelos de primer orden obtenidos con el método *1D2u* predicen los parámetros críticos de mejor manera que los modelos de primero obtenidos a partir de la curva de reacción, excepto para el caso $\alpha = 0,2$.

El desempeño bajo control realimentado logrado con los diferentes modelos, se evaluó tanto ante un cambio escalón en el valor deseado (servo control) como ante uno en la perturbación de carga (control regulatorio). Para esto se determinaron primero los parámetros de los controladores PI que optimizan el criterio de error integral IAE para cada una de las plantas en los dos tipos de funcionamiento. Estos parámetros se muestran en el Cuadro 7.

El comportamiento de los modelos cuando el sistema de control es un servo control se muestra en el Cuadro 8 y los del control regulatorio en el Cuadro 9.

En el caso del servo control se aprecia que los mejores resultados se obtienen con los modelos de segundo orden (sobre amortiguado o de

polo doble) identificados con el método *123c*. Además, para los modelos de primer orden más tiempo muerto, unas veces es mejor el modelo identificado a partir de la información crítica y en otras, el obtenido de la curva de reacción o el determinado con el método *1D2u*.

En el caso del control regulatorio, los mejores modelos de primer orden más tiempo muerto son los obtenidos directamente de la información crítica o con el método *1D2u*, mientras que en los de segundo orden son mejores los de polo doble identificados con el método *123c*, excepto para el caso $\alpha = 0,2$.

Como se ha indicado, la mayoría de los modelos muestran dificultades para representar el comportamiento de la planta con $\alpha = 0,2$, esto es, en el caso de que esta se asemeje mucho a una de primer orden (valores de $\tau_o = t_m / \tau < 0,25$).

Además, de los índices de desempeño mostrados en los Cuadros 3, 8 y 9 es evidente que en todos los casos, el desempeño del mejor modelo de

segundo orden es mucho mejor que el del mejor modelo de primer orden, por lo que debe dársele preferencia. Sin embargo, debe tenerse en cuenta que existen mucho menos reglas de sintonización desarrolladas con base en los modelos de segundo orden.

En las Figuras 1 y 2 se muestran las respuestas del servo control y el control regulatorio con la planta y tres modelos diferentes para el caso particular de la planta con $\alpha = 0,7$, que muestran cuan similar o diferente pueden ser estas, dependiendo del modelo utilizado para realizar el estudio.

Cuadro 7. Parámetros de los controladores PI óptimos IAE.

α	<i>Servo control</i>		<i>Control regulatorio</i>	
	K_c	T_i	K_c	T_i
0,2	5,482	1,411	14,076	0,940
0,5	1,312	1,799	2,276	1,949
0,7	0,831	2,268	1,206	2,524
0,9	0,720	3,4434	0,919	3,687
1,0	0,587	3,757	0,886	4,593

Fuente: (El autor)

Cuadro 8. Índices de error de predicción de la respuesta de lazo cerrado (servo control $\Delta r = 1,0$, $t = [0;80]$, $\Delta t = 0,001$).

α	S_{cm1}	S_{cm2}	S_{cm3}	S_{cm4}	S_{cm5}	S_{cm6}
0,2	172,710	40,786	1,391	88,8583	7,8475	Inestable
0,5	21,149	0,387	0,320	43,008	2,366	13,384
0,7	12,149	1,789	1,876	62,360	7,677	9,786
0,9	16,626	3,855	4,256	72,428	15,712	18,682
1,0	13,321	3,173	3,534	88,080	19,447	23,625

Fuente: (El autor)

Cuadro 9. Índices de error de predicción de la respuesta de lazo cerrado (control regulatorio $\Delta z = 1,0$, $t = [0;80]$, $\Delta t = 0,001$).

α	S_{cm1}	S_{cm2}	S_{cm3}	S_{cm4}	S_{cm5}	S_{cm6}
0,2	Inestable	1,3451	0,642	0,804	0,175	Inestable
0,5	84,837	0,688	0,717	21,972	1,438	54,073
0,7	37,478	5,101	5,383	49,657	7,710	11,810
0,9	41,228	9,683	10,757	80,303	19,807	20,963
1,0	50,768	12,400	13,970	106,729	27,5614	28,492

Fuente: (El autor)

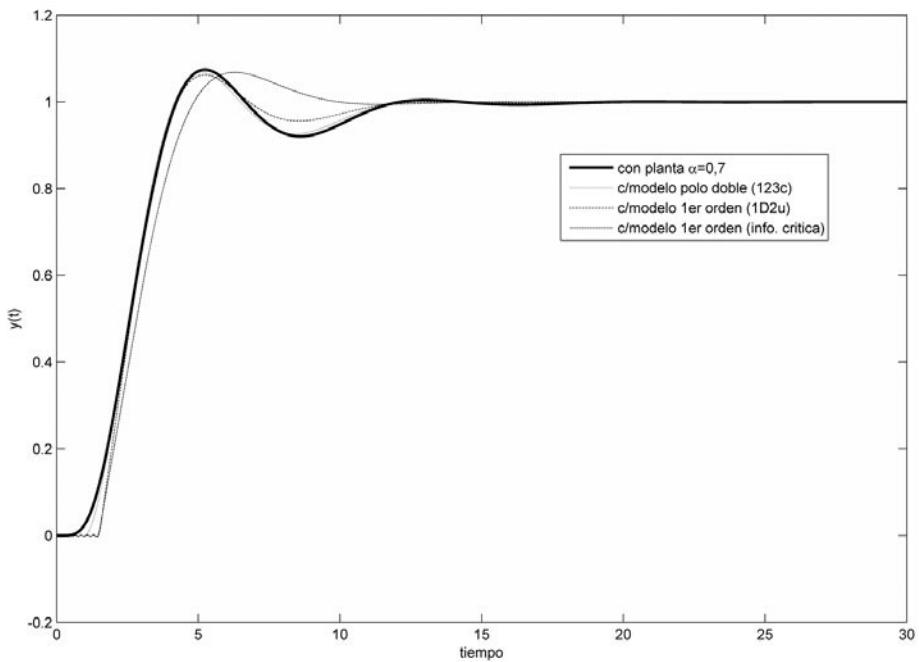


Figura 1. Comparación de las respuestas del servo control, planta con $\alpha = 0,70$.
Fuente: (El autor)

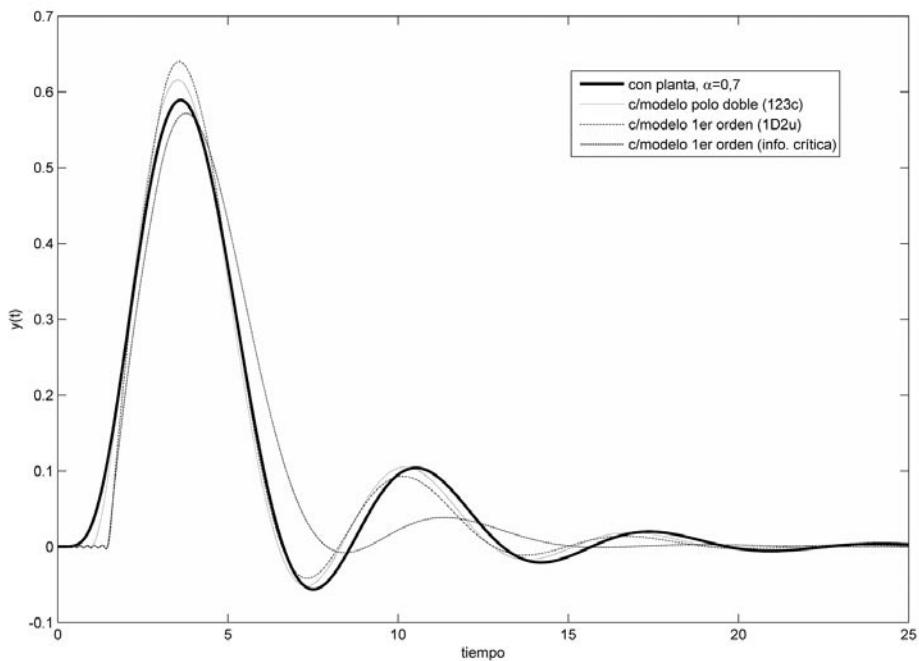


Figura 2. Comparación de las respuestas del control regulatorio, planta con $\alpha = 0,70$.
Fuente: (El autor)

CONCLUSIONES

Del análisis de la literatura técnica sobre el estudio y la sintonización de los controladores PID, es evidente que se hace un uso mayoritario de los modelos simples de primer orden más tiempo muerto y que usualmente no se provee ninguna recomendación sobre su identificación. Además, muchas veces al momento de mostrar los resultados obtenidos con el método propuesto se hace uso exclusivamente de los modelos supuestos en su desarrollo. Esto lleva a considerar que el modelo utilizado para el estudio debe ser el “*mejor modelo*” posible de obtener, para representar el comportamiento dinámico del proceso controlado.

Sin embargo, las pruebas realizadas a los modelos muestran claramente que la bondad del mismo depende tanto de la técnica utilizada para su identificación como de la aplicación que se le dé. Con base en estas, se pueden hacer las siguientes consideraciones generales sobre la selección de los modelos más adecuados para los estudios de control:

- La curva de reacción del proceso solo es reproducida con fidelidad por los modelos identificados a partir de esta, y generalmente en mejor forma por los modelos de segundo orden, ya sean sobre amortiguados o de polo doble.
- Dado que el método de identificación *123c* permite obtener un modelo de primero orden, uno de polo doble y dos de segundo orden más tiempo muerto, a partir de tres puntos sobre la curva de reacción se recomienda su utilización para la selección del mejor modelo para obtener la curva de respuesta temporal de la planta.
- Se ha hecho evidente que los modelos obtenidos a partir de la curva de reacción, no son adecuados para estimar la información crítica del sistema, por lo que se recomienda que esta sea obtenida preferiblemente utilizando la realimentación con un relé (Aström & Hägglund, (1984)) o directamente de la oscilación mantenida con un controlador proporcional.

- Para la sintonización del controlador, el tipo de modelo necesario está determinado por la regla o procedimiento de sintonización seleccionado. Si este requiere de uno de primer orden más tiempo muerto, en general es recomendable utilizar el obtenido con el método *ID2u* a partir de la información crítica. Si el modelo necesario para aplicar el método de sintonización es de polo doble o de segundo orden sobre amortiguado se recomienda utilizar los modelos obtenidos con el procedimiento *123c*.
- De ser posible, es conveniente comparar el comportamiento del sistema de control sintonizando el controlador a partir de dos o más modelos identificados con diferentes procedimientos, para determinar su influencia sobre el comportamiento del lazo.
- Además, para representar a la planta en los estudios por simulación de los sistemas de control realimentado, se recomienda utilizar el mejor modelo de segundo orden más tiempo muerto obtenido con el método *123c*.

Se ha hecho evidente de los resultados obtenidos, que para la identificación de los modelos de orden reducido utilizados para el estudio y diseño de los sistemas de control con controladores PID, debe tomarse en consideración el uso específico que se les dará.

SIMBOLOGÍA

α - parámetro

$\bar{\theta}$ - vector de parámetros del modelo

τ - constante de tiempo

$G(s)$ - función de transferencia

k - índice de muestreo

K_{cu} - ganancia crítica

s - variable compleja

S - índice de error

t - tiempo

T_u - periodo de oscilación crítico

y - respuesta de la planta o el modelo

Isermann, R. (1980). Practical Aspects of Process Identification. *Automatica*, **16**, 575-587.

Johnson, M. A. & Moradi, M. H. (2005). *PID Control – New Identification and Design Methods*, Londres, UK: Springer-Verlag.

O'Dwyer, A. (2005). *Handbook of PI and PID Controller Tuning Rules*, Londres, UK: Imperial Collage Press.

Sung, S.W & Lee, I.-B. (1999). *PID Controllers and Automatic Tuning*, Seúl, Corea: A-Jin Publishing, Co.

Wang, L. & Cluett, W. R. (2000). *From Plant Data to Process Controls: Ideas for process identification and PID design*, Londres, UK: Taylor & Francis.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Alfaro, V. M. (2005). *IE-431 Sistemas de control* (notas del curso). Escuela de Ingeniería Eléctrica, Universidad de Costa Rica.

Alfaro, V. M. (2006). Identificación de modelos de orden reducido a partir de la curva de reacción del proceso, *Ciencia y Tecnología*, **24** (2).

Aström, K. J. & Hägglund, T. (1984). Automatic Tuning of Simple regulators with specifications on Phase and Amplitude Margin, *Automatica*, **20** (5).

Corripio, A. (2001). *Tuning of Industrial Control Systems*, 2^a edición, Research Triangle Park, NC, EUA: ISA – The Instrumentation, Systems, and Automation Society.

Hang, C. C. & Chin, D. (1991). Reduced Order Process Modelling in Self-Tuning Control, *Automatica*, **27**(3), 529-534.

SOBRE EL AUTOR

Víctor M. Alfaro Ruiz, M.Sc.

Catedrático, Departamento de Automática, Escuela de Ingeniería Eléctrica, Universidad de Costa Rica

Teléfono: 2207.3892

Faxsímile: 2207.3920

Apartado postal 2-10, 2060 UCR, San José, Costa Rica

Correo electrónico: valfaro@eie.ucr.ac.cr

ANEXOS

A. Modelos

Los modelos más utilizados para representar al proceso controlado, en los estudios de control con controladores PID, son:

- Primer orden más tiempo muerto (POMTM)

$$G_m(s) = \frac{k_p e^{-t_m s}}{\tau s + 1} \quad (A1)$$

- Polo doble más tiempo muerto (PDMTM)

$$G_m(s) = \frac{k_p e^{-t_m s}}{(\tau' s + 1)^2} \quad (A2)$$

- Segundo orden sobreamortiguado más tiempo muerto (SOMTM)

$$G_m(s) = \frac{k_p e^{-t_m s}}{(\tau_1 s + 1)(\tau_2 s + 1)} = \frac{k_p e^{-t_m s}}{(\tau'' s + 1)(a\tau'' s + 1)} \quad , 0 < a < 1 \quad (A3)$$

B. Identificación a partir de la curva de reacción

Las siguientes son las ecuaciones del *método de identificación de tres puntos 123c* de Alfaro (2006), el cual utiliza los tiempos requeridos para que la respuesta del proceso a un cambio escalón en la entrada, alcance el 25 (t_{25}), el 50 (t_{50}) y el 75% (t_{75}) de su valor final.

Se supone que la entrada al proceso es una señal escalón $u(t)$ de amplitud Δu y que su respuesta es una señal $y(t)$ con un cambio total Δy .

- POMTM

$$\begin{aligned} k_p &= \frac{\Delta y}{\Delta u} \\ \tau &= 0,9102 (t_{75} - t_{25}) \\ t_m &= 1,2620 t_{25} - 0,2620 t_{75} \end{aligned} \quad (B1)$$

- PDMTM

$$\begin{aligned} k_p &= \frac{\Delta y}{\Delta u} \\ \tau' &= 0,5776 (t_{75} - t_{25}) \\ t_m &= 1,5552 t_{25} - 0,5552 t_{75} \end{aligned} \quad (B2)$$

- SOMTM

Método simplificado

$$\begin{aligned} k_p &= \frac{\Delta y}{\Delta u} \\ \tau' &= 0,5776 (t_{75} - t_{25}) \\ t_m &= 1,5552 t_{25} - 0,5552 t_{75} \\ \tau'' &= \frac{2 \tau'}{1 + a} \\ \tau_1 &= \tau'', \quad \tau_2 = a \tau'', \quad t_m'' = t_m' \\ a &= \frac{t_{50} - t_m' - 1,4362 \tau'}{1,9844 \tau' - t_{50} + t_m'} \end{aligned} \quad (B3)$$

Método general

$$\begin{aligned} k_p &= \frac{\Delta y}{\Delta u} \\ \tau'' &= \frac{t_{75} - t_{25}}{0,9866 + 0,7036 a} \\ \tau_1 &= \tau'', \quad \tau_2 = a \tau'' \\ t_m'' &= t_{75} - (1,3421 + 1,3455 a) \tau'' \\ a &= \frac{-0,6240 t_{25} + 0,9866 t_{50} - 0,3626 t_{75}}{0,3533 t_{25} - 0,7036 t_{50} + 0,3503 t_{75}} \end{aligned} \quad (B4)$$

C. Identificación a partir de la información crítica

También es posible identificar algunos de los modelos requeridos a partir de la información *última* o *crítica* del sistema, ganancia K_{cu} y periodo de oscilación T_u . Esta información se puede determinar utilizando un controlador proporcional o mediante la realimentación con un relé.

La ganancia de los modelos puede obtenerse mediante una prueba con el controlador proporcional con una ganancia arbitraria K_c , produciendo un cambio escalón en el valor deseado de magnitud Δr y observando el cambio total en la variable controlada Δy .

- *POMTM*

$$\begin{aligned} k_p &= \frac{1}{K_c} \frac{\Delta y}{\Delta r - \Delta y} \\ \tau &= \frac{T_u}{2\pi} \sqrt{(K_{cu} k_p)^2 - 1} \\ t_m &= \frac{T_u}{2\pi} \left[\pi - \tan^{-1} \left(\frac{2\pi\tau}{T_u} \right) \right] \end{aligned} \quad (C1)$$

- *PDMTM*

$$\begin{aligned} k_p &= \frac{1}{K_c} \frac{\Delta y}{\Delta r - \Delta y} \\ \tau' &= \frac{T_u}{2\pi} \sqrt{K_{cu} k_p - 1} \\ t_m' &= \frac{T_u}{2\pi} \left[\pi - 2 \tan^{-1} \left(\frac{2\pi\tau'}{T_u} \right) \right] \end{aligned} \quad (C2)$$

- *POMTM a partir del de PDMTM*

El siguiente procedimiento, denominado *ID2u* (Alfaro, (2005)), permite identificar un modelo de POMTM, a partir de la curva de reacción del modelo de PDMTM obtenido con la información crítica.

$$\begin{aligned} k_p &= \frac{1}{K_c} \frac{\Delta y}{\Delta r - \Delta y} \\ \tau' &= \frac{T_u}{2\pi} \sqrt{K_{cu} k_p - 1} \\ t_m' &= \frac{T_u}{2\pi} \left[\pi - 2 \tan^{-1} \left(\frac{2\pi\tau'}{T_u} \right) \right] \\ \tau &= 1,5758\tau' \\ t_m &= t_m' + 0,5077\tau' \end{aligned} \quad (C3)$$