Revista de Matemática: Teoría y Aplicaciones
ISSN: 1409-2433
mta.cimpa@ucr.ac.cr
Universidad de Costa Rica
Costa Rica

Hernández R., José G.; García G., María J.

Investigación de operaciones y turismo

Revista de Matemática: Teoría y Aplicaciones, vol. 14, núm. 2, julio-diciembre, 2007, pp. 221-238
Universidad de Costa Rica
San José, Costa Rica

Revista de Matemática: Teoría y Aplicaciones 2007 **14**(1) : 221–238
cimpa – ucr issn: 1409-2433

INVESTIGACIÓN DE OPERACIONES Y TURISMO

José G. Hernández R.[*] María J. García G.[†]

Recibido/Received: 22 Feb 2006; Aceptado/Accepted: 22 Jan 2007

Resumen

La contribución de este trabajo es presentar como una serie de técnicas de Investigación de Operaciones, pueden contribuir a preparar un viaje más placentero a un turista que visita una región determinada.Las técnicas involucradas son los modelos multiatributos, el problema del agente viajero, el problema de ruteo y el problema de ruta más corta. De lo anterior el objetivo de esta investigación es crear un algoritmo que, a partir del orden de preferencia obtenido a través de un modelo multiatributo, que para un visitante tienen un conjunto de parajes turísticos, le indique cuál o cuáles visitar y cuáles son los corredores turísticos a seguir, para que le proporcionen mayor satisfacción, de acuerdo con las restricciones por él establecidas.

Palabras clave: Decisiones, turismo, rutas, TSP, problema de ruteo, modelos multiatributo.

Abstract

The contribution of this paper is to present how a series of Operations Research techniques, can contribute to prepare a pleasant trip for a tourist visiting a certain region. The involved techniques are: The multiattribute models, the travelling salesman problem, the vehicle routing problem and the problem of shorter route. The goal of this research is to create an algorithm, based on the order of preference obtained through a multiattribute model, that have a set of tourist places for a visitor, the model indicates which places to visit and which routes to follow, so that provides the greater satisfaction, according to the constraints the tourist established.

Keywords: Decision making, tourism, routes, TSP, vehicle routing problem, multiattribute models.

Mathematics Subject Classification: 90B10, 90B50, 90B99.

[*]Universidad Metropolitana, Facultad de Ingeniería, Departamento de Gestión de la Tecnología. Distribuidor universidad. Autopista Caracas-Guarenas. Caracas, Venezuela. E-Mail: jhernandez@unimet.edu.ve.

[†]Minimax Consultores C.A., Gerencia General. Apartado: 78239 Caracas 1074, Venezuela. minimaxconsultores@yahoo.com.

1 Introducción

La evolución de los medios de comunicación, que cada vez más facilitan el manejo de la información, ha logrado que quienes desean visitar, especialmente con fines turísticos, un país, una ciudad, lugar o paraje, cada día se hagan más exigentes y sin importar el motivo de su visita, siempre determinen una serie de aspectos que esperan sean satisfechos en sus viajes, para que estos sean más placenteros, por lo cual es necesario que las diferentes localidades que deseen recibir visitantes, se preparen para este turista, y hacer esfuerzos para maximizar la satisfacción que se les pudiese brindar.

Al hablar de maximización, aunque sea de satisfacciones de turistas, hace pensar en Investigación de operaciones, y por lo cual surge la interrogante de si no será posible hacer uso de algoritmos para maximizar la satisfacción de los turistas, que con ciertos fines bien definidos visitan un determinado lugar. Como respuesta a esta pregunta surge el objetivo de esta investigación: crear un algoritmo, que a partir del orden de preferencia, obtenido a través de un modelo multiatributo, que para un visitante tienen un conjunto de parajes turísticos, le indique cuál o cuáles visitar y cuáles son los corredores turísticos a seguir, para que le proporcionen mayor satisfacción, de acuerdo a las restricciones por él establecidas.

Muchos de los conceptos manejados en este trabajo ya fueron expuestos en un trabajo previo que es base fundamental para el mismo (Hernández y García, 2000), sin embargo dado que este trabajo inicial no es de fácil consulta, todas las definiciones necesarias serán expuestas aquí como si se tratara de la primera versión. Aunque la mayoría de estos temas son altamente conocidos, sólo para garantizar un lenguaje común se harán comentarios generales sobre: Turismo, Modelos multiatributo y Problemas de rutas, incluyendo allí el Problema del agente viajero, los Problemas de ruteo y Problema de ruta más corta.

2 Turismo

El turismo no es una ciencia (Boullón, 1990, Dávila y Di Campo, 1997), dado que, el turismo, no nació de una teoría, sino de una realidad espontánea, a la vez que sus componentes son materiales y no ideales. Sin embargo, el turismo tiene sus reglas, así, para que exista turismo es necesario que el usuario permanezca fuera de su domicilio habitual por lo menos un día y pernoctar en un lugar distinto al de su residencia habitual. Por otra parte (Cárdenas, 1991), se establece el turismo receptivo y el turismo interno, siendo este último relativo a los residentes de un país, mientras el primero se refiere al que se produce en un país cuando llegan a él residentes de otras naciones con la intención de permanecer un tiempo limitado en el mismo.

Otro concepto a destacar es el referente a espacio turístico, como la presencia y distribución territorial de los atractivos turísticos, en cuyo caso se puede hablar de zona turística, área turística o centro turístico, dependiendo del tamaño y área de influencia de dicho espacio.

También se debe destacar el concepto de corredores turísticos, que son las vías de conexión entre las zonas, las áreas, los centros, los atractivos, los puertos de entrada del turismo receptivo y las plazas emisoras del turismo interno, que funcionan como el elemento que da estructura al espacio turístico. Estos corredores, serán analizados desde el punto de vista de problemas de rutas, y éste es el siguiente aspecto a discutir en este marco conceptual para el presente trabajo.

3 Problemas de rutas

A continuación, se comentarán los problemas de rutas, en especial los que son de mayor interés al momento de establecer rutas turísticas: los Problemas de ruta más corta, Problema de ruteo y el Problema del agente viajero.

Todos estos conceptos están muy trabajados en la literatura especializada, incluso en libros de texto de vieja data, como el Sakarovitch (1979), en francés y en artículos más recientes, en castellano (Pradenas y Azocar, 2005) o en inglés (Chabrier, 2006), por sólo mencionar un trío de obras de enfoques, áreas geográficas e idiomas diferentes. Por esta razón se tratará de simplificar lo más posible las definiciones, tomando lo esencial de las mismas sin hacer mayor hincapié en los aportes de cada una de las fuentes usadas.

3.1 Problemas de ruta más corta

Aunque se pueden presentar otras generalidades (Fua, Sunb y Rilettc, 2006) en general se puede afirmar: si en una red $R(V, E, d)$, donde d es una función magnitud llamada distancia, E representa el conjunto de arcos o lados dirigidos y V el conjunto de vértices o nodos, se desean saber algunos de los siguientes aspectos:

a) el camino más corto entre cualquier par de vértices de V,

b) el camino más corto entre un par de ellos (x, y) perfectamente definidos, o

c) el camino más corto entre uno de ellos que se puede denotar como origen o raíz (s) y los restantes; se está hablando de problemas de ruta más corta. Evidentemente el objetivo es conseguir la forma más económica (corta), según el parámetro de medición establecido (tiempo, distancia, costo o cualquier otro), de alcanzar alguno de los objetivos previamente mencionados.

Para resolver estos problemas se dispone de diferentes algoritmos, entre los cuales se pueden mencionar: Bellman, para la distancia más corta del origen (s) a cualquier nodo de la red, en redes sin circuito; Dijkstra, para la distancia más corta del origen a cualquier nodo de la red, en redes sin arcos negativos; General o Dijkstra modificado, para la distancia más corta del origen a cualquier nodo de la red, en redes elementales de cualquier tipo y Dantzig, para la distancia más corta entre un par de vértices (x, y) en una red elemental de cualquier tipo.

3.2 Problema de ruteo

En general conocido como el problema de ruta de vehículo (*Vehicle routing problem* [VRP]), y tomando lo expresado por Belfiore y Yoshizaki (2006); Hermosilla y Barán (2004) y por

Shaw (1998), se puede decir que consiste en visitar un conjunto de clientes, usando una flota de vehículos, respetando las restricciones de estos vehículos, así, como restricciones de los clientes, conductores y afines, teniendo como objetivo final minimizar el costo de la operación, que normalmente involucra una combinación de minimizar las distancias recorridas y el número de vehículos usados, respetando que los vehículos salen de un lugar y regresan a ese mismo lugar.

3.3 Problema del agente viajero

El Problema del agente viajero (*Traveling Salesman Problem* [TSP]), es el problema típico de los visitadores comerciales, que partiendo de una localidad origen (nodo raíz), deben visitar, una y sólo una vez un conjunto de ciudades (restantes vértices del grafo), y regresar al nodo origen, con la condición que el recorrido total, de acuerdo al parámetro de medición, sea mínimo.

Aunque ya hay solución óptima, incluso para gran número de ciudades (Applegate, et al., 2004), el problema del agente viajero, y sus variaciones se sigue estudiando insistentemente, dos de estas variaciones son de capital importancia para este trabajo: El problema del agente viajero de maximización y El problema de múltiples agentes viajeros.

4 El problema del agente viajero de maximización

El problema del agente viajero de maximización no es tan común como el de minimización, que es el caso natural, sin embargo, su presencia no deja de ser interesante, y en general se puede señalar, cuando se desea hacer el máximo recorrido, siendo un caso interesante del problema del agente viajero de maximización el de una empresa que organiza conciertos o exposiciones itinerantes, en diferentes localidades de una ciudad, o diferentes ciudades de un país e incluso en diferentes países de un continente, dado que parte del público pudiese estar en las localidades vecinas, y no interesa regresar a ese entorno de manera inmediata, sino todo lo contrario, lo más alejado en el tiempo posible, por lo cual, en lugar de tener interés en el recorrido mínimo, se tiene interés en el máximo recorrido.

En fin para la situación que se acaban de plantear, y otras parecidas, el modelo a seguir, será en esencia muy similar al caso del problema del agente viajero de minimización, tal como es conocido, en su forma natural, pero en lugar de tener como función objetivo la minimización de todos los recorridos, se tendrá la maximización de los mismos, quedando las ecuaciones de la manera siguiente:

$$\max Z_0 = \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} C_{ij}\ X_{ij} \tag{1}$$

$$\text{sujeto a:} \quad \sum_{i \neq j} X_{ij} = 1 \text{ para } i = 1, 2, \ldots, n \tag{2}$$

$$\sum_{i \neq j} X_{ij} = 1 \text{ para } j = 1, 2, \ldots, n \tag{3}$$

$$X_{ij} = 0 \text{ ó } 1 \text{ para toda } i, \text{ para toda } j \tag{4}$$

$$i, (i,j), j, \ldots, k, \ldots, (r,i), i \text{ forman un circuito para } k = 1, \ldots, n \tag{5}$$

donde se puede observar que (1) representa la función objetivo y significa que se desea maximizar la variable Z_0 ($\max Z_0$), es decir, el costo total de ir desde cada ciudad i a cada ciudad j, en realidad el costo total de visitar cada una de las ciudades una sola vez. Las igualdades (2) y (3) significan que de una ciudad se sale a una sola ciudad, y que a cada ciudad se llega desde una sola ciudad, respectivamente, mientras la expresión (4) señala que la variable será cero si no hace el recorrido de la ciudad i a la ciudad j, y será uno si lo completa. Finalmente la expresión (5) indica que el recorrido realizado a través de las ciudades debe formar un solo circuito, es decir se sale de una ciudad, se recorren todas y se regresa al lugar de origen sin interrupciones.

5 El problema de múltiples agentes viajeros

Desde hace mucho tiempo (Rao, 1980), se viene estudiando el problema de múltiples agentes viajeros, y aunque algunos autores lo consideran un caso particular del problema de ruteo (Garn, 2002) o incluso otros autores consideran que coincide con el problema de ruteo de vehículos (González y Ríos, 1999), en este trabajo se ha preferido presentarlo como un problema independiente, para facilitar el entendimiento del modelo, al asociarlo al modelo natural del TSP, el de minimización.

En resumen, el modelo a seguir, será en esencia muy similar al caso del problema del agente viajero de minimización, pero sin embargo su modelo matemático presenta algunas variaciones que se comentarán a continuación, después de ver las expresiones:

$$\min Z_0 = \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} C_{ij}\ X_{ij} \tag{6}$$

$$\text{sujeto a:} \quad \sum_{\substack{i=2 \\ i\neq j}}^{n} X_{ij} = 1 \text{ ó } 0 \text{ para } j = 2, \ldots, n \tag{7}$$

$$\text{si } \sum_{\substack{i=2 \\ i\neq j}}^{n} X_{ij} = 0 \text{ entonces } X_{1j} = 1 \tag{8}$$

$$\sum_{\substack{j=2 \\ i\neq j}}^{n} X_{ij} = 1 \text{ ó } 0 \text{ para } i = 2, \ldots, n \tag{9}$$

$$\text{si } \sum_{\substack{j=2 \\ i\neq j}}^{n} X_{ij} = 0 \text{ entonces } X_{i1} = 1 \tag{10}$$

$$\sum_{j=2}^{n} X_{1j} = K \tag{11}$$

$$\sum_{i=2}^{n} X_{i1} = K \tag{12}$$

$$X_{ij} = 0 \text{ ó } 1, \text{ para toda } i, \text{ para toda } j \tag{13}$$

$$i, (i, j), j, \ldots, l, \ldots, (r, i), i \text{ forman } K \text{ circuitos, uno para cada agente } K \tag{14}$$

La igualdad (6), equivalente a la (1), en lugar de tener como función objetivo la minimización (maximización) del recorrido, se tiene la de minimizar todos los recorridos. Para las (7) y (9), equivalentes a (2) y a (3), dado que desde el nodo origen se sale en más de una ocasión, se deben cambiar los índices, empezando desde dos y no desde uno, además las sumatorias pudiesen ser cero, ya que al empezar los índices desde dos, aquellos nodos que salgan (7) o que lleguen (9) al nodo inicial, no tendrán ningún elemento en la sumatoria, de allí que sean necesarias las condicionantes (8) y (10), que señalan que si la sumatoria es cero, es porque a ese nodo se llega desde el origen ($X_{1j} = 1$), o desde él se va al origen ($X_{i1} = 1$).

Las condiciones (11) y (12), representan, respectivamente, que se sale K veces del origen y se llega K veces al mismo, con K el número de agentes viajeros necesarios. Por último la expresión (13), es equivalente a la expresión (4), en el sentido de garantizar, que si se hace el recorrido la variable es uno [1] y cero [0] en caso contrario y la expresión (14) equivalente a la (5), excepto que ahora, se debe conseguir uno y solo un circuito para cada agente K, y no un solo circuito general.

Para ser consistente, se sigue manteniendo el resto de la nomenclatura de allí que X_{ij} significa hacer o no el recorrido desde el nodo i al nodo j, sólo que ahora lo realiza alguno de los K agentes. También es importante notar que se está asumiendo que los costos C_{ij} de ir desde el nodo i al nodo j, no dependen del agente k.

En el caso de la expresión (14) K debe ser mayor o igual a dos ($K \geq 2$), y estos circuitos estarán conformados cada uno por r_k nodos, excluyendo el nodo origen, donde se debe cumplir:

$$\sum_{k=1}^{K} r_k = n - 1 \tag{15}$$

siendo n el número de nodos a visitar, y donde al término del lado derecho de (15), se le debe sumar el nodo origen, para completar los n nodos del grafo. En general, la necesidad de usar múltiples agentes viajeros obedece a restricciones impuestas por la situación problema, ya sean recorridos totales muy largos, ya sea en distancia o duración, capacidades de los vehículos muy pequeñas o insuficientes para llevar en un viaje toda la carga, o cualquier otra restricción similar.

Aunque en el modelo formal no se hizo explícito, los factores limitantes son una restricción que no permite que la sumatoria de los valores del parámetro de medición C_{ij}, sobrepase una cierta cantidad, para cada agente k, como se expresa en la ecuación (16):

$$\sum_{i=1}^{r_k} \sum_{j=1}^{r_k} C_{ij} X_{ij} \leq Va, \tag{16}$$

donde r_k sigue siendo el conjunto de nodos que conforman el recorrido del agente k, y Va, será el valor del factor limitante, que no necesariamente es único.

Es importante señalar que aunque se trate de un solo vehículo, pero el cual debe regresar a la fuente de origen a cargar, antes de haber visitado la totalidad de los clientes, se tratará como múltiples agentes viajeros, aunque quizás lo correcto sea hablar de múltiples rutas.

6 Modelos multiatributo

Aunque en este trabajo no se hará hincapié en los dos modelos multiatributos utilizados para establecer las rutas que maximizan la satisfacción de los turistas, se ha considerado necesario, por razones de mejorar el entendimiento del algoritmo final, incluir algunos breves comentarios sobre modelos multiatributos.

Cuando se habla de modelos multiatributos se suelen presentar bajo una cierta complejidad matemática, en este trabajo se tratará de simplificar dicha presentación y basados en cierta manera en Baucells y Sarin (2003), y principalmente en los libros de texto de Huber, (1996) y Moskowitz y Wright, (1982), y en (Hernández y García, 1998, 2000, 2003), se definirán los modelos multiatributo, como aquellos que están diseñados para obtener la utilidad de alternativas a través de los atributos valiosos, que deben ser evaluados como componentes de los criterios. En todo caso el resultado final será un modelo aditivo:

$$Pts = \sum_i pc_i \times (\sum_j pa_j c_i * va_j c_i), \tag{17}$$

donde en (17) el subíndice i representa el criterio y el subíndice j el atributo, por lo tanto pc_i será el puntaje asignado al criterio i, $pa_j c_i$ será el puntaje al atributo j del criterio i, $va_j c_i$ corresponderá al valor asignado al atributo j del criterio i, y Pts será el valor total alcanzado por la variable en estudio.

Por su manera de operar, sólo necesitan definir criterios, atributos y un mecanismo de valoración de los mismos, los modelos multiatributos son de gran utilidad cuando se debe escoger entre diferentes alternativas, o cuando se deben jerarquizar las mismas. Sin embargo, lo que es su mayor fortaleza, la aditividad, que los hace muy sencillos de usar, se convierte en su principal debilidad.

6.1 Los factores multiplicativos

Esta debilidad, consecuencia de la aditividad, se manifiesta cuando hay distintas escalas de evaluación, o valores que se manejan en rangos muy diferentes, se puede corregir a través de los factores multiplicativos (Hernández y García, 1998, 2000, 2003), los cuales transforman el modelo en:

$$Pts = \prod_k fg_k \times (\sum_i f_i \times pc_i(\sum_j pa_j c_i \times va_j c_i)). \tag{18}$$

En (18) se mantienen todas las variables anteriores además del uso de los factores multiplicativos fg_k y f_i, donde k contabiliza el número de factores de corrección, que operan para todo el modelo, los fg_k, los cuales serán llamados factores generales y no se recomienda que sean más de tres, y el f_i representa el factor de corrección que opera para el criterio i, que en caso de existir más de un factor que corrija al criterio este f_i vendrá como el producto de $f_{1i} \times f_{2i} \times f_{3i}$, donde igual que con los factores generales se recomienda que nunca se superen los tres factores por criterio.

Estos factores multiplicativos, que dan mayor flexibilidad al modelo multiatributo, que con esta corrección deja de ser un modelo sólo aditivo, generalmente son normalizados entre cero y uno, y pueden ser continuos, entre 0 y 1, o discretos, es decir, 0 ó 1, o incluso valores intermedios, sin embargo, se pueden usar factores multiplicativos que superen la unidad.

Definidos los modelos multiatributos y sus factores multiplicativos, a continuación se presentará la generación de las rutas, pero antes se explicará la satisfacción de los turistas, y la jerarquización de los lugares a visitar y de sus rutas de enlace.

7 Satisfacción de los turistas y jerarquización de los lugares a visitar y sus rutas de enlace

Como ya se ha dicho todo lo relativo al manejo del modelo multiatributo y el grado jerárquico de las localidades y las vías entre ellas, se comentan en un trabajo anterior (Hernández y García, 2000), sin embargo para entender mejor como se realiza esta jerarquización por parte del turista a continuación se presentará un breve resumen de este proceso incorporándole algunas mejoras para mayor claridad. En el trabajo de Dávila y Di Campo (1997) se recogió información acerca de:

(a) actividades a ser realizadas por un turista (de esparcimiento, culturales, visitas a sitios naturales, deportivas y acontecimientos programados, incluyendo en estos todos aquellos eventos que se pudiesen realizar, para una fecha dada en una determinada región),

(b) papel a jugar por el turista de acuerdo a la naturaleza de la actividad (protagonista, espectador, en actividades individuales, en actividades en grupo y donde la actividad produce concentración),

(c) aspectos de los parajes turísticos a ser considerados (señalización e información, servicio sanitarios, atención que se presta a los visitantes, calidad de la comida, precio de la comida, el paisaje [o la arquitectura] en sí misma, facilidad de acceso, áreas de estacionamiento, higiene del lugar, seguridad personal, presencia de guías, existencia de traductores y mantenimiento del lugar) y

(d) aspectos relativos a las vías de interconexión de los parajes turísticos (el paisaje, la señalización, calidad del pavimento, longitud de la vía, seguridad, iluminación, servicios [baños y estaciones de servicio bien equipadas] y el tráfico).

Con los tres primeros aspectos determinados, especialmente con el tercero, se construye un modelo multiatributo que permite a los turistas valorar la satisfacción que le puede brindar un determinado paraje turístico y con el último se construye otro modelo multiatributo más sencillo, que permite la valoración de las vías.

Incorporando mejoras realizadas sobre el trabajo fuente (Hernández y García, 2000), se llega a los dos modelos expresados en las tablas 1, el relativo a los parajes, y 2, el correspondiente a los corredores turísticos.

Criterios	P	Atributos	P	Lugar(i)
Comunicación	0,20	Servicios de información	0,36	18
		Atención a los visitantes	0,29	19
		Señalización	0,21	19
		Guías y traductores (de ser necesario)	0,14	20
Fc. Comunicación	(f_{11})			1,00
Higiene	0,25	Servicios sanitarios	0,23	16
		Limpieza y cuidado del lugar	0,38	20
		Higiene del lugar y sus alrededores	0,21	20
		Mantenimiento del lugar	0,18	20
Fc. Higiene	(f_{21})			1,00
Alimentación	0,12	Disponibilidad de alimentos	0,27	18
		Facilidades para comer	0,12	20
		Precio de los alimentos y bebidas	0,25	16
		Calidad de los alimentos	0,19	15
		Variedad de los alimentos	0,17	17
Fc. Alimentación	(f_{31})			1,00
Paisaje	0,33	Belleza del lugar	0,83	18
(Arquitectura)		Adecuación de los espacios	0,17	16
Fc. Paisaje	(f_{41})			1,00
Facilidades	0,10	Acceso	0,50	16
		Estacionamiento	0,15	15
		Seguridad	0,35	14
Fc. Facilidades	(f_{51})			1,00
Fg. Actividad	(f_{ac})			0,80
Fg. Rol participativo	(f_{rp})			1,00
Fg. Rol individual	(f_{ri})			1,00
			Pts=	14,327

Tabla 1: Valoración de los distintos parajes turísticos de acuerdo a los deseos del turista.

De manera muy similar a lo reflejado en la tabla 1 para los parajes turísticos, se refleja el segundo modelo multiatributo, el que valora las rutas entre los distintos parajes turísticos, en la tabla 2. Ambas tablas ilustradas para un determinado turista, con valores hipotéticos.

Criterios	Pc	Atributos	Pa	Ruta (i, j)
El paisaje	0,39	Belleza del paisaje	0,58	8
		Variedad del paisaje	0,30	6
		Apoyo al visitante	0,12	6
Fc. Paisaje	(f_{11})			1,00
Facilidades	0,22	Señalización	0,32	6
		Servicios de auxilio vial	0,48	4
		Vigilancia	0,20	8
Fc. Iluminación	(f_{21})			1,00
La vía	0,28	Calidad del pavimento	0,20	8
		Velocidad de desplazamiento	0,26	5
		Longitud de la ruta	0,14	7
		Presencia de curvas	0,16	7
		Tráfico	0,24	7
Fc. Peligro de la ruta	(f_{31})			1,00
Higiene	0,11	Estaciones de servicios limpias	0,37	10
		Baños limpios	0,34	6
		Higiene y limpieza de la ruta	0,29	8
Fc. Higiene	$(f4_1)$			1,00
	(f_{g1})			1,00
	(f_{g2})			1,00
	(f_{g3})			1,00
			Pts=	6,746

Tabla 2: Modelo para valorar las preferencias del turista sobre las distintas rutas.

En la segunda etapa del algoritmo, la generación de las rutas, en la cual se hará hincapié en este trabajo, de acuerdo a las restricciones impuestas por el turista, y las que resulten de la localidad en sí, y de la naturaleza, se establece el plan que permita maximizar su satisfacción, usando los valores aportados por el turista a través de estos dos modelos representados en las tablas 1 y 2.

8 La generación de las rutas

En el trabajo anterior (Hernández y García, 2000), se logra el primer paso, tener puntuaciones, en cuanto al grado de satisfacción, de los sitios de interés del turista y de las rutas que los unen, los cuales se llamarán Valor de satisfacción del lugar ($VSL(i)$) y Valor de satisfacción de la ruta i, j ($VSR(i, j)$).

Es bueno destacar que aunque en los modelos multiatributos es frecuente trabajar con una escala única del 1 al 5, para este caso se trabajó con dos escalas una más amplia, del 1 al 20, para las localidades, y otra más reducida del 1 al 10, para las rutas.

Con dos escalas distintas se logra una clara diferencia entre las satisfacciones generadas por cada uno de los sitios a visitar, y las generadas con las diferentes rutas, que si bien, son parte de la satisfacción del turista, no tiene la misma relevancia que la localidad que se desea visitar.

Además de los valores de las satisfacciones, dado que se conocen las distancias, de las diferentes rutas, medidas en unidades de tiempo, se hace uso de algún algoritmo de rutas pertinente, como Dantzig, para calcular la menor distancia entre cualquier par de lugares. Sin embargo de ser conveniente la menor distancia puede ser sustituida por la que produzca mayor satisfacción.

Con todos estos datos se inicia el algoritmo de asignación de rutas que maximiza la satisfacción del turista. En este caso, los tiempos estarán en horas, y considerando que cada día se debería disponer de 8 a 14 horas, y que los tiempos de visita y de desplazamiento, se recomienda no superen las 7 horas, todos los factores estarán en escalas similares.

Si el turista dispone de varios días, se toma el tiempo disponible en cada uno de ellos en forma independiente, esto permite que el problema sea tratado como un problema de múltiples agentes viajeros con restricciones, considerando cada día como si fuera un agente viajero diferente.

Particularmente se tratará de un problema de múltiples agentes viajeros con uno o múltiples factores limitantes, y con la condición particular, que por una parte se desea maximizar la satisfacción, a la vez que se desea maximizar el recorrido total, por otra parte se necesita minimizar los tiempos de permanencia, así como usar las rutas de mínimo tiempo.

En resumen, antes de entrar al algoritmo de satisfacción, para el turista respectivo, se debe disponer de:

- El número de días $k = 1, \ldots, K$, que va a disfrutar el turista. Y el tiempo disponible en cada día $(TD(k))$.
- La lista de lugares a visitar: $N_0, N_1, N_2, \ldots, N_i, \ldots, N_{n-1}, N_n$.
- Un vector con los valores de satisfacción de cada lugar $(VSL(i))$
- Un vector con los tiempos necesarios para disfrutar de cada lugar $(Tvi(i))$, el cual se recomienda sea un valor promedio ponderado entre el tiempo mínimo $(Tmi(i))$ necesario y el tiempo máximo recomendado $(Tma(i))$ para disfrutar del lugar, sugiriéndose ajustar a:

$$Tvi(i) = 0,20 \times Tmi(i) + 0,80 \times Tma(i). \tag{19}$$

- Matriz de valores de satisfacción de la ruta más corta entre las localidades i, y $j(VSR(i,j))$.
- Una matriz de los tiempos de duración del desplazamiento, a través de la ruta más corta, entre la localidad i, y el lugar j, $(t(i,j))$, medidos a una velocidad promedio, adecuada a la ruta.

- Un vector que contabilice el número de veces que se pasa por una ruta $i, j(n(i,j))$.
- Una lista de localidades visitadas (LV), que se iniciará vacía.
- Una lista de localidades no visitadas (LNV), que se iniciará con todas las localidades.
- Un contador, que se iniciará en cero, para guardar la satisfacción acumulada por el turista, este contador es recomendable que sea independiente día a día ($Satif(k)$), y que el total se obtenga, a través de la suma de estos ($Sati = \sum_k Satif(k)$).
- Una expresión para valorar cada posible lugar a visitar ($VaLu(i)$):

$$\begin{aligned} VaLu(i) &= 0,60 \times [20 - VSL(i)] + 0,25 \times [t(N_p, N_i)] + 0,09 \times [Tvi(i)] \\ &\quad +0,06 \times [10 - ((n(i,j))^{1/2}) \times VSR(Np, Ni)] \end{aligned} \tag{20}$$

  donde el valor $((n(i,j))^{1/2})$ que multiplica la satisfacción de la ruta, representa la raíz cuadrada del número de veces, inicializándose en uno, que se ha pasado por esa ruta, ya que se entiende que la satisfacción que produce una ruta debe ir disminuyendo con las veces que se visita.

- Un arreglo (Ruta (k)), que permita guardar la ruta de cada día k.
- Una lista de lugares candidatos (LC), que pueden ser visitados desde el último nodo, sin violar las restricciones.

8.1 El algoritmo de maximización de la satisfacción del turista

Dicho todo lo anterior, para el algoritmo en sí se tiene:

Inicio:
$k = 1; Sati = 0; LV = 0; LNV = N_0, N_1, N_2, \ldots, N_i, \ldots, N_n$
  Mientras $k \leq K$ hacer
  $Satif(k) = 0; Tr = TD(k)$; Ruta $(k) = N_0; N_p = N_0$ (N_p es el nodo de partida)
  $LC = N_i \ni N_i \in LNV, d(N_p, N_i) \neq \infty$ y $Tr \geq [t(N_p, N_i) + Tvi(i) + t(N_i, N_0)]$
    Mientras $LC \neq 0$ hacer
    $Nav = Min_i VaLu(i)$ (Con Nav próximo nodo a ser visitado)
    $Tr = Tr - Tvi(Nav) - t(Np, Nav); LV = LV + Nav$
    $LNV = LNV - Nav; n(Np, Nav) = n(Np, Nav) + 1$
    $Satif(k) = Satif(k) + VSL(Nav) + ((n(Np, Nav))^1/2) * VSR(Np, Nav)$
    $Ruta(k) = Ruta(k) + Nav; N_p = Nav;$
    $LC = \{N_i \ni N_i \in LNV, d(N_p, N_i) \neq \infty$ y $Tr \geq [t(N_p, N_i) + Tvi(i) + t(N_i, N_o)]\}$
    Fin mientras
  Ruta $(k) = Ruta(k) + \{N_0\}; Satif(k) = Satif(k) + ((n(N_p, N_0))^1/2) \times VSR(N_p, N_0);$
  $Sati = Sati + Satif(k); k = k + 1$
  Fin mientras
Fin algoritmo

8.2 Interpretación del algoritmo

El algoritmo se inicia el primer día ($k = 1$) con la satisfacción en cero ($Sati = 0$), la lista de lugares visitados vacía ($LV = 0$) y la lista de lugares no visitados con todos los posibles parajes a visitar ($LNV = N_0, N_1, N_2, \ldots, N_i, \ldots, N_n$).

Mientras no se hayan completado los días de la visita (mientras $k \leq K$) se hace el recorrido del algoritmo:

Se inicia la satisfacción del día en cero ($Satif(k) = 0$), se establece el tiempo remanente como el tiempo disponible para ese día ($Tr = TD(k)$), se inicia la ruta en el nodo de partida el cual se hace coincidir con el nodo origen, en esta versión el origen es único y puede ser el hotel donde se alojará el turista ($N_p = N_0$).

Es importante destacar aquí que el valor de la satisfacción se mide en unidades de satisfacción obtenidas por el turista a través de los modelos multiatributo y que no es relevante su escala, ya que serán unidades relativas y lo importante es ir escogiendo los recorridos que le den mayor satisfacción al turista.

Otro aspecto a destacar es que en esta versión del algoritmo de maximización de la satisfacción al turista, sólo se está trabajando con un factor limitante, el tiempo remanente.

Para el lugar de partida se establecen los posibles lugares a ser visitados, o lugares candidatos (LC) que serán aquellos que están en la lista de no visitados ($N_i \in LNV$), cuya distancia al nodo de partida sea distinta de infinito ($d(N_p, N_i) \neq \infty$) y que se tenga tiempo remanente (Tr) para recorrer la ruta para visitarlo, permanecer en el lugar y recorrer la ruta desde allí al nodo origen ($Tr \geq [t(N_p, N_i) + Tvi(i) + t(N_i, N_0)]$).

Mientras se tengan lugares candidatos ($LC \neq 0$) se recorre el núcleo central del algoritmo: Se escoge como próximo lugar a ser visitado (Nav), aquel que tenga el mínimo valor ($Min_i VaLu(i)$). Aunque se están maximizando satisfacciones, escoger el mínimo obedece a (20), donde el lugar y ruta de mayor satisfacción arrojarán el menor valor.

Escogido el próximo lugar a ser visitado se actualizan: el tiempo remanente (Tr), la lista de lugares visitados (LV), la lista de lugares no visitados (LNV), el número de veces que se ha recorrido una ruta ($n(N_p, Nav) = n(N_p, Nav) + 1$), la satisfacción del día ($Satif(k)$), la ruta del día ($Ruta(k)$), se escoge el nuevo punto de partida (N_p) y se calculan de nuevo los lugares candidatos (LC).

Cuando ya no sea posible tener lugares candidatos, se cierra la ruta del día regresando al nodo origen y con ello la satisfacción del día añadiendo la de este último recorrido e igualmente la satisfacción general sumándole la satisfacción del día ($Sati = Sati + Satif(k)$) y finalmente se actualizan los días utilizados ($k = k + 1$).

Al aplicar el algoritmo en forma diaria, cada día, se le presentan los recorridos de ese día y su Ruta (k), y la lista de lugares no visitados (LNV), dado que puede ser posible que él desee forzar la visita de algún lugar, en cuyo caso debe cambiarle el $VSL(i)$, y probablemente el $Tvi(i)$, antes de hacer toda la corrida de nuevo.

Cuando culmina el último día, debe tener un itinerario día a día ($Ruta(k)$), de los lugares a visitar y las rutas a recorrer en dichas visitas; e incluso una valoración, en grados de satisfacción relativos, de cuanta satisfacción puede esperar en su visita ($Sati$).

8.3 Ilustración del algoritmo. Caso Mérida

Para visualizar como funciona el algoritmo, se ilustrará el caso de un turista que desea visitar la ciudad de Mérida en el occidente de Venezuela, donde se han determinado 14 lugares 13 parajes turísticos más el hotel y se dispone para la visita de 3 días de 10 horas cada uno.

En la tabla 3, se reflejan las valoraciones de los lugares, lo cual es producto del modelo de la tabla 1. Además se han incluido el tiempo mínimo, máximo y promedio, medido en horas que sería necesario para disfrutar de cada uno de estos parajes.

Por otra parte en la tabla 4, para cada par de lugares se expresan tanto el tiempo de duración en horas siguiendo la ruta más corta, como el valor de satisfacción que produce para este turista el respectivo recorrido, esto en parte producto del modelo de la tabla 2.

Lugar	Satisfacción	Tiempo mínimo (h)	Tiempo máximo (h)	Tiempo promedio (h)
Hotel [01]	0	0	0	0
Parque Beethoven [02]	12	0.5	1.5	1.0
Plaza Bolívar [03]	13	0.5	1.5	1.0
Catedral [04]	15	0.5	1.5	1.0
Plaza Las Heroínas [05]	12	0.5	1.5	1.0
Pico Espejo [06]	20	5.0	7.0	6.0
Chorros de Milla [07]	19	3.0	5.0	4.0
Mercado [08]	18	3.0	5.0	4.0
Venezuela de Antier [09]	17	4.0	6.0	5.0
Jají [10]	19	2.0	4.0	3.0
Acuario [11]	11	1.0	3.0	2.0
Plaza de Toros [12]	14	0.5	1.5	1.0
Páramo de la Culata [13]	19	2.0	4.0	3.0
Los Aleros [14]	17	4.0	6.0	5.0

Tabla 3: Satisfacciones del turista y sus tiempos para trece parajes de la ciudad de Mérida.

Con los valores de las tablas 3 y 4 se empieza el recorrido del algoritmo. Dada la alta valoración del lugar, como de la ruta, a pesar del tiempo promedio para satisfacerse en el mismo, sin duda el primer lugar seleccionado es el Pico Espejo [06], para lo que se necesitarían una más 6 horas.

Desde [06] los próximos lugares con menor $VaLu(i)$ serían: $[07], [10], [13], [08], [09]$ y $[14]$, pero todos ellos quedan fuera de LC, dado que no cumplen con el Tr, de allí que en LC sólo queden: $[04,], [12], [03], [05], [02]$ y $[11]$, escogiéndose por lo tanto [04], por ser el que arroja un menor $VaLu(i)$.

Para la visita de la Catedral [04] se consumen una más una hora adicional pero hay tiempo suficiente para regresar al hotel, ya que el tiempo al lugar de origen es sólo media hora (0.5). De allí que para el primer día se tenga:

i/j	01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11	12	13	14
01	0;0	0.5;2	0.5;2	0.5;2	0.5;2	1;10	1;3	1;3	1;4	2;6	1;3	0.5;1	1.5;7	1.5;6
02	0.5;2	0;0	0.5;2	0.5;2	0.5;2	1;10	0.5;2	0.5;2	1;3	2;6	1;3	0.5;2	1.5;7	1.5;6
03	0.5;2	0.5;2	0;0	0;1	0.5;2	1;10	0.5;3	1;3	1.5;3	2;6	0.5;2	0.5;2	2;7	1.5;6
04	0.5;2	0.5;2	0;1	0;0	0.5;2	1;10	0.5;3	1;3	1.5;3	2;6	0.5;2	0.5;2	2;7	1.5;6
05	0.5;2	0.5;2	0.5;2	0.5;2	0;0	0;10	0.5;2	1;3	1.5;3	2;6	0.5;2	0.5;2	1.5;7	1.5;6
06	1;10	1;10	1;10	1;10	0;10	0;0	1.5;10	1.5;10	2.5;10	2.5;10	1.5;10	1.5;10	2.5;10	2.5;10
07	1;3	0.5;2	0.5;3	0.5;3	0.5;2	1.5;10	0;0	0.5;2	1;3	1.5;4	1;2	0.5;2	1.5;7	1.5;6
08	1;3	0.5;2	1;3	1;3	1;3	1.5;10	0.5;2	0;0	1;3	1.5;4	1;2	0.5;2	1.5;7	1.5;6
09	1;4	1;3	1.5;3	1.5;3	1.5;3	2.5;10	1,3	1;3	0;0	1;3	1.5;3	1;3	2;7	2;6
10	2;6	2;6	2;6	2;6	2;6	2.5;10	1.5;4	1.5;4	1;3	0;0	2;3	1.5;3	2.5;8	2.5;7
11	1;3	1;3	0.5;2	0.5;2	0.5;2	1.5;10	0.5;2	0.5;2	1;3	1.5;3	1;2	0;0	2;7	2;6
13	1.5;7	1.5;7	2;7	2;7	1.5;7	2.5;10	1.5;7	1.5;7	2;7	2.5;8	2;7	2;7	0;0	3;9
14	1.5;6	1.5;6	1.5;6	1.5;6	1.5;6	2.5;10	1.5;6	1.5;6	2;6	2.5;7	2;6	2;6	3;9	0;0

Tabla 4: Tiempos y satisfacción de las rutas de la ciudad de Mérida.

$$\begin{aligned} \text{Ruta:}\quad & 01, (01, 06), 06, (06, 04), 04, (04, 01), 01 \\ Tr\text{:}\quad & 1 + 6 + 1 + 1 + 0.5 = 9.5 \text{ horas} \\ \text{Satisfacción:}\quad & 10 + 20 + 10 + 15 + 2 = 57 \text{ unidades de satisfacción.} \end{aligned}$$

Para el segundo día de los tres parajes restantes con mayor puntuación de satisfacción se escoge el Páramo de la Culata [13], por su buena puntuación en la vía, más su corta duración en el recorrido y en el lugar, en su visita se invierten hora y media, más tres horas, de allí, por el Tr, quedan en LC : [12], [03], [02], [05] y [11], seleccionando como próximo lugar a visitar a [12], por menor $VaLu(i)$.

Desde la Plaza de Toros [12], donde sólo se consume una hora en el lugar, se debe regresar al hotel, porque a pesar de quedar un Tr de dos horas, no es suficiente par visitar ningún otro atractivo turístico.

En resumen el segundo día queda:

$$\begin{aligned} \text{Ruta:}\quad & 01, (01, 13), 13, (13, 12), 12, (12, 01), 01 \\ Tr\text{:}\quad & 1.5 + 3 + 2 + 1 + 0.5 = 8.0 \text{ horas} \\ \text{Satisfacción:}\quad & 7 + 19 + 7 + 14 + 1 = 48 \text{ unidades de satisfacción.} \end{aligned}$$

En este segundo día, y como segundo punto a visitar era posible manejar otras opciones que hubiesen hecho uso de mayor número de horas, pero ninguna de ellas mejoraría las unidades de satisfacción que es el objetivo perseguido.

En el tercer día, también impulsado por la buena puntuación de la ruta, se escoge Jají [10] con una inversión total de cinco horas, lo que deja un bajo Tr, que sólo permite ubicar en LCa : [03], [02], [05] y [11], escogiéndose Plaza Bolívar [03], lo cual aún deja Tr suficiente para ir a Parque Beethoven [02], completándose así el último día, el cual queda:

$$\begin{aligned} \text{Ruta:}\quad & 01, (01, 10), 10, (10, 03), 03, (03, 02), 02, (02, 01), 01 \\ Tr\text{:}\quad & 2 + 3 + 2 + 1 + 0.5 + 1 + 0.5 = 10 \text{ horas} \\ \text{Satisfacción:}\quad & 6 + 19 + 6 + 13 + 2 + 12 + 2 = 60 \text{ unidades de satisfacción.} \end{aligned}$$

En forma global para este turista, se visitaron siete de los trece parajes, con una inversión en tiempo de veintisiete y media horas efectivas, para una satisfacción total acumulada de ciento sesenta y cinco unidades de satisfacción, que se debe recordar que son unidades de satisfacción relativas y que son referidas exclusivamente al turista y que no pueden ser intercambiadas por ningún otro valor, ya que no tendría ningún sentido.

Culminado el caso de ilustración se pueden obtener algunas conclusiones y recomendaciones.

9 Conclusiones y recomendaciones

La primera conclusión es la integración que se puede hacer de un conjunto de herramientas de la investigación de operaciones, para resolver un problema cotidiano, como lo es el establecer rutas turísticas que maximicen la satisfacción de los turistas.

No sólo se debe hablar de problemas de rutas más cortas, como es fácil esperar, o del problema de ruteo o del agente viajero, sino que se debe destacar lo útil que resultan los modelos multiatributo con factores multiplicativos para lograr un algoritmo de rutas turísticas, donde a través de ellos se permite una mejor jerarquía y por lo tanto escoger de manera más adecuada, tanto los lugares que representan la mayor satisfacción, como las rutas que la brindan.

De la integración anterior se debe destacar el producto obtenido, que es un algoritmo sencillo de implementar, que conocidas las valoraciones que el turista le asigna a los lugares y las vías, gracias a los modelos multiatributo, permite establecer la mejor o mejores rutas a seguir para maximizar su satisfacción en la visita.

Aquí es importante destacar la facilidad que presta el algoritmo al ir escogiendo cada lugar de acuerdo a la ruta seguida para llegar a él y la valoración que se tenga, tanto del lugar en si como de la ruta.

También se debe hacer comentario aparte de la medida de la satisfacción, que si bien está en una escala general en realidad es propia de cada individuo y mide en forma directa, y expresado por él, cuanto más lo satisface un determinado paraje o corredor turístico.

Por otra parte se debe destacar la flexibilidad del algoritmo, dado que cada turista se maneja en forma independiente, igual que se hace con cada día de su visita, los cuales pueden ser de duraciones distintas, e incluso se pudiese separar la mañana de la tarde y la noche o combinar tarde y noche o mañana y tarde, sin que esto signifique ninguna dificultad para la aplicación del algoritmo.

Además de la flexibilidad antes comentada, se debe igualmente destacar las diferentes medidas que ofrece el algoritmo, dado que permite estimar el tiempo realmente invertido en cada día de visita, así como la satisfacción diaria estimada, tanto como la total, aunque esta escala de satisfacción, como ya se dijo, sea propia para cada turista.

También se debe destacar el uso, aunque sea de forma indirecta, de dos variantes del problema del agente viajero, el agente viajero de maximización, al maximizar satisfacciones, y el agente viajero múltiple, con múltiples factores limitantes, al manejar las limitaciones en el tiempo, en la posibilidad de acceder desde un lugar determinado a otro, y en cumplir con los deseos directos del turista.

En cuanto al problema en sí, se puede notar, que siempre se partió de un mismo lugar de origen, por lo cual se puede recomendar trabajar en variaciones del algoritmo que permitan culminar el día en un lugar diferente al lugar de partida, convirtiendo el problema del agente viajero en un problema del vagabundo.

También es recomendable y fácil de incorporar otras restricciones o factores limitantes, como pudiese ser el dinero o número de horas o kilómetros recorridos en un día.

Otra variación, que también puede resultar interesante de estudiar, es cuando hay limitaciones en el horario de visita de los lugares, lo que pudiese hacer más realista la aplicación del algoritmo, y en este caso se pudiese trabajar como un VRP con ventanas.

En este mismo sentido puede suceder, que al planificar los recorridos día a días, sobre todo los primeros días, se lleven una muy alta puntuación en la satisfacción general, con respecto al resto de los días, por lo cual sería interesante tratar de balancear los días, en cuanto a valores de satisfacción, lo que pudiera dar oportunidad al uso de la programación entera.

Esto último permite recomendar que se profundice el estudio del problema de rutas turísticas, como un problema de investigación de operaciones, donde convergen un conjunto de técnicas cuantitativas.

Agradecimientos

Este trabajo no hubiese sido posible sin el apoyo brindado por la Universidad Metropolitana, en especial el decanato de Investigación y Postgrado, y el Decanato de Ingeniería, a través del Departamento Gestión de la Tecnología; y por Minimax Consultores, C.A., a través de su gerencia de investigación.

Referencias

[1] Applegate, D.; Bixby, R.; Chvátal, V.; Cook, W.; Helsgaun, K. (2004) "Optimal tour of Sweeden", en: `http://www.tsp.gatech.edu//sweden/index.html`, Consultada (Enero–marzo 2007).

[2] Baucells, M.; Sarin, R.K. (2003) "Group decisions with multiple criteria", *Management Science* **49**(8): 1105–1118.

[3] Belfiore P., Patricia Y.; Yoshizaki Y. H. (2006) "Scatter search for heterogeneous fleet vehicle routing problems with time windows and split deliveries", *Produção* **16**(3): 455–469.

[4] Boullón, R. (1990) *Las Actividades Turísticas y Recreacionales*. Trillas, México.

[5] Cárdenas, F. (1991) *Mercadotecnia y Productividad Turística*. Trillas, México.

[6] Chabrier, A. (2006) "Vehicle routing problem with elementary shortest path based column generation", *Computers & Operations Research* **33**

[7] Dávila V.; William A.; DiCampo C.; Giampiero A. (1997) "Generador de planes turísticos. Caso: Estado Mérida", *Trabajo especial de grado no publicado*, Universidad Metropolitana, Escuela de Ingeniería de Sistemas, Caracas.

[8] Fua, L.; Sunb, D.; Rilettc, L.R. (2006) "Heuristic shortest path algorithms for transportation applications: State of the art", *Computers & Operations Research* **33**.

[9] Garn, W. (2002) "Vehicle routing problem (VRP)", en: `http://osiris.tuwien.ac.at/wgarn/VehicleRouting/vehiclerouting.html`, Consultada (Enero–Febrero 2007).

[10] González V.J; Ríos M.R. (1999) "Aplicación del TSP en problemas de manufactura y logística en Ingenierías", *Investigación de Operaciones en Acción* **2**(4): 18–23.

[11] Hermosilla, A.; Barán, B. (2004) "Comparación de un sistema de colonias de hormigas y una estrategia evolutiva para un problema multiobjetivo de ruteo de vehículos con ventanas de tiempo", *Conferencia Latinoamericana en Informática (CLEI)*, Arequipa, Perú.

[12] Hernández, J.; García, M.J. (1998) "Aplicaciones de un modelo multiatributo a la distribución de productos refrigerados", *Información Tecnológica* **9**(4): 325–329.

[13] Hernández, J.G.; García, M.J. (2000) "Rutas turísticas y factores multiplicativos", *X Congreso Latino-Iberoamericano de Investigación de Operaciones (CLAIO)*, México D.F., México.

[14] Hernández, J.G.; García, M.J. (2003) "Modelo de solución al problema de transporte de múltiples productos con multiatributo", *Anales de la Universidad Metropolitana* **3**(2): 43–60.

[15] Huber, G. (1996) *Toma de Decisiones en la Gerencia*, segunda edición. Trillas, México.

[16] Moskowitz, H.; Wright, G.P. (1982) *Investigación de Operaciones*, 5ta edición, . Prentice–Hall Internacional, Bogotá.

[17] Pradenas, L.; Azocar, L. (2005) "Optimal assignment program for forest rangers positioning and procedure", *Bosque (Valdivia)* **26**(2): 17–24.

[18] Rao, M. R. (1980) "A note on the multiple Traveling Salesman", *Problems en Operations Research* **28**(3): 628–632.

[19] Sakarovitch, M. (1979) *Techniques Mathématiques de la Recherche Opérationnelle III – Optimisation dans les Reseaux*. Université Scientifique et Medicale, Institut National Polytechnique de Grenoble.

[20] Shaw, P. (1998) "Using Constraint Programming and Local Search Methods to Solve Vehicle Routing Problems", en: `http://osiris.tuwien.ac.at/wgarn/VehicleRouting/CP4VRPshaw98.pdf`, Consultada (Febrero–Julio 2005).