



Revista Geológica de América Central  
ISSN: 0256-7024  
[percydenyerchavarria@gmail.com](mailto:percydenyerchavarria@gmail.com)  
Universidad de Costa Rica  
Costa Rica

Brenes, José; Alvarado, Guillermo E.  
APLICACIÓN DE LA TEORÍA DE FRAGMENTACIÓN/TRANSPORTE SECUENCIAL A LOS  
DEPÓSITOS DE LAS ERUPCIONES DE 1723 Y 1963-65 DEL VOLCÁN IRAZÚ, COSTA RICA.  
CASO DE DISPERSIÓN POSITIVA Y MODELO FRACTAL  
Revista Geológica de América Central, núm. 48, 2013, pp. 87-98  
Universidad de Costa Rica  
San José, Costa Rica

Disponible en: <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=45437355006>

- Cómo citar el artículo
- Número completo
- Más información del artículo
- Página de la revista en redalyc.org

# APLICACIÓN DE LA TEORÍA DE FRAGMENTACIÓN/TRANSPORTE SECUENCIAL A LOS DEPÓSITOS DE LAS ERUPCIONES DE 1723 Y 1963-65 DEL VOLCÁN IRAZÚ, COSTA RICA. CASO DE DISPERSIÓN POSITIVA Y MODELO FRACTAL

APPLICATION OF SEQUENTIAL FRAGMENTATION/TRANSPORT TO DEPOSITS OF 1723 AND 1963-65 ERUPTIONS OF IRAZÚ VOLCANO, COSTA RICA. POSITIVE DISPERSION CASE AND FRACTAL MODEL

José Brenes<sup>1\*</sup> & Guillermo E. Alvarado<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Red Ciudadana de Estaciones Meteorológicas, Apdo. 290-3015,  
San Rafael de Heredia, Costa Rica

<sup>2</sup>Centro de Investigaciones Geológicas, Apdo. 35-2060  
Universidad de Costa Rica, San José, Costa Rica

\*Autor para contacto: jbrenes54@gmail.com

(Recibido: 30/10/2012 ; aceptado: 11/6/2013)

**ABSTRACT:** The Sequential fragmentation/transport theory (SFT), applied to grain size analysis of the deposits from the 1723 and 1963-65 Irazú volcano eruptions, showed an appreciable number of cases with positive dispersion, usually associated to particle aggregation. A new fractal dimension is proposed here to explain them as a secondary fragmentation process. This leads to a new fractal model of volcanic eruptive process, where the Hurst Coefficient and the power law exponent are included. Dispersion values near zero suggest the existence of lava pools. Results deduced from the model agree well with field observations.

**Keywords:** Sequential fragmentation/Transport, Hurst coefficient, power law exponent, volcanic fractal model, Irazú volcano, Costa Rica.

**RESUMEN:** La teoría de fragmentación y transporte secuencial (SFT), aplicada a análisis granulométricos de los depósitos de las erupciones de 1723 y 1963-65 del volcán Irazú, mostró un número apreciable de casos con dispersión positiva, lo que suele asociarse en la literatura con procesos de agregación. En este trabajo se mostrará que, definiendo una nueva dimensión fractal, son más bien producto de una fragmentación secundaria. La aplicación de esta nueva dimensión para analizar las erupciones de 1723 y 1963-65, permite formular por primera vez un modelo fractal de

una actividad volcánica, al incorporar el coeficiente de Hurst y el exponente de la ley de potencias. De igual modo, la existencia de valores de dispersión cercanos a cero, podrían ser indicadores de un proceso efusivo, como lo serían las piscinas de lava. Los resultados deducidos del modelo concuerdan con las observaciones de campo.

**Palabras claves:** Fragmentación/Transporte secuencial, Coeficiente de Hurst, exponente de ley de potencias, modelo fractal volcánico, volcán Irazú, Costa Rica.

## INTRODUCCIÓN

La teoría de fragmentación y transporte secuencial (Sequential Fragmentation Theory, SFT por su sigla en inglés), aplicada a depósitos volcánicos, puede brindar desde el punto de vista físico, información sobre procesos de fragmentación y transporte (Wohletz et al., 1989). Dicho método fue aplicado a 15 distribuciones granulométricas de los depósitos de tefra de 1723 y a 7 de 1963-65 realizadas por Alvarado (1993). Esto resultó en que de los 64 coeficientes de fragmentación de las subpoblaciones encontradas en las tefras de 1723, 16 muestran un valor de dispersión positivo, al igual que 5 coeficientes de las 31 subpoblaciones de la tefra de 1963-65. Tradicionalmente, se grafica el coeficiente de fragmentación ( $\phi/\gamma$ ) versus la moda  $\phi$  (Wohletz, 1983), y aquellos puntos calculados con  $\gamma > 0$  quedan dispersos sin ningún patrón, y por lo tanto son excluidos del análisis. En el caso de Orsi et al. (1992), explícitamente se indica que los valores de  $\gamma \geq 0$  son indicativos de un proceso de agregación, en el que las partículas finas se unen entre sí, dando como resultado que la skewness de la distribución granulométrica se reduzca. En este trabajo no compartimos esa interpretación, pues también hay agregación para valores  $\gamma < 0$ , además, de que la pequeña sección transversal de las partículas finas vuelve improbable que colisionen entre sí y se junten, pues el área de contacto, de un área expuesta de por sí muy pequeña, se vería disminuida por el radio de curvatura. De darse una agregación, sería entre una partícula menor y una de mayor tamaño, o entre dos mayores. Sostenemos, por el contrario, que los valores de dispersión positivos corresponden a un proceso volcánico conocido como fragmentación secundaria, producto del rompimiento de vesículas inicialmente dentro de la partícula, que

al quebrarse ésta por colisión, se rompen también liberando así el gas ahí contenido (Kaminski & Jaupart, 1998). Esta posibilidad explicaría de forma natural porque se obtienen valores de dispersión positiva al utilizar un algoritmo originalmente diseñado para procesos de fragmentación.

El presente trabajo, que explica con detalle lo anterior y aporta otros elementos, por lo que se divide en 5 partes: a) la formulación de una nueva dimensión fractal  $D_1$ , b) una sólida interpretación física con ayuda del trabajo de Kaminski & Jaupart (1998), c) como consecuencia, se desarrolla un modelo fractal al incorporar el concepto del coeficiente de Hurst, lo que lleva naturalmente a incluir el exponente de la ley de potencia asociado, cuya coherencia se demuestra al poder explicar en un solo modelo los ámbitos de  $\gamma$  establecidos experimentalmente (Wohletz et al., 1989), e incorporar varios otros resultados teóricos, d) se aplican estas ideas a las erupciones del Irazú de 1723 y 1963-65, aportando nueva evidencia física a favor del mecanismo de erupción propuesto por Alvarado (1993), finalmente, e) se presentan valores experimentales recientes que se obtienen a partir de ideas similares a las aquí expuestas, y que complementan el modelo.

### Subpoblaciones con $\gamma$ positiva

Para mayor claridad, las 14 subpoblaciones con dispersión positiva para el evento de 1723 (Cuadro 1) han sido divididas en 3 grupos. El Grupo 1 está constituido por 5 subpoblaciones, cuyos modos están muy cerca del límite superior de la granulometría (-6 $\phi$ ), lo que pudo haber afectado el cálculo de la skewness asociada en cuestión. Como indicara Orsi et al. (1992) refiriéndose a sus datos “*la tamizada da como resultado el que*

Cuadro 1

Erupción de 1723: resultados con dispersión  $\gamma$  positiva, dividida en tres grupos. Ver texto para los criterios de agrupamiento

Grupo 1					
Ira1/5	P1	Ira1/6	P1	Ira1/6	P2
Modo	-6,67	Modo	-6,20	Modo	-5,27
Disp.	0,31	Disp.	0,23	Disp.	0,09
Fracción	0,03	Fracción	0,08	Fracción	0,10
Ira1/7	P1	Ira1/10	P1		
Modo	-6,20	Modo	-5,62		
Disp.	0,15	Disp.	0,01		
Fracción	0,06	Fracción	0,05		
Grupo 2					
Ira1/4	P2	Ira1/2	P3	Ira1/4	P4
Modo	-3,27	Modo	-1,76	Modo	0,2
Disp.	0,49	Disp.	0,25	Disp.	0,23
Fracción	0,06	Fracción	0,04	Fracción	0,01
Ira1/12	P1				
Modo	-3,30				
Disp.	0,93				
Fracción	0,03				
Grupo 3					
Ira1/2	P1	Ira1/11	P2	Ira1/13	P3
Modo	-4,35	Modo	-3,13	Modo	0,32
Disp.	0,02	Disp.	0,01	Disp.	0,01
Fracción	0,08	Fracción	0,07	Fracción	0,11
Ira1/14	P1	Ira1/19	P4		
Modo	-1,85	Modo	3,24		
Disp.	0,01	Disp.	0,02		
Fracción	0,06	Fracción	0,06		

P: población; Disp.: dispersión

partículas con diámetro mayor a  $-5\varphi$  se sumen a los de  $-4\varphi$ , e igualmente no se tengan datos para partículas más finas a  $4\varphi$ , de modo que los modos de las subpoblaciones 1 y 6 sean algo artificial, y por lo tanto no confiables". El Grupo 2 consiste de 5 subpoblaciones con valores de dispersión grandes, pero con pesos relativos menores al 6%. Sheridan et al. (1987) observó un patrón parecido, indicando que "algunas distribuciones gaussianas con medias y desviaciones estándar constantes ocurren repetidamente en las muestras de un

mismo depósito así como en muestras de depósitos diferentes". El Grupo 3 está compuesto de 5 subpoblaciones con una dispersión muy pequeña, y pesos relativos menores a 10%.

Si los 14 valores de  $\gamma > 0$  para la erupción de 1723 se ordenan cronológicamente, divididos según su modo, inmediatamente se le pueden asociar un patrón razonable (Cuadro 2). El evento inicia con valores altos de  $\gamma$ , que según evoluciona la erupción van disminuyendo y desplazándose hacia el extremo de partículas más gruesas (Ira 1/2 hasta Ira1/7). A partir de la muestra Ira 1/10, la dispersión toma un valor constante cercano a  $\gamma = 0,01$  que se desplaza hacia el extremo de partículas más finas conforme transcurre el tiempo. En lo que sigue, se desarrollará esta idea mostrando que los datos con  $\gamma > 0$  reflejan entonces un mecanismo de fragmentación que aporta información relevante sobre el proceso eruptivo. El modelo, basado en propiedades fractales, permite así integrar en un sólo cuerpo los valores de  $\gamma$  tanto positivos como negativos, y arrojar luz sobre situaciones como el que la muestra Ira1/12 (erupción de 1723), presente muy alto valor de  $\gamma = 0,93$ , aunque a las subpoblaciones vecinas se les asocie valores de  $\gamma$  bajos.

## D<sub>1</sub>: UNA NUEVA DIMENSIÓN FRACTAL

Como primer paso, se propone, por analogía con el desarrollo propuesto por Brown (1989), que los valores de dispersión positiva corresponden a una nueva dimensión fractal:  $D_1 = 3(1 + \gamma)$ . Llegamos a ella por el siguiente razonamiento heurístico: el factor 3 proviene de la relación masa  $\approx$  volumen  $\approx$  (longitud)<sup>3</sup> y corresponde a las 3 dimensiones espaciales, de manera similar a como Brown (1989) llega a la dimensión  $D = -3\gamma$ . Por su parte, como el ámbito de  $\gamma$  para D es (-1, 0) y el de  $D_1$  sería de (0, 1), el mecanismo más simple es proponer la traslación  $\gamma \rightarrow \gamma + 1$ .

La propuesta de una nueva dimensión  $D_1$  lleva a que deba definirse un nuevo coeficiente de fragmentación el que, por analogía con  $\varphi/\gamma = -3\varphi/D$  (coeficiente propuesto por Wohletz et al., 1995), se define en el presente trabajo como  $3\varphi/D_1 = \varphi/(1 + \gamma)$ . Siendo este el único cambio con

Cuadro 2

Ordenamiento cronológico de la dispersión positiva, según el modo

	-6,75	-6,25	-5,75	-5,25	-4,25	-3,25	-1,75	-0,75	0,25	1,75	3,25
Ira1/19											0,02
Ira1/15											
Ira1/14							0,01				
Ira1/13									0,01		
Ira1/12						0,93					
Ira1/11							0,01				
Ira1/10			0,01								
Ira1/9											
Ira1/8											
Ira1/7		0,15									
Ira1/6			0,23		0,09						
Ira1/5	0,31										
Ira1/4						0,49			0,23		
Ira1/2					0,02			0,25			

respecto a la propuesta de Wohletz y colaboradores, y dado que el cálculo de  $\gamma > 0$  se hace con el mismo algoritmo que el de  $\gamma < 0$ , el gráfico del nuevo coeficiente de fragmentación contra el modo debe dar una línea recta, que pase cerca del origen (sensu Wohletz et al, 1995), pero esta vez con pendiente positiva.

La figura 1 muestra que los gráficos correspondientes a los 14 puntos de 1723 y los 5 de 1963-65 dan efectivamente rectas con pendiente positiva ( $R^2 = 0,97$  y  $0,90$ , respectivamente) que pasan cerca del origen ( $0,88$  y  $0,1$  respectivamente), tal y como se discutió previamente, siendo una comprobación experimental de la nueva  $D_1$ . Los datos primarios para la erupción de 1963-65 se presentan en el Cuadro 3.

### BASE FÍSICA DE $D_1$

El sustento físico a nuestra propuesta fenomenológica de  $D_1$  se hará basados en la publicación de Kaminski & Jaupart (1998). Para mayores detalles se refiere al lector al trabajo original. Aquí solo se utilizarán los puntos atinentes a este trabajo.

Kaminski & Jaupart (1998) analizaron 25 depósitos de caída y 37 de flujo obtenidos de la literatura, en los que claramente se evidenciaba una dimensión fractal  $> 3$ , que proponen proveniente de una distribución de tamaño que evoluciona debido a una repetida fragmentación secundaria. El proceso supone que se lleva a cabo en escalas de tiempo comparables con los de las colisiones que dan origen al rompimiento, por lo que se le considera un proceso cinético. La fragmentación primaria será, entonces, la que genera exponentes entre 2 y 3, asociada a la  $D = -3\gamma$ , según propuesta de Brown (1989).

Su análisis teórico se basa en un trabajo previo de Cheng & Redner (1990), que recurren a la relación  $(m/m_1)^C$ , idéntica a la que Brown usó para deducir la SFT por otros medios (Brown, 1989; Wohletz et al., 1989). Ellos incluyen en su trabajo la observación de que  $C > 0$  es una condición necesaria y suficiente para que la distribución, así obtenida, sea un fractal. Kaminski & Jaupart (1998) parten de la ecuación inicial de Cheng & Redner (1990) y sin resolver la ecuación en su conjunto, comparan los exponentes de la dimensión lineal  $r$ , dándole así un carácter muy

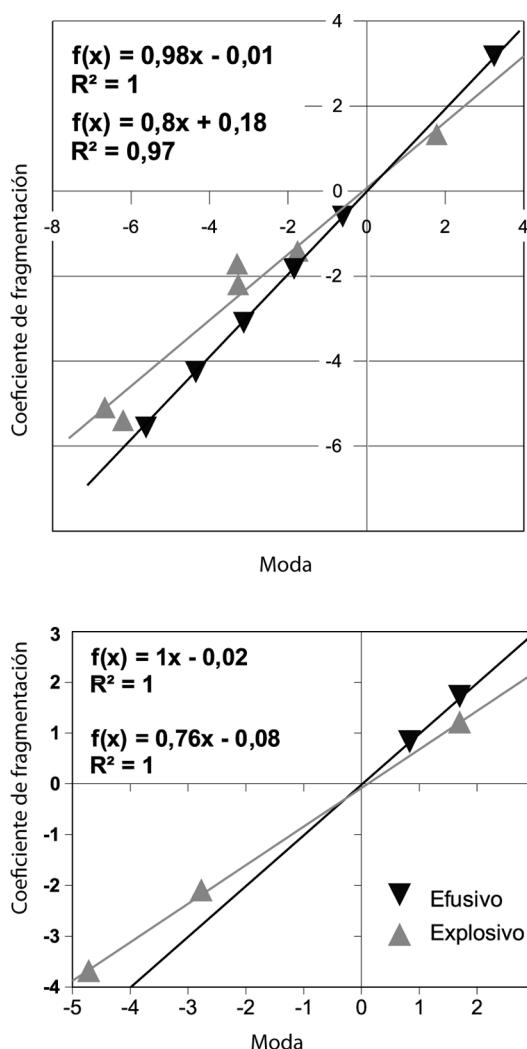


Fig. 1: Gráfico del nuevo coeficiente de fragmentación vs  $\phi$ , con datos de 11 muestras para 1723 (valores para  $\phi < -6$  no se incluyeron por estar cerca de límite de detección), y 5 muestras para 1963-65.

general a la solución. Como resultado obtienen la dimensión fractal  $D = 3 + C$  que, no sólo es independiente de la dimensión fractal  $D_i$  de la fragmentación primaria, sino que implica que  $D_i < 3$ , en acuerdo con Wohletz et al. (1989), siempre y cuando se acepte  $D_i = -3\gamma$ . La independencia de  $D$  de la dimensión fractal  $D_i$ , permite tratar la refragmentación o fragmentación secundaria como si fuese una fragmentación primaria, pudiéndose aplicar SFT para este caso también.

Se propone que la dimensión fractal  $D = 3 + C$  no es otra que nuestra  $D_i = 3 + 3\gamma$ , lo que permite deducir  $C = 3\gamma$ , para  $\gamma > 0$ , muy similar con la propuesta de Brown de  $D = -3\gamma$  para  $\gamma < 0$ . Esta analogía entre  $C$  y  $D$  explicaría porque el mismo algoritmo de SFT permite calcular los dos tipos de fragmentación (ambas pueden ser tratadas como fragmentaciones primarias), y porque debe sumarse una unidad a  $\gamma > 0$  cuando se calcula el coeficiente de fragmentación.

Kaminski & Jaupart (1998) logran también relacionar su dimensión fractal  $D$  (y por ende,  $D_i$ ) a la fracción  $\alpha$ , definida como la razón de la masa de gas liberada por fragmentación secundaria respecto a la masa total de gas liberado por el magma. Usando valores razonables para el tamaño de las burbujas calculan la curva mostrada en la figura 2.

Kaminski & Jaupart (1998) advierten que para calcular la probabilidad de refragmentación (= fragmentación secundaria), se requiere de un modelo muy complejo de interacción de los fragmentos y sus colisiones. En este trabajo se propone que los valores de  $\gamma > 0$ , obtenidos experimentalmente a partir de SFT, suplen parcialmente esa carencia, como se demostrará a continuación.

## MODELO FRACTAL DE UNA ERUPCIÓN

Las analogías que se dedujeron previamente, conducen a proponer un modelo fractal que incluya ambos casos. Previamente, el discurso se concentró en la dimensión fractal. Ahora se incorporará otro elemento asociado a los fractales:  $H$ , el coeficiente de Hurst (Sakalauskiené, 2003), y recurriremos a su propiedad de que todo proceso cuyo  $H$  esté en el ámbito  $(0, \frac{1}{2})$ , presenta características de anti-persistencia (cada etapa es independiente de la siguiente); en tanto, que en todo proceso con un  $H$  en el ámbito de  $(\frac{1}{2}, 1)$ , cada etapa se relaciona en grado diverso con la siguiente (conocido como persistencia).

Se empezará con eliminar el coeficiente 3 que aparece en  $D = -3\gamma$  y en  $D_i = 3(1 + \gamma)$ , proveniente de las tres dimensiones espaciales, para trabajar con una sola dimensión, dado al carácter isotrópico del proceso de fragmentación: lo que

Cuadro 3

Erupción de 1963-65: resultados con dispersión  $\gamma$  positiva

Ira2/3	Población 3	Ira2/4	Población 4	Ira2/5	Población 1
Modo	-0,82	Modo	1,72	Modo	-4,67
Dispersión	0,02	Dispersión	0,43	Dispersión	0,27
Fracción	0,19	Fracción	0,03	Fracción	0,06
Ira2/5	Población 3	Ira2/5	Población 5		
Modo	-2,76	Modo	1,74		
Dispersión	0,31	Dispersión	0,01		
Fracción	0,07	Fracción	0,01		

suceda en una dimensión sucederá en las otras dos. Luego, se postula que el coeficiente de Hurst de una erupción volcánica está relacionado con la  $\gamma$  obtenida de SFT, de la siguiente manera:  $H = 1 + \gamma$  si  $\gamma < 0$ , y  $H = 1 - \gamma$ , cuando  $\gamma > 0$ ; en otras palabras,  $H = 1 - |\gamma|$  para toda  $\gamma$ . Aunque aparece como una redefinición matemática de  $\gamma$ , se mostrará en lo que sigue que en realidad tiene un significado físico. El ámbito  $\gamma \in [-1, 0]$  puede de esta manera ser dividido en dos partes: a)  $\gamma$  en el ámbito  $[-1, -1/2]$ , que correspondería a  $H$  en el ámbito  $[0, 1/2]$  y, por lo tanto, asociado a un proceso anti-persistente como es el caso de la actividad estromboliana; y b) el ámbito  $\gamma \in [-1/2, 0]$ , asociado a un  $H$  en el ámbito  $[1/2, 1]$ , o sea una actividad persistente.

Como bien se conoce, la actividad freatomagmática se debe a una interacción de agua externa con el magma, de manera que al fragmentarse, los productos resultantes tendrían una mayor superficie expuesta al agua. Esto hará que los procesos de una etapa dependan de los procesos de la etapa anterior, como se espera de una actividad persistente. Por ello, se propone que el ámbito  $\gamma \in [-1/2, 0]$  esté asociado a actividades freatomagmáticas. Una verificación experimental de esta división ha sido recientemente propuesta por Domonik et al. (2012).

El cuadro 1 de Wohletz et al. (1989), derivado de experiencias de campo, revela exactamente ese comportamiento, con una división muy cerca de  $\gamma = -1/2$ , tal y como acá se propone.

La unión de los dos casos se logra considerando las erupciones volcánicas como procesos

auto-afines, a los que se aplicará la conocida relación de Mandelbrot  $D + H = n + 1$  (Gneiting & Schlather, 2004) que relaciona la dimensión fractal  $D$  (reflejo de propiedades globales) con el coeficiente de Hurst (reflejo de propiedades locales), en un espacio de  $n$  dimensiones.

De esta manera para el ámbito  $\gamma < 0$ , usando  $H = 1 + \gamma$ , y  $D = -\gamma$ , se deduce  $n = 0$ , que acá se interpreta como indicativo de que se trabaja con masas sin ninguna estructura interna, las cuales se fragmentan en una interacción puntual. Para el ámbito  $\gamma > 0$ , con  $H = 1 - \gamma$ , y  $D_1 = 1 + \gamma$ , se deduce  $n = 1$ . El régimen asociado con  $n = 1$ , aprovechando el análisis de Kaminski & Jaupart (1998) sobre la exsolución de gas como producto de una fragmentación secundaria que rompe las burbujas, se interpreta como relacionado a partículas con estructura interna (las burbujas) que pueden fragmentarse y liberar los gases contenidos en ellas. Dado que  $H$  debe ser positivo, se deduce que  $0 \leq \gamma \leq 1$ . Nótese que la escogencia de  $H$  permite naturalmente que  $n$  sea un entero, como lo requiere la relación de Mandelbrot. Se debe notar, que según Cheng & Redner (1988), los mecanismos de fragmentación asociados a esos valores, si se parte de  $\gamma > \gamma C$ , resultarían en tres alternativas: a)  $\gamma C = 0$  si ambas partículas se fragmentan al colisionar, b)  $-1 < \gamma C < 0$  si solo las partículas grandes se rompen, y c)  $\gamma C = 1$  si solo las partículas pequeñas lo hacen.

Para el ámbito  $0 \leq \gamma \leq 1$ , se obtiene un valor de  $H$  de  $[1/2, 1]$  para  $\gamma \in [0, 1/2]$ , propio de un sistema persistente, tal como se da en un fenómeno de coalescencia. Por último, el ámbito  $\gamma \in [1/2, 1]$

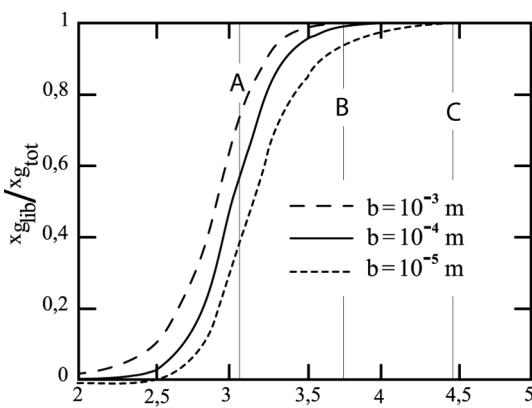


Fig. 2: Diagrama de porcentaje de gas en exsolución respecto a la dimensión fractal, adaptado de Kaminski & Jaupart (1998). Se incluyen los datos para la erupción de 1723, representados por las líneas verticales A, B, C, que corresponden a los valores de  $\gamma = 0,01; 0,25$  y  $0,49$ , respectivamente. Aunque a partir de  $\gamma \approx 0,3$  el porcentaje es  $\approx 100\%$ , los experimentos de laboratorio sugieren que  $\gamma$  es sensible a la energía disponible para el proceso de re-fragmentación (= fragmentación secundaria). El parámetro  $b$  corresponde al radio de la vesícula, considerada esférica.

implica un  $H$  de  $[0, 1/2]$ , o sea, un proceso anti-persistent, como podría darse, por ejemplo, en la explosión del magma producto de exsolución a gases a alta presión en una segunda cámara magmática o a agua de una fuente externa. Nótese que se tiene persistencia en el ámbito  $\gamma \in [-1/2, 1/2]$ .

Debido al parecido entre la tefra freatomagmática y la producida por fragmentación secundaria, se sugiere, por ello, que la parte  $\gamma \in [0, 1/2]$ , asociada en general a una actividad freatomagmática (Wohletz et al., 1989), en el presente trabajo se interpreta como un proceso más específico de una fragmentación secundaria.

Como se observa en Kaminski & Jaupart (1998), el exponente de la ley de potencia de la distribución provee una manera conveniente y precisa de caracterizar las distribuciones piroclásticas, y poder compararlas con las características generales de la erupción. Según Blower et al. (2002), el exponente de la ley de potencia es una medida del número de eventos de nucleación, o de la duración del período de nucleación comparado con la escala temporal del crecimiento de la vesícula.

El coeficiente de Hurst está relacionado con el exponente  $\beta$  del espectro de potencia por medio

de  $H = 1 - \beta/2$  (Hsu et al., 2011). Debido a  $H = 1 - |\gamma|$ , se obtiene  $\beta = 2|\gamma| > 0$ , como debe ser si se le quiere asociar a un tiempo o a un número de eventos. Se llama la atención de que el valor de  $\beta$  no cambia de signo cuando  $\gamma$  lo hace. Blower et al. (2002) mostraron numéricamente que los exponentes menores a 2, reflejan una continua nucleación y crecimiento de burbujas, en acuerdo con nuestra propuesta.

## APLICACIÓN A LAS ERUPCIONES DE 1723 Y 1963-65

Para demostrar lo útil de los valores de  $\gamma > 0$  para obtener información sobre los procesos volcánicos, procederemos a aplicar el modelo propuesto a las erupciones del Irazú de 1723 y a la de 1963-65. Para detalles propios de estas erupciones, ver Alvarado (1993).

Con base en todo el soporte y planteamiento teórico presentado en el apartado de la base física de  $D_1$ , se puede entonces re-escribir el Cuadro 2, utilizando  $D_1$ , e interpretarlo con ayuda de la Fig. 2, como la evolución de la exsolución gaseosa que se dio durante la erupción (Cuadro 4).

Los resultados de la aplicación del SFT y valores de  $D_1$  para la erupción de 1723, permiten interpretar que el evento inicial (Ira 1/2) fue caracterizado por una intensa fragmentación secundaria ( $D_1 = 3,75$ ,  $\alpha \approx 1$  para  $\varphi = -1,75$ ) seguido por un evento aún con mayor fragmentación (Ira 1/4;  $D_1 = 4,47$  para  $\varphi = -3,25$ , y  $D_1 = 3,69$ ,  $\varphi = 0,25$ ). Alvarado asocia la Ira 1/2 con una explosión que abre el conducto, siendo seguida por erupciones estrombolianas con bombas que muestran grandes vesículas, indicativas de que la vesiculación continuó después de la fragmentación en un magma de viscosidad relativamente baja.

El resultado de  $D_1 = 3,93$  para Ira1/5 no es interpretado por corresponder, como advirtiéramos, a una moda muy cercana al límite máximo de  $\varphi = -6$  de la granulometría obtenida en campo. Los valores relativamente altos de  $D_1$  correspondientes a las granulometrías Ira1/6 e Ira1/7, y su posterior decrecimiento en el tiempo, se interpretan como una reducción de los volátiles disponibles que se van agotando. Las

Cuadro 4

Ordenamiento cronológico de la dimensión fractal  $D_1$  según el modo

	-6,75	-6,25	-5,75	-5,25	-4,25	-3,25	-1,75	-0,75	0,25	1,75	3,25
Ira1/19											3,06
Ira1/15											
Ira1/14							3,03				
Ira1/13									3,03		
Ira1/12						5,79	-0,93				
Ira1/11							3,03				
Ira1/10			3,03								
Ira1/9											
Ira1/8											
Ira1/7		3,45									
Ira1/6		3,69		3,27							
Ira1/5	3,93										
Ira1/4					4,47				3,69		
Ira1/2						3,06		3,75			

formas irregulares y la distribución zigzagueante de las vesículas sugieren que la fragmentación fue debida a la expansión de gases juveniles.

La propuesta de una eventual merma en los volátiles está en acuerdo con la interpretación que se hace de un régimen estacionario con  $D_1 \approx 3,05$ , equivalente a un  $\alpha \approx 0,40$  constante, que podría asociarse a procesos efusivos, que se encuentra a partir de la granulometría Ira 1/10. Efectivamente, el producto final de la fase estromboliana de deglificación, está representado por grandes bombas aplastadas, que se interpretan como piezas discretas que pudieron estar presentes en una piscina de lava, posiblemente del 3 abril, 1723. Según Klug et al. (2002), las vesículas con diámetro  $\geq 40 \mu\text{m}$  se ajustan mejor con una distribución con  $D_1 = 3,3$ , sugerentes de que fueron producidas por coalescencia de burbujas más pequeñas después de un período inicial de nucleación y crecimiento. La interpretación propuesta de los valores de  $D_1$  para el Irazú asociados a valores positivos de dispersión, concuerda asimismo con las dimensiones fractales de densidades vesiculares de las tefras de diversas fases eruptivas del volcán Askja, en Islandia (Carey et al., 2009). Dimensiones entre 3 y 3,5, son asociadas en la literatura a fases

plinianas y freatoplínianas, debido a un crecimiento por descompresión y la coalescencia significativa de las burbujas (Klug et al., 2002), que no es el caso de la erupción de 1723. Carey et al. (2009) reportan igualmente un caso con dimensión fractal de 5,1, el que asocian a una fase eruptiva subpliniana, con vesículas de diámetro  $\geq 500 \mu\text{m}$ , similar a la subpoblación con  $D_1 = 5,79$  de la muestra Ira1/12.

Las muestras de Ira1/13 a Ira1/15, tanto por observaciones en campo (Alvarado, 1993) como por análisis con SFT (Brenes, 2013), presentan un carácter freatomagnético.

Los datos granulométricos disponibles no permiten, como tales, diferenciar si la causa fue el contacto del magma con agua subterránea, provocando las explosiones, o bien una exsolución de volátiles del magma proveniente de una segunda cámara magmática. En el caso del Irazú, se tienen datos sismológicos, magnéticos, y geodélicos que sugieren la presencia de dos cámaras magmáticas pequeñas y someras (Alvarado et al., 2006): una, a 0,6- 1,8 km de la cima, que supliría el magma de la piscina de lava observado, y una segunda, a 3,2 – 4 km de la cima, que podría haber dado origen a la explosión.

Para el caso de la erupción de 1963-65 del volcán Irazú, la muestra Ira2/5 presenta una población con una dimensión fractal de 3,96, similar al de la Unidad UC2 de la erupción de 1875 del volcán Askja ( $D_1 = 4,4$  y vesículas de  $\geq 500 \mu\text{m}$  de diámetro, Carey et al., 2009). Aunque en el caso de Askja 1875, el mecanismo eruptivo fue la interacción del magma con el agua de un lago craterico pre-existente, en el caso del Irazú debe considerarse como posible mecanismo la interacción del magma con el agua subterránea.

En conclusión, hemos mostrado experimentalmente que la dimensión D de Kaminski & Jaupart es la misma  $D_1$  que se propone, cuando  $\gamma > 0$ , y que el proceso físico asociado es la descompresión de volátiles que causa una fragmentación secundaria, liberando los gases atrapados. Esta línea de análisis ha sido recientemente tomada como estudio experimental por Haug et al. (2012). Lo anterior muestra que Cheng & Redner (1990) fueron muy pesimistas al considerar que concentrarse en un proceso inducido por colisión podría ser muy idealizado para tener una aplicación práctica inmediata.

## EXONENTE DEL ESPECTRO DE POTENCIA

Una comparación de los valores de  $\beta$  (el exponente del espectro de potencia) obtenidos para el Irazú, calculados a partir de  $\beta = 2|\gamma|$ , con valores experimentales reportados en la literatura, indica que los valores son razonables. No se pretende aquí hacer una comparación detallada, pues involucra el conocimiento de tasas de ascenso del magma, sus condiciones reológicas y presiones involucradas, entre otros. La muestra Ira1/4 (1723) tiene un  $\beta = 0,98$ . En los mismos depósitos plinianos, Gaonac'h et al. (2003a, 2003b) encontraron un exponente de  $B_3 = 0,85$ , y Kaminski & Jaupart (1998) obtuvieron un exponente de  $B_{3,\text{frag}} = 1$ , asociados a un valor umbral de percolación  $P_{3c,m} = 0,97 \pm 0,01$  (Gaonac'h et al., 2007), en acuerdo con la presente propuesta de que esa parte de la erupción fue muy violenta. Siguiendo a Lovejoy et al. (2004), el magma que asciende de las profundidades exsolve gas por

nucleación, difusión y expansión por descompresión, dando lugar a una alta vesicularidad antes de la fragmentación y la explosión. La coalescencia binaria llega a estar dominada por interacciones terciarias y de mayor orden, hasta que se alcanza un umbral crítico de percolación, en el que el magma esencialmente se fragmenta en una red infinita de burbujas sobrepuertas.

La Ira1/20 (1723) presenta un  $\beta = 0,66$ , que se repite en el  $\beta = 0,64$  del Ira2/5 (1963-65), ambos cercanos al valor de  $B_2 = 0,75$  (Gaonac'h et al., 2003a, 2003b) para percolación en 2 dimensiones, con un umbral de  $P_{2c} = 0,70 \pm 0,05$  reportado por Gaonac'h et al. (2007). Finalmente, la fase inicial de la erupción de 1723, monitoreado por las muestras Ira1/2 e Ira1/4 (1723), presentan  $\beta$  parecidos de 0,50 y 0,46. Una posible explicación se obtiene del trabajo de Dreuzy et al. (2000), quienes reportan simulaciones numéricas con valores de  $\frac{1}{2} \leq B_3 \leq \frac{4}{3}$  para percolación de burbujas elípticas con excentricidades de  $0,01 \leq e \leq 1$ , correspondientes a  $0,33 \leq P_{3c} \leq 0,65$ . Se considera, entonces, en la presente investigación, que esta es una explicación razonable pues la erupción dio inicio con eventos freatomagmáticos que pudieron, por esfuerzos cortantes, deformar el ducto y el magma, generando la primera liberación de gases por deformación elástica.

Los asociación de dispersiones cercanas a cero ( $\gamma \approx 0,01 - 0,02$ ) con magma efusivo concuerdan con la sugerencia de Gaonac'h et al (1996), basada en resultados experimentales, de que las vesículas muy pequeñas están dominadas por un crecimiento por difusión-descompresión y también generan una ley de potencias, aunque con valores de  $B_3 \approx 0$ .

En la muestra Ira2/5 (1963-65) se detecta la presencia simultánea de tres casos: a) un  $\beta = 0,54$  para partículas gruesas ( $\phi = -4,67$ ) posiblemente por deformación elástica, b)  $\beta = 0,62$  para  $\phi = -2,76$ , aparentemente de una percolación en 2 dimensiones, y c) un valor de  $D_1 = 3,03$  asociado a efusión del magma, para un  $\phi = 1,74$ , que concuerda con el período en el que se detectó la piscina de lava. La presencia en una sola muestra de tres diferentes procesos tan diferentes puede deberse al proceso de reciclado que sufrió la tefra, lo que sugiere fluctuaciones bruscas de intensidad,

cambios reversibles de estilo estromboliano y freatomagnético, que vuelven al Irazú un volcán más peligroso (Alvarado et al., 2006).

## CONCLUSIONES

La teoría SFT fue presentada con el objetivo de dar una base físico-matemática al análisis de las granulometrías de Alvarado (1993), descomponiendo cada una de ellas en varios procesos fractales (ven también Brenes, 2013). Esto permite obtener una visión más clara de los eventos eruptivos de 1723 y 1963-65 a partir de las granulometrías. Con base en comparaciones experimentales, el parámetro de dispersión  $\gamma < 0$  permite discriminar entre dos tipos de fragmentación: magmática y freatomagnética. En el presente trabajo, se amplía la SFT para incluir los casos en que la dispersión  $\gamma > 0$ , y se demuestra que representan procesos muy significativos dentro del proceso eruptivo, como lo son una fragmentación secundaria por descompresión de los volátiles contenidos en las partículas ya fragmentadas y su eventual exsolución. La asociación de la dispersión  $\gamma$  con el coeficiente de Hurst, y con el exponente del espectro de potencia, permite por primera vez formular un modelo fractal del proceso eruptivo completo, que ofrece una base física al límite experimental de  $\gamma = \frac{1}{2}$  entre actividades magmáticas (de tipo estromboliano) y freatomagnéticas. Su aplicación a las erupciones del Irazú (1723, y 1963-65) ofrecen otra herramienta para analizar y cuantificar los procesos volcánicos con mayor detalle.

## AGRADECIMIENTOS

A Andrea Borgia y Wendy Pérez por su esmerada revisión; Rodrigo Carboni emitió valiosos comentarios sobre la parte física de los fractales.

## REFERENCIAS

- ALVARADO, G.E., 1993. Volcanology and Petrology of Irazú Volcano, Costa Rica.- 261 págs. Univ. Kiel, Alemania [Tesis Ph.D.].
- ALVARADO, G.E., 2005. Costa Rica: Land of Volcanoes.- 309 págs. EUNED, San José.
- ALVARADO, G.E., CARR, M.J., TURRIN, B., SWISHER, C., SCHMINCKE, H.-U. & HUDNHUT, K., 2006: Recent volcanic history of Irazú volcano, Costa Rica: Alternation and mixing of two magma batches, and pervasive mixing.- Geol. Soc. Amer., Special Paper, 412: 259-276.
- BLOWER, J.D., KEATING, J.P., MADER, H.M. & PHILLIPS, J.C. 2002: The evolution of bubble size distributions in volcanic eruptions.- J. Volcanol. Geotherm. Res. 120: 1-23.
- BRENES, J., 2013: Aplicación de la teoría de fragmentación/transporte secuencial a los depósitos de las erupciones 1723 y 1963-65 del Irazú, Costa Rica. Caso dispersión negativa.- Rev. Geol. Amér. Central, 48: 63-86.
- BROWN, W.K., 1989: A theory of sequential fragmentation and its astronomical applications.- J. Astrophys. Astr. 10: 89- 112.
- CAREY, R.J., HOUGHTON, B.F. & THORDARSON, T., 2009: Abrupt shifts between wet and dry phases of the 1875 eruption of Askja Volcano:Microscopic evidence for macroscopic dynamics.- J. Volcanol. Geotherm. Res. 184: 256-270.

- CHENG, Z. & REDNER, S., 1990: Kinetics of fragmentation.- *J. Phys. A. Math. Gen.* 23: 1233-1258.
- CHENG, Z. & REDNER, S., 1988: Scaling theory of fragmentation.- *Phys. Rev. Lett.* 60: 2450-2453.
- DE DREUZY, J.-R., DAVY, P., & BOUR, O., 2000: Percolation parameter and percolation-threshold estimates for three-dimensional random ellipses with widely scattered distributions of eccentricity and size.- *Physical Review E*. 62: 5948-5952, DOI: 10.1103/PhysRevE.62.5948.
- DOMONIK , A. , SŁABY, E. & SMIGIELSKI, M. 2012: Hurst exponent used as a tool to differentiate between magmatic and fluid-induced processes as reflected in crystal geochemistry.- [resumen] *Geophys. Res. EGU Abstracts*, 14: 2865.
- GAONAC'H, H., LOVEJOY, S., CARRIER-NUNES, M., SCHERTZER, D. & LEPINE, F., 2007: Percolating magmas in three dimensions.- *Nonlin. Processes Geophys.* 14: 743-755.
- GAONAC'H, H., LOVEJOY, S. & SCHERTZER, D., 2003a: Percolating magmas and explosive volcanism.- *Geophys. Res. Lett.*, 30: 1, 1559, DOI:10.1029/2002GL016022.
- GAONAC'H, H., LOVEJOY, S. & SCHERTZER, D., 2003b: Scaling vesicle distributions of plinian pumices and expansion-coalescence processes.- *Bull. Volcanol.* 67(4): 350-357.
- GAONAC'H, H., LOVEJOY, S., STIX, J. & SCHERTZER, D., 1996: A scaling growth model for bubbles in basaltic lava flows.- *Earth Planet. Sci. Lett.* 139: 395-409.
- GNEITING, T. & SCHLATHER, M., 2004: Stochastic Models that Separate Fractal Dimension and Hurst Effect.- *SIAM Review*, 46: 269-282.
- HAUG, Ø.T., GALLAND, O. & GISLER, G. 2012: Quantitative experimental modelling of fragmentation during explosive volcanism.- [resumen] *Geophys. Res. EGU Abstracts*, 14: 7603.
- HSU, H.-M. , LIN, C.-Y., GUENTHER, A., TRIBBIA, J.J. & LIU, S.C. 2011: Air-chemistry “turbulence”: power-law scaling and statistical regularity.- *Atmos. Chem. Phys. Discuss.* 11: 9635-9672.
- KAMINSKI, E. & JAUPART, C., 1998: The size distribution of pyroclasts and the fragmentation sequence in explosive volcanic eruptions.- *J. Geophys. Res.* 103: 29759-29779.
- KLUG, C., CASHMAN, K.V. & BACON, C.R., 2002: Structure and physical characteristics of pumice from the climactic eruption of Mount Mazama (Crater Lake), Oregon.- *Bull Volcanol.*, 64:486-501, DOI 10.1007/s00445-002-0230-5.
- LOVEJOY, S., GAONAC'H, H. & SCHERTZER, D., 2004: Bubble distributions and dynamics: The expansion-coalescence equation, *J. Geophys. Res.* 109, B11203, DOI:10.1029/2003JB002823.
- MURATA, K.J., DONDOLI, C. & SAENZ, R., 1966: The 1963-65 eruption of the Irazú Volcano, Costa Rica.- *Bull. Volcanol.*, 29: 765-793.
- ORSI, G., GALLO, G., HEIKEN, G., WOHLLETZ, K., YU, E. & BONANI, G., 1992: A comprehensive study of pumice formation and dispersal: the Creatio

- Tephra of Ischia (Italy).- J. Volcanol. Geotherm. Res. 53: 329-354.
- SAKALAUSKIENĖ, G., 2003: The Hurst Phenomenon in Hydrology.- Environ.Res., Engin. and Management, 3(25): 16-20
- WOHLETZ, K.H., SHERIDAN, M.F. & BROWN, K., 1989: Particle size distri-  
bution and the sequential fragmentation/transport theory applied to volcanic ash.- J. Geophys. Res. 94: 15,703-15,721.
- WOHLETZ, K. H., ORSI, G. & DE VITA, S., 1995: Eruptive mechanisms of the Neapo-litan Yellow Tuff interpreted from stratigraphic, chemical, and granulometric data.- J. Volcanol. Geotherm. Res. 67: 263-290.



© 2013 Universidad de Costa Rica. Revista Geológica de América Central is licensed under a Creative Commons Attribution-NonCommercial-ShareAlike 3.0 Unported License. More information: <http://www.geologia.ucr.ac.cr/revista/revista-geol.htm>