



Cuadernos del CIMBAGE

ISSN: 1666-5112

cimbage@econ.uba.ar

Facultad de Ciencias Económicas  
Argentina

Terceño Gómez, Antonio; Guercio, María Belén; Barberá Mariné, M. Gloria  
Estimación de la estructura temporal de los tipos de interés utilizando métodos de regresión borrosa.  
aplicación al mercado de bonos públicos de Argentina  
Cuadernos del CIMBAGE, núm. 9, 2007, pp. 59-82  
Facultad de Ciencias Económicas  
Buenos Aires, Argentina

Disponible en: <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=46200904>

- ▶ Cómo citar el artículo
- ▶ Número completo
- ▶ Más información del artículo
- ▶ Página de la revista en [redalyc.org](http://redalyc.org)

redalyc.org

Sistema de Información Científica

Red de Revistas Científicas de América Latina, el Caribe, España y Portugal  
Proyecto académico sin fines de lucro, desarrollado bajo la iniciativa de acceso abierto

## **ESTIMACIÓN DE LA ESTRUCTURA TEMPORAL DE LOS TIPOS DE INTERÉS UTILIZANDO MÉTODOS DE REGRESIÓN BORROSA. APLICACIÓN AL MERCADO DE BONOS PÚBLICOS DE ARGENTINA<sup>1</sup>**

Antonio Terceño Gómez\*, María Belén Guercio\*\*, M. Gloria Barberá Mariné\*\*\*

Departamento de Gestión de Empresas

Facultad de Ciencias Económicas y Empresariales

Universidad Rovira i Virgili

\*antonio.terceno@urv.net, \*\*mariabelen.guercio@urv.net

\*\*\*gloria.barbera@urv.net

Recibido 15 de noviembre de 2005, aceptado 1 de marzo de 2007

---

### **Resumen**

El objetivo de este trabajo es comparar dos herramientas de estimación de la Estructura Temporal de los Tipos de Interés (ETTI), aplicando ambos métodos al mercado de renta fija argentina y, más específicamente, los títulos emitidos por el sector público.

La estimación de la ETTI en el mercado argentino es un tema interesante debido a los escasos trabajos existentes sobre el mercado de renta fija en este país. En la literatura financiera, en general, se refieren a países con mercados financieros eficientes.

Desde el punto de vista instrumental, se utiliza una herramienta novedosa para la estimación: la regresión borrosa, basándose principalmente en el trabajo de Tanaka, (1987), y en los trabajos de Andrés (2000) y de Andrés y Terceño (2003, 2004).

El interés por utilizar herramientas de la teoría de conjuntos borrosos se basa en que los agentes económicos estiman los tipos de interés futuros de manera subjetiva, es decir, parten de creencias y expectativas. Este comportamiento se ve reflejado en los precios y las rentabilidades de los instrumentos negociados, y la teoría de conjuntos borrosos es una interesante forma de tratar este tipo de temas.

Por otro lado, los precios de los bonos en una sesión se mueven dentro de un intervalo, lo cual está reflejando las distintas expectativas sobre la evolución futura de los mismos. Cuando se trabaja con modelos econométricos, este intervalo se reduce a un único precio representado por la esperanza matemática, con lo cual se estaría perdiendo información importante que brinda el mercado. La utilización de regresiones borrosas permite trabajar con un intervalo de confianza y no con un sólo valor.

**Palabras clave:** Estructura Temporal de los Tipos de Interés, Modelo de McCulloch, bonos de deuda pública de Argentina.

---

<sup>1</sup> Presentado en XII Congreso Internacional de la Sociedad de Gestión y Economía Fuzzy (SIGEF). 26-28 de Octubre 2005, Bahía Blanca, Argentina.

## ESTIMATION OF THE TERM STRUCTURE OF THE INTEREST RATE USING FUZZY REGRESSION METHODOLOGY. THE CASE OF THE ARGENTINE MARKET OF PUBLIC BONDS

Antonio Terceño Gómez\*, María Belén Guercio\*\*, M. Gloria Barberá Mariné\*\*\*

Departamento de Gestión de Empresas

Facultad de Ciencias Económicas y Empresariales

Universidad Rovira i Virgili

\*antonio.terceno@urv.net, \*\*mariabelen.guercio@urv.net

\*\*\*gloria.barbera@urv.net

Received November 15<sup>th</sup> 2005, accepted March 1<sup>st</sup> 2007

---

### Abstract

In this paper are compared two tools of estimation of the Term Structure of the Interest Rate, applying both methods to the argentine fixed income market, and more specifically to securities issued by the public sector.

The estimation of the Term Structure of the Interest Rate in the argentine market is an interesting new subject, because financial literature generally refers to efficient markets, showing the gap for the study of emerging economies.

Here it is followed a different and novel path for the instrumental analysis, fuzzy regression for the estimation of Term Structure of the Interest Rate, using as a baseline the papers published by Tanaka, (1987), de Andrés (2000), and de Andrés y Terceño (2003, 2004).

The reason for the use of fuzzy sets as a tool lies upon the fact that the economic agents estimate the future interest rate in a subjective way. In other words, they base their estimations on their own beliefs and expectations. This behaviour is reflected on the prices and profitability of the securities to be traded, so the theory of fuzzy sets seems an interesting way to deal with this kind of topics.

In addition, the prices of the bonds move within an interval, which reflects the different expectations with regards the future evolution of the prices. When working with econometric models, it is used one unique price represented by the expected value instead of an interval. In this way, important market information might be lost. Instead, the use of fuzzy regressions permits to work with a confidence interval and not with one single value.

---

**Keywords:** Term structure of interest rate, McCulloch Model, Argentinean Public Bonds.

---

## 1. INTRODUCCIÓN

En el mercado existe una gran variedad de activos financieros, los cuales se diferencian por aspectos como el organismo emisor, el riesgo de impago, el tratamiento fiscal, etc. Sin embargo, aquellos activos que poseen las mismas características pueden ofrecer diferentes rendimientos debido, exclusivamente, a las diferencias en cuanto a los plazos de vencimiento. Como la estructura temporal no se observa directamente, salvo en los casos de activos cupón cero o al descuento, la estructura temporal requiere ser estimada.

La estructura temporal de los tipos de interés (ETTI) se define como la relación que existe entre el vencimiento (variable independiente) y el tipo de interés al que el mercado descuenta una unidad monetaria en dicho vencimiento (variable independiente).

La determinación de la estructura temporal de los tipos de interés (ETTI) junto con el análisis de su evolución en el tiempo son herramientas muy importantes tanto para los operadores financieros como para los agentes económicos en general. En primer lugar, desde el punto de vista de las finanzas, la estimación de la estructura temporal de los tipos de interés brinda la posibilidad de valorar una gran cantidad de activos financieros, así como su riesgo y el diseño de estrategias de cobertura.

En segundo lugar, desde el punto de vista macroeconómico, el gobierno controla los tipos de interés a corto plazo pero los agentes económicos basan sus decisiones de ahorro e inversión sobre los tipos a largo plazo. Por ello, conocer los determinantes de la ETTI permite comprender el impacto de la política monetaria en la economía, así como sus mecanismos de transmisión<sup>2</sup>.

En la literatura financiera existen diferentes métodos para estimar la ETTI, los cuales pueden clasificarse en modelos estáticos y dinámicos. Los modelos estáticos son aquellos que parten de datos del mercado para construir, en cada momento, la función de descuento. Por su parte, los modelos dinámicos tienen en cuenta la evolución estocástica del tipo de interés a lo largo del tiempo.

Dentro de los modelos estáticos se pueden dividir los métodos en dos. Aquellos que estiman la ETTI a través de la curva de rentabilidad y aquellos que estiman directamente la función de descuento mediante métodos econométricos, entre los cuales se encuentran los trabajos de

---

<sup>2</sup> Abad Romero *et al.*, 2004.

McCulloch (1971) (1975), Vasecik y Fong (1982), Nelson y Siegel (1987) y Svensson (1994), entre los más utilizados.

El objetivo de este trabajo es estimar la ETTI para el mercado de deuda pública argentina por medio del método de los *splines* cuadráticos de McCulloch (1971), debido a que es uno de los métodos más utilizados para realizar este tipo de estimación. La estimación se realizará por medio de métodos tradicionales, como resulta ser la estimación econométrica, y por medio de regresiones borrosas, para lo cual se consideran los trabajos de Andrés (2000), y de Andrés, Terceño (2003, 2004).

Las razones que llevan a la utilización de metodología borrosa son diversas. Siguiendo a de Andrés;Terceño (2003,2004), en primer lugar, los agentes económicos estiman los tipos de interés futuros de manera subjetiva, es decir, parten de creencias y expectativas. Este comportamiento se ve reflejado en los precios y en las rentabilidades de los instrumentos negociados, y la teoría de conjuntos borrosos es una interesante forma de tratar este tipo de temas. En segundo lugar, los precios de los bonos en una sesión se mueven dentro de un intervalo, lo cual está reflejando las distintas expectativas sobre la evolución futura de los mismos. Cuando se trabaja con modelos econométricos, este intervalo se reduce a un único precio representado por la esperanza matemática, con lo cual se estaría perdiendo información importante que brinda el mercado. La utilización de regresiones borrosas permite trabajar con un intervalo de confianza y no únicamente con un sólo valor.

La estimación de la estructura temporal resulta interesante a causa de los escasos trabajos existentes en el mercado de títulos públicos de Argentina. La mayoría de los trabajos se realizan en países desarrollados donde los mercados financieros son eficientes, no siendo éste el caso de Argentina, donde, entre otros, existen problemas de liquidez de los títulos emitidos por el Estado.

La estructura del trabajo es la siguiente. En el apartado 1, se realiza un breve resumen de los conceptos básicos y se explica cómo funciona el método de los *splines* cuadráticos de McCulloch, y la adaptación realizada por de Andrés (2000) para la estimación de la ETTI por medio de números borrosos. En la sección 2, se presentan los rasgos característicos del mercado de deuda pública argentina. En la sección 3, se procede a la estimación de la estructura temporal, tanto por el método econométrico como por medio de estimaciones borrosas y se exponen los resultados. Por último, se presentan las conclusiones del trabajo.

## **2. EL MODELO DE MCCULLOCH**

### **2.1. Estimación de la ETTI a partir de la función de descuento**

Como se señaló anteriormente, para estimar la estructura temporal de los tipos de interés se pueden utilizar dos tipos de métodos: bien estimarla mediante la curva de rentabilidades o bien a través de la función de descuento. La primera de las alternativas surge de realizar una regresión lineal de la TIR en relación al vencimiento de cada título. Luego, se aplica el método del bono par<sup>3</sup> para obtener los tipos al contado.

Por otro lado, la ETTI se puede estimar a partir de la función de descuento. La razón de la utilización de la función de descuento es que la relación entre el precio del título y su rendimiento no es lineal, en cambio, la relación entre el precio y la función de descuento sí lo es. Entre los autores que estiman la estructura temporal por medio de la función de descuento, como anteriormente se comentó, cabe destacar las propuestas de McCulloch (1971);(1975), Vasicek y Fong (1982), Nelson y Siegel (1987) y Svensson (1996).

En todos los casos, el procedimiento es el mismo: se toma el precio del instrumento de deuda como variable dependiente. Como variable explicativa se toman los pagos pendientes: cupones, el principal y sus plazos. Con lo cual los coeficientes a estimar serán los valores de la función de descuento para dichos plazos.

### **2.2. Estimación de la ETTI por medio de *splines* cuadráticos**

El primer estudio formal que ajustó la función de descuento para un conjunto de bonos con cupones fue el método de *splines* cuadráticos de McCulloch (1971). Los *splines* se definen como un conjunto de polinomios de un determinado orden, definidos en intervalos separados por nodos y unidos para conformar una curva continua y derivable de primer y segundo orden en los nodos. Como se señaló anteriormente, McCulloch (1971) más específicamente, ajustó una función de descuento para bonos con cupones de la industria ferroviaria de EE.UU.

El método de los *splines* ha sido elegido para estimar la ETTI en Argentina debido a que es el más utilizado en la mayoría de los países industrializados.

Este autor considera que  $g_j(t)$  son funciones polinómicas del

---

<sup>3</sup> Para más información acerca de este método ver Mascareñas (2002), Lamote (1995) y Ferruz Agudo et al. (2001).

tiempo. El hecho de que  $f_0 = 1$  supone el cumplimiento de las siguientes condiciones:

$$\begin{aligned}a_0 &= 1 \\g_0(0) &= 1 \\g_j(0) &= 0, j = 1, 2, \dots, m\end{aligned}$$

siendo el interés al contado en  $t$ ,  $i_t$ :

$$i_t = \left[ 1 + \sum_{j=1}^m a_j g_j(t) \right]^{-1/t} - 1 \quad (1)$$

De este modo, la expresión del precio del  $r$ -ésimo bono con el cupón vencido sería:

$$P^r = \sum_{i=1}^{n_r} C_i^r \left[ 1 + \sum_{j=1}^m a_j g_j(t) \right] + \varepsilon_r = \sum_{i=1}^{n_r} C_i^r + \sum_{i=1}^{n_r} C_i^r \sum_{j=1}^m a_j g_j(t) + \varepsilon_r$$

que es lo mismo que expresar:

$$P^r - \sum_{i=1}^{n_r} C_i^r = \sum_{i=1}^{n_r} C_i^r \sum_{j=1}^m a_j \sum_{i=1}^{n_r} g_j(t) + \varepsilon_r$$

y si  $P^r - \sum_{i=1}^{n_r} C_i^r = Y^r$  y  $\sum_{i=1}^{n_r} C_i^r g_j(t) = \sum_{i=1}^{n_r} X_j^r$  la expresión anterior queda:

$$Y^r = \sum_{j=0}^m a_j X_j^r + \varepsilon_r$$

Las dos cuestiones a analizar son: el número de funciones  $m$  y cuál es la forma que tomarán dichas funciones.

Para seleccionar el número de funciones es necesario tener en cuenta que por un lado deben permitir un ajuste satisfactorio de la regresión y por el otro, deben permitir que la estimación de la curva sea suave.

Si se utiliza un número elevado de funciones, el ajuste será casi perfecto. Sin embargo, la función se ajustará también a observaciones anormales, por lo que los tipos *spot* e implícitos que se deriven de esta estimación pueden tener un comportamiento poco suave.

Si se utilizan pocas funciones, se conseguirá una curva suave, pero quizás no tenga el grado de ajuste deseado, sobre todo en aquellos casos en los cuales la ETTI tome formas complejas.

McCulloch propone tomar el entero más próximo a  $k^{1/2}$  para determinar el número de funciones y demuestra que la estimación con  $m = k^{1/2}$  proporciona un buen equilibrio entre ajuste y suavidad.

En relación a la forma funcional, McCulloch (1971) considera que la estimación de la ETTI se debe realizar a partir de *splines* cuadráticos, es decir, polinomios de segundo grado definidos en tramos, continuos y derivables de primer grado. Para ello, es necesario ordenar la muestra en relación al vencimiento de los títulos en orden decreciente y determinar los intervalos de tiempo en los que se dividirá la misma.

Esta división vendrá dada por el intervalo  $[0, t_{n_k}^k]$ , donde  $t_{n_k}^k$  será el vencimiento del  $k$ -ésimo bono, que al ser el último, será el mayor. Al utilizarse  $m$  *splines* cuadráticos será necesario dividir el espectro de vencimientos en  $m-1$  intervalos o tramos, los cuales vendrán limitados por un nodo superior y otro inferior. En total, se deberán determinar  $m$  nodos, notándose el  $j$ -ésimo como  $d_j, j = 1, 2, \dots, m$ .

Luego de obtener cada uno de los nodos, se deben definir las funciones asociadas  $g_j(t)$ , que estarán definidas para cada uno de los tramos en que dividimos el espectro de vencimiento. La  $j$ -ésima función valdrá cero para  $t \leq d_{j-1}$ , en el intervalo  $d_{j-1} \leq t \leq d_j$  la función estará definida por un polinomio de segundo grado y en  $d_j \leq t \leq d_{j+1}$  la función estará definida por otro polinomio de segundo grado, etc.

La función  $g_j(t)$ , como se dijo anteriormente, debe ser continua y derivable hasta primer orden, añadiendo una condición arbitraria  $\frac{df_i}{dt}(d_j) = a_j$ , la cual se reduce a exigir que  $\frac{dg_i(t)}{dt}(d_j) = 1$ . Los  $m$  *splines* que se van a utilizar vienen dados por:

$$\begin{cases} -\frac{1}{2d_2}t^2 + t & 0 \leq t \leq d_2 \\ g_1(t) = \frac{1}{2}d_2 & d_2 \leq t \leq t_{n_k}^k \end{cases}$$

$$\begin{cases}
 0 & 0 \leq t \leq d_{j-1} \\
 \frac{1}{2(d_j - d_{j-1})}(t - d_{j-1})^2 & d_{j-1} \leq t \leq d_j \\
 g_2(t) = -\frac{1}{2(d_{j+1} - d_j)}(t - d_j)^2 + (t - d_j) + \frac{1}{2}(d_j - d_{j-1}) & d_j \leq t \leq d_{j+1} \\
 \frac{1}{2}(d_j - d_{j-1}) & d_{j+1} \leq t \leq d_m
 \end{cases}$$
  

$$\begin{cases}
 0 & 0 \leq t \leq d_{m-1} \\
 \frac{1}{2(d_m - d_{m-1})}(t - d_{m-1})^2 & d_{m-1} \leq t \leq d_m
 \end{cases}$$

Si bien esta aproximación es flexible como para captar las diferentes formas funcionales y es sencilla al permitir estimaciones lineales, tiene dos propiedades poco deseables: en la práctica, generan formas poco suaves para los plazos más largos y no aseguran que los tipos *forward* sean positivos para todos los plazos.

### 2.3 El método de McCulloch utilizando regresiones borrosas

Siguiendo a de Andrés (2000), se realiza la estimación del factor de descuento por medio de números borrosos L-R de Dubois-Prade y como un caso particular, por medio de números borrosos triangulares (NBT). Como se señaló al principio, la estimación por medio de números borrosos permite tomar como variable dependiente no sólo el precio promedio del bono, sino un intervalo de confianza que incluya todos los precios que ese día tomó el bono en el mercado.

En principio se va a exponer, siguiendo a de Andrés (2000), el método de *splines* de McCulloch por medio de regresiones borrosas. El autor propone las siguientes hipótesis:

1. El precio negociado para el  $r$ -ésimo bono puede ser expresado como un número borroso simétrico de Dubois y Prade, y se puede expresar como:

$$\tilde{P}^r = (P_C^r, P_R^r); P_C^r, P_R^r \geq 0, r = 1, 2, \dots, k$$

La aceptación de esta hipótesis implica que el precio de referencia puede ser aproximadamente  $P_C^r$ , en lugar de ser exactamente  $P_C^r$

2. El centro y el radio de los precios pueden ser expresados en función del centro, el radio y la función del número borroso:

$$P_C^r = P_C^r \text{ y } P_R^r = L^{-1}(\alpha^*)P_C^r, 0 \leq \alpha^* \leq 1, r = 1, 2, \dots, k$$

3. El factor de descuento se puede expresar como un número borroso, que depende de  $t$ , y es también un numero borroso L-R simétrico de Dubois y Prade

$$\tilde{f} = (f_t, l_{f_t})_L, t \geq 0, 0 \leq f_t - 1 \leq f_t + 1 \leq 1$$

El precio del  $r$ -ésimo bono puede ser expresado como la suma de los flujos, actualizados por el factor de descuento,

$$\tilde{P}^r = \sum_{i=1}^{n_r} C_i^r \tilde{f}_{t_i^r}$$

4. El factor de descuento se puede representar como una combinación lineal de  $m+1$  funciones  $g_i(t)$  de forma que los parámetros  $\tilde{a}_j$  son números borrosos simétricos de Dubois y Prade y se pueden expresar como:

$$\tilde{a}_j = (a_{jC}, a_{jR})_L, a_{jR} \geq 0, j = 0, 1, \dots, m.$$

A partir de estas hipótesis el  $\alpha$ -corte del precio del  $r$ -ésimo bono vendrá dado por:

$$\hat{\tilde{P}}^r = (\hat{P}_C^r, \hat{P}_R^r)_L = \sum_{i=1}^{n_r} C_i^r (a_{jC}, a_{jR})_L g_i(t_i^r)$$

Al seguir el modelo de McCulloch, el autor expresa el precio del  $r$ -ésimo bono como:

$$\begin{aligned}\hat{\tilde{P}}^r &= (\hat{P}_C^r, \hat{P}_R^r)_L = \sum_{i=1}^{n_r} C_i^r \left[ [(1,0)_L] + \sum_{j=1}^m (a_{jC}, a_{jR})_L g_t(t_i^r) \right] = \\ &= \sum_{i=1}^{n_r} C_i^r (1,0)_L + \sum_{i=1}^{n_r} C_i^r \sum_{j=1}^m (a_{jC}, a_{jR})_L g_t(t_i^r)\end{aligned}$$

de lo cual se deriva la siguiente expresión:

$$(\hat{P}_C^r, \hat{P}_R^r)_L - \sum_{i=1}^{n_r} C_i^r (1,0)_L = \sum_{j=1}^m (a_{jC}, a_{jR})_L \sum_{i=1}^{n_r} C_i^r g_t(t_i^r)$$

$$\text{de forma que } \hat{Y}_C^r = \hat{P}_C^r - \sum_{i=1}^{n_r} C_i^r \text{ y } \hat{Y}_R^r = \hat{P}_R^r$$

La variable independiente es un número cierto que toma la forma de:

$$X_j^r = \sum_{i=1}^{n_r} C_i^r g_t(t_i^r),$$

$$\text{por lo que el modelo a estimar es: } (\hat{Y}_C^r, \hat{Y}_R^r)_L = \sum_{j=1}^m (a_{jC}, a_{jR})_L X_j^r$$

A partir del ajuste de los parámetros  $\tilde{a}_j$  se estimará  $\tilde{Y}_C^r$  del r-ésimo bono.

$$\text{Al saber que } Y_C^r = Y_R^r = P_C^r - \sum_{i=1}^{n_r} C_i^r \text{ y } \hat{Y}_R^r = Y_R^r L^{-1}(\alpha^*) = P_R^r L^{-1}(\alpha^*)$$

para obtener los  $\tilde{a}_j$  el autor tomó el modelo de Tanaka<sup>4</sup> resolviendo el siguiente problema de programación lineal:

$$\text{Min } z = \sum_{r=1}^k \sum_{j=1}^m a'_{jR} \sum_{i=1}^{n_r} C_i^r |g_t(t_i^r)| = \sum_{j=1}^m a'_{jR} \sum_{r=1}^k \sum_{i=1}^{n_r} C_i^r |g_t(t_i^r)| \quad (21a)$$

---

<sup>4</sup> Tanaka, H., 1987.

Sujeto a :

$$\hat{Y}_C^r - \hat{Y}_R^r = \sum_{j=1}^m a'_{jC} \sum_{i=1}^{n_r} C_i^r g_t(t_i^r) - \sum_{j=1}^m a'_{jR} \sum_{i=1}^{n_r} C_i^r |g_t(t_i^r)| \leq Y_C^r - Y_R^r \quad (21b)$$

$$\hat{Y}_C^r + \hat{Y}_R^r = \sum_{j=1}^m a'_{jR} \sum_{i=1}^{n_r} C_i^r g_t(t_i^r) + \sum_{j=1}^m a'_{jR} \sum_{i=1}^{n_r} C_i^r |g_t(t_i^r)| \geq Y_C^r - Y_R^r \quad (21c)$$

$$\sum_{j=1}^m a'_{jC} (g_t(sP) - g_t((s+1)P)) - \sum_{j=1}^m a'_{jR} (|g_t(sP)| - |g_t((s+1)P)|) \geq 0, s = 1, \dots, u-1 \quad (21d)$$

$$\sum_{j=1}^m a'_{jC} (g_t(sP) - g_t((s+1)P)) + \sum_{j=1}^m a'_{jR} (|g_t(sP)| - |g_t((s+1)P)|) \geq 0, s = 1, \dots, u-1 \quad (21e)$$

$$\sum_{j=1}^m a'_{jC} (g_t(uP) - \sum_{j=1}^m \frac{a'_{jR}}{L^{-1}(\alpha^*)} |g_t(uP)|) \geq -1 \quad (21f)$$

$$\sum_{j=1}^m a'_{jC} (g_t(P)) + \sum_{j=1}^m \frac{a'_{jR}}{L^{-1}(\alpha^*)} |g_t(P)| \leq 0 \quad (21g)$$

$$a'_{jR} \geq 0 \quad j = 1, 2, \dots, m \quad (21h)$$

### 3. EL MERCADO ARGENTINO DE TÍTULOS PÚBLICOS

Para analizar el mercado de deuda pública argentina a los fines de este trabajo, es necesario realizar un breve resumen de las distintas emisiones de deuda que realizó el gobierno nacional a partir de 1990, llegando a nuestros días. Se puede dividir este periodo en 3 subperiodos. El primero de ellos se extiende entre 1990 y 1993, el segundo entre 1993 y el 2001, y el último del 2001 hasta el 2005.

En 1991 para hacer frente a atrasos acumulados con jubilados y pensionados y con proveedores del sector público el Estado emitió bonos denominados Bocones<sup>5</sup> (Bonos de Consolidación de Deuda), tanto en pesos como en dólares. En total, se emitieron dos series de Bocones previsionales y dos series de Bocones proveedores. Además, se emitieron los llamados Botes (Bonos del Tesoro) y los Botesos, para hacer frente a otro tipo de deuda que mantenía el sector público.

---

<sup>5</sup> Es necesario aclarar que los Bocones no se adjudicaron mediante oferta pública sino que los acreedores fueron forzados a recibir estos instrumentos como forma de pago.

En diciembre de 1992, Argentina llegó a un acuerdo de refinanciación de su deuda con los bancos a través de un menú de instrumentos de pagos. Este acuerdo se firmó en abril de 1993 y se denominó Plan Brady. Básicamente, consistió en la refinación de la deuda que el Gobierno Nacional tenía con los grandes bancos extranjeros, principalmente norteamericanos. Este acuerdo representó una refinanciación de los pasivos por vencer a mayores plazos en relación a los originales (30 años a partir de esta fecha), una quita de deuda y la instrumentación de un *título* para la cancelación de los atrasos por intereses acumulados hasta ese entonces, junto con un pago en efectivo de 700 millones de dólares. Se emitieron 26.6 mil millones de dólares en nuevos bonos de canje, distribuidos en Bonos Par, al Descuento y Bonos a Tasa Flotante (FRB), los que se conocen como Bonos Brady.

A partir de aquí se comienza a ver un cambio cualitativo en la composición de la deuda pública argentina, debido a que se emitieron títulos en distintas monedas, plazos y los mismos se comercializaban en mercados internacionales diversos.

Además, en 1993 se emiten los primeros bonos Globales y los Eurobonos. En 1996 se emitieron títulos a corto plazo denominados Letes (Letras del tesoro), a 3, 6 y 12 meses, y títulos a mediano y largo plazo denominados Bontes (Bonos del Tesoro).

Entre 1994 y 1999 se emitió una nueva serie de Bocones y en 1997 se colocaron por primera vez bonos en pesos en mercados internacionales.

Durante 1999 se realizaron diferentes emisiones de Bontes con el objetivo de canjear deuda de vencimientos próximos y homogeneizar deudas anteriores. En resumen, se realizaron 2 tipos de canjes: en marzo se canjearon Bontes por Bonos Par y Discount (Bonos Brady), y en mayo se canjearon Bontes por alguna de las series de Bocones.

A partir de 1998 la economía argentina mostraba un claro desaceleramiento, que junto a la crisis rusa y asiática, y la posterior devaluación de la moneda brasileña en 1999, generaron un aumento de la incertidumbre por parte de los inversores internacionales en la posibilidad del gobierno argentino (como de muchos países emergentes) de hacer frente a sus compromisos internacionales. Esto se traduce en una reducción de los flujos financieros y en un incremento de las tasas de interés lo que se reflejó en el aumento del riesgo país. Este problema se intentó paliar en el año 2000 con lo que se denominó el "blindaje financiero", un paquete de asistencia financiera otorgado por organismos internacionales y el gobierno español. Para cumplir con

este compromiso el gobierno emitiría nuevos títulos con el aval del FMI.

La insuficiencia del blindaje para salir de la crisis financiera y la resistencia de los inversores extranjeros en invertir en bonos argentinos llevó al fracaso del blindaje.

En mayo del 2001 se anuncia el Megacanje, el cual estaba destinado a rescatar bonos con vencimiento a corto plazo a cambio de otros de más largo plazo. A través de esta operación se rescataron 46 bonos que vencían en los próximos tres años a cambio de bonos con vencimiento a 7, 17 y 31 años. Los tenedores de los bonos canjeados aceptaron esta medida debido a que los nuevos bonos garantizaban una mayor rentabilidad.

Sin embargo, el Megacanje no llegó a revertir la crisis financiera y el último intento por no declarar el *default* en noviembre del 2001 fue un plan de canje que consistía en dos etapas o fases. La Fase I del Canje de Deuda Pública se proponía canjear bonos de tenedores residentes en el país y la segunda fase estaba destinada a canjear bonos en manos de inversores extranjeros.

Los bonos elegibles para participar voluntariamente de la operación de conversión de Deuda Pública por Préstamos Garantizados incluyeron setenta y nueve (79) Títulos Públicos denominados en pesos y dólares estadounidenses, a tasa fija o flotante.

En la fase I, se emitieron Préstamos Garantizados en pesos o dólares estadounidenses, en función de la moneda en que estuviera expresada la obligación convertida y a tasa fija o flotante, en función de la obligación convertida y de la elección del tenedor de títulos elegibles de acuerdo al menú de opciones que se ofreció al efecto. La Fase II del canje no se llevó a cabo debido a la renuncia en diciembre de ese año del presidente de la nación.

En enero del 2002 se declara la salida de la convertibilidad y el mismo mes se anunció oficialmente el *default*.

A partir de ese momento se pesificaron los préstamos garantizados al tipo de cambio 1 dólar por 1,4 pesos y se redujeron las tasas de interés de los mismos, ajustando el capital por el CER<sup>6</sup>.

En febrero del 2002 el Estado comenzó a emitir lo que se denominó deuda nueva. En principio, el gobierno emitió los BODEN (Bonos del Estado Nacional) con el objetivo de compensar a los ahorristas y entidades financieras por la pesificación asimétrica y por la

---

<sup>6</sup> El CER (Coeficiente de Estabilización de Referencia) es un índice de inflación.

liberalización de los depósitos reprogramados. El primero de ellos fue un bono denominado en dólares a 5 años (Boden 2007), luego se emitieron tres boden más, dos en dólares a diez y tres años (Boden 2012 y 2005), y otro en pesos a 7 años (Boden 2008). Ese mismo año se emitieron los Bonos Garantizados (BOGAR), con el objetivo de canjear deuda que las provincias mantenían principalmente con los bancos. La tasa de interés de los bonos emitidos en dólares se fijó en base a la tasa Libor, en cambio, los bonos en pesos tienen una tasa interés fija del 2%, y el capital se ajusta por el Coeficiente de Estabilización de Referencia.

Dentro de lo que se denominó deuda nueva, se incluye también la emisión de Bonos de Consolidación en Moneda Nacional Cuarta Serie 2% (PR11 y PR12) y los Bonos de Consolidación de Deudas Previsionales en Moneda Nacional Tercera Serie 2% (PRE7 y PRE8), los que fueron ofrecidos a los titulares de BOCONES que se encontraban pendientes de cancelación.

#### **4. ESTIMACIÓN DE LA ESTRUCTURA TEMPORAL DE LOS TIPO DE INTERÉS**

##### **4.1 Datos utilizados**

Los bonos que se utilizarán para realizar la regresión son los Bonos Globales. Las causas de esta elección se deben a que son bonos que tienen la misma estructura de vencimiento, tasas fijas, pago de intereses semestrales y se encuentran emitidos en dólares. En este apartado, se debe realizar una aclaración: los bonos globales se encuentran en *default*. Además, una gran parte de los mismos se ha ofrecido para su canje por préstamos garantizados. Debido a ello, es posible que las estimaciones no sean del todo correctas, porque los precios de los mismos pueden estar reflejando esta situación. Sin embargo, el propósito de este trabajo es comparar distintas metodologías de estimación, para lo cual es útil de todas maneras. El motivo por el cual no se realizan las estimaciones con otro tipo de bonos se debe a que, a causa de la reestructuración de la deuda pública, es imposible tomar más de cinco bonos que tengan las mismas características de emisión. Tampoco que estén nominados en la misma moneda ni tengan ajustes por inflación o tasa de interés variable, debido a que los bonos que actualmente no se encuentran en *default* son los que se señalan en el apartado anterior, denominados deuda nueva.

En el mercado existen 14 bonos Globales, 13 de los cuales pagan cupón semestral y 1 de ellos (GF20) paga cupones anuales por lo cual

no se lo considera en esta muestra. Los bonos GE17, GF19 y GM10 no tienen cotización el día de la estimación, con lo cual también quedaron excluidos.

La muestra incluye 10 bonos globales. Las características de cada uno de ellos se encuentran en el Cuadro 1 del apéndice de este trabajo. La estimación se realizó con datos sobre las cotizaciones de los bonos el día 18 de enero del 2005.

#### **4.2 Estimación por Mínimos Cuadrados Ordinarios**

Los resultados de la estimación se exponen en la Tabla 1 del apéndice. Se puede observar que los coeficientes de las variables no son significativos. Sin embargo, en este modelo la significatividad de los coeficientes se mide por el  $R^2$ . Esto se debe a que se mide su capacidad para explicar la variable dependiente en forma conjunta, el mismo es de 0.99, lo que estaría diciendo que la variación de las variables independientes en conjunto explican en un 99% la variación de la variable explicada. Los coeficientes son los siguientes:

	Coeficiente	t-Statistic	Prob	$R^2$
$x_1$	-0.173004	-17. Variable 22692	0.0000	
$x_3$	-0.013438	-1.631260	0.1469	
$x_2$	-0.016645	-1.268247	0.2453	0.994712

A partir de la estimación de los coeficientes los incluimos dentro de la ecuación (1) del apartado anterior que indica el tipo de interés al contado y obtenemos la siguiente función:

$$i_t = [1 - 0.173004g_1(t) - 0.013438g_2(t) - 0.016645g_3(t)]^{1/t} - 1$$

La estructura temporal de los tipos de interés se puede observar en el Gráfico 1. Los tipos al contado se estiman para los 13 años posteriores a la estimación debido a que, como se dijo en el apartado 1, la ETI estimada por medio de los *splines* genera estimaciones poco suaves para períodos largos. Además, en los períodos más largos se tiene menos cantidad de bonos, lo que podría llevar a conclusiones erróneas en el largo plazo. En la Tabla 2 del apéndice se encuentran los tipos al contado para cada uno de los períodos.

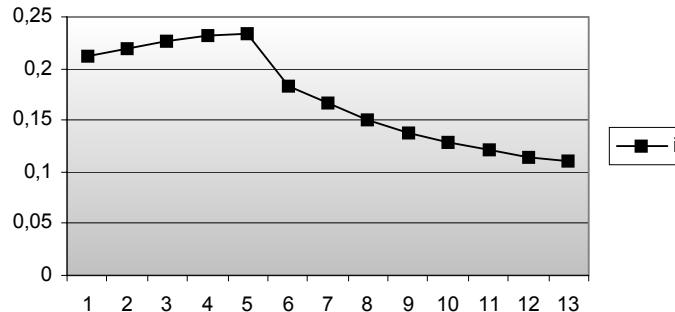


Gráfico 1. ETTI (Estimación Econométrica)

Como se puede observar, la ETTI estimada tiene una forma creciente para períodos cortos y decreciente para plazos mayores. Al basarse en la teoría de las expectativas sobre los tipos de interés, según la cual la ETTI viene determinada únicamente por las expectativas que tiene el mercado sobre los tipos de interés futuros<sup>7</sup>, la forma de la ETTI está diciendo que los agentes económicos tienen expectativas crecientes de los tipos de interés a corto plazo, pero a largo plazo los agentes económicos esperan que estos tipos caigan. Esta forma de la ETTI no es normal, es decir, en general la pendiente de la curva suele ser positiva, lo que indicaría que los tipos de interés a largo plazo son mayores que los de corto. Esta curva se denomina *curva normal* o positiva<sup>8</sup>. Las causas de la forma de la ETTI pueden ser diversas. Una de las explicaciones podría ser que los agentes económicos esperan una tendencia positiva sobre la marcha de la actividad económica, hecho que se traduciría en un ajuste de los tipos de interés a largo plazo hacia los tipos de interés internacionales.

#### 4.3 Estimación por medio de números borrosos

A partir de lo expuesto en el apartado anterior se presentan los resultados de la estructura temporal. La estimación de los coeficientes  $\tilde{a}_j$  cuando el nivel de presunción de  $\alpha^*=0$  y cuando  $\alpha^*=0,5$  es la

<sup>7</sup> Para más detalles ver Mascareñas Pérez-Iñigo, (2002)

<sup>8</sup> Mascareñas, Pascual (1997)

siguiente.

	$\alpha^* = 0$	$\alpha^* = 0,5$
$\tilde{a}_1$	(-0,1880782; 0,04844209)	(-0,18865163; 0,04786867)
$\tilde{a}_2$	(-6,5839E-05;0)	(-6,5839E-05;0)
$\tilde{a}_3$	(-0,01749889; 0)	(-0,01749889; 0)

Si se reemplazan los centros y los radios de las variables en la ecuación (1), se obtienen las siguientes ecuaciones:

$$i_{tC} = [1 - 0,188078199g_1(t) - 6,5839E-05g_2(t) - 0,01749889g_3(t)]^{-\frac{1}{t}} - 1$$

$$i_{tR} = [1 - 0,04844209g_1(t)]^{-\frac{1}{t}} - 1 \text{ para } \alpha = 0 \text{ y;}$$

$$i_{tR} = [1 - 0,04786867g_1(t)]^{-\frac{1}{t}} - 1 \text{ para } \alpha = 0,5$$

Por lo tanto, los intervalos de confianza para los tipos de interés *spot* o al contado serán:

t	IC $\alpha=0$	IC $\alpha=0,5$	Centros
1	(0,16227319; 0,25657708)	(0,1628573; 0,255992)	0,20942513
2	(0,169832355; 0,25713863)	(0,1688842; 0,256577)	0,212731091
3	(0,17230778; 0,25511251)	(0,1728391; 0,2545937)	0,2137164
4	(0,172853383; 0,24919516)	(0,173349; 0,2486991)	0,2110244
5	(0,16832618; 0,23776127)	(0,168781; 0,237306)	0,2030437
6	(0,1573331; 0,219496)	(0,157742; 0,2190864)	0,18841453
7	(0,1396263; 0,19422989)	(0,13998627; 0,193869)	0,1669281
8	(0,1209522; 0,168659385)	(0,121266; 0,168345)	0,14480580
9	(0,1070051; 0,1493557)	(0,107283; 0,1490773)	0,12818042
10	(0,09631919; 0,1343947)	(0,096569; 0,1341447)	0,11535696
11	(0,0879593; 0,1225437)	(0,0881862; 0,1223168)	0,10525152
12	(0,0813203; 0,113000)	(0,081528; 0,1127923)	0,0971601
13	(0,0759944; 0,1052194)	(0,0761859; 0,10502796)	0,0906069

El gráfico de la estimación por medio de regresiones borrosas es el siguiente:

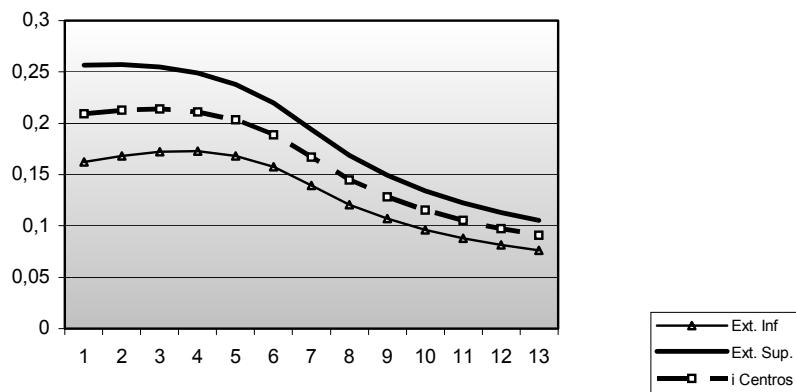


Gráfico 2. Intervalos de Confianza para  $\alpha = 0$ -Est Econométrica

En las Tablas 3 y 4 se presentan todos los resultados de la estimación borrosa.

En el siguiente gráfico se observa la ETI estimada por métodos económicos y borrosos con un nivel de presunción del 0.5.

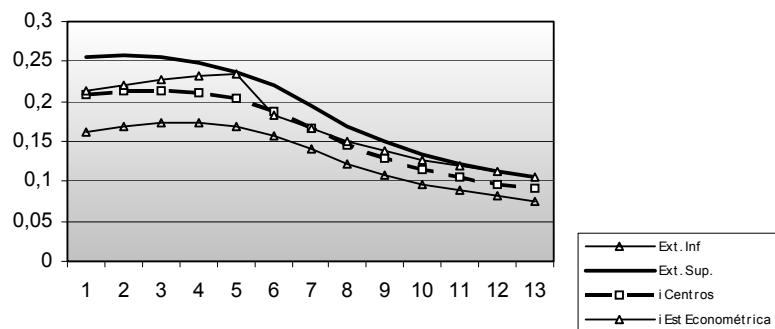


Gráfico 3. Intervalos de Confianza para  $\alpha = 0$ -Est Econométrica

Como se puede observar en el gráfico, las estimaciones por ambos

métodos no se contradicen, dado que siguen la misma tendencia. En el gráfico 3 se puede observar que la estimación econométrica se encuentra dentro de los límites superiores e inferiores de los intervalos de confianza estimados. Se considera que el hecho de contar con estimaciones realizadas por medio de números borrosos permite considerar, en principio, toda la información disponible, como es el caso de poder realizar la regresión con una horquilla de precios de los títulos públicos, y no sólo con el precio promedio, máximo o mínimo como se realiza la estimación tradicional. Además de poder incorporar más información y tener la posibilidad de trabajar con toda la incertidumbre, los resultados se pueden interpretar, no simplemente como un único valor cierto, sino como un intervalo de confianza en el cual tenemos más opciones para tomar una determinada decisión.

Al observar el gráfico 3 se puede notar que la estimación por medio de regresiones borrosas tiene un comportamiento más suave. Dicha suavidad es la causa de la incorporación de una mayor cantidad de información en la estimación. En el modelo de los *splines* uno de los problemas que se plantea para obtener estimaciones que no sean explosivas o demasiado oscilantes es la cantidad de funciones a estimar. McCulloch encuentra que existe un *trade-off* entre suavidad y ajuste, es decir, tomando un elevado número de funciones el ajuste será casi perfecto, pero existe la posibilidad de que ese ajuste no sea del todo suave. Sin embargo, tomando un pequeño número de funciones la curva será suave pero no se ajustará a todos los datos existentes. No se puede concluir que la estimación por medio de regresiones borrosas sea la solución para los problemas de oscilaciones bruscas del modelo de McCulloch, pero sí abrir un interrogante en relación a ello. De todas formas, se es conscientes de los problemas que se tienen en cuanto a la muestra, por lo cual sería necesario realizar la misma estimación con una muestra más adecuada.

## **5. CONCLUSIONES**

El objetivo del trabajo ha sido estimar la estructura temporal de los tipos de interés para el mercado argentino de títulos públicos, con el fin de comparar las diferentes metodologías de estimación. Además, verificar si los resultados son razonables debido a las características del mercado argentino de títulos públicos.

Para realizar la estimación se aplicó el modelo de McCulloch (1975) tomando una muestra de 10 bonos emitidos por el gobierno argentino, y se realizó la estimación en una fecha concreta (18/01/2005). Resulta oportuno volver a marcar las dificultades que aparecen al observar la

muestra. En primer lugar, los bonos que se eligieron para realizar la estimación se encuentran en reestructuración y parte de ellos se canjearon por Préstamos Garantizados. Otro problema que surge al realizar la estimación es que la muestra es pequeña. Sin embargo, a partir de test económétricos que se han realizado a la estimación, la misma cumple con los requisitos para considerar a los resultados significativos.

Luego, a partir del modelo de estimación de la estructura temporal de los tipos de interés de los autores de Andrés (2000), y de Andrés, Terceño (2003);(2004), se realizó la estimación por medio de números borrosos.

Los resultados de la aplicación de ambas metodologías no se contradicen e incluso la estructura temporal sigue la misma tendencia. Como anteriormente se señaló, la ETTI estimada por medio de regresiones borrosas contiene mayor información que la realizada por mínimos cuadrados ordinarios. Esto se traduce en una mayor suavidad de la estructura temporal. Este resultado es muy positivo debido a que en el modelo de McCulloch se plantea un *trade-off* entre ajuste y suavidad. De todas formas, es necesario realizar esta estimación con bonos emitidos por el Estado que se encuentren en condiciones normales para llegar a una conclusión definitiva en relación a este último punto.

## BIBLIOGRAFÍA

- Abad Romero, P.; Robles Fernández, M.D. (2004). Estructura temporal de los tipos de interés. Teoría y evidencia empírica. UEM-CEES, 2000, 42 pp., DT 1/00.
- BOLSA DE COMERCIO DE BUENOS AIRES. (2005). Series de precios de los títulos públicos. [www.bolsar.com](http://www.bolsar.com). Buenos Aires.
- Buckley, J.J.; Qu, Y. (1990b). "On using  $\alpha$ -cuts to evaluate fuzzy equations". *Fuzzy Sets and Systems* Vol 38. pp. 309-312.
- Dabós, M.; Bugallo, F. (2000). *Term Structure of Interest rate changes during international financial crises: The case of Argentina vs. USA*. Córdoba, Argentina. Asociación Argentina de Economía Política.
- de Andrés Sánchez, J. (2000). *Estimación de la estructura temporal de los tipos de interés mediante números borrosos. Aplicación a la valoración financiero-actuarial y análisis de la solvencia del asegurador de vida*. Tesis Doctoral. Universidad Rovira i Virgili. España.

- de Andrés Sánchez, J.; Terceño, A. (2003). "Estimating a term structure of interest rates for fuzzy financial pricing by using fuzzy regression methods". *Fuzzy Sets and System*, nº 139. pp. 313-331.
- de Andrés Sánchez, J.; Terceño, A. (2004). "Estimating a fuzzy term structure of interest rates using fuzzy regression techniques". *European Journal of Operational Research*, nº 154. pp. 804-818.
- Ferruz Agudo, L.; Portillo Tarragona, M.P.; Sarto Marzal, J.L. (2001). *Dirección financiera del riesgo de interés*. Madrid. Ed. Pirámides.
- INSTITUTO ARGENTINO DE MERCADO DE VALORES DE BUENOS AIRES S.A. (2003). BODEN y Préstamos Garantizados Bajo Distintos Escenarios de Superávit Primario. *Informes mensuales*. Buenos Aires.
- INSTITUTO ARGENTINO DE MERCADO DE VALORES DE BUENOS AIRES S.A. (2005). Buenos Aires. Publicaciones Semanales.
- Kaufmann, A.; Gil Aluja, J.; Terceño, A. (1994). *Matemática para la economía y la gestión de empresas*. Barcelona. Editor Foro Científico.
- Mascareñas Pérez-Iñigo, J. (2002). *Gestión de activos financieros de renta fija*. Madrid. Ed. Pirámides.
- Mascareñas Pérez-Iñigo, J.; López Pascual, J. (1997). *Renta fija y fondos de inversión*. Madrid. Ed. Pirámides.
- McCulloch, J.H. (1971). "Measuring the term structure of interest rates". *The Journal of Business* 34. pp.19-31.
- McCulloch, J.H. (1975). "The tax-adjusted yield curve". *Journal of Finance* 30. pp. 811-829.
- Potoni, A. (2005). "Deuda, default y canje". Reporte del ClubMacro. I semana marzo del 2005.
- Romero, P.; Robles Fernández, M.D. (2004). "Estructura temporal de los tipos de interés: Teoría y evidencia empírica". *Working Paper*. Universidad Complutense.
- Tanaka, H. (1987). "Fuzzy data analysis by possibilistic linear models". *Fuzzy Sets and Systems*, vol 24. pp. 363-375.

## APÉNDICE

Instrumento	Emisión	Tasa de interés	Vencimiento
GD05	18/11/1998	11%	4/12/05
GO06	9/10/1996	11% anual	9/19/2006
GD08	19/06/2001	7% hasta 16/06/04. Luego 15,5%	19/12/2008
GA09	7/4/1999	11,75%	7/4/2009
GF12	21/02/2001	12,375%	21/02/2012
GJ15	15/06/2000	11,75%	15/06/2015
GE17	30/01/1997	11,375%	30/01/2017
GJ18	19/06/2001	12,25%	19/06/2018
GS27	19/9/1997	9,75%	19/09/2027
GJ31	19/06/2001	12%	19/06/31

Tabla 1. Estructura de los bonos globales utilizados para la estimación

Dependent Variable: Y				
Method: Least Squares				
Date: 09/20/05 Time: 18:53				
Sample(adjusted): 1 10				
Included observations: 10 after adjusting endpoints				
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
X1	-0.173004	0.010043	-17.22692	0.0000
X2	-0.013438	0.008238	-1.631260	0.1469
X3	-0.016645	0.013124	-1.268247	0.2453
R-squared	0.994712	Mean dependent var	-129.2092	
Adjusted R-squared	0.993201	S.D. dependent var	94.32112	
S.E. of regression	7.777262	Akaike info criterion	7.183611	
Sum squared resid	423.4007	Schwarz criterion	7.274386	
Log likelihood	-32.91805	Durbin-Watson stat	2.787125	

Tabla 2. Estimación econométrica de los coeficientes los tipos de interés *spot*

<b>t</b>	<b>i</b>
1	0,21267518
2	0,21991456
3	0,22649804
4	0,23151324
5	0,23348038
6	0,1823291
7	0,16720805
8	0,15047786
9	0,1378817
10	0,12819098
11	0,12060986
12	0,11462123
13	0,10987711

Tabla 3. Estimación de los tipos *spot*  
(Método Econométrico)

<i>t</i>	$i_{tR}$ con $\alpha^* = 0$	$i_{tC}$	Intervalos de Confianza para $\alpha^* = 0$
1	0,04715194	0,20942513	(0,16227319;0,25657708)
2	0,04440754	0,212731091	(0,16985519;0,26024087)
3	0,0414086	0,2137164	(0,17230778; 0,255112508)
4	0,03817066	0,2110244	(0,17285383;0,24919516)
5	0,034717544	0,2030437	(0,16832618;0,23776127)
6	0,03108146	0,18841453	(0,157742; 0,2190864)
7	0,0273017	0,1669281	(0,13998627; 0,193869)
8	0,02385357	0,14480580	(0,121266; 0,168345)
9	0,02117532	0,12818042	(0,107283; 0,1490773)
10	0,0190377	0,11535696	(0,096569; 0,1341447)
11	0,01729218	0,10525152	(0,0881862; 0,1223168)
12	0,0158398	0,0971601	(0,081528; 0,1127923)
13	0,0146125	0,0906069	(0,0761859; 0,105027)

Tabla 4. Centros y radios de las variables estimadas para  $\alpha^* = 0$

$t$	$i_{tR}$ con $\alpha = 0,5$	$i_{tC}$	Intervalos de Confianza para $\alpha = 0,5$
1	0,0465678	0,20942513	(0,1628573; 0,255992)
2	0,043846	0,212731091	(0,1688842; 0,256577)
3	0,04087729	0,2137164	(0,1728391; 0,2545937)
4	0,0376746	0,2110244	(0,173349; 0,2486991)
5	0,03426235	0,2030437	(0,168781; 0,237306)
6	0,0306719	0,18841453	(0,157742; 0,2190864)
7	0,0269418	0,1669281	(0,13998627; 0,193869)
8	0,023539	0,14480580	(0,121266; 0,168345)
9	0,0208969	0,12818042	(0,107283; 0,1490773)
10	0,0187877	0,11535696	(0,096569; 0,1341447)
11	0,0170652	0,10525152	(0,0881862; 0,1223168)
12	0,01563212	0,0971601	(0,081528; 0,1127923)
13	0,014421029	0,0906069	(0,0761859; 0,105027)

Tabla 5. Centros y radios de las variables estimadas para  $\alpha = 0,5$