

Ciência e Natura

ISSN: 0100-8307

cienciaenaturarevista@gmail.com

Universidade Federal de Santa Maria

Brasil

ASSIREU, Arcilan T.; LORENZZETTI, J.A.; PELLEGRINI, Cláudio C.
DERIVAÇÃO DA FREQUÊNCIA INERCIAL EFETIVA DIRETAMENTE DE
FORMULAÇÕES DESCRIPTIVAS DA TURBULÊNCIA.

Ciência e Natura, noviembre, 2013, pp. 054-056

Universidade Federal de Santa Maria

Santa Maria, Brasil

Disponível em: <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=467546172019>

- ▶ Como citar este artigo
- ▶ Número completo
- ▶ Mais artigos
- ▶ Home da revista no Redalyc

DERIVAÇÃO DA FREQUÊNCIA INERCIAL EFETIVA DIRETAMENTE DE FORMULAÇÕES DESCRIPTIVAS DA TURBULÊNCIA.

Arcilan T. ASSIREU¹, J.A. LORENZZETTI², Cláudio C. PELLEGRINI³

¹UNIFEI, Itajubá, MG, ²INPE, São José dos Campos, SP, ³UFSJ, São João del-Rei, MG
assireu@gmail.com

RESUMO

NIILER (1969) e MOERS (1975) introduziram o conceito da Frequência Inercial Efetiva (FIE), derivada a partir de considerações físicas associadas com escalas espaciais e de gradiente horizontal de velocidade. Neste trabalho, é apresentada uma derivação formal para a FIE e é mostrado que, para escoamentos turbulentos, a modificação da frequência inercial ocorre em uma forma muito mais geral do que inicialmente previsto pelos supra citados autores.

ABSTRACT

NIILER (1969) and MOERS (1975) introduced the concept of a modified inertial frequency, named Effective Inertial Frequency (EIF), based on physical considerations associated with frontal space and velocity scales. We present a formal derivation of EIF and show that for predominantly turbulent flow, the modification of the inertial frequency occurs in a much more general way than predicted by the space and velocity scale approximation.

1. INTRODUÇÃO

Evidências teóricas e observacionais suportam a ideia de que, quando o componente vertical da vorticidade relativa (ζ) representa uma fração significativa da componente vertical da vorticidade planetária (f), é mais apropriado o uso da frequência inercial efetiva (FIE). Frentes, correntes, jatos e vórtices podem influenciar os processos quase inerciais via interação não linear com o escoamento médio (MOERS, 1975, KUNZE, 1985, WELLER et al. 1982, POULAIN et al., 1992, YOUNG and BEN JELLOUL, 1997, VAN MEURS, 1997, SHERMAN, 2005, SOBARZO et al. 2007). A relação formal para esta interação foi proposta por KUNZE (1985) ($FIE \approx f + \zeta/2$) a qual foi derivada sob a hipótese de uma estratificação contínua e sob argumentos de escala que, na maioria das vezes, torna restritiva a teoria.

É apresentada neste trabalho uma derivação da FIE diretamente na Equação de Navier-Stokes (ENS) onde é mostrado que o FIE pode ser generalizado ao se assumir que a maioria dos escoamentos geofísicos apresentam comportamento turbulento.

2. A FREQUÊNCIA INERCIAL EM ESCOAMENTOS TURBULENTOS

A discussão que segue é baseada em TENNEKES e LUMLEY (1972). A principal diferença consiste do fato de que é considerada, neste trabalho, a equação do movimento, levando em conta um sistema de coordenadas que gira com velocidade angular Ω_k (associada à rotação da Terra) em oposição ao um sistema de coordenadas não rotacional. A vorticidade relativa ω é dada como

$$\omega_i = \varepsilon_{ijk} \frac{\partial u_k}{\partial x_j} \quad (1)$$

em que $\partial u_k / \partial x_j$ é a taxa de deformação e ε_{ijk} é o tensor de permutação. A taxa de deformação é expressa como a soma dos componentes simétricos (s_{ij}) e antissimétricos (r_{ij}). Nós necessitamos considerar somente o tensor antissimétrico dado por:

$$r_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} - \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right). \quad (2)$$

Alguns dos termos da ENS podem ser reescritos em termos de vorticidade a partir das expressões previamente definidas. Reescrevendo o termo de advecção $u_j \partial u_i / \partial x_j$ na ENS na forma de um tensor de gradiente, obtém-se:

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_i} - \frac{\partial}{\partial x_j} (u_i u_j) + \nu \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j \partial x_j} + 2\varepsilon_{ijk} u_j \Omega_k \quad (3)$$

Aplicando-se em 3 a equação da continuidade e reescrevendo a contribuição da viscosidade também pode ser reescrita em (3) chega-se a:

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_i} - \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial x_i} (u_j u_j) + \varepsilon_{ijk} u_j \omega_k - \nu \varepsilon_{ijk} \frac{\partial \omega_k}{\partial x_j} + 2\varepsilon_{ijk} u_j \Omega_k \quad (4)$$

Em um escoamento desprovido de rotação tem-se que $\omega_k = 0$ e a Eq. (4) torna-se:

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_i} - \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial x_i} (u_j u_j) + 2\varepsilon_{ijk} u_j \Omega_k. \quad (5)$$

Para escoamentos turbulentos, a simplificação acima não se aplica. O termo $\varepsilon_{ijk} u_j \omega_k$ é crucial para a teoria da turbulência. (TENNEKES and LUMLEY, 1972). Note que este termo é análogo a aceleração de Coriolis $2\varepsilon_{ijk} u_j \Omega_k$. O fator 2 é ausente na vorticidade porque esta é duas vezes a velocidade angular do escoamento. Portanto, a partir da combinação destes dois termos, vê-se que o “novo” termo de Coriolis para escoamentos turbulentos fica:

$$\varepsilon_{ijk} (\omega_k + 2\Omega_k) u_j. \quad (6)$$

Aplicando $\omega_k = 2\Omega_{kf}$, onde Ω_{kf} é a velocidade angular do fluido, em (6) e fazendo-se $\omega_k = \zeta = \partial u / \partial x - \partial v / \partial y$ em que ζ é a vorticidade relativa, conclui-se que o termo $f = 2\Omega \sin \phi$ nesta nova formulação é equivalente a:

$$f + \zeta / 2 = f_* \quad (7)$$

onde f_* , a frequência inercial efetiva (FIE), é a vorticidade planetária relacionada a frequência de Coriolis perturbada pela metade da vorticidade relativa do fluido.

3. CONCLUSÃO

A Equação (12), embora formalmente lembre a vorticidade absoluta (PEDLOSKY, 1979), não surgiu da equação da vorticidade e, dinamicamente, a sua conotação é diferente da vorticidade absoluta. A obtenção de f_* , a partir da Eq. (12), diferentemente dos autores citados ao longo deste trabalho não é baseada em considerações de escala, tendo surgido diretamente dos termos iniciais da ENS. Isto repercute em uma generalização para a FIE.

Agradecimentos: à FAPEMIG e ao CNPq pelo apoio.

4. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- MOOERS, C. N. K. Several effects of a baroclinic current on the cross-stream propagation of inertial-waves. **Geophysical Fluid Dynamics**, 6, 245-275, 1975.
- NIILER, P. P. On the Ekman divergence in an Oceanic jet. **Journal of Geophysical Research**, 74, 7048-7052, 1969.
- PEDLOSKY, J. Geophysical Fluid Dynamics, **Springer-Verlag**, New York, 31, 624pp, 1979.
- TENNEKES, H., and J. L. LUMLEY. A first course in Turbulence, **The MIT Press**, 300pp, 1972.