



Ciência e Natura

ISSN: 0100-8307

cienciaenaturarevista@gmail.com

Universidade Federal de Santa Maria
Brasil

PELLEGRINI, Cláudio C.; BODMANN, Bardo E. J.
UM PERFIL DINÂMICO DE PLUMAS ATRAVÉS DA ANÁLISE PERTURBATIVA DA
EQUAÇÃO DA DISPERSÃO DE POLUENTES EM COORDENADAS CILÍNDRICAS
Ciência e Natura, novembro, 2013, pp. 106-108
Universidade Federal de Santa Maria
Santa Maria, Brasil

Disponível em: <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=467546172035>

- Como citar este artigo
- Número completo
- Mais artigos
- Home da revista no Redalyc

redalyc.org

Sistema de Informação Científica

Rede de Revistas Científicas da América Latina, Caribe, Espanha e Portugal

Projeto acadêmico sem fins lucrativos desenvolvido no âmbito da iniciativa Acesso Aberto

Um Perfil Dinâmico de Plumas Através da Análise Perturbativa da Equação da Dispersão de Poluentes em Coordenadas Cilíndricas

Cláudio C. PELLEGRINI¹, Bardo E. J. BODMANN²
¹UFSJ, São João del-Rei, MG; ²UFRGS, Porto Alegre, RS

RESUMO

O presente trabalho usa métodos de perturbação e coordenadas cilíndricas para simplificar a equação advectivo-difusiva da dispersão de poluentes. Os resultados corroboram os de PELLEGRINI *et al.* (2013), obtidos em coordenadas cartesianas, e exibem interessantes simplificações resultantes da simetria axial inerente ao problema.

SUMMARY

This study uses perturbation techniques and cylindrical coordinates to simplify the advective-diffusive pollutant dispersal equation. The results corroborate the ones obtained by PELLEGRINI *et al.* (2013) in Cartesian coordinates and show some interesting simplifications due to the inherent axial symmetry of the problem.

1- INTRODUÇÃO

Em um trabalho recente, PELLEGRINI *et al.* (2013) utilizaram métodos de perturbação para simplificar a equação 3D advectivo-difusiva da dispersão de poluentes a partir de uma fonte localizada. A revisão lá apresentada mostra que a maioria dos trabalhos anteriores usa coordenadas cartesianas ortogonais, a despeito da geometria da pluma ser mais bem descrita em coordenadas cilíndricas. O presente trabalho refaz a análise de PELLEGRINI *et al.* (2013) em coordenadas cilíndricas mostrando que os resultados lá obtidos também aqui o são, mas com a vantagem de o problema ser inerentemente bidimensional neste sistema.

2- ANALISE MATEMÁTICA

Aplicando a decomposição de Reynolds às eqs. da conservação da massa (ECM) de ar e de poluente, para o escoamento de uma pluma 3D, transiente, incompressível, em coordenadas cilíndricas, sem produção de poluente por reação química, com simetria axial e tomando a média temporal segue-se

$$\frac{1}{r} \frac{\partial(r\bar{v}_r)}{\partial r} + \frac{\partial\bar{v}_z}{\partial z} = 0, \quad \frac{1}{r} \frac{\partial(rv_r')}{\partial r} + \frac{\partial v_z'}{\partial z} = 0$$

$$\frac{\partial\bar{c}}{\partial t} + \bar{v}_r \frac{\partial\bar{c}}{\partial r} + \bar{v}_z \frac{\partial\bar{c}}{\partial z} = D \left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial\bar{c}}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2\bar{c}}{\partial z^2} \right] - \left[\frac{\partial(\bar{c}'v_r')}{\partial r} + \frac{\bar{c}'v_r'}{r} + \frac{\partial(\bar{c}'v_z')}{\partial z} \right]$$

em $0 \leq r \leq R_p$, $0 \leq \theta \leq 2\pi$, $0 \leq z \leq L$, sendo L o comprimento da pluma, R_p seu raio e $L \gg R_p$. Aqui, c é a concentração volumétrica do poluente, $\mathbf{V} = (v_r, v_\theta, v_z)$ é o vetor velocidade e D é a difusividade (molecular) binária do poluente no ar. As condições de fronteira são $\bar{v}_r(R_p, \theta, z, t) = \bar{v}_{r0}$, $v_z(r, \theta, L, t) \rightarrow v_{z0}$, $\bar{c}(R_p, z, t) = 0$, $\partial\bar{c}/\partial r(0, z, t) = 0$, $\bar{c}(r, 0, t) = c_s(t)$, $\bar{c}(r, L, t) \rightarrow 0$, em que $c_s(t)$ é a concentração na fonte e $\mathbf{V}_0 = (v_{r0}, v_{z0})$

é o campo de velocidade não perturbado pela pluma.

Para adimensionalizar as eqs. anteriores propomos $V_r = \bar{v}_r/V_c$, $V_z = \bar{v}_z/U_g$, em que V_c é uma velocidade característica, arbitrária para o presente caso, $T = t/t_c$, sendo t_c um tempo característico das variações da fonte emissora, $R_1 = r/L$, $Z = z/L$, para o ar, sendo L o comprimento horizontal característico da CLA, $R_2 = r/R_p(z)$, $Z = z/L$, para o poluente (logo $R_2 = R_1 L/R_p$), $C = \bar{c}/c_s(t)$, $V_r' = v_r'/u_*$, $V_z' = v_z'/u_*$, $C' = c'/c_*$, em que $c_* = -\overline{c'v_r'}/u_*$. Para estirar as coordenadas radiais usamos $\tilde{R}_1 = R_1/\varepsilon$ e $\tilde{R}_1 = (1 - R_1)/\varepsilon$, nas ECM do ar e do poluente, respectivamente, com ε variando em $]0,1]$ e $0 \leq R_1 \leq 1$, pois a física da CLA indica que para o ar a camada limite está localizada próximo à superfície e BUSH (1992) sugere que para eqs. como a ECM de poluente as camadas limite localizam-se nos extremos do domínio ($r = R_p$). Obtém-se para a ECM do ar que $\partial V_r/(\varepsilon \partial \tilde{R}_1) = O(\partial V_z/\partial Z)$ qualquer que seja $O(\varepsilon \tilde{R}_1)$ e a ECM de poluente fica

$$\begin{aligned} \varepsilon_t \frac{\partial C}{\partial T} + \left[-V_r \frac{\partial C}{\partial \tilde{R}_1} + V_z \frac{\partial C}{\partial Z} \right] \\ = \varepsilon_D \left[\frac{\varepsilon^{-2}}{(1 - \varepsilon \tilde{R}_1)} \frac{\partial}{\partial \tilde{R}_1} \left((1 - \varepsilon \tilde{R}_1) \frac{\partial C}{\partial \tilde{R}_1} \right) + \frac{\partial^2 C}{\partial Z^2} \right] \\ - \varepsilon_* \varepsilon_{c*} \left[-\frac{\partial(C'V_r')}{\varepsilon \partial \tilde{R}_1} + \frac{C'V_r'}{1 - \varepsilon \tilde{R}_1} + \frac{\partial(C'V_z')}{\partial Z} \right] \end{aligned}$$

em que os parâmetros pequenos são $\varepsilon_t = L/U_g t_c$, $\varepsilon_L = R_p/L$, $\varepsilon_D = D/U_g L = 1/\text{Re}_D$, $\varepsilon_* = u_*/U_g$ e $\varepsilon_{c*} = c_*/c_s$. Valores típicos para as variáveis envolvidas em atmosfera neutra podem ser obtidos em PELLEGRINI *et al.* (2013) e $t_c = 3.600$ s. Segue-se que $\varepsilon_D \ll (\varepsilon_* \varepsilon_{c*})^2$. Simbolicamente a eq. anterior fica

$$\begin{array}{ccccccc} O(\varepsilon_t) & + & O(1) & = & \varepsilon_D \left[O\left(\frac{1}{\varepsilon^2}\right) + O(1) \right] & + & \varepsilon_* \varepsilon_{c*} \left[O\left(\frac{1}{\varepsilon}\right) + O(1) \right] \\ \text{Ac} & & \text{Adv} & & \text{Dif}_r & & \text{Dif}_z \quad \text{T}_{r1} \quad \text{T}_{r2} \text{ e } \text{T}_z \end{array}$$

Os limites distintivos são mostrados na Tabela 1, que usa $\varepsilon_D \ll (\varepsilon_* \varepsilon_{c*})^2$. Resultam apenas dois limites distintivos: $\varepsilon = \varepsilon_* \varepsilon_{c*}$ e $\varepsilon = \varepsilon_D/\varepsilon_* \varepsilon_{c*}$ pois não há região em que os termos Adv e Dif_r dominem juntos (nesta região quem domina é T_{r1}). O resultado está fisicamente representado na Fig. 1.

3- CONCLUSÕES

O presente trabalho analisou o perfil de concentração em plumas de poluentes resultantes da equação da advecção-difusão utilizando a própria pluma e um sistema de coordenadas cilíndrico associado. A análise mostrou que a pluma pode ser dividida em regiões onde predominam em primeira ordem de aproximação determinados termos da equação original em coordenadas cilíndricas. Os resultados corroboram as conclusões anteriores de Pellegrini *et al.* (2013) no que diz respeito ao efeito físico predominante em cada região.

Tabela 1: Limites distintivos da ECM de poluente

Termos de mesma ordem	Limite distintivo	Ordem de grandeza dos termos da equação			Termos dominantes
		Adv	Dif _r	T _{rl}	
		1	$\varepsilon_D/\varepsilon^2$	$\varepsilon_*\varepsilon_{c^*}/\varepsilon$	
Adv e Dif _r	$\varepsilon = \sqrt{\varepsilon_D}$	1	1	$\frac{\varepsilon_*\varepsilon_{c^*}}{\sqrt{\varepsilon_D}}$	T _{rl}
Adv e T _{rl}	$\varepsilon = \varepsilon_*\varepsilon_{c^*}$	1	$\frac{\varepsilon_D}{(\varepsilon_*\varepsilon_{c^*})^2}$	1	Adv e T _{rl}
Dif _r e T _{rl}	$\varepsilon = \frac{\varepsilon_D}{\varepsilon_*\varepsilon_{c^*}}$	1	$\frac{(\varepsilon_*\varepsilon_{c^*})^2}{\varepsilon_D}$	$\frac{(\varepsilon_*\varepsilon_{c^*})^2}{\varepsilon_D}$	Dif _r e T _{rl}

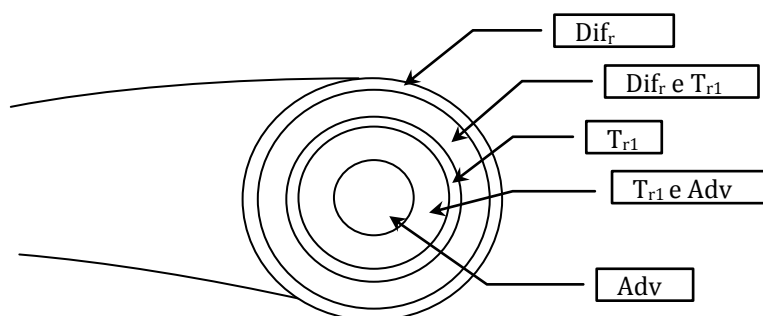


Fig. 1. Regiões de dominância dos termos na ECM poluente.

Agradecimentos: à FAPEMIG e à CAPES.

4- REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- BUSH, A. W. **Perturbation Methods for Engineers and Scientists**, CRC Press, USA, 320 pp. 1992
- PELLEGRINI, C. C. ; BUSKE, D. ; BODMANN, B. E. J. ; VILHENA, M. T. A First Order Perturbative Analysis of the Advection-Diffusion Equation for Pollutant Dispersion in the Atmospheric Boundary Layer, **Am. J. Environ. Eng.**, v. 3, p. 48-55, 2013