



Ciência e Natura

ISSN: 0100-8307

cienciaenaturarevista@gmail.com

Universidade Federal de Santa Maria

Brasil

Andrade Martinatto, Marângela; Schneider Meneghetti, Cinthya Maria; Sperotto, Fabíola  
Aiub

Atividades de Geometria para o Ensino Médio  
Ciência e Natura, vol. 37, núm. 3, 2015, pp. 254-264  
Universidade Federal de Santa Maria  
Santa Maria, Brasil

Disponível em: <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=467547643021>

- Como citar este artigo
- Número completo
- Mais artigos
- Home da revista no Redalyc

redalyc.org

Sistema de Informação Científica  
Rede de Revistas Científicas da América Latina, Caribe, Espanha e Portugal  
Projeto acadêmico sem fins lucrativos desenvolvido no âmbito da iniciativa Acesso Aberto

## Atividades de Geometria para o Ensino Médio

## Geometry Activities for High School

Marângela Andrade Martinatto<sup>1</sup>, Cinthya Maria Schneider Meneghetti<sup>2</sup>  
e Fabíola Aiub Sperotto<sup>3</sup>

<sup>1</sup>Instituto Federal do Rio Grande do Sul - Câmpus Rio Grande, RS, Brasil

<sup>2,3</sup> Universidade Federal do Rio Grande - FURG, RS, Brasil

### Resumo

*Este trabalho sugere atividades para introduzir e desenvolver conteúdos de Geometria Espacial, particularmente prismas e pirâmides, com alunos do Ensino Médio, priorizando a visualização dos sólidos no espaço, identificando as diferenças quanto ao formato e às características de seus elementos, sem a necessidade de memorização de fórmulas. Enfatiza-se também a importância da recapitulação de conceitos da Geometria Plana. Com o passar dos anos, os alunos têm encontrado dificuldades em matemática no Ensino Fundamental e isto reflete na aprendizagem desses estudantes nos conteúdos relativos ao Ensino Médio. Para verificar a veracidade desta afirmação, foi realizada uma pesquisa através de um questionário com professores que trabalham com Geometria Espacial em sete escolas de Ensino Médio da região sul do Estado do Rio Grande do Sul. As atividades sugeridas introduzem e complementam o conteúdo que encontra-se nos livros didáticos tradicionais. Os professores, mesmo com poucos recursos, poderão utilizar essas atividades com seus alunos para melhorar o aprendizado de Geometria Espacial no Ensino Médio.*

**Palavras-chave:** Geometria. Prismas. Pirâmides

### Abstract

*This work suggests activities to introduce and develop content for Solid Geometry, particularly prisms and pyramids with High School students, prioritizing the visualization of solids in space, identifying the differences in the shape and characteristics of its elements, without requiring memorization formulas. Also emphasizes the importance of recapitulation of concepts of Plane Geometry. With the passing of years, students have encountered difficulties in mathematics in Middle school and this has a direct consequence on learning of these students in contents related to the High School. To check the veracity of this statement, a survey was conducted through a questionnaire with teachers working with Solid Geometry in seven High Schools in southern State of Rio Grande do Sul. Suggested activities that introduce and complement the contents found in traditional textbooks. Teachers, even with limited resources may use these activities with their students to improve the learning of Solid Geometry in High School.*

**Keywords:** Geometry. Prisms. Pyramids

Recebido: 03/06/2014 Aceito: 08/10/2015

\* mariangela.martinatto@riogrande.ifrs.edu.br

## 1 Introdução

Atualmente tem-se percebido que o ensino de Geometria não tem merecido a devida atenção no Ensino Fundamental. Os motivos são variados, mas os principais têm sido a falta de tempo para desenvolvê-la e a preferência por outros conteúdos.

Segundo Pavanello (1993),

Uma das possíveis causas do abandono do ensino da Geometria ocorreu com a promulgação da Lei 5692/71, que dava às escolas liberdade na escolha dos programas, possibilitando aos professores de Matemática o abandono do ensino da Geometria ou deixando-o para o final do ano letivo.

Isto acarreta em um resgate do ensino de Geometria, visto que é um ramo importante da matemática, por servir como instrumento para outras áreas do conhecimento e para o cotidiano, como por exemplo, na construção civil.

O ensino de Geometria pode ser realizado de forma mais tradicional com demonstrações de fórmulas ou de forma mais contextualizada, conforme Giancaterino (2009):

Os alunos devem ser encorajados a considerar situações do dia a dia, transferindo-as para representações matemáticas (gráficos, tabelas, diagramas, expressões matemáticas, etc.), resolvê-las e interpretar os resultados à luz da situação inicial. Precisam ver não só como a Matemática é aplicada ao mundo real mas também como se desenvolve a partir do mundo que os rodeia.

Desta forma, pensando na importância que a Geometria possui no ensino de matemática buscam-se métodos alternativos de ensino e aprendizagem de forma que as aulas não fiquem apenas atreladas a um conjunto de definições e fórmulas completamente desligados de aplicações do cotidiano dos alunos.

Este trabalho tem por objetivo apresentar como vem sendo conduzido o ensino de Geometria Espacial nas escolas locais, através de relatos de professores da rede pública e particular de ensino, na cidade em que as autoras residem. A partir dos depoimentos, foram propostas algumas atividades didáticas para introduzir e complementar o conteúdo de Geometria apresentado nos livros didáticos tradicionais. Especificamente, tais atividades pretendem preparar o aluno para a transição da Geometria Plana para a Geometria Espacial identificando o conteúdo em situações do cotidiano.

Com relação à Geometria Espacial, as atividades alternativas apresentadas visam uma abordagem do conteúdo de sólidos geométricos, com o auxílio de *softwares*,

fotografias, sólidos de acrílico e embalagens de produtos, que serão trabalhadas em conjunto (e não somente) com as definições e fórmulas. A intenção é tornar as aulas mais atraentes, dinâmicas, envolvendo a participação direta do aluno que, muitas vezes, vê o estudo de matemática como cansativo e complexo, o que desestimula e antecipa o fracasso dele nesta matéria.

Como em todo processo de ensino-aprendizagem, há uma preocupação por parte dos professores quanto ao sucesso da sua abordagem do conteúdo. Para que aconteça um diálogo entre professores e alunos, as ações devem ser pensadas e executadas sempre em busca de novas metodologias que se adaptem ao cotidiano do aluno. Na próxima seção, será apresentado um relato de como está sendo conduzido o ensino de geometria em algumas escolas da região sul do estado do Rio Grande do Sul.

## 2 O Ensino de Geometria nas escolas da região

O ponto de partida da discussão de como está sendo conduzido o ensino de Geometria Espacial nas escolas da região sul do estado do Rio Grande do Sul, partiu de uma das autoras que atua no Ensino Médio Técnico desde 1989. A escola em questão tem seu reconhecimento na região por manter um padrão de exigência e seus alunos conseguem alcançar bons desempenhos tanto na vida acadêmica como no mercado de trabalho. Desta forma, cursando o Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT, surgiu a intenção de realizar uma pesquisa com os professores de outras escolas de Ensino Médio para verificar como estes professores estão conduzindo as aulas de Geometria Espacial, os principais tópicos abordados, bem como as dificuldades que esses encontram ao fazê-lo. Esta pesquisa foi realizada em sete escolas da cidade, das quais duas são da rede particular e cinco são escolas da rede estadual de ensino.

Os principais pontos questionados foram quais recursos são utilizados, quanto tempo é reservado para este conteúdo, qual o interesse e como os alunos são avaliados. Para preservar a privacidade dos professores, esses serão chamados a seguir de "Pk" (onde  $k = 1, \dots, 7$ ). Para as questões propostas, as seguintes respostas (em síntese) foram obtidas:

**P1** É usado um trimestre do terceiro ano do Ensino Médio desta escola estadual para o ensino de Geometria Espacial onde são vistos: prismas, pirâmides, cilindros, cones e esferas. Na verdade, os alunos são divididos em cinco grupos e cada grupo é que fica responsável pela apresentação do sólido (o professor só orienta). Os alunos apresentam cada

sólido com objetos de madeira, canudinhos, vidro e planificações em papelão. Quanto à maneira de avaliação, o professor explicou que a nota do aluno é de acordo com sua participação e seu envolvimento na apresentação para os colegas; disse também que o aluno só faz uma prova escrita, se é percebido pelo professor que o aluno não domina o conteúdo. Nesse caso, o aluno presta uma prova, não necessariamente sobre o sólido que o seu grupo apresentou e sim sobre um escolhido por ele (o aluno). Disse que os alunos gostam do assunto por perceberem a existência desses sólidos no seu dia a dia, apesar de terem dificuldade com relação aos pré-requisitos exigidos como Geometria Plana.

**P2** O professor da rede pública estadual explicou que os alunos têm dificuldade nesse conteúdo, por não dominarem Geometria Plana, mas gostam do assunto por conviverem com os sólidos no seu cotidiano. Disse que apresenta os sólidos aos alunos com canudinhos, palitos de madeira, sólidos de acrílico e que procura incentivar que os alunos não decorem as fórmulas na medida do possível. O conteúdo é desenvolvido em um trimestre e meio.

**P3** O professor da rede particular disse que faz uso da lousa digital e de sólidos de acrílico para as aulas de Geometria Espacial e usa um bimestre para trabalhar o conteúdo. Como se trata de uma escola que tem Educação Infantil e Ensino Fundamental, quando perguntado sobre a vantagem de trabalhar com alunos provenientes da própria escola, informou que, mesmo assim, vários alunos vêm de outras escolas e que esses apresentam muitas dificuldades com relação à Geometria Plana. Informou que é feita uma avaliação interna, a nível nacional e, portanto, os alunos fazem muitos exercícios focados nessa avaliação, no ENEM e nos vestibulares.

**P4** O professor da rede estadual informou que os alunos têm dificuldades com relação à Matemática Básica, apesar disso gostam do estudo dos sólidos. Os alunos são incentivados a não memorizarem as fórmulas, mas disse que coloca essas fórmulas nas provas. Falou também que é questionado pela direção da escola e secretaria de educação por ocasião da divulgação do índice de reprovação, ressaltando que, mesmo com pouco conhecimento dos alunos, esses conseguem aprovação. O conteúdo é estudado durante meio trimestre.

**P5** O professor da rede estadual informou que é usado o último trimestre do terceiro ano do Ensino Médio para o ensino de Geometria Espacial, que usa

quadro e giz para mostrar os sólidos e suas planificações. Disse que os alunos não têm base em Geometria Plana, têm dificuldade nas visualizações, apesar de gostarem do assunto por conseguirem relacionar ao seu cotidiano.

**P6** O professor da rede estadual disse que faz uso dos sólidos de acrílico e mostra no quadro suas planificações. Falou que não consegue exigir muito dos alunos, pois vários não sabem a diferença entre um quadrado e um círculo e que só recapitular conteúdos do Ensino Fundamental não adianta, pois muitos nunca estudaram Geometria Plana. O professor trabalha o conteúdo de Geometria Espacial durante meio trimestre.

**P7** O professor da rede privada disse que os alunos têm bastante interesse no estudo de Geometria Espacial por perceberem que vários sólidos se fazem presentes no seu dia a dia. Os sólidos são apresentados para os alunos em acrílico, as planificações em cartolina e usam *softwares* no laboratório de informática. O assunto é visto no segundo ano do Ensino Médio e o professor usa um bimestre para ensinar o conteúdo de Geometria Espacial.

A maioria dos professores entrevistados atua há mais de dez anos no ensino de matemática. Os professores entrevistados que atuam no Ensino Médio estão preocupados com as dificuldades que os alunos enfrentam em compreender conteúdos relacionados à Geometria Plana. Para contornar esta situação, o ideal seria trabalhar atividades tendo como referência o cotidiano dos alunos, mas muitas vezes, por falta de tempo os professores apenas revisam rapidamente alguns tópicos.

Ocorre que existem alunos que não assimilaram os conteúdos estudados em Geometria no Ensino Fundamental ou não estudaram de maneira adequada. Uma outra metodologia é estimular o aluno a participar do processo de ensino-aprendizagem através de atividades nas quais ele se torna agente do conhecimento produzido contribuindo para um aprendizado mais dinâmico. Pelos relatos descritos, cinco dos sete entrevistados percebem que os alunos encontram dificuldades no estudo de Geometria Espacial e poderiam buscar métodos alternativos para o processo de ensino-aprendizagem.

Percebe-se que, de maneira geral, os alunos gostam do conteúdo e a maneira usual em que este é apresentado consiste em mostrar a eles os diferentes sólidos em acrílico e a preocupação com as fórmulas é recorrente.

Geraldo Peçanha em de Almeida (2011), diz

A transposição didática pode e deve ser entendida como a capacidade de construir diariamente. Ela se dá quando o professor passa a ter coragem

de abandonar moldes antigos e ultrapassados e aceita o novo. E o aceita porque tem critérios lógicos para transformá-lo.

Essa resistência motiva a aplicação de atividades de revisão que reforcem tais conceitos, como propõe-se nas Atividades 1 e 2. Pelos relatos dos professores também fica evidente o gosto pelo conteúdo por parte dos alunos e sua facilidade em identificar os conceitos no cotidiano, o que motivou a construção das Atividades 3 e 4.

### 3 Caracterização das Atividades

#### 3.1 Objetivos

As atividades propostas podem ser aplicadas em sala de aula com o objetivo inicial de revisar os conteúdos que são pré-requisitos para o estudo da Geometria Espacial ou introduzir o conteúdo para os alunos que o estejam estudando pela primeira vez. Além disso, deseja-se incluir o aluno na construção do conhecimento e incentivar o uso de *softwares* nas aulas de matemática.

Especificamente no final desta sequência de atividades, o aluno deverá ser capaz de fazer a transição da Geometria Plana para a Geometria Espacial e identificar a presença da Geometria Espacial no dia a dia: na arquitetura e em objetos variados. Além disso, reconhecer e conceituar prismas, pirâmides e troncos de pirâmides.

As atividades propostas, mesmo com poucos recursos, são alternativas para esclarecer as principais dúvidas dos alunos e tornar as aulas diferenciadas.

#### 3.2 Público alvo

Na escola em que as atividades foram aplicadas, por se tratar do ensino técnico integrado ao ensino médio, as turmas estão divididas em cinco cursos. São usados dois bimestres para o estudo dos sólidos: prismas, pirâmides, cilindros, cones e esferas. As atividades, como se relacionavam aos dois primeiros sólidos, foram desenvolvidas em um bimestre. As maiores dificuldades dos alunos foram, no estudo de pirâmides, em diferenciar a altura do sólido e a altura de sua face e também o conhecimento insuficiente em Geometria Plana.

Na maioria das escolas de Ensino Médio da rede pública de ensino, os conteúdos referentes à Geometria Espacial são vistos no último ano, quando os alunos dominam, ou já estudaram, assuntos como Geometria Plana, Geometria Analítica e já têm um raciocínio bem desenvolvido que os possibilite solucionar os mais diferentes problemas relacionados ao assunto. Normalmente as turmas tinham, em média, de 25 até 35 alunos.

Nas turmas em que algumas dessas atividades foram aplicadas, os alunos estudam Geometria Espacial no quarto ano, portanto já têm uma maior maturidade.

Por se tratar de uma escola em que há um processo de seleção para os alunos nela ingressarem, esses se prepararam para a seleção, ou seja, estudam com mais afinco durante o Ensino Fundamental e/ou fazem cursinhos preparatórios. Dessa forma, eles chegam ao último ano mais preparados. Mesmo assim, apesar de gostarem do conteúdo de Geometria, que é a parte da Matemática mais intuitiva e concreta, encontram dificuldades com a Geometria Plana, pois as vezes ela é trabalhada de forma não contextualizada, sem exemplos práticos durante o Ensino Fundamental.

#### 3.3 Materiais e tecnologias

Uma das principais dificuldades dos alunos ao aprender Geometria Espacial é a visualização dos sólidos no espaço. Dessa forma, é importante que os professores iniciem o estudo desses identificando as diferenças quanto ao formato e às características de seus elementos.

Além disso, é importante que os alunos saibam fazer as planificações para poderem calcular as áreas de suas superfícies sem fazer uso de memorização de fórmulas. Isto pode ser feito com o auxílio de fotos, embalagens, sólidos de acrílico bem como planificações desses sólidos em cartolina e *softwares* de Geometria Dinâmica. A seguir, faz-se uma breve descrição dos recursos que podem ser utilizados ao longo das aulas.

**Fotos:** este recurso é ideal para mostrar aos alunos como as figuras geométricas estão presentes no nosso cotidiano. O professor pode sugerir aos seus alunos que fotografem imagens de objetos que sejam semelhantes aos sólidos que serão estudados. Pode-se também buscar imagens na internet ou mesmo em recortes de jornais e/ou revistas. Através de recursos multimídia o professor poderá apresentar todas as imagens escolhidas pelos alunos em sala de aula.

**Embalagens:** usando embalagens de papelão, o professor poderá sugerir aos alunos que se dividam em grupos e cada grupo poderá realizar a planificação de uma das embalagens. Através desse recurso, pode-se trabalhar conceitos de área, perímetro, ângulos, faces e vértices.

**Sólidos de acrílico:** serão manuseados pelos alunos em sala de aula. Sugere-se que também nos dias de avaliação os alunos tenham a possibilidade de requisitarem determinado sólido para entenderem melhor alguma(s) questão(ões) da prova e, inclusive, consigam deduzir as fórmulas. Se a escola não dispõe deste material concreto, pode-se construir tais sólidos com vidro, papelão, palitos de madeira ou ainda canudinhos.



**Software de Geometria Dinâmica:** este recurso fica condicionado à existência de um laboratório de informática ou à possibilidade do professor dispor de um computador, para que os alunos possam acompanhar e participar da construção dos sólidos e, por consequência, a maneira de calcular áreas e volumes. Existem várias opções de *softwares* livres que os professores podem usar, como GeoGebra, Wingeom, Winplot.

Deve ficar claro que a ideia de usar esses recursos em sala de aula é de evitar que os alunos apenas decorem as fórmulas e que a visualização do sólido (visualização espacial) associada aos conceitos de Geometria Plana são essenciais para calcular áreas e volumes. Segundo o relato do Aluno A1, que participou das aulas:

Foi muito bom para assimilar as formas do dia a dia com as nomenclaturas que víamos no colégio. Então, quando olhávamos um problema, sabíamos interpretá-lo com associações cotidianas. Me lembro que quando saímos da aula, ficamos vendo tudo pela rua e identificando formas, desde o piso hexagonal até a lixeira cilíndrica. Foi um ótimo artifício pra fixar as formas nas nossas cabeças.

Pelo relato do aluno, percebe-se a importância de aliar a visualização dos sólidos com os conhecimentos de Geometria Plana. Por isso é tão importante a recapitulação feita sobre os conceitos básicos geométricos, bem como o uso de recursos para facilitar a visualização por parte dos alunos. As atividades propostas neste trabalho têm por objetivo esclarecer várias dessas dificuldades.

### 3.4 Recomendações metodológicas

As sugestões de atividades foram construídas para que sejam aplicadas em sala de aula. Para o uso de *software*, como na Atividade 4, é necessário que a escola disponibilize um laboratório de informática, com pelo menos um computador para cada dois alunos.

Na Atividade 3, onde serão reunidas fotos e figuras de prismas e pirâmides, essas tanto poderão ser coletadas pelos alunos em período extra-classe (como tarefa), quanto em conjunto pela turma, se o professor dispuser de tempo hábil para tal.

### 3.5 Dificuldades previstas

Além de solicitar que os alunos fotografem objetos, construam seus sólidos usando materiais como canudos e palitos, o professor, para motivar a participação dos alunos, pode usar aplicações da Geometria Espacial no cotidiano como, por exemplo, quantos litros de água podemos colocar em um aquário, quantos galões de tinta

uma pessoa precisa para pintar as paredes de uma casa ou quantos metros quadrados de azulejos são necessários para completar o piso de uma peça da casa.

Em geral, este é o bimestre (ou trimestre) do ano letivo em que o aluno apresenta maiores dificuldades, pois é seu primeiro contato com Geometria Espacial. Apesar de intuitivo, não é fácil para o aluno diferenciar alguns conceitos como a altura da pirâmide e a altura de uma de suas faces laterais.

Portanto, é fundamental formalizar os conceitos através de definições, bem como a realização de atividades que relacionem o conteúdo com o cotidiano do aluno para que ele seja capaz de desenvolver o raciocínio lógico esperado.

## 4 Atividades Propostas

Segundo Suely Druck, da Universidade Federal Fluminense, mentora da Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas (OBMEP), em entrevista concedida ao jornal Zero Hora em outubro de 2012 (veja Gonzatto (2012)):

A matemática se destaca das outras disciplinas porque é sequencial, ou seja, não se aprende a multiplicar se não aprendeu a somar. Isso significa que uma etapa que não foi bem aprendida compromete o aprendizado daí por diante...

Baseada na declaração acima e no relato dos professores entrevistados, entende-se a importância dos pré-requisitos, no nosso caso a Geometria Plana, que deve ter seus conceitos bem compreendidos para que se faça com tranquilidade a transição para a Geometria Espacial.

O principal objetivo da Atividade 1 é identificar figuras geométricas planas, seus elementos e suas propriedades. Com a finalidade de retomar os conceitos da Geometria Plana, propõe-se que o professor, antes de partir para a formalização dos conceitos de perímetro, área e ângulos, inicie a aula com o questionário a seguir. Essa atividade também é útil para aqueles alunos que nunca estudaram esses conteúdos anteriormente ou que, por terem trocado de escola, ingressaram em uma turma que, apesar de ter estudado esses assuntos, precisa recapitulá-los.

#### Atividade 1. [Revisão de Geometria Plana]

Para responder às questões 1, 2, 3 observe a Figura 1.

**Questão 1.** Escreva o nome de algum objeto que você conheça e que se parece com cada um dos desenhos da Figura 1.

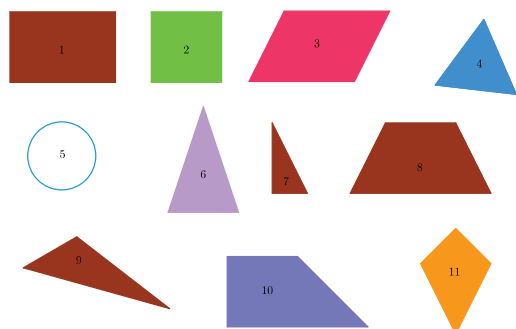


Figura 1: Atividade 1

**Questão 2.** Separe os desenhos em dois grupos, dizendo qual o critério que foi utilizado. Dica: a palavra polígono é oriunda do grego e significa

Polígono = Poli (muitos) + gono (ângulos).

**Questão 3.** Separe as figuras em três grupos, dizendo qual o critério que foi utilizado.

Supõe-se que as respostas para as questões 2 e 3 envolvam expressões do tipo “pois são parecidas” ou ainda “porque são retas”. De fato, neste momento o professor deve reunir as respostas para listar os elementos que as figuras possuem em comum, tais como: número de lados, lados de mesma medida, ângulos retos e lados opostos paralelos.

Uma segunda hipótese prevê que os alunos cometam alguns erros, podendo ser necessário trocar de grupo algum desenho. É fundamental estabelecer qual vai ser o critério utilizado em cada uma das questões. Sugerimos os seguintes critérios para a separação em dois grupos:

**Grupo 1:** polígonos que apresentam pelo menos um ângulo reto (1, 2, 7 e 10);

**Grupo 2:** polígonos que não apresentam ângulos retos (3, 4, 6, 8, 9 e 11).

Outra possibilidade, que necessita da revisão da definição de ângulos agudos e obtusos é:

**Grupo 1:** polígonos que apresentam somente ângulos agudos (4 e 6);

**Grupo 2:** polígonos que possuem ângulos retos ou obtusos (1, 2, 3, 7, 8, 9, 10 e 11).

Para a separação em três grupos, sugerimos:

**Grupo 1:** polígonos que apresentam ângulo reto e, no mínimo, dois lados de mesma medida (1 e 2);

**Grupo 2:** polígonos com ângulo reto e todos os lados com medidas diferentes (7 e 10);

**Grupo 3:** polígonos sem ângulos retos (3, 4, 6, 8, 9 e 11).

Fica evidente o fato de que nem todos os desenhos puderam ser classificados em algum grupo. O professor deve comentar com os alunos o fato de que o desenho com o número 5, o círculo, não pertencer a nenhum grupo, por não ser um polígono.

Após a Atividade 1, deve-se formalizar a definição de cada polígono. Neste trabalho não serão descritos com rigor o conteúdo e os exercícios que os alunos deverão resolver, pois isto pode ser encontrado em livros didáticos como dos Santos Machado (1988), Iezzi et al. (2001) e Giovanni et al. (2005).

A Atividade 2 revisa o conceito de perímetro e propõe o cálculo da área de figuras planas por meio de estimativas. Além disso, desenvolve a capacidade de investigação e o uso de estratégias para alcançar os resultados.

**Atividade 2.** [Revisão de cálculo de perímetro e áreas]

**Questão 4.** Observe as situações abaixo e diga qual o cálculo que deve-se fazer para determinar a resposta correta:

- quantidade de arame necessária para cercar um terreno retangular;
- quantidade de grama necessária para cobrir um terreno circular;
- quantidade de papel necessária para cobrir a tampa de uma caixa;
- quantidade de madeira necessária para fazer uma moldura de um quadro.

O aluno deverá ser capaz de, para cada item anterior, determinar o cálculo a ser feito em cada caso; com isso estará lembrando os conceitos de perímetro e área. Por exemplo, para a quantidade de arame necessária para cercar um terreno retangular, o aluno pode não lembrar da fórmula do perímetro, mas sugerir que o arame seja esticado e medido com uma fita métrica. Já para o cálculo da quantidade de grama, pode sugerir que se conte quantos “quadrados de grama” cabem no terreno e recortar as sobras. Esta questão serve para que o professor verifique a necessidade de recapitular o cálculo formal de perímetros e áreas.

Mais algumas questões podem ser propostas com o objetivo de reforçar a diferença entre calcular um perímetro e calcular uma área. A próxima questão faz com que o aluno pense em como calcular o perímetro de uma região que não é um polígono. Se até esse momento, o aluno só baseou seu raciocínio em fórmulas, obrigatoriamente deverá pensar no conceito de perímetro.

**Questão 5.** Como se pode calcular o perímetro da Figura 2?

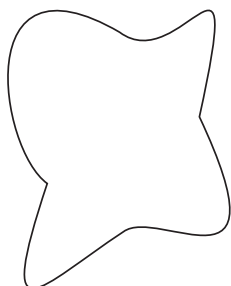


Figura 2: Questão 5

O perímetro da Figura 2 é o contorno dela; como a figura não possui lados, para medir o seu perímetro devemos contorná-la com um barbante e depois esticá-lo e calcular a medida com auxílio de uma régua ou fita métrica.

**Questão 6.** A área é a medida de uma superfície. As unidades de medida usual da área são  $m^2$  (metros quadrados) e  $cm^2$  (centímetros quadrados). Considere a Figura 3.

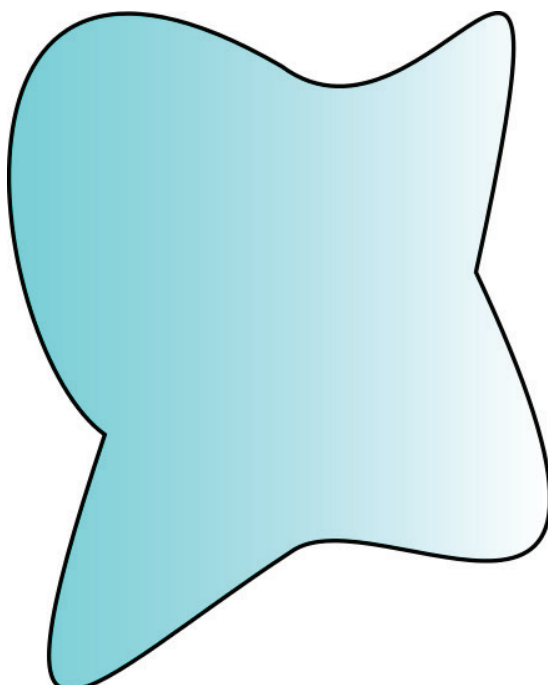


Figura 3: Questão 6

Quantos quadrados ( $m^2$  ou  $cm^2$ ) são necessários para cobrir a região delimitada?

Para esse cálculo, sugere-se que o aluno não faça o uso de fórmulas. Se julgar pertinente, o professor

pode comentar que o cálculo exato da área ou regiões como da questão 6 é feito nas disciplinas de Cálculo I da graduação de cursos da área de Ciências Exatas e da Terra e Engenharias, uma vez conhecida a equação da curva.

No caso dos alunos das turmas em que as atividades foram aplicadas, alguns já frequentavam, paralelamente ao Ensino Médio, cursos de graduação (Engenharias) e vários pretendiam cursá-los, portanto mostraram bastante interesse no cálculo de áreas de figuras com formas não notáveis (como a Figura 3), inclusive os que já frequentavam cursos de Ensino Superior comentaram a respeito do estudo de integrais e que já haviam resolvido exercícios de cálculo de áreas.

Note que deve-se salientar que existem figuras notáveis como quadriláteros, triângulos e círculos que têm fórmulas específicas para o cálculo de suas áreas.

O professor deve mostrar, no final da Atividade 2, alguns prismas e pirâmides (sem citar nomes) no quadro ou em acrílico e pedir para os alunos que, na próxima aula, tragam fotos e/ou figuras tiradas por eles ou através da internet de objetos que lembrem esses sólidos. As imagens poderão também ser recortadas de revistas, jornais ou folhetos de propaganda.

A Atividade 3 relaciona a Geometria Espacial com o dia a dia do aluno. O autor Lorenzato (1995), justifica a importância do ensino da Geometria para o cotidiano do indivíduo:

A necessidade do ensino de Geometria pelo fato de que, um indivíduo sem esse conteúdo, nunca poderia desenvolver o pensar geométrico, ou ainda, o raciocínio visual, além de não conseguir resolver situações da vida que forem geometrizadas. Não poderá, ainda, utilizar-se da Geometria como facilitadora para compreensão e resolução de questões de outras áreas do conhecimento humano.

Esta atividade é realizada para que o aluno desenvolva o pensamento geométrico e a percepção espacial. Quando identifica no seu cotidiano os prismas e as pirâmides, o aluno tem a possibilidade de associar o conteúdo abstrato com a natureza, a história e a construção civil.

O aluno A2, não estava presente na aula em que as fotos foram solicitadas; no entanto, percebeu qual o objetivo da atividade:

Bom... eu não cheguei a fazer as imagens... Mas acredito que ajuda sim, pois a principal habilidade que a geometria (tanto a plana quanto a espacial) exige é a de reconhecimento dos seus padrões de sólidos e figuras. Sendo assim, qualquer atividade que nos ajude a fragmentar um objeto/imagem



nesses padrões reconhecidos pela matemática auxilia e muito na aprendizagem da geometria. Isso porque, tirando esse reconhecimento, a geometria se reduz à aplicação de fórmulas, operações básicas e interpretação do problema que já é cobrado em todas as outras áreas da matemática.

Os objetivos da Atividade 3 são identificar e nomear prismas e pirâmides, bem como seus elementos e suas propriedades, classificá-los quanto ao formato das faces e ao número de faces e reconhecer as planificações dos sólidos geométricos estudados. Além disso, motivar a observação das formas geométricas em objetos criados pelo homem.

### Atividade 3. [Prismas e Pirâmides]

**Questão 7.** Observe as fotos na Figura 4.

Separe as fotos em quatro grupos.

**Grupo 1:** sólidos que têm todas as faces laterais iguais;

**Grupo 2:** sólidos que têm pelo menos uma face com número de vértices diferente das demais;

**Grupo 3:** sólidos que têm bases iguais;

**Grupo 4:** sólidos que têm bases diferentes.

A Figura 4 (a) mostra um sólido que possui todas as faces laterais iguais e somente uma face diferente (base), portanto pertence aos grupos 1 e 2. Na Figura 4 (b), a parte inferior é um sólido que possui bases iguais e portanto pertence ao grupo 3 e a parte superior possui uma face diferente (a base é quadrangular e não triangular como as demais) pertencendo ao grupo 2.

Na Figura 4 (c), a parte inferior possui todas as faces laterais iguais e tem bases iguais, logo pertence aos grupos 1 e 3. A parte superior da Figura 4 (c) possui todas as faces laterais iguais e somente uma face diferente (base), portanto pertence aos grupos 1 e 2. Na Figura 4 (d), a lixeira tem bases diferentes e, portanto, pertence ao grupo 4.

Algumas fotos apresentam mais de um sólido geométrico (uma pirâmide sobre um prisma, por exemplo). Essas fotos poderão ser recortadas para que a classificação possa ser feita tranquilamente. Note que os alunos, realizando essa atividade, poderão notar a diferença entre prismas e pirâmides e entre pirâmides e troncos de pirâmides. Além disso, poderão perceber que alguns sólidos são regulares e outros não são. Esta última possibilidade deve ser considerada, caso apareçam fotos de sólidos não regulares. Após esta atividade, o aluno deverá reconhecer as denominações *base* e *face* de um sólido geométrico.

Sobre a Atividade 3, o aluno A3 conclui:

Eu acho que todas as imagens, blocos que mostre para os alunos e aquele exercício com as embalagens e fotos fizeram com que seja visível o laço entre matemática e a vida real, facilitando nossa aprendizagem ao longo do conteúdo.

Durante a classificação das fotos ou embalagens, pode ser feita uma separação em dois grupos: prismas e pirâmides. Essa classificação permitirá ao professor formalizar as primeiras definições com a ajuda dos alunos.

Muitos professores já estão acostumados a usar o Geogebra 2D. No entanto, existe uma versão do Geogebra 3D que é interessante para fixar conceitos através da visualização dos sólidos. Aqui convém salientar que o objetivo dessa atividade não é ensinar o professor a usar esses recursos, somente sugerir o seu uso.

Segundo os Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio, Brasil (1999), especificamente na Parte III — Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias — uma das habilidades a serem desenvolvidas em Matemática, dentro do contexto sócio-cultural do educando, é utilizar adequadamente calculadoras e computador, reconhecendo suas limitações e potencialidades.

Para a próxima atividade, existem duas possibilidades. A primeira é que os alunos façam a atividade toda no papel e depois verifiquem no *software* e a segunda é realizar as duas tarefas simultaneamente.

### Atividade 4. [Geogebra]

1. Primeiramente, no campo *Entrada* e com a janela de visualização 3D aberta, marque três pontos no plano  $z = 0$ . Por exemplo, os pontos podem ser escolhidos no primeiro, segundo e terceiro quadrantes. Sejam  $A(1,2)$ ,  $B(-4,2)$  e  $C(-2, -2)$  três pontos no plano como mostra a Figura 5 (a).
2. Em seguida, trace o triângulo  $ABC$ , utilizando a função *Polígono* como mostra a Figura 5 (b).  
Note que quando traçado o polígono  $ABC$  na janela de visualização 2D, ele aparece automaticamente na janela de visualização 3D.
3. Construa, utilizando a função *Controle deslizante*, um segmento  $d$  com valor numérico mínimo 0 e máximo 6. Este segmento será a altura da Pirâmide que queremos construir. A função *Controle deslizante* permite que se modifique o comprimento do segmento, conforme desejado. Veja Figura 6 (a).
4. Na janela de visualização 3D, construa um plano paralelo ao plano  $z = 0$  e cuja distância ao mesmo seja  $d$ . Identifique que este plano é o lugar geométrico do vértice da pirâmide de altura  $d$  e base  $ABC$ . Para construir o plano, marque o ponto



(a)



(b)



(c)



(d)

Figura 4: Imagens da Atividade 3, questão 7

$D(0,0,0)$  e trace a esfera de centro  $D$  e raio  $d$ . A seguir, determine os pontos de intersecção da esfera com o eixo  $z$ , a saber  $E$  e  $F$ . Seja  $F$  o ponto de intersecção da esfera com o eixo  $z$ , com  $z > 0$ . Pelo ponto  $F$  trace o plano paralelo à  $z = 0$  utilizando a função *Plano Paralelo*. Veja Figura 6 (b).

5. Marque um ponto  $G$  no plano  $z = d$ , usando a função *Marcar ponto em objeto*. Construa a pirâmide  $ABCG$ , utilizando a função *Pirâmide*. A pirâmide  $ABCG$  pode ser vista na Figura 7.

Para calcular o volume da pirâmide  $ABCG$ , observe na janela de álgebra, qual a letra que define a pirâmide construída. Na Figura 7 temos a letra minúscula  $g$  na Janela de Álgebra. No campo *Entrada* digite  $V=\text{Volume}[g]$ . Isso fará com que apareça na janela de álgebra a letra  $V$  acompanhada do valor do volume da pirâmide. O aluno utiliza a opção *Mover* para deslizar o ponto  $G$  sobre o plano  $z = d$ . Neste momento é ideal explorar a seguinte ideia: pirâmides de mesma base e mesma altura terão o mesmo volume, não importa a posição do ponto  $G$ , desde que esteja sobre o plano  $z = d$  (veja que o valor de  $V$  na janela de álgebra não muda). Além disso, reforçar que esta ideia é válida tanto para pirâmides retas,

quanto para pirâmides quaisquer e não importa qual é o polígono da base.

Em um segundo momento, use a opção *Mover* para movimentar o valor do segmento  $d$ . Observe que neste caso a altura da pirâmide e seu volume se alteram.

## 5 Avaliação

A Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional, disponível em Brasil (1996), prioriza a avaliação qualitativa. Desde então, as avaliações baseadas em um processo mecânico e que consiste unicamente na memorização de fórmulas precisam ser repensadas. Deve-se ser exigente, mas priorizar o raciocínio dos alunos.

As atividades sugeridas neste trabalho podem contribuir para uma avaliação qualitativa no seguinte sentido: o professor pode organizar grupos de trabalho, onde cada grupo realiza as atividades e apresenta aos colegas os resultados obtidos e as estratégias utilizadas para a solução das questões propostas. Elas contribuem para mostrar aos alunos que nem sempre existem fórmulas prontas para resolver os exercícios de matemática e servem para associar o concreto e o abstrato.

Muitos professores têm dificuldades para construir

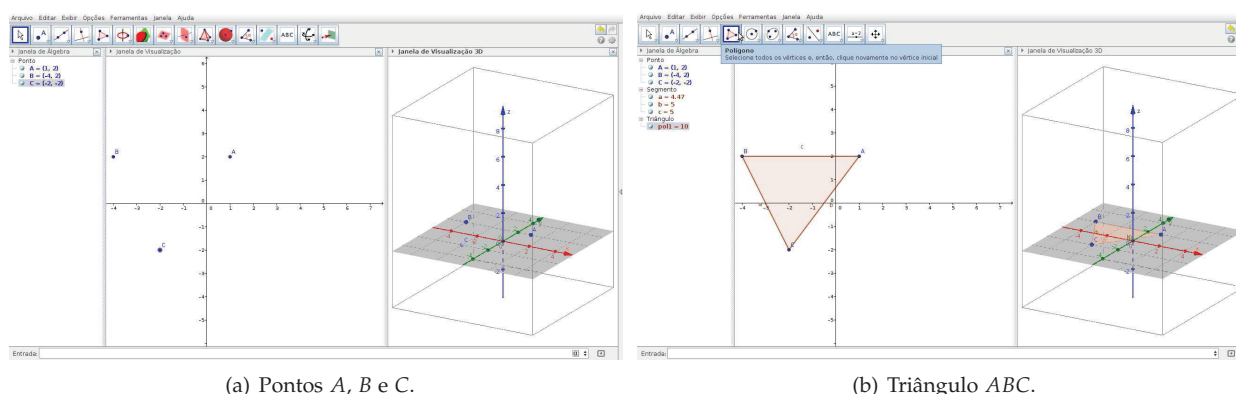
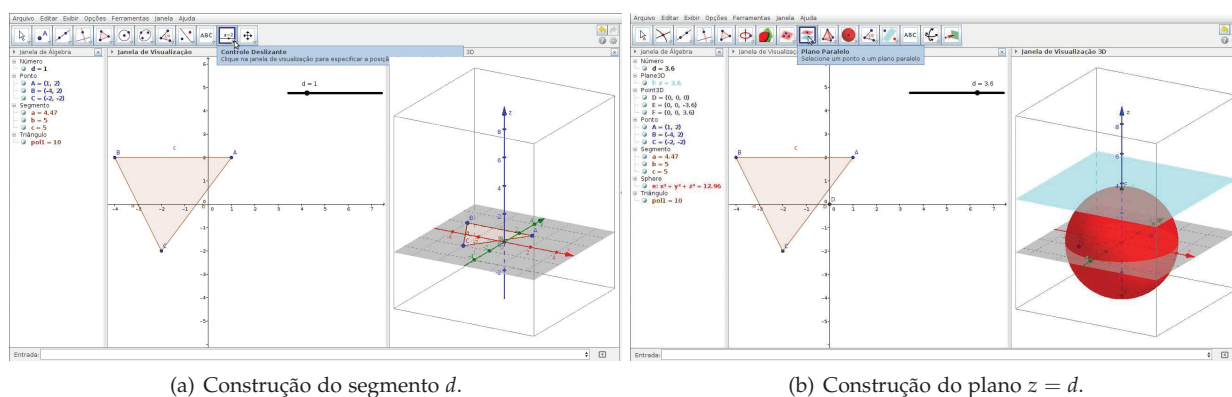


Figura 5: Pontos A, B, C e o triângulo ABC.

Figura 6: O segmento  $d$  e o plano  $z = d$ .

uma avaliação consistente e coerente com os conteúdos ensinados. De fato, nos cursos de graduação de Licenciatura em Matemática normalmente não é discutido como elaborar uma avaliação qualitativa. É necessário que a avaliação tenha exercícios que contemplem os objetivos do professor. Para justificar a escolha dos exercícios, sugere-se que o professor escreva quais conteúdos foram abordados na questão, evidenciando o planejamento.

O objetivo da avaliação não é classificar os alunos, mas definir estratégias para as aulas seguintes, identificando as falhas e dando sequência aos conteúdos compreendidos como consta na Lei das Diretrizes e Bases da educação Nacional Brasil (1996).

## 6 Considerações finais

Ao término desse trabalho, espera-se salientar a importância do ensino da Geometria no Ensino Básico, bem como mostrar que é possível ensinar os referidos conteúdos de forma eficaz e atraente.

As atividades propostas têm como objetivo auxiliar os professores na preparação de suas aulas, com o intuito de recapitular conteúdos relacionados à Geometria Plana

e incentivar o uso de materiais concretos nas aulas de Geometria Espacial.

Dessa forma, espera-se auxiliar os alunos nas resoluções de problemas e despertar um interesse maior pelos conteúdos que foram abordados, contribuindo no desenvolvimento do processo de ensino-aprendizagem.

Ao término desse trabalho, espera-se que as atividades aqui propostas sirvam para que os professores constatem a importância de recapitular pré-requisitos, ou mesmo de ensiná-los pela primeira vez, já que nem sempre os alunos os estudam adequadamente. Também é importante que a maneira de avaliar seja repensada, priorizando o raciocínio e não a mera memorização.

O aluno A4, em seu relato, manifesta a importância das atividades realizadas:

Eu acho que a maioria dos alunos acha que a matemática que vimos no ensino médio não possui uma relação com a realidade e esse tipo de pensamento acaba dificultando a aprendizagem. Acredito que, a partir do momento em que tu provas que esse pensamento é equivocado, utilizando métodos que concretizam essa relação

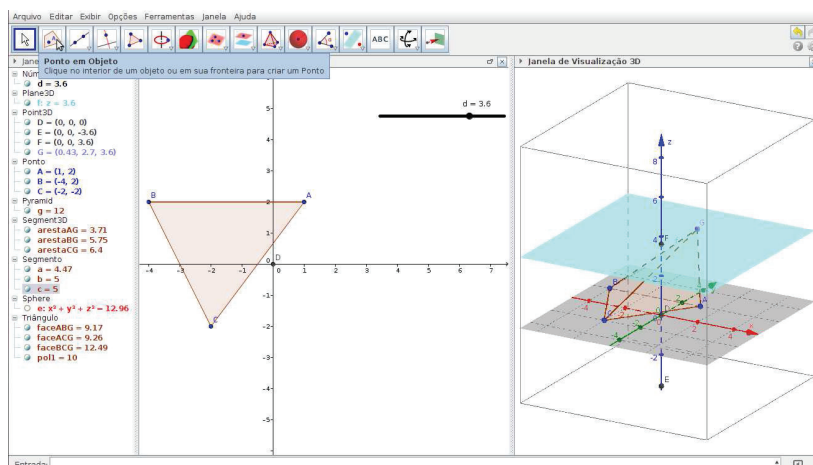


Figura 7: Construção da pirâmide  $ABCG$

entre matemática e realidade, os alunos começam a “enxergar melhor” o conteúdo e o porquê de sua existência e, dessa forma, o aprendizado começa a prevalecer.

Deve-se ter em mente o que se espera dos alunos: serem meros repetidores de conceitos ou cidadãos críticos, que usem o raciocínio e que vejam a Matemática como uma forma de ajudá-los a resolver seus problemas. Sabe-se que nem sempre os alunos conseguem aplicar os conhecimentos adquiridos tão logo estes sejam aprendidos. No entanto, a receptividade dos alunos e seus relatos mostraram que é possível incentivar um olhar seletivo sobre a matemática, precisamente sobre a Geometria, que vá além das dependências da escola.

## Referências

- Brasil, 1996. LDB - Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional. Biblioteca Digital da Câmara dos deputados. URL <http://bd.camara.gov.br>
- Brasil, 1999. PCN - Parâmetros Curriculares Nacionais - Ensino Médio. Ministério da Educação. URL <http://portal.mec.gov.br>
- de Almeida, G. P., 2011. Transposição Didática: Por onde começar? Cortez Editora, Curitiba, PR, Brasil.
- dos Santos Machado, A., 1988. Matemática: Temas e Metas. Vol. 4. Atual editora, São Paulo, SP, Brasil.
- Giancaterino, R., 2009. A Matemática sem rituais. Wak Editora, Rio de Janeiro, RJ, Brasil.
- Giovanni, J. R., Bonjorno, J. R., Junior., J. R. G., 2005. Matemática Completa. Editora FTD, São paulo, SP, Brasil.

Gonzatto, M., 2012. Por que 89% dos estudantes chegam ao final do ensino médio sem aprender o esperado em matemática? Jornal Zero Hora.

Iezzi, G., Dolce, O., Degenszajn, D., Périgo, R., de Almeida, N., 2001. Matemática: Ciência e Aplicações. Atual Editora, São Paulo, SP, Brasil.

Lorenzato, S., 1995. Por que não ensinar geometria (4), 2 – 13.

Pavanello, R. M., 1993. O abandono da geometria no brasil (1), 7 – 17.