



Praxis & Saber

ISSN: 2216-0159

praxis.saber@uptc.edu.co

Universidad Pedagógica y Tecnológica

de Colombia

Colombia

Espinosa Romero, César Iván; Jiménez Espinosa, Alfonso  
CONSTRUCCIÓN DEL CONCEPTO DE RAZÓN Y RAZÓN CONSTANTE DESDE LA  
ÓPTICA SOCIOEPISTEMOLÓGICA

Praxis & Saber, vol. 5, núm. 9, enero-junio, 2014, pp. 53-80

Universidad Pedagógica y Tecnológica de Colombia  
.png, Colombia

Disponible en: <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=477247213004>

- ▶ Cómo citar el artículo
- ▶ Número completo
- ▶ Más información del artículo
- ▶ Página de la revista en redalyc.org

redalyc.org

Sistema de Información Científica

Red de Revistas Científicas de América Latina, el Caribe, España y Portugal  
Proyecto académico sin fines de lucro, desarrollado bajo la iniciativa de acceso abierto

César Iván Espinosa Romero  
Universidad Pedagógica y  
Tecnológica de Colombia  
cesarivan.espinosa@uptc.edu.co

Alfonso Jiménez Espinosa  
Universidad Pedagógica y  
Tecnológica de Colombia  
alfonso.jimenez@uptc.edu.co

Artículo de Investigación

Recepción: 13 de noviembre de 2013  
Aprobación: 1 de julio de 2014

Revista de Investigación y Pedagogía  
Maestría en Educación. Uptc

# CONSTRUCCIÓN DEL CONCEPTO DE RAZÓN Y RAZÓN CONSTANTE DESDE LA ÓPTICA SOCIOEPISTEMOLÓGICA

## Resumen

El artículo describe cómo ciertas prácticas sociales de construcción de conocimiento acompañan la cimentación del concepto de razón y razón constante, como fase previa para la formalización del mismo; lo anterior a partir de detalladas interacciones en el aula. El artículo es el resultado de una investigación que tuvo como objetivo caracterizar el proceso de construcción social y contextual de conocimiento que un grupo de estudiantes lleva a cabo, relativo al concepto de derivada en un punto, a partir de prácticas sociales (interpretadas desde la Socioepistemología) y de las interacciones en el aula de clase. La investigación se fundamenta en la Socioepistemología, la cual critica el discurso teórico matemático escolar y considera que el conocimiento emerge de prácticas sociales situadas. Se usó el esquema metodológico socioepistemológico y el análisis de contenido. La investigación se justifica en el hecho de que el discurso teórico escolar no constituye una base propicia para el aprendizaje de las matemáticas, según los socioepistemólogos. Los resultados alcanzados permiten concluir que algunas prácticas de simulación posibilitan dicha construcción de conocimiento. En la parte final del artículo se enuncian las prácticas y se describe la construcción.

**Palabras clave:** prácticas sociales de construcción de conocimiento, prácticas sociales de simulación y modelación, razón, razón constante, Socioepistemología.

## CONSTRUCTION OF THE CONCEPT OF RATIO AND CONSTANT RATIO FROM THE SOCIAL EPISTEMOLOGICAL VIEWPOINT

### Abstract

This article describes, based on detailed classroom interactions, how some social practices of knowledge construction go with the basis of the concept of ratio and constant ratio as a previous phase to its own formalization. This is the result of a research, whose objective was to characterize the process of the social and the contextual knowledge construction that a group of students carries out, related to the concept of derivative at a point, from the social practices (as explained by the social epistemology) and the classroom interactions. This research had its basis on the social epistemology, which criticizes the theoretical mathematical school discourse, and considers that knowledge emerges from situated social practices. The methodological scheme of the social epistemology and the content analysis were used here. The reason of this research is the fact that the theoretical school discourse does not make up propitious basis for math learning, according to social epistemologists. The results give way to the conclusion that some simulation practices make such knowledge construction possible. At the end of this article the practices are stated and the construction is described.

**Keywords:** social practices of knowledge construction, social practices of simulation and modeling, ratio, constant ratio, social epistemology.

## CONSTRUCTION DU CONCEPT DE RAISON ET DE RAISON CONSTANTE DU POINT DE VUE SOCIO- ÉPISTÉMOLOGIQUE

### Résumé

Cet article décrit la manière dont certaines pratiques sociales de construction de la connaissance accompagnent la base du concept de raison et de raison constante, comme une phase préalable à la formalisation de celui-ci; ce qui précède, à partir d'interactions détaillées dans la salle de classe. Cet article est le résultat d'une recherche, ayant pour objet la caractérisation du processus de construction sociale et contextuelle, effectuée par un groupe d'étudiants et relative au concept de dérivée d'un point, à partir de pratiques sociales (interprétées selon la socio-épistémologie) et des interactions dans

la salle de classe. La recherche se base sur la socio-épistémologie, laquelle critique le discours théorique mathématique scolaire et considère que la connaissance provient des pratiques sociales de référence. Un schéma méthodologique socio-épistémologique a été utilisé ainsi qu'une analyse du contenu. La recherche se justifie par le fait que le discours théorique scolaire, selon les socio-épistémologues, ne constitue pas une base propice pour l'apprentissage des mathématiques. Les résultats obtenus permettent de conclure que certaines pratiques de simulation rendent possible cette construction de connaissance. Dans la dernière partie de l'article, les pratiques sont énumérées et la construction est décrite.

**Mots clés:** pratiques sociales de construction de connaissance, pratiques sociales de simulation et modélisation, raison, raison constante, socio-épistémologie.

## CONSTRUÇÃO DO CONCEITO DE RAZÃO E RAZÃO CONSTANTE DESDE A ÓPTICA SOCIOEPISTEMOLÓGICA

### Resumo

O artigo descreve a forma como algumas práticas sociais de construção de conhecimento acompanham a fundamentação do conceito de razão e razão constante, como vestígio prévio à formalização daquele; tudo a partir de específicas interações na sala de aula. O texto é resultado de uma pesquisa que teve como objetivo caracterizar o processo de construção social e de contexto de conhecimento que uma turma de alunos de graduação faz do conceito de derivada em um ponto, a partir de práticas sociais (interpretadas desde a socioepistemologia) e das interações na sala de aula. A pesquisa se fundamentou na socioepistemologia, a qual critica o discurso teórico matemático escolar e considera que o conhecimento emerge de práticas sociais situadas. Usou-se o esquema metodológico socioepistemológico e a análise de conteúdo. A pesquisa se justifica no fato de que o discurso teórico escolar não constitui uma base propícia para a aprendizagem da matemática, segundo os socioepistemólogos. Os resultados permitem concluir que algumas práticas de simulação possibilitam a construção de conhecimento. Na parte final do texto se enunciam as práticas e se descreve a construção.

**Palavras chave:** práticas sociais de construção de conhecimento, práticas sociais de simulação e modelação, razão, razão constante, socioepistemologia.

## Introducción

El enfoque socioepistemológico nació en México en la década de los noventa y se fundamenta en el constructivismo social<sup>1</sup> y en la definición de práctica social<sup>2</sup> que se desprende del enfoque semiótico cultural<sup>3</sup> (Cantoral, 2004). Lo mencionado es de vital importancia para el entendimiento del aprendizaje desde la Socioepistemología y en especial del aprendizaje de las matemáticas, puesto que la Socioepistemología defiende la idea de que el conocimiento se construye a partir de las prácticas sociales.

Se describe cómo un grupo de estudiantes realiza ciertas prácticas sociales de construcción de conocimiento, las cuales acompañan su construcción del concepto de razón y razón constante; dichos conceptos son bases fundamentales para la construcción clásica del concepto de derivada de una función en un punto. Se identifican y describen las prácticas sociales (entendidas desde la Socioepistemología) de construcción de conocimiento, desarrolladas por los estudiantes, denominadas prácticas de simulación, en especial la de visualización.

- 
- 1 El constructivismo social comparte las tesis fundamentales del constructivismo individual y busca complementarlo, en la medida que propone que el individuo construye conocimiento no de manera aislada, sino por medio de interacciones con su medio social, histórico y cultural.
  - 2 Se toma la definición de práctica social de Leontiev (1978/1993, citado en Radford, 2004), quien la relaciona con el saber, pensamiento y cultura. El concepto de práctica social se armoniza con la idea central de la psicología de Vygotsky. La actividad humana según Leontiev se caracteriza por el objetivo que persigue y por los medios para alcanzarlo. El objetivo de la actividad orienta a la misma. Los medios mediatizan materialmente la actividad: objetos, instrumentos, signos, lenguaje. En este escrito nos interesan algunas prácticas sociales de construcción de conocimiento, como son las de simulación, las cuales se discutirán más adelante.
  - 3 La semiótica cultural de este autor plantea el problema de la cognición humana desde una óptica antropológica. Se responde en dos etapas a la pregunta de la antropología sobre la relación existente entre cognición y cultura. La primera trata sobre la naturaleza de la cognición, aquí se parte del hecho que la base de la cognición está en la praxis social. En la segunda, la semiótica cultural plantea la cognición como reflexión de la práctica social. Así, la actividad cognitiva se entiende como actividad social, mediatizada y reflexiva de prácticas históricamente constituidas. Incluso la producción de objetos ideales no es una actividad aislada del individuo, sino más bien social. Objetivar es un encuentro de lo subjetivo y cultural. Hay dos elementos importantes en la semiótica cultural: una reconceptualización del saber y una definición cultural del pensamiento.

Para entender cómo se asume la visualización y la graficación en el presente escrito, es necesario citar a Cantoral y Montiel (2001, citados en Dolores, 2007) quienes reconocen la existencia de dos formas clásicas de entender la enseñanza de la graficación, una que asume que la graficación es una técnica o conjunto de técnicas que permiten bosquejar la gráfica de una función, y otra, menos difundida, que entiende la graficación como forma de interpretar el sentido y significado y de sus propiedades desde una perspectiva cognoscitiva. Se han adoptado los términos visualización matemática y pensamiento visual para referirse a estos procesos. La visualización matemática es caracterizada por Zimmerman & Cunningham (1991, citados en Dolores, 2007) como los procesos de “formación de imágenes (tanto mentalmente, como con la ayuda de lápiz y papel o con la ayuda de tecnología) y el uso efectivo de tales imágenes para el descubrimiento matemático y la comprensión” (481). El pensamiento visual se utiliza para describir aspectos del pensamiento matemático que se fundamentan o expresan en términos de imágenes mentales.

La investigación desarrollada en la Universidad Pedagógica y Tecnológica de Colombia (UPTC) buscó responder a la pregunta ¿cómo es el proceso de construcción social y contextual de conocimiento que un grupo de estudiantes lleva a cabo, relativo al concepto de derivada en un punto, cuando se propicia un espacio para dicha construcción a través de una secuencia didáctica centrada en el contexto y la actividad humana, la cual resignifica y rediseña el discurso matemático correspondiente al concepto en mención?

Este texto presenta una posibilidad distinta a la tradicional de ver el aprendizaje del concepto de razón y razón constante, la cual concibe que el estudiante construye conocimiento matemático a partir de sus acciones, más precisamente a partir de prácticas sociales situadas en un contexto. Debido a ello se afirma que el conocimiento no se “transmite” del profesor al estudiante de forma espontánea; presentándose aquí una forma alternativa para abordar las temáticas mencionadas, que son base para la construcción del concepto de derivada en un punto. En consecuencia se asume que el estudiante más que memorizar construye conocimiento.

La enseñanza tradicional tiene críticas desde la Socioepistemología al no considerar que el conocimiento se genere a partir de las prácticas sociales. En la enseñanza tradicional no se consideran las prácticas sociales de

construcción de conocimiento denominadas de simulación, tampoco se tiene en cuenta el contexto. La enseñanza tradicional tiene también una visión pobre sobre el aprendizaje de las matemáticas, al considerar que lo fundamental es el desarrollo de la habilidad algorítmica en el estudiante, es decir, el desarrollo de ejercicios de forma mecánica; ignorando que el conocimiento surge a partir de situaciones contextuales y prácticas sociales, según los socioepistemólogos. El conocimiento en la enseñanza tradicional se da al estudiante; no se permite una construcción, se presenta como algo acabado. Lo señalado conlleva a que los socioepistemólogos propongan una reorganización del currículo matemático escolar, fundamentándolo en las prácticas sociales; en consecuencia, es imperativo construir marcos de referencia a partir de investigaciones didácticas socioepistemológicas.

El presente escrito inicia presentando diferentes investigaciones desarrolladas bajo la teoría socioepistemológica, rescatando el papel fundamental que en este enfoque tienen las prácticas sociales y el contexto como base para la construcción de conocimiento matemático; se termina con la práctica de simulación denominada visualización como componente fundamental en el desarrollo del pensamiento matemático. En la segunda parte se realiza un acercamiento a la definición de Cálculo en Socioepistemología, además se presentan argumentos desde la misma en contra del currículo tradicional y se muestra cómo las prácticas sociales, en especial las de simulación, contribuyen al desarrollo del pensamiento y lenguaje variacional; adicionalmente se presenta la teoría socioepistemológica en cuanto a su objeto de estudio, principal problema identificado en Didáctica, entre otras características. En la tercera parte se establecen de manera general algunas prácticas sociales que posibilitan la construcción del conocimiento matemático. En la cuarta parte se precisa la metodología seguida en la investigación que dio origen a este artículo. Finalmente se describe el proceso de construcción de conocimiento sobre el concepto de razón y razón constante que un grupo de estudiantes lleva a cabo.

## Referentes teóricos

**Algunas investigaciones sustentadas en el enfoque socioepistemológico y relaciones encontradas entre ellas.** Según Arrieta, Buendía, Ferrari, Martínez y Suárez (2004) “[...] el acercamiento socioepistemológico desarrolla estrategias de investigación de naturaleza epistemológica donde ésta se entiende como el estudio de las circunstancias que favorecen o posibilitan la construcción del conocimiento” (418). En

las investigaciones socioepistemológicas se defiende la idea del papel dominante de las prácticas sociales en la construcción del conocimiento matemático, puesto que se asume que éste nace de dichas prácticas situadas en un contexto.

Al respecto Vera y Canul afirman con relación al diseño de su investigación, “[...] el diseño referido se centra, no en los contenidos matemáticos en sí o en las producciones de los participantes, sino en las prácticas sociales ejercidas por los participantes utilizando herramientas y situadas en un contexto social” (2004: 209).

En cuanto a la reconstrucción de significados de la primitiva y derivada en ambientes gráficos, Aguilar (2004) destaca que “la actividad humana es la fuente de reorganización de la obra matemática y del rediseño del discurso matemático escolar” (177); puesto que en la actividad escolar cada alumno construye significados propios sobre los diferentes conceptos matemáticos y a través de esta actividad se llega a un consenso que establece una construcción social de saberes. Es decir, se lleva a cabo una reconstrucción de significados de los procesos y conceptos matemáticos (Aguilar, 2004). La investigación de Aguilar se centró en la construcción de conocimiento a partir del teorema fundamental del cálculo, a través de la relación que existe entre el área bajo la curva de una función y su función primitiva.

Asimismo en la investigación de Flores el objetivo fundamental fue “favorecer la construcción de la regla de la cadena bajo la actividad de encontrar elementos de orden epistemológico que expliquen las dificultades vividas en su apropiación, utilizando las prácticas humanas para provocar la relación epistemología-generación de conocimiento” (2004: 249).

Aparicio y Cantoral suponen, con base en su investigación, que “los conocimientos matemáticos en la mente de los estudiantes son el producto cultural de una serie de prácticas sociales” (2004: 341). Buendía (2006) propone también una Socioepistemología de la periodicidad, fundamentada en las prácticas humanas que tienen que ver con la predicción.

Por su parte Ordóñez y Buendía defienden la idea de una construcción de la noción de lo periódico por medio de la práctica de predicción

desarrollada con ayuda de la visualización, y afirman que “La práctica de predecir se fundamenta en la idea de describir el estado posterior de la gráfica de un movimiento basándose en el estado actual, lo que equivale a utilizar la información de la cual se dispone” (2007: 428). Calvillo y Cantoral también consideran las prácticas basadas en la visualización como sustento de su investigación, cuya hipótesis principal es “La construcción de la noción de convergencia de sucesiones por parte de los estudiantes, precisa de un trato intuitivo mediante la visualización de una particular representación gráfica de las sucesiones en un solo eje” (2007: 425).

Dolores (2007) argumenta que la visualización puede ser considerada en sí misma como medio para propiciar la construcción del conocimiento matemático, y critica que ésta sólo se emplee como un mínimo apoyo en la enseñanza tradicional, ya que esto le quita su poder y riqueza didáctica, y afirma “Para nosotros la visualización no es el fin sino el medio para desarrollar pensamiento matemático, para generar y desarrollar conocimiento, no es suficiente una posición contemplativa de las gráficas sino una posición activa” (481).

Podemos hacer una caracterización del enfoque teórico sobre el que se enmarcan las investigaciones referidas siguiendo a Vera y Canul (2004), con base en tres consideraciones fundamentales que especifican que las prácticas humanas y sociales que se investigan son las que permiten el surgimiento de los conocimientos matemáticos, al respecto:

- La primacía de las prácticas sobre los objetos. Los artefactos son utilizados en el ejercicio de las prácticas con intensiones situadas en un contexto, es decir, se interactúa con herramientas;
- El carácter situado de dichas prácticas. El contexto viene a ser un componente inseparable de las prácticas. Esta inseparabilidad entre contexto y práctica está en contraste con el papel de las condiciones que facilitan o alteran las acciones;
- El carácter discursivo en la construcción social del conocimiento. Los humanos participan en el mundo construyendo sus conocimientos, sus realidades y sus herramientas, interactúan con el mundo y con otros ( 209).

**El Cálculo y la Socioepistemología.** A continuación se presentan algunas características importantes del enfoque socioepistemológico, las cuales permiten apreciar cómo se concibe esta teoría en el presente

artículo. Las características se refieren a las componentes de la perspectiva socioepistemológica, objeto de investigación de la Socioepistemología, principal problema de investigación, hipótesis principal y objetivo fundamental.

El fenómeno de aprendizaje de las matemáticas es trivial cuando se asume que el aprendizaje se lleva a cabo por medio de la transmisión de conocimientos. En este sentido sería natural que se considerara suficiente para el aprendizaje de las matemáticas que un sujeto (profesor) tuviese conocimientos en matemáticas para poder transmitir a otros (estudiantes) tales conocimientos. En esta perspectiva los libros clásicos de Cálculo serían óptimos para el aprendizaje de las matemáticas.

Actualmente el fenómeno del aprendizaje se ve más complejo y se considera que el profesor debe tener junto con el conocimiento matemático también otro, denominado didáctico, el cual depende de la concepción epistemológica que se tenga de las matemáticas (Jiménez, 2010). Además se acepta que el conocimiento no se transmite sino mas bien que se construye socialmente en un contexto. Lo anterior es compartido por la Socioepistemología, pero adicionalmente ésta parte del hecho de que el conocimiento matemático se construye a partir de prácticas sociales. La Socioepistemología es una perspectiva múltiple que concibe el fenómeno de aprendizaje de las matemáticas en cuanto interacción de las dimensiones: epistemológica del conocimiento matemático, sociocultural (y por tanto contextual), cognitiva y didáctica. Esta investigación se fundamentó en los anteriores componentes, los cuales aquí se vislumbran a medida que se narran las experiencias de clase...

Los socioepistemólogos argumentan que el conocimiento matemático va acompañado en su construcción de prácticas sociales y un contexto. Los objetos matemáticos emergen de prácticas sociales situadas en un contexto; las prácticas sociales y el contexto no sustituyen a los objetos matemáticos, mas bien acompañan a éstos en su proceso de construcción y constitución por parte del ser humano. En consecuencia se concibe al ser humano haciendo matemáticas socialmente en un contexto y, por tanto, se adopta el hecho de que el conocimiento matemático se construye socialmente, y así el objeto de la Socioepistemología es la construcción social de conocimiento matemático (Cantoral, 2011).

La crítica del discurso matemático escolar clásico es el punto de partida para definir el principal problema de la enseñanza del Cálculo, según los

socioepistemólogos; para sustentar lo dicho encontramos a Cantoral, Cordero, Farfán e Imaz (citados en Salinas & Alanís, 2009: 360) quienes señalan que la estructura formal del discurso matemático teórico es la menos propicia para comunicar las ideas del Cálculo. Establecen que el aprendizaje del Cálculo es para futuros usuarios del mismo, pero aclaran que no están a favor de técnicas como emplear rutinas algorítmicas.

La presentación formal de las definiciones del Cálculo en los libros de texto termina con aplicaciones de las mismas, que dejan la impresión de ser consecuencia inmediata de la teoría. El índice de libros de texto tradicionales muestra ese tipo de estructura en el contenido: números reales, funciones, límites, continuidad, derivada, aplicaciones de la derivada, integral y aplicaciones de la integral (Salinas & Alanís, 2009). El discurso escolar se ve afectado por esta visión del aprendizaje como la simple memorización; al respecto Ordóñez y Buendía (2007) afirman “Una de las características del discurso matemático escolar tradicional ha sido centrarse en las definiciones, tal vez, por ello, deja de lado ciertos marcos de referencia donde pudiera resignificarse la matemática” (427). La Socioepistemología es consciente de tal problema y por su parte considera como hipótesis que la actividad es la fuente de reorganización de la obra matemática y del rediseño del discurso matemático escolar.

La Socioepistemología tiene entonces como objetivo fundamental contribuir a la construcción de los mencionados marcos de referencia, basados en propuestas didácticas centradas en las prácticas sociales que buscan resignificar el conocimiento matemático escolar y rediseñar su discurso, y por tal razón pretende llegar a “construir epistemologías de prácticas que, por un lado, amplíen la explicación de los fenómenos de construcción de conocimiento y, por otro, fundamenten el rediseño del discurso matemático escolar” (Montiel & Buendía, 2011: 446).

El pensamiento variacional es común a las investigaciones mencionadas en el apartado anterior, las cuales abordan temas de cálculo diferencial, cálculo integral, funciones trigonométricas, exponenciales, continuidad, periodicidad de funciones, logaritmación, entre otras (Ferrari & Farfán, 2008).

Antes de mencionar cuestiones generales sobre la investigación didáctica en Socioepistemología, específicamente en el Cálculo, es importante primero entender cómo los socioepistemólogos conciben esta rama del

conocimiento matemático. Para esto, se cita a Cordero (1998), este autor afirma: “Consideramos el Cálculo como el estudio de los fenómenos de variación, donde la operación fundamental es la resta que modela la comparación de dos estados. Algunas veces en una situación local y otras veces en una situación global. Esta visión [...] corresponde más a una base de modelación y de uso” (59).

Según los socioepistemólogos la formalización de los fenómenos de variación que caracterizan el Cálculo se desprende de la actividad social humana, es decir, primero es la actividad y luego la formalización del fenómeno por medio de un objeto matemático, por lo cual los currículos tradicionales están mal enfocados, según ellos, puesto que parten de la formalización del objeto matemático y no de la práctica humana, como afirma Aguilar (2004) “Prácticas sociales como modelar, aproximar, predecir, medir, buscar tendencias y otras [...] no han sido integradas al currículo de las instituciones en donde se imparte el Cálculo a nivel superior. Sin embargo estas prácticas sociales han permitido construir cierto tipo de conocimiento conducente a la reconstrucción de significados en el área del Cálculo y Análisis así como temas afines” (176).

Por tal razón, en el presente escrito se estudia cómo ciertas prácticas de simulación acompañan la construcción del concepto de razón y razón constante, con lo cual se incorporan al currículo de la asignatura que abarca estos temas.

Críticas similares podemos encontrar en Viazzi y Suhit (2004), quienes critican el problema del énfasis en la memorización de conceptos y algoritmos reflejado en el currículo tradicional de Cálculo y, proponen así una Matemática centrada en la actividad y no en los objetos; de tal manera se sugiere que el estudiante aprende Matemática haciendo (la construye) y no se le debe presentar como acabada.

Dolores (2007) profundiza en el pensamiento visual y critica el hecho de que en la enseñanza tradicional se empleen las gráficas principalmente como medios de visualización de datos y no como posibilitadoras de la construcción de conocimiento, en particular del conocimiento y pensamiento variacional, por tanto, según la perspectiva socioepistemológica “Las gráficas no sólo son necesarias para transmitir información, son útiles para favorecer el desarrollo del pensamiento y lenguaje variacional. Las habilidades como la estimación, el cálculo, la

predicción, el planteo de conjeturas, para identificar lo que cambia, para correlacionar cambios, para determinar las cualidades del cambio, etc. pueden contribuir al desarrollo de este tipo de conocimiento” (479).

Este autor propone cinco acciones sistemáticas para aprovechar al máximo la práctica de simulación, denominada visualización en didáctica socioepistemológica, estas son: 1<sup>a</sup> Acción ¿Qué cambia? 2<sup>a</sup> Acción ¿Cuánto cambia? 3<sup>a</sup> Acción ¿Cómo cambia? 4<sup>a</sup> Acción ¿Qué tan rápido cambia? y 5<sup>a</sup> Acción ¿Cómo se comporta global y puntualmente la gráfica? (para encontrar una descripción detallada de estas acciones remitirse a la referencia).

Finalmente, se puede decir que centrar las investigaciones didácticas en las prácticas sociales y, en particular en la práctica de la visualización y construcción de gráficas, contribuye según los socioepistemólogos al desarrollo de ideas de variación en los estudiantes por medio de la construcción de significados, argumentaciones y procedimientos que posibilitan dichas prácticas (Flores, 2007). Lo antedicho se sustenta particularmente en el hecho de que una gráfica permite ver las características globales de una función como son, las variaciones, el crecimiento, la continuidad, la concavidad, los máximos, los mínimos, etc.

**Práctica social en el enfoque socioepistemológico.** En el enfoque socioepistemológico el conocimiento matemático surge a partir de la actividad humana, es decir, se aprende haciendo; el hacer es fuente para que el saber emerja y se constituya como tal. Como el hacer humano está normado por prácticas consensuadas que regulan las relaciones humanas, invariantemente la práctica humana se interpreta como práctica social normada, es decir, el conocimiento tiene su origen en prácticas sociales normadas, según los socioepistemólogos.

Para Arrieta, Buendía, Ferrari, Martínez y Suárez (2004), el análisis investigativo socioepistemológico se debe centrar en la relación entre las prácticas sociales y el conocimiento, de esta forma dichas prácticas se interpretan como “[...] un conjunto de acciones voluntarias que, intencionalmente desarrolla el individuo para construir conocimiento” (418).

Aquí se focalizará en estas últimas prácticas y se relacionan con la Socioepistemología en Educación Matemática. Según Camacho (2006)

las prácticas sociales centradas en el conocimiento se dividen en dos grupos “las vinculadas a los cambios del conocimiento por actividades extradidácticas, y otras, en las que el uso del conocimiento se ejerce en el salón de clase mediante actividades Didácticas” (135).

Para la Socioepistemología son importantes ciertas prácticas sociales para la construcción de conocimiento, las cuales se denominan procedimentales. Camacho (2006) divide estas prácticas en dos grandes grupos “a) aquellas donde el conocimiento matemático, en todas sus formas, toma definición en actividades de la ingeniería como la observación; y b) las actividades de corte experimental, como la simulación y la modelación, que contienen al pensamiento y el lenguaje variacional” (149). Las prácticas procedimentales de simulación y modelación consisten en traducir una situación a un lenguaje de alguna disciplina, en nuestro caso las matemáticas, con base en elementos extraídos de ella (variables, constantes, símbolos, conceptos, etc.). La tarea fundamental es establecer una interacción entre la lógica de tales elementos y la situación real, lo cual permite a los estudiantes desarrollar ciertas habilidades importantes en el pensamiento matemático. Según Camacho (2006) tales habilidades pueden ser esquematizar, formular y visualizar un problema de diferentes maneras; predecir situaciones, descubrir relaciones y regularidades, entre otras.

La Socioepistemología se enfoca en el segundo grupo de prácticas, por tal razón el presente artículo estudia cómo ciertas prácticas de simulación acompañan la construcción del concepto de razón y razón constante por parte de un grupo de estudiantes. Dentro de la práctica de simulación encontramos las actividades de graficación y manejo de datos, las cuales se consideran en la Socioepistemología como generadoras de conocimiento en sí mismas y no solo como actividades de apoyo didáctico. Según Camacho (2006) las propuestas didácticas que parten de las prácticas de simulación tienen tres características fundamentales: la selección de las prácticas sociales a través del lenguaje de los objetos matemáticos en juego, el carácter discursivo de la construcción social del conocimiento, y las interacciones en el aula.

## Metodología

**Consideraciones iniciales.** El enfoque seguido en el artículo es el cualitativo, el método empleado es el esquema metodológico

socioepistemológico y el análisis de contenido (para analizar los documentos que constituyen la solución de las actividades por parte de los estudiantes), como técnicas se usa la observación, dentro de los instrumentos considerados están los diarios de campo, grabaciones de clases y los documentos correspondientes a actividades desarrolladas por los estudiantes.

**Esquema metodológico socioepistemológico.** Para Cantoral (2011) la Socioepistemología es una teoría que tiene una base empírica, es decir, se ha construido con el estudio previo de la realidad, tratando de entenderla; no es una teoría preexistente que se aplica a la realidad, emerge de ella.

La Socioepistemología no se reduce a definir términos; la filología es la que se ocupa de ello. La Socioepistemología busca intervenir en la realidad, la filología no. Por tanto se aceptan caracterizaciones diversas de una misma noción.

El método no se simplifica en una definición tradicional positivista de método, puesto que no se ocupa de encontrar verdades y definirlas. Por las características de la teoría socioepistemológica hablar de un método puede ser contradictorio, y en efecto lo es. Se habla de un esquema más que de un método, el cual no se usa para hallar verdades (como se presume en la ciencia), sino para caracterizar fenómenos. El fin de la Socioepistemología es la construcción social de conocimiento de forma sistemática, con base en ello las investigaciones de corte socioepistemológico comparten tres características esenciales en cuanto esquema metodológico.

- *Se debe hablar sobre la naturaleza del saber.* Trata sobre una naturaleza misma del saber. Hablar del saber no se limita, en esta perspectiva, a definir la relación que éste guarda con los objetos matemáticos, sino a posicionar al ser humano en sus distintas dimensiones, en el acto mismo de construcción de sus sistemas conceptuales. Se trata de responder a la pregunta ¿Cómo las personas actúan en la construcción de sus conocimientos?

Las personas aprenden de acuerdo a cómo se relacionan con el saber en contexto.

- *La práctica social es normativa de la actividad humana y es base para construir conocimiento.* Se responde a la pregunta ¿qué nos hace hacer lo que

hacemos? Para el presente artículo se traduce en ¿qué prácticas acompañan la construcción del concepto de razón y razón constante?

- *Se realizan articulaciones teóricas con base en una fuerte evidencia empírica.* Se ocupa de caracterizar las articulaciones con una fuente de evidencia empírica. Lo anterior se puede evidenciar a lo largo del análisis de la actividad propuesta a los estudiantes, en dicho análisis se tomó información de diversas fuentes que constituyen la evidencia empírica, tales como diario de campo, videos y documentos de las actividades realizadas por los estudiantes.

La Socioepistemología no propone un método en sí, sino un esquema metodológico mediante el cual se pueden visualizar las investigaciones socioepistemológicas en cuanto a su método globalmente. El esquema está compuesto por momentos o fases bien definidas, las cuales “incluyen un conjunto de tareas propias y se singularizan por las circunstancias que dan forma al fenómeno de estudio” (Montiel & Buendía, 2011: 443), es decir, el fenómeno particular de estudio en la investigación particulariza el esquema general común a las investigaciones en Socioepistemología. Las flechas que componen el esquema representan acciones relacionantes entre los diferentes momentos. En la figura 1 se presenta el mencionado esquema (para mayor detalle consultar la referencia).

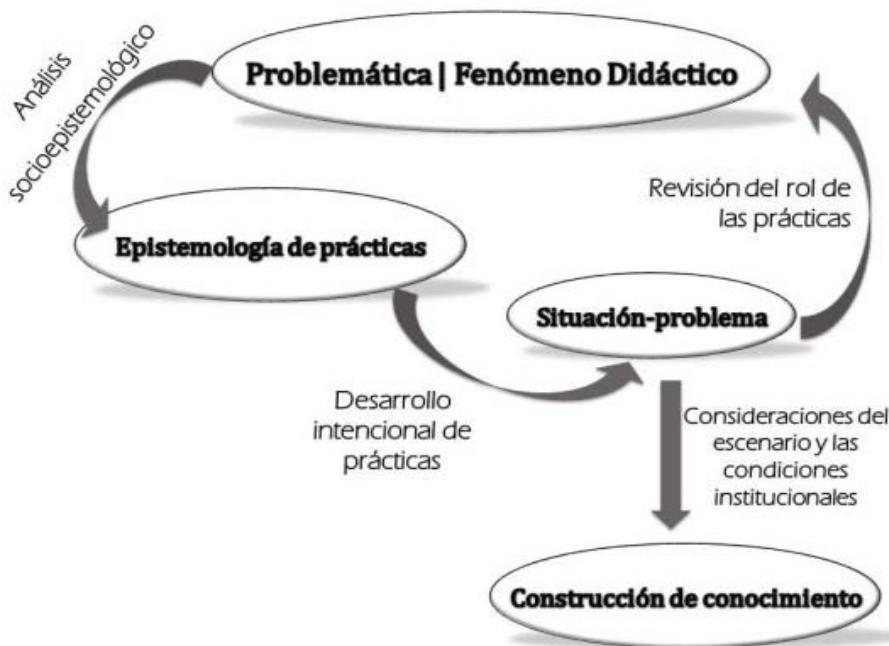


Figura 1. Esquema metodológico socioepistemológico.

Fuente: Montiel y Buendía (2011).

Según Montiel y Buendía el esquema es coherente con las investigaciones científicas en educación y en particular con las investigaciones en Educación Matemática (2011). Las mismas autoras señalan que la particularidad socioepistemológica a nivel micro, en cuanto a método, se centra en la naturaleza del contenido de los momentos y de las líneas de acción del esquema mencionado con anterioridad; a nivel macro la particularidad está en la problematización del saber matemático en cuestión y la resignificación que se propone (Montiel & Buendía, 2011).

## Principios metodológicos

Las investigaciones socioepistemológicas han problematizado el saber matemático desde, al menos, tres dimensiones de análisis (Montiel & Buendía, 2011): i. su naturaleza epistemológica; ii. su resignificación; iii. sus procesos de transmisión. Desde las tres dimensiones anteriores se proponen investigaciones de corte socioepistemológico. La unidad de análisis en dichas investigaciones se centra en la actividad humana como base para generar conocimiento; no es que se sustituya el concepto u objeto matemático por la actividad humana y las prácticas sociales, sino que mas bien éstas acompañan la construcción del mencionado concepto matemático, más precisamente anteceden al objeto y acompañan en su construcción. No se puede desligar dicho conocimiento de tales prácticas, como ocurre en enfoques tradicionales en didáctica de las matemáticas que se centran en el objeto matemático y olvidan la relación que éste tiene con las prácticas sociales y el contexto. En consecuencia se concluye que en el método y su unidad de análisis se estudia al ser humano usando y haciendo matemáticas, para proponer epistemologías de prácticas que fundamenten el desarrollo del pensamiento matemático (Montiel & Buendía, 2011).

Como el objeto de la Socioepistemología es la construcción del conocimiento matemático y se argumenta tal construcción desde las prácticas sociales, se tiene que la unidad de análisis debe involucrar tales elementos, por tal razón dicha unidad “plantea analizar la interacción entre la actividad observable de los individuos, la intencionalidad explícita de transmitir un cierto conocimiento y el conocimiento matemático en juego relativo al escenario” (Montiel & Buendía, 2011: 445), como se muestra en la figura 2.



Figura 2. Unidad de Análisis en la Socioepistemología.

Fuente: Montiel y Buendía (2011).

Por ejemplo, un estudio socioepistemológico situado en el aula, como el de la presente investigación, “plantearía como unidad de análisis la interacción del sistema didáctico, cuyas actividades están influenciadas por las condiciones propias de dicho escenario, y centraría su atención en estudiar el uso que el estudiante hace de ese saber matemático escolar, en interacción con el profesor y su papel en la trasmisión del saber” (Montiel & Buendía, 2011: 445).

La unidad de análisis referida anteriormente se adoptó en el presente escrito: la Interacción del sistema Didáctico. En el análisis de la actividad planteada a los estudiantes se da cuenta de los componentes de dicha unidad (Figura 2). La unidad no se analizó en la actividad de forma separada en cada uno de sus componentes; el análisis se hizo conforme transcurría la clase, por tanto se vislumbrará una narración del acto didáctico que permitirá ver, en diferentes momentos del mismo, el surgimiento de los componentes de la unidad.

En el análisis de la actividad podemos ver cómo surgen de manera natural los componentes, a partir de una descripción del proceso de construcción social de conocimiento que los estudiantes llevaron a cabo (componente cognitivo y didáctico) y de las prácticas sociales contextuales (componente actividad) que ellos realizaron para dicha construcción, junto con las interacciones que se dieron en el aula (también dentro del componente actividad). El componente referente al conocimiento matemático aparece

de forma evidente en el análisis de la mencionada actividad (componente conocimiento matemático). Los componentes de dicha unidad no se tomaron por separado en la investigación porque la naturaleza misma del trabajo en el aula lo impide.

El esquema metodológico socioepistemológico tiene una ruta que bosqueja el tipo de resultados al que se espera llegar: “construir epistemologías de prácticas que, por un lado, amplíen la explicación de los fenómenos de construcción de conocimiento y, por otro, fundamenten el rediseño del discurso matemático escolar” (Montiel & Buendía, 2011: 446).

**Análisis de contenido.** Según Krippendorff “el análisis de contenido es un método para el procesamiento y revisión de las dimensiones cuantitativas (médium) y cualitativas (mediador) de los contenidos de la comunicación” (16). La utilidad del análisis de contenido está en que permite “[...] formular, a partir de ciertos datos, inferencias plausibles y válidas que puedan aplicarse a su contexto” (1990, citado en Romero, 2013: 16).

**Método del análisis de contenido.** El análisis de contenido se ocupa de la naturaleza del mensaje discurso. Su finalidad es ahondar sobre la estructura interna de la comunicación, estudiando para ello su contenido semántico.

Según Cohen, Manion y Morrison (2011):

El término análisis de contenido indica el proceso de recogida y resumen de datos escritos —los contenidos principales de dichos datos y sus mensajes. De modo más preciso, el análisis de contenido define un conjunto de procedimientos estricto y sistemático para el análisis riguroso, el examen y verificación de los contenidos de datos escritos. Algunos autores lo definen como una técnica de investigación para elaborar inferencias válidas y replicables a partir de textos (u otros materiales escritos) en aquellos contextos en que se utilizan. Por texto se entiende cualquier material de comunicación escrita, que se suponen deben ser leídos, interpretados y entendidos por otras personas distintas de aquella que los analiza. El análisis de contenido se puede llevar a cabo con cualquier tipo de material escrito, desde documentos impresos a transcripciones de entrevistas, desde productos de los media hasta producciones escritas. Se utiliza frecuentemente para analizar un número considerable de textos, debido a su naturaleza sistemática, gobernada por reglas; también

permite utilizar el análisis asistido por ordenador. Utiliza la categorización para reducir grandes cantidades de datos (2011, citados en Romero, 2013: 17).

Como ya se indicó, esta técnica se empleó en el análisis de los textos entregados por los estudiantes, correspondientes a la solución de la actividad de razón y razón constante.

El análisis de contenido permite descomponer el contenido en sus unidades más simples, para lo cual utiliza de modo sistemático la determinación de temas y la identificación de categorías. La aplicación del análisis de contenido en la investigación educativa puede ayudarnos a descubrir recurrencias en el discurso, contrastar hipótesis y deducir significados en un texto (Romero, 2013). Es evidente que el análisis de los textos entregados por los estudiantes (correspondientes a la actividad) se caracterizó por tratar de vislumbrar el significado de los mismos e identificar recurrencias entre diferentes respuestas para establecer tendencias.

Se tuvieron en cuenta las etapas citadas en Romero (2013) para analizar los textos de los estudiantes en la actividad, dichas etapas permitieron filtrar la información documental relevante y someterla a un trato sistemático en cuanto análisis.

**Metodología de clase.** Para la investigación de la cual se desprende este artículo se elaboró una secuencia didáctica dirigida a la construcción del concepto de derivada en un punto, y se optó por el siguiente orden en la construcción de los conceptos: razón matemática (razón constante y variable), razón promedio y razón promedio de cambio, límite de una función en un punto, continuidad de una función en un punto, y razón instantánea de cambio. La secuencia se elaboró con base en situaciones contextuales en las que los estudiantes estuvieron implicados. El contexto de las situaciones estuvo determinado por la carrera profesional en la que los estudiantes están inscritos: Física, de la Facultad de Ciencias Básicas de la Universidad Pedagógica y Tecnológica de Colombia, dicho contexto se evidenció cuando los alumnos estudiaron el concepto de velocidad. El propósito de la secuencia fue construir, con el concepto de razón media y razón promedio de cambio, el de velocidad media, y luego el de la velocidad instantánea, que constituye el de derivada de una función en un punto.

Todas las actividades de clase partieron de los conceptos previos de los estudiantes y se tuvieron en cuenta con el objetivo de direccionarlos, modificando las estructuras iniciales con las que llegaron los mismos a las sesiones de clase, puesto que la Socioepistemología comparte con el constructivismo el hecho de que los conceptos se construyen (Cantoral, 2004).

El desarrollo de las actividades se hizo en tres etapas: una de trabajo individual, otra de trabajo grupal y una plenaria. La última consiste en la socialización y confrontación de interpretaciones y soluciones, en esta etapa se buscaron también consensos (Jiménez, Suárez & Galindo, 2010). La construcción social del conocimiento es una tesis fundamental en la Socioepistemología (Camacho, 2006). Las actividades se llevaron a cabo con base en diferentes prácticas en las que el estudiante se vio implicado y a partir de las mismas surgieron los objetos y conceptos matemáticos.

En todas las actividades estuvieron presentes las prácticas sociales para la construcción de conocimiento, denominadas procedimentales de simulación, particularmente las de graficación, manejo de datos y medición (Camacho, 2006).

En todas las actividades de clase se reflejó una selección de prácticas de las que se partió para propiciar una construcción social de conocimiento y se destacaron las interacciones importantes en el aula. Las anteriores son características de una propuesta didáctica basada en prácticas de simulación (Camacho, 2006). En este artículo se hace referencia al análisis de una actividad de la secuencia mencionada.

## Resultados

### Construcción de conocimiento del concepto de razón y razón constante<sup>4</sup>

#### Actividad

**Objetivo:** A partir de una situación contextual identificar y describir cómo intervienen algunas prácticas de simulación y modelación en la

---

<sup>4</sup> Las actividades se planearon con base en los principios de la construcción del conocimiento en el enfoque socioepistemológico y a partir de la metodología de clase ya descrita.

construcción del concepto de razón, razón constante y forma de medir una razón; dicha incorporación es una fase previa a la formalización del concepto y acompaña a la misma.

### **Actividad individual**

Problema 1: en un auditorio hay 200 estudiantes; si hay 50 hombres y el restante de estudiantes son mujeres, responda las siguientes preguntas.

1. ¿Por cada 10 hombres cuántas mujeres hay? Explique.
  2. ¿Por cada 25 hombres cuántas mujeres hay? Explique.
  3. ¿Por cada 5 hombres cuántas mujeres hay? Explique.
  4. ¿Por cada 3 hombres cuántas mujeres hay? Explique.
- Completar con el mínimo número posible
5. Por cada \_\_\_ hombres hay \_\_\_mujeres
  6. ¿Cuántas variables hay en el problema anterior?
  7. Graficar en el plano cartesiano los datos obtenidos de 1 a 5.

### **Actividad por grupos**

Respondan las siguientes preguntas:

- 8 . ¿Qué es una razón entre dos cantidades?
  - 9 . ¿La actividad anterior corresponde a la razón de qué cantidades?
  - 10 .¿En dónde aparece un cociente en la actividad anterior?
  - 11 .¿Será que razón y forma de medirla son conceptos diferentes?
- En caso afirmativo: ¿cuál es la diferencia?

### **Plenaria**

- 12 .¿Anteriormente hay una razón entre dos cantidades? Explique.
  - 13 .¿Será que razón y forma de medirla son conceptos diferentes?
- En caso afirmativo: ¿cuál es la diferencia? Explique.
- 14 .¿Cómo son los cocientes en las cantidades de 1 a 5?
  - 15 .¿La medición de una razón es siempre la misma?

### **Descripción de la construcción de conocimiento.**

El curso de toda la actividad anterior se grabó en video; en la grabación se pueden observar sucesos que tienen que ver con el trabajo individual, grupal y en plenaria. La labor del profesor consistió en dar retroalimentación y orientar a los estudiantes en la comprensión de algunas preguntas, así como en guiar las discusiones con base en el trabajo de grupo, siguiendo a Montiel y Buendía (2011: 15; Figura 2).

El concepto de razón se trata por lo general como el cociente entre dos cantidades, pero en realidad la razón es una relación; el cociente es una operación para medir las cantidades que se están relacionando por medio de la razón.

Para el diseño de la actividad se tomó el concepto ampliado de razón de Hall y Knight (1958), para quienes razón es:

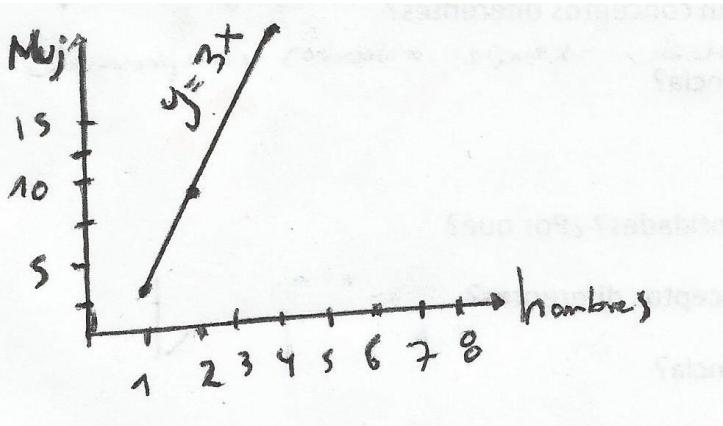
La relación que se establece entre dos cantidades de la misma especie, considerando, al compararlas, qué múltiplo parte o partes, es una cantidad de la otra.

La razón de A a B se expresa usualmente A : B. Las cantidades A y B se llaman términos de la razón. Al primer término se le llama antecedente y al segundo consecuente. Para encontrar qué múltiplo o parte es A de B, dividimos A entre B; por consiguiente, la razón A : B puede ser medida por la fracción  $\frac{A}{B}$ , notación que es más conveniente usar en la mayoría de los casos. Para que dos cantidades se puedan comparar deben estar expresadas en la misma unidad. Así la razón de 2 m a 15 dm, se mide por la fracción  $\frac{2 \times 10}{15}$ ; o sea,  $\frac{4}{3}$ .

Se aprecia que esta definición relaciona cantidades (números reales) de la misma especie, en cuanto a la unidad de medición. Sin embargo existen comparaciones entre medidas no-homogéneas que describen ciertas situaciones matemáticas, tales como la densidad poblacional, rapidez, aceleración, etc. La última consideración consiste en la ampliación a la definición anterior.

En las preguntas 1 a 5 se pretendió introducir el concepto de razón como relación, a través de las prácticas de comparación y relación entre dos cantidades (número de hombres y número de mujeres), análisis de una situación contextual y el cálculo de las incógnitas planteadas en cada una de las preguntas (práctica de simulación: manejo de datos). Las preguntas parten de una situación contextual que involucró a los estudiantes en prácticas de comparación, relación, cálculo y medición (manejo de datos). De manera implícita está el concepto de razón y su medición, así como el concepto de razón constante, esto último evidencia la componente epistemológica del enfoque socioepistemológico.

Con base en el análisis de las respuestas de los estudiantes se concluye que ellos tienen ciertos conceptos previos que les permitió hallar las respuestas correctas. Dichos conceptos tienen que ver con las operaciones básicas, así como la noción de proporción directa y regla de tres. Los estudiantes relacionaron la información dada en el problema (200 estudiantes; 50 hombres, 150 mujeres) con lo que se pidió en las preguntas. En la situación el triple del número de hombres es el de mujeres, así, de manera inmediata algunos contestaron las preguntas utilizando cálculos sencillos (práctica de manejo de datos), como multiplicar por 3 la cantidad de hombres para obtener la de mujeres.



Se pudieron vislumbrar diferentes prácticas como la modelación y el manejo de datos por todos los estudiantes; predicción con base en la aproximación y con base en el uso de un método no tradicional para operar datos, como se aprecia en seguida,

“Por cada 10 hombres hay 30 mujeres

Porque de  $200p$  (personas) –  $50h$  (hombres) =  $150m$  (mujeres)

Tal que

$$10: 30$$

$$10: 30$$

$$10: 30$$

$$10: 30$$

$$10: 30$$

---


$$10: 150$$

Dividimos 150 mujeres en cinco grupos de 10 hombres tal que,  $150 \div 5 = 30$ , esto es para cada grupo de 10 hombres le corresponden 30 mujeres” (respuesta de estudiante).

Posteriormente se pide a los estudiantes (pregunta 7) graficar en el plano cartesiano (práctica de graficación) las respuestas dadas a las preguntas anteriores. La gráfica es discreta y los puntos que la componen se pueden colocar en una línea recta que pasa por el origen.

En las gráficas dibujadas 10 estudiantes lo hicieron con línea continua, 4 estudiantes en línea de puntos, 1 estudiante no contestó y 1 estudiante dio una respuesta diferente. Como se ha dicho, en el enfoque socioepistemológico el lenguaje visual es importante para el desarrollo del pensamiento matemático, y aquí se percibe al pasar del enunciado del problema a la modelación de la situación en una gráfica y así a la conceptualización. A pesar de lo anterior, aquí se ven también falencias en la interpretación de la información de forma visual, puesto que tan solo 4 estudiantes se dieron cuenta de que la gráfica era discreta, ya que el número de hombres y mujeres sólo puede expresarse mediante un número natural. La razón como relación puede interpretarse como una función que fácilmente se puede visualizar graficando algunos de sus pares ordenados, viendo cómo a cada número natural le corresponde una única imagen. En la plenaria se hizo debate sobre la situación descrita. La fuerza de esta pregunta está en que en ella se plasmó la práctica de visualización, la cual es importante en la Socioepistemología (Dolores, 2007) puesto que permite ver la información del problema desde un lenguaje diferente al numérico y al verbal. Las prácticas de visualización y graficación permitieron caracterizar una razón constante y una razón variable.

En cuanto a la pregunta 8 se observó que hay una fuerte tendencia en las respuestas de los estudiantes a considerar la razón como una relación (tal vez por las prácticas de las preguntas 1 a 5) pero no se especificó en qué consiste dicha relación, salvo en un grupo, como se ve a continuación “es la proporción que hay entre las variables planteadas por un problema; en el ejemplo anterior es la relación entre hombres y mujeres [...]” (respuesta de un grupo). En otro grupo ocurrió lo inverso, respondieron “la razón es la diferencia entre dos cantidades”, pero no se explicitó la relación; es decir, se dijo en qué consiste la relación, pero no se declaró su presencia.

La pregunta 9 buscaba que el estudiante relacionara el problema 1 con la concepción de razón dada en la pregunta 8. Todos los estudiantes respondieron afirmativamente (se ve el concepto de razón en la actividad) y el argumento consiste esencialmente en el concepto que dieron de razón en la pregunta 8, el cual consiste en afirmar que hay una relación. Algunos estudiantes hicieron alusión al cálculo de magnitudes y a la diferenciación de cantidades, “sí, porque estamos calculando la relación de una variable dependiente (mujeres) con una independiente (hombres)” (video de la actividad).

En cuanto a la pregunta 10 en dos grupos no hay diferencia entre el concepto de razón y forma de medirla, pero no es claro por qué no se presenta dicha diferencia, como se aprecia en el grupo siguiente “no son distintas, las dos llevan a una misma conclusión, así una sea más extensa que la otra” (respuesta de un grupo).

Para un grupo hay diferencia entre los dos conceptos, pero no es clara la argumentación: “son diferentes porque en la razón se comparan variables y en la medida es el valor de un objeto estudiado”. En dos grupos es clara la diferencia; en uno de ellos se argumentó que la medición se refiere a un instrumento que mide alguna magnitud.

En otro grupo se afirmó que la medición es un atributo de una magnitud. Es claro que los preconceptos vislumbrados en la actividad grupal presentan grandes vacíos a pesar de que previamente hubo una actividad individual y las respuestas en la actividad de grupo se realizaron con base en una construcción de los integrantes del mismo.

En la actividad plenaria se espera clarificar tales conceptos y llegar a una construcción social del concepto de razón, razón constante y forma de medirla.

En la actividad plenaria se especificó el concepto de razón, el cual complementó las concepciones previas de los estudiantes sobre el mismo. La recurrencia en las respuestas a la pregunta 8 consistió en considerar una razón como una relación entre 2 magnitudes. En la antedicha especificación se explicitó en qué consiste tal relación. Es claro que en la pregunta 10 hubo confusión por parte de la mayoría de los estudiantes entre lo que es una razón y la forma de medirla; esta confusión se diluyó en la plenaria, allí los mismos alumnos concluyeron que los anteriores son conceptos diferentes.

Esto último se reforzó con el cálculo de los cocientes de las preguntas 1 a 5, con lo cual se hace hincapié en que esta actividad (la división) permite medir la razón. El cociente resulta igual en todas las mediciones, introduciéndose así el concepto de razón constante y la caracterización de este concepto por medio de la práctica de manejo de datos. Aquí se hace notar también la forma de la gráfica de dos cantidades que se relacionan mediante una razón constante, caracterizando una razón de este estilo mediante el lenguaje visual y luego mediante lenguaje matemático.

## Conclusiones

Los estudiantes incorporaron algunas prácticas de simulación y modelación (fundamento del enfoque socioepistemológico) en la construcción del concepto de razón, razón constante y forma de medir una razón; dicha incorporación es una fase previa a la formalización del concepto y acompaña a la misma. Dentro de las prácticas sociales de conocimiento que acompañan la construcción de los conceptos mencionados, se encuentran, entre otras, la medición, manejo de datos, comparación, modelación, graficación y visualización. Se evidencia que las prácticas mencionadas acompañan la emergencia social de los conceptos tratados en la actividad. Dichas prácticas posibilitan el puente entre el conocimiento particular y el conocimiento generalizado expresado a través de un concepto matemático, en este caso el de razón, forma de medirla y razón constante.

La estructura de la actividad, en donde se plasma un momento individual, otro grupal y un tercero de plenaria, propicia un espacio de interacción social y de construcción social argumentada de conocimiento (fundamento de la Socioepistemología). Ampliando lo anterior, en la plenaria se aclaró que es suficiente que la gráfica de la razón entre hombres y mujeres fuese una línea recta discreta que pasa por el origen para afirmar que la razón entre dichas cantidades es constante.

Una situación contextual expresada mediante lenguaje verbal se traduce a otros lenguajes, tales como el numérico, visual y algebraico, los cuales se desprenden de las prácticas de simulación —manejo de datos, simulación— visualización y modelación respectivamente. En esta experiencia de clase todos los estudiantes manejaron números y operaciones entre ellos, algunos estudiantes realizaron el modelo sencillo del número de mujeres en función del número de hombres, y todos tradujeron la situación a un lenguaje visual. A partir de la práctica de manejo de datos se posibilita la construcción de la noción de medición de

una razón, modelación de razón constante y predicción de valores numéricos. La práctica de visualización y graficación se emplea para caracterizar razón constante, es decir, la gráfica de una razón constante no es un auxiliar de dicho concepto, sino que puede reemplazarse por el mismo.

El presente trabajo muestra que los estudiantes pueden hacer matemáticas en el contexto en el que están inmersos. Algunos conceptos matemáticos pueden emergir de prácticas concretas y cuando se considera al ser humano como usuario del conocimiento. Es necesario considerar aquellas prácticas sociales que están relacionadas con el conocimiento matemático y que favorecerían su comprensión cuando acompañan el acto didáctico.

## Referencias

- AGUILAR, M. (2004). 'Reconstrucción de significados de la primitiva y derivada en ambientes gráficos; la argumentación como parte esencial de la actividad humana'. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa* [17, 1, 176-180]. México: Clame.
- APARICIO, E. & CANTORAL, R. (2004). 'Sobre la noción de continuidad puntual: un estudio de las formas discursivas utilizadas por estudiantes universitarios en contextos de geometría dinámica'. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa* [17, 1, 241-247]. México: Clame.
- ARRIETA, J. et ál. (2004). 'Las prácticas sociales como generadoras del conocimiento matemático'. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa* [17, 1, 418-422]. México: Clame.
- BUENDÍA, G. (2006). 'Una Socioepistemología del aspecto periódico de las funciones'. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa* [9, 2, 227-251]. México: Clame.
- CALVILLO, N. & CANTORAL, R. (2007). 'Intuición y visualización: demostración en la convergencia de sucesiones'. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa* [20, 1, 421-426]. Camagüey: Clame.
- CAMACHO, A. (2006). 'Socioepistemología y prácticas sociales'. *Educación matemática* [18, 1, 133-160]. México: Santillana.
- CANTORAL, R. (2004). 'Desarrollo del pensamiento y lenguaje variacional, una mirada socioepistemológica'. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa* [17, 1, 1-9]. México: Clame.
- \_\_\_\_\_. (2011). *Simposio en Matemática Educativa*. [Conferencia Ricardo Cantoral, formato video]. Recuperado el 15 de julio de 2013 de <http://www.youtube.com/watch?v=byHKKFnAq5Y>

- CORDERO, F. (1998). 'El entendimiento de algunas categorías del conocimiento del Cálculo y Análisis: el caso del comportamiento tendencial de las funciones'. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa* [1, 1,57-74]. México: Clame.
- DOLORES, C. (2007). 'Usos de las gráficas y sus repercusiones en el aprendizaje de la matemática'. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa* [20, 1, 479-484]. Camagüey: Clame.
- FERRARI, M. & FARFÁN, R. (2008). 'Un estudio socioepistemológico de lo logarítmico: la construcción de una red de modelos'. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa* [11,3, 309-354]. México: Clame.
- FLORES, C. (2007). 'Formas básicas de graficación y su relación con situaciones de movimiento'. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa* [20, 1, 485-489]. Camagüey: Clame.
- FLORES, R. (2004). '¿Cómo entender la regla de la cadena?: un acercamiento socioepistemológico'. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa* [17, 1, 249-255]. México: Clame.
- HALL, S. & KNIGHT, R. (1958). *Álgebra Superior*. Uteha.
- JIMÉNEZ, A. (2010). 'La naturaleza de la matemática, sus concepciones y su influencia en el salón de clase'. *Educación y Ciencia*, [1, 13, 135-150]. Tunja: Universidad Pedagógica y Tecnológica de Colombia.
- JIMÉNEZ, A.; SUÁREZ, N. & GALINDO, S. (2010). 'La comunicación: eje en la clase de matemáticas'. *Práxis & Saber* [1, 2, 173-201]. Tunja: Universidad Pedagógica y Tecnológica de Colombia.
- MONTIEL, G. & BUENDÍA, G. (2011). Propuesta metodológica para la investigación socioepistemológica. *Memoria de la XIV Escuela de Invierno en Matemática Educativa*, [443 – 454].
- ORDÓÑEZ, A. & BUENDÍA, G. (2007). 'Lo periódico en la relación de una función y sus derivadas'. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa* [20, 1, 427-431]. Camagüey: Clame.
- RADFORD, L. (2004). 'Semiótica cultural y cognición'. *Conferencia plenaria dada en la Decimoctava Reunión Latinoamericana de Matemática Educativa*. México: Universidad Autónoma de Chiapas.
- ROMERO, I. (2013). 'El método del Análisis Didáctico'. *Revista Iberoamericana de Educación Matemática* [33, 11-27].
- SALINAS, P. & ALANÍS, J. (2009). 'Hacia un nuevo paradigma en la enseñanza del cálculo dentro de una institución educativa'. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa* [12, 3, 355-382]. México: Clame.
- VERA, J. & CANUL, A. (2004). 'Las prácticas sociales de modelación en la construcción de lo exponencial'. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa* [17, 1, 209-214]. México: Clame.
- VIAZZI, V. & SUHIT, G. (2004). 'Matemática, una actividad humana'. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa* [17, 1, 816- 820]. México: Clame.