



Revista Árvore

ISSN: 0100-6762

r.arvore@ufv.br

Universidade Federal de Viçosa  
Brasil

Breda Binoti, Daniel Henrique; Marques da Silva Binoti, Mayra Luiza; Garcia Leite, Helio; Nogueira  
Melido, Raul Cesar; dos Santos, Fabiano Lourenco

Descrição da distribuição diamétrica de sistemas agrossilvipastoris utilizando as funções Weibull e  
hiperbólica

Revista Árvore, vol. 36, núm. 2, abril, 2012, pp. 349-356

Universidade Federal de Viçosa

Viçosa, Brasil

Disponível em: <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=48822487016>

- Como citar este artigo
- Número completo
- Mais artigos
- Home da revista no Redalyc

redalyc.org

Sistema de Informação Científica

Rede de Revistas Científicas da América Latina, Caribe, Espanha e Portugal

Projeto acadêmico sem fins lucrativos desenvolvido no âmbito da iniciativa Acesso Aberto

# DESCRIÇÃO DA DISTRIBUIÇÃO DIAMÉTRICA DE SISTEMAS AGROSSILVIPASTORIS UTILIZANDO AS FUNÇÕES WEIBULL E HIPERBÓLICA<sup>1</sup>

Daniel Henrique Breda Binoti<sup>2</sup>, Mayra Luiza Marques da Silva Binoti<sup>3</sup>, Helio Garcia Leite<sup>4</sup>, Raul Cesar Nogueira Melido<sup>5</sup> e Fabiano Lourenco dos Santos<sup>6</sup>

**RESUMO** – Foram objetivos deste estudo ajustar e avaliar diferentes formas da função Weibull e hiperbólica para descrição da estrutura diamétrica de sistemas agrossilvipastoris. O componente florestal foi estabelecido com clones de híbridos de eucalipto no espaçamento 10 x 4 m, visando à produção de madeira para energia e serraria. Nas entrelinhas houve o plantio de culturas anuais, como o arroz no primeiro ano e a soja no segundo. A partir do ano seguinte ocorreu a formação de pastagens de braquiária, manejadas para engorda de gado de corte. Testaram-se as duas funções com três parâmetros, dois parâmetros e parâmetro de locação como diâmetro mínimo e truncada à direita. A aderência da função aos dados foi avaliada pelo teste de Kolmogorov-Smirnov. As funções também foram avaliadas pela Soma de Quadrados de Desvios (SQD) e pela análise gráfica entre valores observados e estimados. Os resultados indicaram a possibilidade do uso das funções para descrição da distribuição diamétrica de povoamentos desbastados.

**Palavras-chave:** Weibull truncada, Hiperbólica truncada e Estrutura diamétrica.

## DESCRIPTION OF THE DIAMETER DISTRIBUTION OF AGROFOREST SYSTEMS FOR USING THE FUNCTION WEIBULL AND HYPERBOLIC

**ABSTRACT** – The objectives of this study were to adjust and to evaluate different forms of the Weibull and hyperbolic function to describe the diameter structure of agroforestry system. The forestry component was established with clones of eucalyptus hybrids in the 10 x 4 m spacing, aimed at producing wood for electric power and sawmill. Annual crops as rice and soybeans were planted on the interrows in the first year and soybean in the second year. Pastures with *Brachiaria* were formed in the following year and with the purpose of fattening beef cattle. It was tested the two functions with three parameters, two parameters, and parameter of location as the minimum diameter, and right truncated. Adhesion of function of the data was assessed by Kolmogorov-Smirnov test. The functions were also evaluated by the Sum of Deviations Squares (SDS) and by graph analysis among the observed and predicted values. The results indicate the possibility of using those functions to describe the diameter distribution of thinned populations.

**Keywords:** Weibull truncated, Hyperbolic truncated and Diameter structure.

<sup>1</sup> Recebido em 01.10.2010 e aceito para publicação em 29.03.2012

<sup>2</sup> Programa de Pós-Graduação em Ciência Florestal pela Universidade Federal de Viçosa, UFV, Brasil. E-mail: <danielbinoti@yahoo.com.br>.

<sup>3</sup> Universidade Federal dos Vales do Jequitinhonha e Mucuri, UFVJM, Brasil. E-mail: <mayra\_uvf@yahoo.com.br>.

<sup>4</sup> Departamento de Engenharia Florestal, Universidade Federal de Viçosa, UFV, Brasil. E-mail: <hglete@ufv.br>.

<sup>5</sup> Siderurgica Barra Mansa S/A, SBM, Brasil. E-mail: <raul.melido@vmetais.com.br>.

<sup>6</sup> Votorantim Siderurgia, VS, Brasil. E-mail: <fabiano.santos@vsiderurgia.com.br>.

## 1. INTRODUÇÃO

O conhecimento da distribuição diamétrica de povoamentos florestais é essencial para se inferir sobre a dinâmica de crescimento e relações entre as árvores. Isso auxilia na tomada de decisão sobre intervenções a serem realizadas no povoamento, como desbaste, desrama e colheita (CAMPOS; LEITE, 2009).

Entre os povoamentos florestais, os sistemas agrossilvipastoris caracterizam-se por serem compostos de diversos elementos, entre espécies lenhosas, culturas agrícolas e criação de animais, em uma mesma unidade de manejo interagindo entre si (ELLIS et al., 2004). Devido às diversas interações entre os elementos desses sistemas, o conhecimento mais detalhado da estrutura diamétrica do elemento arbóreo possibilita o manejo mais eficiente, bem como permite análises econômicas mais realistas.

Diferentes funções densidade probabilidade (*fdp*) (NELSON, 1964; BLISS; REINKER, 1965; CLUTTER; BENNETT, 1965; HAFLEY e SCHUREUDER, 1977; PALAHÍ et al., 2007; BAILEY; DELL, 1973; NOGUEIRA et al., 2005) e formas de ajuste têm sido utilizadas para a caracterização da distribuição diamétrica de povoamentos equiâneos (CAO, 2004). Entre as funções empregadas, destaca-se a Weibull e hiperbólica em razão, principalmente, da sua flexibilidade, facilidade de ajuste e correlação com parâmetros do povoamento (GUIMARÃES, 1994; GUIMARÃES, 2002; CAMPOS; LEITE, 2009; LEITE et al., 2010).

Em razão da carência de estudos sobre modelagem da distribuição diamétrica de sistemas agrossilvipastoris, foram objetivos deste trabalho ajustar e avaliar diferentes formas da função Weibull e hiperbólica para a descrição da estrutura diamétrica desse tipo de sistema.

## 2. MATERIALE MÉTODOS

Os dados utilizados neste estudo foram provenientes de um sistema agroflorestal localizado no Município de Paracatu, Minas Gerais. O clima da região é do tipo Aw – tropical úmido de savana, segundo a classificação proposta por Köppen, com inverno seco e chuvoso. A temperatura média máxima anual é de 29 °C e, a mínima, de 17 °C. A precipitação média anual é de 1.438 mm, concentrando-se no semestre mais quente. O componente florestal foi estabelecido com clones de híbridos de eucalipto no espaçamento 10 x 4 m, visando à produção de madeira para energia e serraria. Para evitar a competição, não prejudicar as raízes das árvores e facilitar os tratamentos culturais, manteve-se um

espaçamento mínimo de 1 m entre as linhas de plantio de eucalipto e as linhas das demais culturas. O consórcio foi feito no primeiro ano (ano 0) com cultivo de arroz, e no segundo ano (ano 1) a soja foi semeada no lugar do arroz, mantendo a densidade populacional de 200.000 plantas por hectare. A partir do ano seguinte (ano 2) houve a formação de pastagens de braquiária (*Brachiaria decumbens*), manejadas para engorda de gado de corte. A cultura do eucalipto foi desramada aos 18 e 36 meses de idade, em 50% de copa viva (LOPES, 2007; SALLES, 2010).

Os dados utilizados foram obtidos de 650 parcelas permanentes de 1.200 m<sup>2</sup> (30 x 40 m), mensuradas em cinco ocasiões e nas idades de 20 e 104 meses. Em cada medição, foram medidos os diâmetros a 1,3 m de altura (diâmetro à altura do peito – *dap*) e a altura total das árvores.

### Descrição das Funções

A seguir são apresentadas as funções utilizadas.

#### Função hiperbólica

A função hiperbólica de três parâmetros (3P) ajustada aos dados das parcelas permanentes é definida por:

$$f(x) = \left( \frac{\gamma}{\beta} \left( \frac{x - \alpha}{\beta} \right)^{\gamma - 1} \right) \left( 1 - \tanh \left( \left( \frac{x - \alpha}{\beta} \right)^{\gamma} \right) \right)^2 \quad \text{Eq. 1}$$

em que  $\alpha$  é o parâmetro de locação,  $\beta$  o parâmetro de escala ( $\beta > 0$ ),  $\gamma$  o parâmetro de forma ( $\gamma > 0$ ) e  $x$  o centro de classe de diâmetro ( $x > 0$ ). A supressão do parâmetro de locação da função caracteriza a função hiperbólica de dois parâmetros (2P), apresentada a seguir:

$$f(x) = \left( \frac{\gamma}{\beta} \left( \frac{x}{\beta} \right)^{\gamma - 1} \right) \left( 1 - \tanh \left( \left( \frac{x}{\beta} \right)^{\gamma} \right) \right)^2 \quad \text{Eq. 2}$$

O parâmetro de locação pode ser substituído pelo diâmetro mínimo do povoamento ( $\alpha = d_{\min}$ ), sendo ajustada da seguinte forma:

$$f(x) = \frac{\left( \frac{\gamma}{\beta} \left( \frac{x - \alpha}{\beta} \right)^{\gamma - 1} \right) \left( 1 - \tanh \left( \left( \frac{x - d_{\min}}{\beta} \right)^{\gamma} \right) \right)^2}{\tanh \left( \left( \frac{T - \alpha}{\beta} \right)^{\gamma} \right)} \quad \text{Eq. 3}$$

A função hiperbólica pode ser truncada à direita em função do diâmetro máximo do povoamento, descrita por:

$$f(x) = \frac{\left( \frac{\gamma}{\beta} \left( \frac{x-\alpha}{\beta} \right)^{(\gamma-1)} \left( 1 - \tanh \left( \left( \frac{x-\alpha}{\beta} \right)^\gamma \right) \right) \right)}{\tanh \left( \left( \frac{T-\alpha}{\beta} \right)^\gamma \right)} \quad \text{Eq. 4}$$

em que  $T$  é o diâmetro máximo da parcela.

#### Função Weibull

A função Weibull de três parâmetros aqui ajustada é definida por:

$$f(x) = \left( \frac{\gamma}{\beta} \left( \frac{x-\alpha}{\beta} \right)^{(\gamma-1)} \exp \left( - \left( \frac{x-\alpha}{\beta} \right)^\gamma \right) \right) \quad \text{Eq. 5}$$

em que  $\alpha$  é o parâmetro de locação,  $\beta$  o parâmetro de escala ( $\beta > 0$ ),  $\gamma$  o parâmetro de forma ( $\gamma > 0$ ) e  $x$  o centro de classe de diâmetro ( $x > 0$ ). A supressão do parâmetro de locação da função caracteriza a função Weibull de dois parâmetros (2P), apresentada a seguir:

$$f(x) = \left( \frac{\gamma}{\beta} \left( \frac{x}{\beta} \right)^{(\gamma-1)} \exp \left( - \left( \frac{x}{\beta} \right)^\gamma \right) \right) \quad \text{Eq. 6}$$

O parâmetro de locação pode ser substituído pelo diâmetro mínimo do povoamento ( $\alpha = dmin$ ), ajustado da seguinte forma:

$$f(x) = \left( \frac{\gamma}{\beta} \left( \frac{x-dmin}{\beta} \right)^{(\gamma-1)} \exp \left( - \left( \frac{x-dmin}{\beta} \right)^\gamma \right) \right) \quad \text{Eq. 7}$$

A função Weibull pode ser truncada à direita em função do diâmetro máximo do povoamento, sendo descrita da seguinte forma:

$$f(x) = \left( \frac{\left( \frac{\gamma}{\beta} \left( \frac{x-\alpha}{\beta} \right)^{(\gamma-1)} \exp \left( - \left( \frac{x-\alpha}{\beta} \right)^\gamma \right) \right)}{1 - \exp \left( - \left( \frac{T-\alpha}{\beta} \right)^\gamma \right)} \right) \quad \text{Eq. 8}$$

em que  $T$  é o diâmetro máximo da parcela.

#### Ajuste e Avaliação das Funções

Para os ajustes das funções, os dados de distribuição diamétrica observados em cada parcela, e em cada medição, foram agrupados em classes com amplitudes de 1,0 cm. A aderência da função aos dados observados foi avaliada pela aplicação do teste de Kolmogorov-Smirnov (KS) ( $P > 0,01$ ) (GIBBONS; SUBHABRATA, 1992). Para cada ajuste foi feita a análise gráfica entre valores observados e estimados. Avaliaram-se também os ajustes pela soma de quadrados dos desvios (SQD)  $SQD = \sum_i^n (Y - \hat{Y})^2$

## 4. RESULTADOS

#### Avaliação das Funções

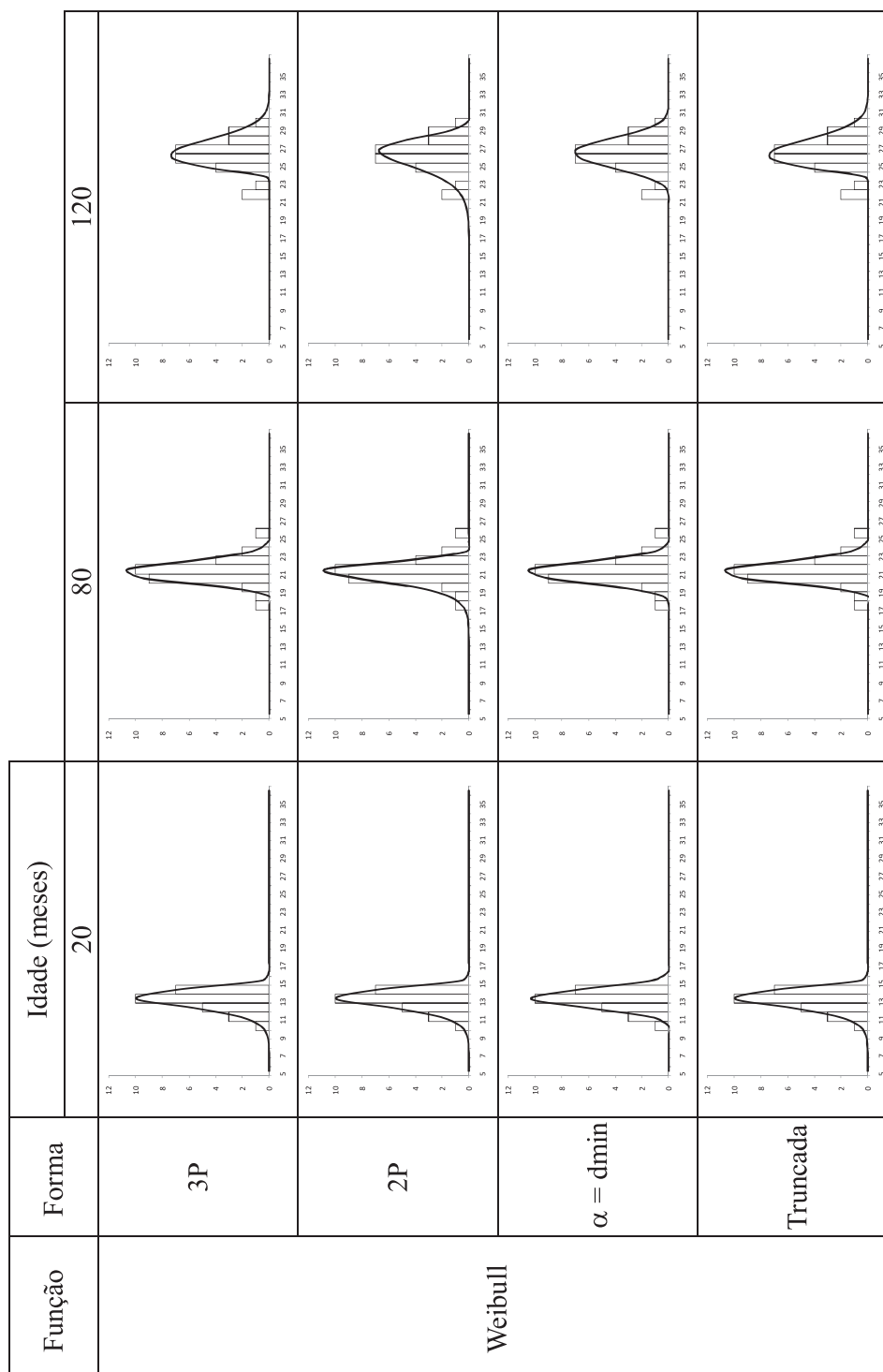
Ajustou-se a função hiperbólica e Weibull nas quatro configurações propostas, em todas as parcelas e em cada situação, sendo cada estimativa comparada com a distribuição observada. Na Figura 1 são apresentadas análises gráficas de três parcelas escolhidas aleatoriamente em três idades. Todos os ajustes resultaram em aderência aos dados pelo teste de Kolmogorov-Smirnov ( $P > 0,01$ ). Os valores médios da estatística do teste e a SQD das duas funções são apresentados na Tabela 1.

Na Figura 2 são apresentados a variação da soma de quadrados de resíduos em função da idade e um histograma dos resíduos, a fim de mostrar a inexistência de tendenciosidade para o ajuste das funções.

**Tabela 1** – Valores médios da estatística do teste de Kolmogorov-Smirnov e SQD para as funções Weibull e hiperbólica, em quatro formas de ajuste, em um sistema agrossilvipastoril.

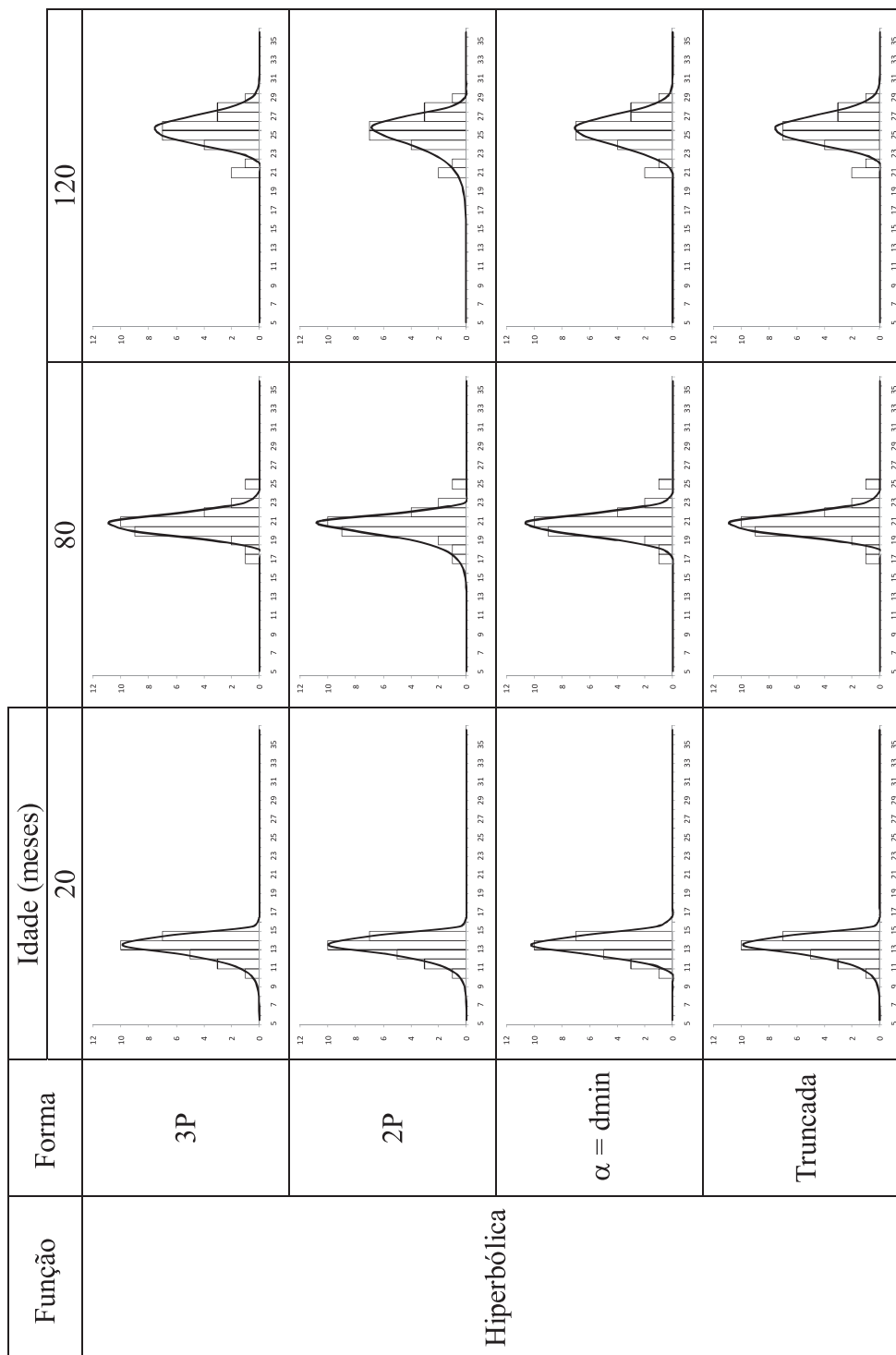
**Table 1** – Mean values of the statistics of the Kolmogorov-Smirnov test and SDS for Weibull and hyperbolic functions in four-way adjustment, in agroforestry systems.

Estatísticas	Weibull				hiperbólica			
	3P	2P	$\alpha = dmin$	truncada	3P	2P	$\alpha = dmin$	truncada
K-S	0,0915	0,0937	0,1054	0,0889	0,0915	0,0890	0,1008	0,0848
SQD	17,11	18,61	19,91	17,39	17,06	18,31	19,22	17,13



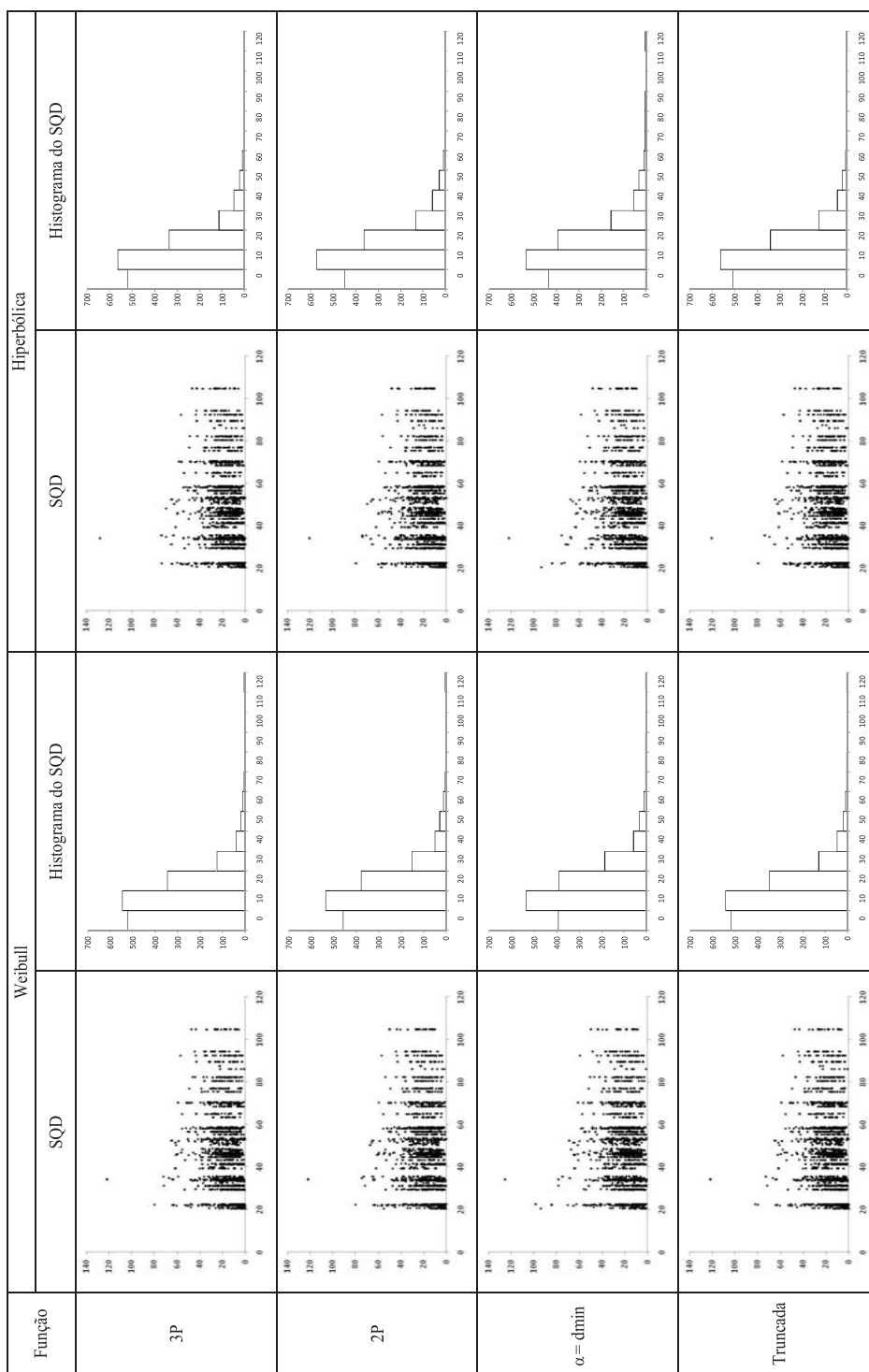
**Figura 1 – Cont.**  
**Figure 1 – Cont.**

**Figura 1** – Continua  
*Figure 1* – Continue



**Figura 1** – Análise gráfica entre valores observados e estimados para as funções hiperbólica e Weibull com 3P, 2P,  $\alpha = d_{min}$ , truncada para três parcelas escolhidas aleatoriamente em diferentes idades de medição, em um sistema agrossilvipastoril.

**Figure 1** – Graph analysis among the observed and predicted values for the hyperbolic and Weibull functions with 3P, 2P,  $\alpha = d_{min}$ , truncated to three randomly chosen plots at different ages of measurement in a agroforestry system.



**Figura 2** – Soma de quadrados dos desvios (SQD) em função da idade e do histograma da distribuição dos desvios, para as funções testadas para descrição da distribuição diamétrica de sistemas agrossilvipastoris.

**Figure 2** – Sum of deviations squares of deviations (SDS), a function of age and a histogram of the distribution of deviations, for the functions tested to describe the diameter distribution of agroforestry systems.

## 5. DISCUSSÃO

Diferentes tipos de distribuições estatísticas já foram empregados para descrever a estrutura diamétrica de povoamentos florestais, entre eles as funções: Gama (NELSON, 1964), log-normal (BLISS; REINKER, 1965), Beta (CLUTTER; BENNETT, 1965; PALAHÍ et al., 2007), (HAFLEY; SCHUREUDER, 1977; PALAHÍ et al., 2007) e a distribuição Weibull (WEIBULL, 1951; BAILEY; DELL, 1973; PALAHÍ et al., 2007). Desde 1973, a função Weibull tem sido amplamente difundida e utilizada na área florestal (CLUTTER; ALLISON, 1974; HAFLEY; SCHUREUDER, 1977; MATNEY; SULLIVAN, 1982; CAO, 2004; NOGUEIRA et al., 2005; PALAHÍ et al., 2006; PALAHÍ et al., 2007).

Os trabalhos de Guimarães (2002) e Leite et al. (2010) mostraram a superioridade da função hiperbólica para a descrição da distribuição diamétrica de povoamentos equiâneos, sendo sua eficiência comprovada para a descrição da distribuição diamétrica de sistemas agrossilvipastoris, neste trabalho.

Em função da SQD e dos valores médios da estatística do teste K-S, aconselha-se a utilização das funções em todas as formas testadas. A função hiperbólica deve ser preferida por apresentar valores mais satisfatórios para os testes utilizados.

Entre os estudos sobre modelagem de crescimento e produção de povoamentos agrossilvipastoris, destacam-se os de Lopes (2007) e Salles (2010). O primeiro realizou modelagem diamétrica de um sistema agroflorestal semelhante ao utilizado neste estudo, com a função Weibull em sua forma completa (3P) e truncada à direita. O segundo executou a modelagem em nível de povoamento e com equações para projeção em nível de árvore individual.

Embora este estudo não tenha por objetivo recuperar os parâmetros das funções em idades futuras, conforme Figura 2, verificou-se a inexistência de tendenciosidade nas estimativas em todas as medições. Isso indica a possibilidade de uso das funções avaliadas em modelos de distribuição diamétrica (CAMPOS; LEITE, 2009). A análise do histograma de resíduos, apresentada na Figura 2, indicou que 90% das observações se concentravam nas classes de até 20 de SQD.

## 6. REFERÊNCIAS

- BAILEY, R. L.; DELL, T. R. Quantifying diameter distributions with the Weibull function. **Forest Science**, v.19, n.2, p.97-104, 1973.
- BLISS, C. L.; REINKER, K. A. A lognormal approach to diameter distributions in even-aged stands. **Forest Science**, v.10, n.2, p.350-360, 1964.
- CAMPOS, J. C. C.; LEITE, H. G. **Mensuração florestal: perguntas e respostas**. 3.ed. Viçosa, MG: Universidade Federal de Viçosa, 2009. 543p.
- CAO, Q. V. Predicting parameters of a Weibull function for modeling diameter distribution. **Forest Science**, v.50, n.4, p.682-685, 2004.
- CLUTTER, J. L.; ALLISON, B. J. **A growth and yield model for *Pinus radiata* in New Zealand for tree and stand simulation**. Stockholm: Royal College of Forestry, 1974. p.136-160. 1974 (Research Notes, 30).
- CLUTTER, J. L.; BENNETT, F. A. **Diameter distributions in old - field slash pine plantations**. Suécia: Georgia Forest Research Council, 1965. p.1-9. (Georgia Forest Research Council Report, 13)
- ELLIS, E. A.; BENTRUP, G.; SCHOENEBERGER, M. M. Computer-based tools for decision support in agroforestry: Current state and future needs. **Agroforestry Systems**, v.61, p.401-421. 2004.
- GIBBONS, J. D.; SUBHABRATA, C. **Nonparametric statistical inference**. 3.ed. New York: Marcel Dekker, 1992. 544p. (Statistics: Textbook and Monograph, 31).
- GUIMARÃES, D. P. **Desenvolvimento de um modelo de distribuição diamétrica de passo invariante para prognose e projeção da estrutura de povoamentos de eucalipto**. 1994. 178f. Tese (Doutorado em Ciência Florestal) - Universidade Federal de Viçosa, Viçosa, MG, 1994.
- GUIMARÃES, D. P. **Uma função hiperbólica de distribuição probabilística de alta flexibilidade**. Planaltina: Embrapa Cerrados, 2002. 40p.



HAFLEY, W. L.; SCHREUDER, H. T. Statistical distributions for fitting diameter and height data in ever-aged stands. **Canadian Journal of Forest Research**, v.7, p.184-487, 1977.

LEITE, H. G. et al. Avaliação do ajuste das funções Weibull e hiperbólica a dados de povoamentos de eucalipto submetidos a desbaste. **Revista Árvore**, v.34, n.2, p.305-311, 2010.

LOPES, P. F. **Modelo de distribuição de diâmetros para clones de eucalipto em sistema agroflorestal**. 2007. 32f. Tese (Mestrado em Ciência Florestal) – Universidade Federal de Viçosa, Viçosa, MG, 2007.

MATNEY, T. G.; SULLIVAN, A. D. Variable top volume and height predictions for slash pine trees. **Forest Science**, v.28, n.2, p.274-82, 1982.

NELSON, T. C. Diameter distribution and growth of loblolly pine. **Forest Science**, v.10, n.1, p.105-114, 1964.

NOGUEIRA, G. S. et al. Modelo de distribuição diamétrica para povoamentos de *Eucalyptus* sp. submetidos a desbaste. **Revista Árvore**, v.29, n.4, p.579-589, 2005.

PALAHÍ, M. et al. Comparison of beta, Johnson's SB, Weibull and truncated Weibull functions for modeling the diameter distribution of forest stands in Catalonia (north-east of Spain). **European Journal of Forest Research**, v.126, n.4, p.563-571, 2007.

PALAHÍ, M.; PUKKALA, T.; TRASOBARES, A. Modelling the diameter distribution of *Pinus sylvestris*, *Pinus nigra* and *Pinus halepensis* forest stands in Catalonia using the truncated Weibull function. **Forestry**, v.79, n.5, p.553-562, 2006.

SALLES, T. T. **Modelagem de crescimento e produção de clones de eucalipto em um sistema agroflorestal**. 2010. 87f. Dissertação (Mestrado em Ciência Florestal) – Universidade Federal de Viçosa, Viçosa, MG, 2010.

WEIBULL, W. A statistical distribution function of wide applicability. **Journal of Applied Mechanics**, v.18, p.293-297, 1951.