



Ciencia e Ingeniería

ISSN: 1316-7081

revecien@ula.ve

Universidad de los Andes

Venezuela

Dávila, Marisol; Naredo, José; Moreno, Pablo  
Análisis del comportamiento de una línea de transmisión ante transitorios  
electromagnéticos a través de diferencias finitas en coordenadas características  
Ciencia e Ingeniería, vol. 33, núm. 2, abril-julio, 2012, pp. 69-77  
Universidad de los Andes  
Mérida, Venezuela

Disponible en: <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=507550796002>

- Cómo citar el artículo
- Número completo
- Más información del artículo
- Página de la revista en redalyc.org

redalyc.org

Sistema de Información Científica

Red de Revistas Científicas de América Latina, el Caribe, España y Portugal

Proyecto académico sin fines de lucro, desarrollado bajo la iniciativa de acceso abierto

# Análisis del comportamiento de una línea de transmisión ante transitorios electromagnéticos a través de diferencias finitas en coordenadas características

## Analyzing the electromagnetic transient performance of transmission lines through finite differences in characteristics coordinates

Dávila, Marisol <sup>1</sup> \*; Naredo, José <sup>2</sup>; Moreno, Pablo <sup>2</sup>

<sup>1</sup>Universidad de Los Andes, Mérida, 5101 Venezuela

<sup>2</sup> Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del IPN (Cinvestav),  
Guadalajara, Jalisco 45090. México

\*marisol@ula.ve

### Resumen

*En este trabajo se presenta el análisis de la propagación de ondas transitorias a lo largo de una línea de transmisión monofásica incluyendo tanto el efecto corona como la dependencia frecuencial de los parámetros de la línea. Aquí se utiliza la técnica de las características y convoluciones recursivas. El término de convolución presente en las ecuaciones de Radulet se controla numéricamente, primero a través de la regla de Leibnitz para la diferenciación de una integral y luego, mediante la sincronización de un sistema de convolución recursiva con la malla de diferencias finitas prescrito por las coordenadas características. Aunque el modelo de corona de una línea monofásica ha sido desarrollada en otros trabajos previos, en este trabajo hay algunos resultados nuevos como la inclusión de la comparación con un modelo utilizado en el programa de transitorios electromagnéticos ATP/EMTP y la capacidad del método de las características para hacer frente a las ondas transitorias cola truncada.*

Palabras clave: Líneas de transmisión, coordenadas características, efecto corona, dependencia frecuencial.

### Abstract

*In this paper the analysis of transient wave propagation along a single phase line that includes both, frequency dependence and corona effect is described. The technique of characteristics and recursive convolutions are introduced here. The convolution term in the Radulet equations is handled numerically, first through the Leibnitz rule for differentiating an integral and, then, by synchronizing a recursive convolution scheme with the finite differences mesh prescribed by the characteristic coordinates. Although the corona single phase line model has been developed by other previous work in this paper there are some news results as the inclusion of comparisons with an EMTP based model and the ability of the method of characteristics to deal with truncated tail transient waves.*

Key words: Transmission lines, characteristics coordinates, corona effect, frequency dependence.

### 1 Introducción

A medida que una onda electromagnética se propaga a lo largo de una línea de transmisión con pérdidas, su forma se distorsiona debido a la dispersión lineal o efectos de la dependencia frecuencial. Además, si el campo eléctrico alrededor de los conductores de línea sobrepasa la rigidez dieléctrica del aire, se produce la ionización del mismo lo

que se conoce como efecto corona, el cual distorsiona la onda que se propaga debido a la dispersión no lineal de dicho efecto.

Durante las últimas cuatro décadas, importantes esfuerzos de investigación se han dedicado al desarrollo de modelos computacionales precisos para el estudio de transitorios electromagnéticos en líneas de transmisión. Actualmente los modelos disponibles para la representación de los

efectos de dependencia frecuencial en la línea de transmisión pueden considerarse satisfactorios. Sin embargo, la inclusión del efecto corona en estos modelos está todavía a nivel experimental. La mayor dificultad en el análisis de transitorios en las líneas con corona es el hecho de que éste es un fenómeno no lineal, distribuido y aleatorio.

A nivel microscópico el efecto corona es un fenómeno bastante complejo. Sin embargo, para los estudios de Transitorios electromagnéticos esta complejidad puede no considerarse. En cambio, es frecuente adoptar un modelo macroscópico simplificado del efecto corona en forma de expresiones matemáticas o de modelos analógicos. Las expresiones matemáticas generalmente relacionan la carga por corona o capacitancia por corona con la intensidad de campo eléctrico o con tensión. Modelos analógicos consisten normalmente en los circuitos de conmutación que tienen como objetivo la reproducción de la dependencia del voltaje que tiene la capacitancia de corona (Mamis, 2003, Gallagher and Dudurych, 2004, Noda, y col., 2003).

En una línea de transmisión, el incremento de la carga debido al efecto corona es una función de la distribución dinámica del campo eléctrico. Al considerar que la geometría de la línea es fija y que las distancias eléctricas involucradas en el análisis son cortas, el incremento de la carga por corona puede ser descrita mediante una función de la tensión y de su tasa de cambio.

Los estudios de propagación con Corona requieren subdivisión de la línea. Algunos modelos están basados en diferencias finitas (Wagner et al, 1954; Gary y col., 1983; Naredo y col., 1995). Algunos otros como los usados en el programa de transitorios electromagnéticos (Alternative Transient Program/Electromagnetic Transient Program ATP/EMTP) se basan en la subdivisión de la línea e insertando ramas en derivación que representan el efecto corona (Carneiro y col., 1991; Barros y col., 1995, Martínez, Castro, 2010). La subdivisión de la línea suele causar oscilaciones numéricas en las colas de las ondas viajeras.

Los modelos de la línea presentes en el ATP/EMTP están basados en una representación analógica del efecto corona que consiste en circuitos constituidos por diodos, condensadores, fuentes de voltaje de corriente directa (CD) y tal vez resistencias. Los diodos (o interruptores) pueden introducir oscilaciones numéricas. Las oscilaciones de estos últimos se pueden eliminar utilizando resistencias de amortiguación o técnicas especiales de integración como el Ajuste del Amortiguamiento Crítico (Critical Damping Adjustment CDA) (Martí, 1989).

En trabajos previos se ha demostrado que uno de los métodos de diferencias finitas basado en las características logra evitar las oscilaciones causadas por la discretización numérica de la línea (Naredo, 1992). Ramírez y otros extendieron el trabajo previo para incluir la dependencia frecuencial de los parámetros (Ramírez, 2001). En este trabajo, el método de las características es modificado al aplicar la regla de Leibnitz para la diferenciación de una integral, para poder resolver las ecuaciones de Radulet que son una

modificación a las ecuaciones del Telegrafista (Radulet, 1978).

Aquí son analizadas un tipo especial de ondas viajeras como lo son las ondas de cola truncada que aparece cuando una la cresta de la onda llega a su cima y se produce un corte súbito de la misma. Este proceso produce discontinuidades graves y oscilaciones numéricas. Uno de los métodos de diferencias finitas utilizados previamente parece haber generado problemas en el mantenimiento de la conservación de energía cuando este tipo de ondas se analizó (Gary, 1983).

En este trabajo se realizan simulaciones usando el método de diferencias finitas basado en las características, así como con el ATP/EMTP, en este último se utiliza una representación analógica del efecto corona por trozos. Hay una buena concordancia entre el método de las características y ATP/EMTP.

Los estudios concernientes a la propagación y distorsión de las ondas en una línea de transmisión han sido considerados en muchos trabajos previos. Actualmente, la teoría básica que gobierna estos estudios es bien conocida y ha sido desarrollada para tomar en cuenta varios efectos entre ellos, la dependencia frecuencial y el efecto corona, los cuales, como se mencionó previamente, son dos importantes fenómenos que producen distorsión y atenuación en las ondas de propagación de voltaje.

## 2 Línea Monofásica con Corona

Para el desarrollo del modelo planteado en este trabajo, el cual incluye la dependencia frecuencial y el efecto corona, se han considerado las ecuaciones del telegrafista modificadas por Radulet y col., (Radulet, y col., 1978). Estas ecuaciones tienen un comportamiento no lineal al incluir el efecto corona. Para la solución de estas ecuaciones se ha usando un método de diferencias finitas en coordenadas características.

Las ecuaciones del telegrafista modificadas por Radulet y col., vienen dadas por:

$$\frac{\partial v}{\partial x} + L_G \frac{\partial i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial t} \int_0^t r'(t-\tau) i(\tau) d\tau = 0 \quad (1a)$$

$$\frac{\partial i}{\partial x} + C(v) \frac{\partial v}{\partial t} = 0 \quad (1b)$$

La dependencia frecuencial se incluye a través del término de la convolución entre la corriente y la resistencia **transitoria  $r'(t)$  en la ecuación (1a) y la no linealidad producida por el efecto corona es considerado cuando se determina la capacitancia como una función del voltaje en la ecuación 1b.**

Para calcular esta capacitancia muchas fórmulas se han desarrollado, en su mayoría están basadas en la representación q-v. En este trabajo se adoptó un modelo empírico

desarrollado por Gary y col., (Gary y col., 1983) el cual es del tipo parabólico y en el cual la capacitancia se calcula aplicando la siguiente fórmula:

$$C_c = \begin{cases} C_g & 0 \leq |v| \leq v_{co}, \quad \partial|v|/\partial t > 0 \\ C_g(1+0.65 f(\eta)) & v_{co} < |v| \leq v_{cl}, \quad \partial|v|/\partial t > 0 \\ 1.65C_g & v_{cl} < |v| \leq v_{max}, \quad \partial|v|/\partial t > 0 \\ C_g & |v| \leq v_{max}, \quad \partial|v|/\partial t < 0 \end{cases} \quad (2)$$

donde  $C_c$  es la capacitancia de corona,  $C_g$  es la capacitancia geométrica,  $V_{co}$  es el voltaje de inyección de corona y es obtenido a través de la formula de Peek (Naredo, 1995), los factores  $k_{cor}$ ,  $f(\eta)$ ,  $k_{ret}$ , y  $v_{cl}$  son obtenidos a través de las siguientes expresiones (Gary y col., 1983):

$$k_{cor} = \frac{C_c}{C_g} = 1.65 \quad (3a)$$

$$k_{ret} = \frac{C_{ret}}{C_g} \cong 1 \quad (3b)$$

$$f(\eta) = \eta^{1/(F-1)} \quad (3c)$$

$$v_{cm} \cong v_{co} + \frac{p_o}{\sqrt{a}} t_f^{0.75} \left( \frac{v_{max}}{t_f} \right) \quad (3d)$$

$$v_{cl} = v_{co} + F_1(v_{cm} - v_{co}) \quad (3e)$$

$$\eta = (v - v_{co}) / (v_{cl} - v_{co}) \quad \eta \in (0,1) \quad (3f)$$

donde  $F_1$  es un valor entre 2 y 3,  $p_o$  es un valor entre 0.5 y 1.2,  $a$  es el radio del conductor (en mm),  $t_f$  es el tiempo de subida y  $V_{max}$  es el máximo valor del voltaje de la onda de entrada (Fig. 1).

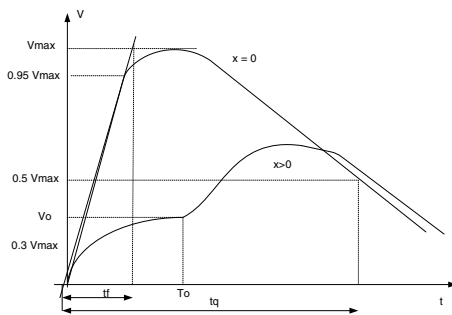


Fig. 1 Descripción de modelo de corona

Para la inclusión de la dependencia frecuencial a través

de la resistencia transitoria se tiene que la imagen en el dominio de Laplace de  $r'(t)$  es:

$$R'(s) = [Z_T(s) + Z_C(s)] / s \quad (4)$$

donde  $s=c+j\omega$  es la frecuencia compleja,  $Z_C$  y  $Z_T$  son las impedancias del conductor y de tierra respectivamente y ambas están dadas en por unidad de longitud.

Dado que  $Z_C$  y  $Z_E$  son funciones trascendentales de  $s$ ,  $R'(s)$  también es una función trascendental. Sin embargo,  $R'(s)$  puede ser aproximada por funciones racionales de la siguiente forma:

$$R'(s) = k_o + k_o / s + H(s) \quad (5a)$$

con

$$H(s) = \sum_{i=1}^N \frac{k_i}{s + p_i} \quad (5b)$$

donde  $N$  es el orden de la aproximación racional,  $s=0$ ,  $s=\infty$ ,  $p_1$ ,  $p_2$  hasta  $p_N$  son los polos de  $R'(s)$ ,  $k_o$ ,  $k_1$ ,  $k_2$ , hasta  $k_N$ , y  $k_\infty$ , son los residuos de  $R'(s)$  para los correspondientes polos. El residuo  $k_o$  es identificado con, la resistencia de corriente directa de la línea RCD, y  $k_\infty$ , es un término de corrección para  $L_G$  (1a). La función racional para  $R'(s)$  en (5a) es obtenida usando la técnica del "Vector Fitting" ( B. Gustavsen y col., 1999).

La imagen en el dominio del tiempo de  $R'(s)$  dada en (5a), es:

$$r'(t) \cong R_{CD} u(t) + k_o \delta(t) + h(t) \quad (6)$$

Donde  $\delta(t)$  es la función delta de Dirac,  $u(t)$  es la función Escalón unitario y :

$$h(t) = \sum_{i=1}^N k_i e^{-p_i t} \quad (7)$$

$$\frac{\partial v}{\partial x} + D \frac{\partial i}{\partial t} + R_{CD} i + \frac{\partial}{\partial t} \int_0^t h(t-\tau) i(\tau) d\tau = 0 \quad (8)$$

donde

$$D = k_o + L_G \quad (9)$$

La aplicación directa del método de la características a las ecuaciones (1b) y (8) constituye el método desarrollado por Ramírez y col., (Ramírez y col., 2001). En la ecuación (8) aparece una derivada parcial en el término de la convolución el cual no es eliminado usando la transformación,

por tanto en este trabajo se plantea la eliminación de dicho término a través de la aplicación de la regla de Leibnitz, la cual permite la diferenciación de una integral. Al aplicar esta regla el término de la convolución queda de la siguiente forma:

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_0^t h(t-\tau)i(\tau)d\tau = h(0) + \int_0^t h'(t-\tau)i(\tau)d\tau \quad (10)$$

donde  $h'(t)$  denota la derivada de  $h(t)$  con respecto a  $t$ . A partir de (7) se tiene que:

$$h(0) = \sum_{i=1}^N k_i \quad (11)$$

y

$$h'(t) = -\sum_{i=1}^N k_i p_i e^{-p_i t} \quad (12)$$

Al sustituir (10) en (8) se tiene:

$$\frac{\partial v}{\partial x} + D \frac{\partial i}{\partial t} + R_x i + \int_0^t h'(t-\tau)i(\tau)d\tau = 0 \quad (13)$$

donde:

$$R_x = R_{cd} + h(0) \quad (14)$$

Las ecuaciones (1b) y (13) son la base para el nuevo modelo aquí planteado. Estas ecuaciones constituyen un sistema de Ecuaciones Diferenciales Parciales (EDPs) de tipo hiperbólico (Hoffman, 1992). Esto garantiza que cada punto en el plano  $x-t$  es atravesado por dos curvas características, uno de la familia positiva y una de la familia negativa. Para las líneas lineales, las características son rectas, para las líneas no lineales las características son generalmente curvas como se observa en la Fig. 2.

Aplicando el método de las características este sistema se convierte en un sistema de Ecuaciones Diferenciales Ordinarias (EDOs). Para aplicar esta transformación se tiene que considerar la siguiente definición (Ramírez y col., 2001):

$$\lambda_{1,2} = \pm \lambda = \sqrt{DC(v)} \quad (15)$$

donde  $C(v)$  y  $D$  han sido definidas en (2) y (9) respectivamente y :

$$Z_w = \sqrt{D/C(v)} \quad (16)$$

$Z_w$  tiene dimensiones de impedancia y  $\lambda$  representa el

inverso de la velocidad de propagación de la onda. Ambos términos son función del voltaje debido al efecto corona.

El sistema de EDOs resultante después de aplicar el método de características está conformado por las siguientes cuatro ecuaciones:

$$dt/dx = \lambda \quad (17)$$

$$\frac{dv}{dx} + Z_w \frac{di}{dx} + R_x i + \Psi = 0 \quad (18)$$

$$dt/dx = -\lambda \quad (19)$$

$$\frac{dv}{dx} - Z_w \frac{di}{dx} + R_x i + \Psi = 0 \quad (20)$$

donde:

$$\Psi = \int_0^t h'(t-\tau)i(\tau)d\tau \quad (21)$$

Este sistema de EDOs se resuelve numéricamente aplicando diferencias finitas y utilizando la técnica de convoluciones recursivas para poder incorporar el término que involucra la dependencia frecuencial.

Al construir la malla de discretización en diferencias finitas usando el método de las características se tiene el problema de que se produce una malla irregular como se observa en la Fig. 2, por tanto se tiene que aplicar un método para generar una malla regular, la cual es más fácil de discretizar. Para ello se empieza por suponer que en esta figura, ya se tiene la solución de las ecuaciones de la línea en los nodos a lo largo de la línea de  $t = T$  y que esta solución se puede extender a los nodos de la línea  $t = T + \Delta t$  mediante el siguiente proceso. Considere el punto "L" en la Fig. 2, así como las dos características de cruce. Dado que es improbable que la característica de pendiente positiva cruce la línea horizontal  $t = T$  en el punto de la malla regular preestablecido "Q", el punto real de cruce es "Q' ". Una situación similar se aplica a la característica de pendiente negativa, que cruza la línea de  $t = T$  en el punto denominado "G' " **por lo general diferente al punto "G"** de la malla regular. Todos los puntos de la malla irregular se obtienen mediante interpolaciones pero para ello es necesario conocer las soluciones de línea en los puntos "Q" y "G" de la malla regular. Es importante señalar que la malla regular de la Fig. 2 se obtiene mediante la asignación de los valores adecuados de  $\Delta x$  y  $\Delta t$ . Para ello, es necesario prescribir valores fijos de  $\Delta x$  y  $\Delta t$  que cumplen con la condición de Courant, Friedrichs y Lewi (CFL) (Proakis, y Manolakis, 1996):

$$\Delta t / \Delta x = \sqrt{DC} \quad (22)$$

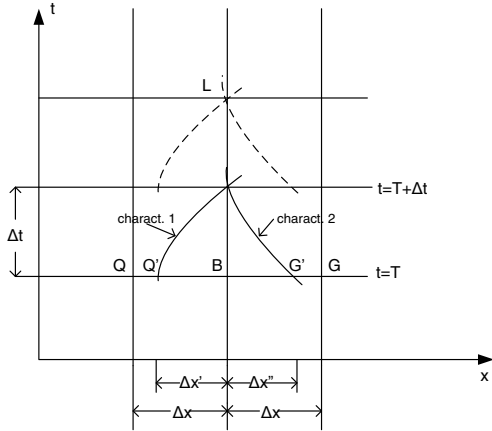


Fig. 2. Malla de curvas características

Partiendo de lo antes expuesto se tiene que la versión discreta de (18) y (20) resulta:

$$\Delta v + Z_w(v)\Delta i + R_x i \Delta x + \Psi \Delta x = 0 \tag{23}$$

$$\Delta v - Z_w(v)\Delta i - R_x i \Delta x - \Psi \Delta x = 0 \tag{24}$$

Para incorporar el término de convoluciones recursivas, ahora  $\Psi(t)$  será descompuesta en los siguientes  $N$  términos:

$$\Psi(t) = \sum_{i=1}^N \psi_i(t) \tag{25}$$

donde, de acuerdo a (12):

$$\psi_i(t) = -k_i p_i \int_0^t e^{-p_i(t-\tau)} i(\tau) d\tau \tag{26}$$

Sea además  $\Psi_{i,m}$  denotada como  $\psi_i(t)$  evaluada a la vez en  $t=mT$ . Ahora se asume que  $\Psi_{i,m}$  es conocida. El próximo valor de  $\psi_i(t)$  en el tiempo  $t=(m+1)\Delta t$ , puede ser obtenido fácilmente a través de la siguiente ecuación recursiva:

$$\psi_{i,m+1} = -\frac{1}{1+p_i\Delta t} \psi_{i,m} - \frac{\Delta t k_i p_i}{1+p_i\Delta t} i_L \tag{27}$$

### 3 Análisis a través del ATP/EMTP

Para la representación de la línea a través de ATP/EMTP, la línea se dividió en tramos cortos y sus parámetros fueron calculados usando el modelo de dependencia frecuencial planteado por Martí (JRM) (Martí, 1982), luego al final de cada sección fue aplicado un circuito que permite

incluir el efecto corona. La Fig. 3a muestra la estructura de este modelo.

Este circuito está constituido solamente por diodos, condensadores y fuentes de voltaje constantes como se muestra en la Fig. 3a. Con este circuito se consigue una buena aproximación piezo-lineal de la curva  $q-v$ . Los resultados iniciales obtenidos con estos circuitos presentaron ciertas oscilaciones las cuales fueron reducidas en gran medida conectando resistencias en serie a cada rama del circuito.

Para obtener buenos resultados con esta representación es necesario tener en cuenta que para la predicción del pico, la curvatura de la curva de  $q-v$  debe ser muy aproximado a la curva utilizada en el modelo de las característica, los criterios seguidos para esto es encontrar que la disipación de energía sea igual en cada área y la otra es encontrar la máxima área de intersección entre dos tramos consecutivos, véanse las Fig.4a y 4b.

### 4 Ejemplos de Aplicación

#### a. Simulaciones de ondas viajeras en forma de doble exponencial

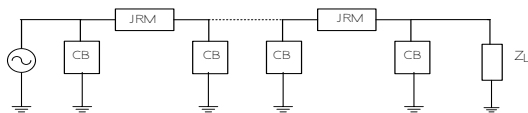
Considere una línea de transmisión monofásica de 10 km de largo con un conductor ACSR de radio  $r = 1,32$  cm a una altura de  $h=12$  m sobre el suelo, con una resistividad  $\rho t = 100 \Omega\cdot m$ . Considere además que en el otro extremo de la línea se tiene una carga resistiva de  $R_C = 450 \Omega$ . En el extremo emisor se inyecta un doble impulso exponencial de  $1,120$  MV/1.2  $\mu s$ /50  $\mu s$ . La Fig. 4 muestra las formas de onda de este impulso a los 0, 1, 2, 3, 4, 5, 7 y 10 km obtenido por Gary, et al, con el modelo de la línea que se describe en (Gary C, et al, 1983). La Fig. 5 muestra las correspondientes formas de onda obtenidos con el método aquí propuesto. La Fig. 6 muestra las formas de onda obtenidas con ATP/EMTP. Las Fig. 5, 6 y 7 muestran bastante similitud entre los resultados obtenidos. Sólo que en la Fig. 5 no se incluyen las colas de onda.

#### b. Ondas viajeras de cola truncada

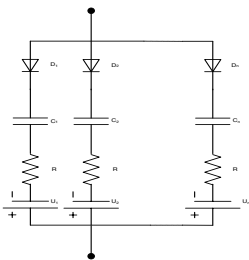
Las ondas viajeras con cola truncada constituyen una prueba muy estricta para modelos no lineales de línea. Sus discontinuidades tienden a provocar oscilaciones numéricas y no todos los modelos se pueden describir adecuadamente el paso de la forma de energía del frente de onda a la cola de onda.

b.1. Considérese de nuevo la línea descrita en el inciso a. Ahora, un impulso doble exponencial de  $1.120$  MV/1.2  $\mu s$ /50  $\mu s$  se ha truncado en el tiempo  $t = 2 \mu s$  es aplicado cerca del final de la línea. La Fig. 8 muestra las formas de onda a los 0, 1, 2, 3 y 5 km, obtenidas con el modelo de línea que se describe en (Gary y col., 1983). La Fig. 9 proporciona las formas de onda obtenidas con el modelo aquí descrito. Las diferencias entre las Fig. 8 y 9 son consi-

derables. Sin embargo, un problema con las simulaciones de la Fig. 8 es que las ondas que se propagan tienen mayor energía que la forma de onda inyectada. La Fig. 10 muestra las formas de onda obtenidas utilizando el ATP/EMTP. La Fig. 11 muestra un acercamiento de la Fig. 10, en esta figura se pueden observar las oscilaciones numéricas producidas con el modelo de ATP/EMTP si las resistencias de amortiguación en cada rama de la representación del circuito de corona se eliminaran.

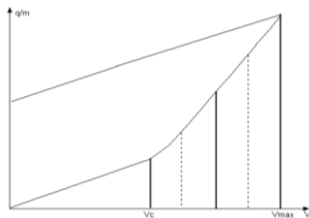


(a)

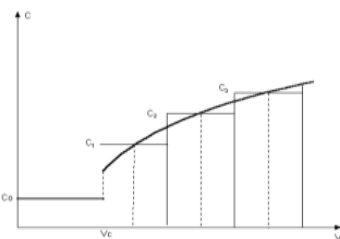


(b)

Fig. 3 a) Circuito del Modelo de línea usado para simular con el ATP/EMTP. b) Representación de la Rama de Corona (CB)



(a)



(b)

Fig. 4 Aproximación Piezolineal de la curva q-v

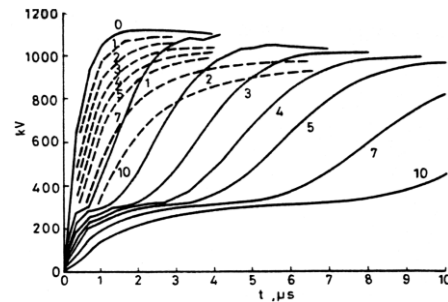


Fig. 5. Simulaciones obtenidas por Gary y col., para un impulso de doble exponencial 1.120MV, 1.2/50μs

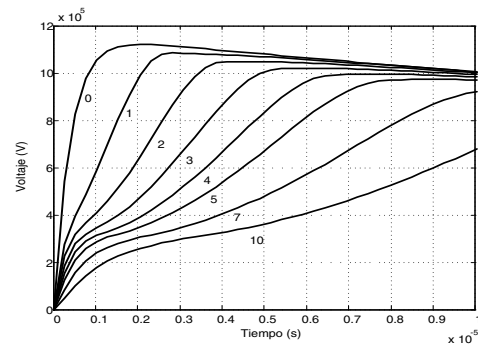


Fig. 6. Simulaciones obtenidas usando el método de las características para un impulso de doble exponencial 1.120MV, 1.2/50μs

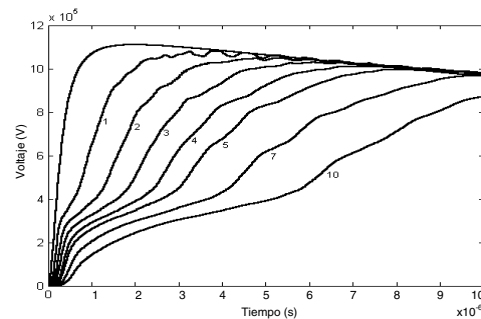


Fig. 7. Simulaciones obtenidas usando el ATP/EMTP para un impulso de doble exponencial 1.120MV, 1.2/50μs

b. 2. Simulaciones de un experimento de campo

El modelo de línea usando el método de las características es aplicado ahora en las simulaciones de un experimento de campo realizado por Wagner, Gross y Lloyd (Wagner, 1954). El experimento consistió en la inyección de un impulso doble exponencial de 1,56MV/0.35μs/6μs que ha sido truncado en el tiempo  $t = 1,7 \mu s$ , en el inicio de una sección de línea de 2.222 m de longitud. La Fig. 12 muestra las formas de onda obtenidas en el experimento en 0 y 621,79 m desde el punto de inyección.

La línea real se compone de tres conductores ACSR en disposición horizontal con un radio igual a  $r = 2,3546 \text{ cm}$  y

una altura medio  $h = 18,9 m$ . La distancia horizontal entre los conductores adyacentes es  $d=9,75 m$ . En el punto de inyección, los tres conductores fueron conectados eléctricamente y, en el otro extremo de la línea, cada conductor estaba conectado a tierra a través de una resistencia igual a su impedancia propia  $Z_L = 484 \Omega$ , este valor se obtiene para las tensiones por debajo de la tensión de inyección de Corona  $V_C$ .

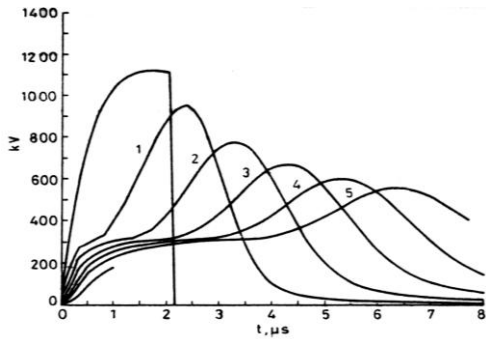


Fig. 8. Propagación del impulso 1.2/50 $\mu s$  truncado obtenido por Gary et al. (Gary y col., 1983)

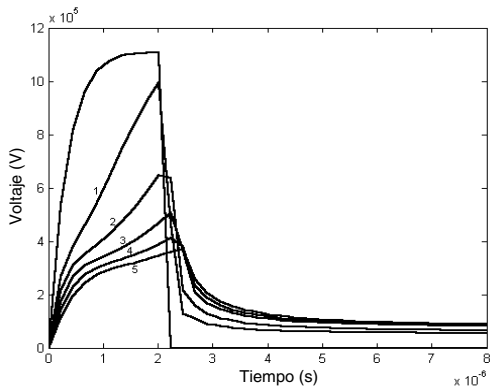


Fig.9 Propagación del impulso 1.2/50 $\mu s$  truncado obtenido usando el método de las Características

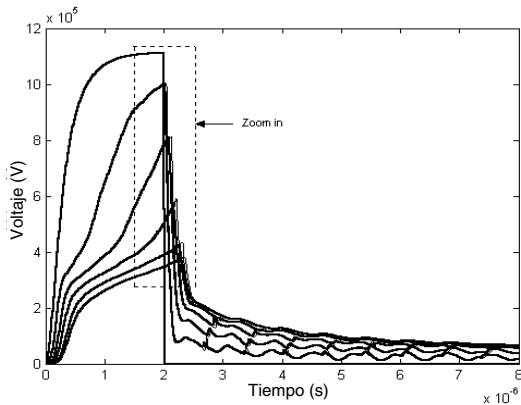


Fig. 10. Propagación del impulso 1.2/50 $\mu s$  truncado obtenido usando el ATP/EMTP

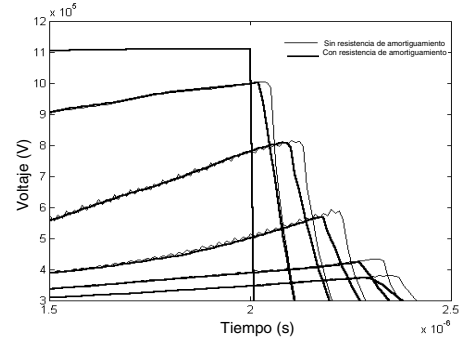


Fig. 11. Acercamiento de la Fig. 9

Para la simulación de la línea se consideró una sola fase, la resistividad del terreno se supone igual a  $\rho_g = 100 \Omega \cdot m$ , y el voltaje de inserción de corona fue de 250 kV. La Fig. 13 muestra las formas de ondas obtenidas con el modelo de línea aquí descrito aquí. Esta Fig. 13 se debe comparar con la Fig. 12.

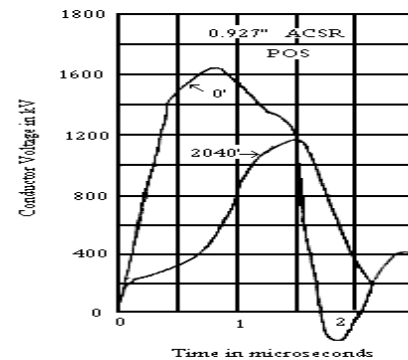


Fig. 12. Resultados experimentales obtenidos por Wagner y col., (C. F. Wagner, 1954)

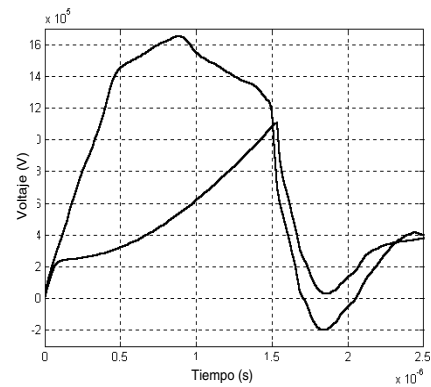


Fig. 13. Simulación de los resultados experimentales de Wagner y col., usando el método de las características

Los resultados con el ATP/EMTP y circuitos piezo-lineales, se comparan con los obtenidos usando el método de las características, así como con los resultados del pro-

grama PROPAGCOR reportados en (Gary y col., 1983). Los resultados de ATP/EMTP y las características están bastante aproximados entre ellos, mientras que los resultados de PROPAGCOR no coinciden con los aquí obtenidos, y en ellos se observa que no mantienen la conservación de la energía, pues la energía de la onda de salida es mayor que la que se tiene en la onda de entrada.

## 5 Conclusiones

- a. En este trabajo, se ha descrito la aplicación de un modelo de línea de transmisión monofásica para simulaciones de transitorios electromagnéticos
- b. El modelo propuesto aquí incluye tanto la dependencia de frecuencias como el efecto Corona. Este modelo se basa en el método de las características y circunvoluciones recursivas. Se ha aplicado la regla de Leibnitz para la diferenciación de una integral y así eliminar un paso de diferenciación numérica.
- c. Las simulaciones de la propagación de transitorios a lo largo de una línea monofásica con corona se puede hacer de manera satisfactoria, ya sea con un método de diferencias finitas como el de características o con un programa con el ATP/EMTP.
- d. La representación piezo-líneal del circuito, que consiste sólo de condensadores, diodos y fuentes de tensión constante, proporciona una representación adecuada del efecto corona para las simulaciones hechas con el ATP/EMTP.
- e. En principio la representación piezo-líneal de los circuitos en ATP/EMTP, produce ruido por la integración numérica. Sin embargo, pudo evitarse fácilmente a través del uso de CDA o por medio de resistencias de amortiguación. De acuerdo a los resultados se puede decir el uso del CDA es preferible a las resistencias de amortiguación, ya que éstas pueden afectar los resultados de la simulación debido a que sus valores han sido fijados por ensayo y error o por la experiencia.
- f. El método de diferencias finitas basado en las coordenadas características proveen de un base fina para el ajuste del modelo usado para simular el efecto corona con el ATP/EMTP.
- g. Además, el método de las Características está estrechamente relacionado con onda viajera y el esquema de Bergeron lo que indica que éste método puede servir de base para los nuevos modelos de línea que se quieran introducir en el ATP/EMTP
- h. Para disminuir los errores de reflexión presentes en el ATP/EMTP se debe utilizar pasos de discretización muy finos.

## Referencias

Barros S, Carneiro Jr, Azevedo R M, 1995, An Efficient Recursive Scheme for the Simulation of Overvoltages on Multiphase Systems Under Corona, IEEE Trans. On Power Delivery, Vol. 10, No. 3, pp. 14443–1452, July.

Carneiro S, Martí Jr, 1991, Evaluation of Corona and Line Models in Electromagnetic Transients Simulations. IEE Transactions on Power Delivery, Vol. 6. No. 1, pp. 334–342, January.

Gallagher T and Dudurych M, 2004, Model of corona for an EMTP study of surge propagation along HV transmission lines, IEE Proc.–Gener. Transm. Distrib., Vol. 151, No. 1, pp. 61–65, January.

Gary C, Timotin A, Cristecu D, 1983, Prediction of surge propagation influenced by corona and skin effect. IEE Proceedings, 130(5):264–72.

Gustavsen A, Semlyen, 1999, Rational Approximation of Frequency Domain Responses by Vector Fitting, IEEE Trans. On Power Delivery, Vol. 14, No.3, pp. 1052–1061, July.

Hoffman J, 1992, Numerical Methods for Engineers and Scientists, McGraw-Hill.

Mamis M, 2003, Computation of electromagnetic transients on transmission lines with non linear components, IEE Proceeding online No.20030115, pp. 200–204, February.

Martí J, 1982, Accurate modeling of Frequency-Dependent Transmission Lines in Electromagnetic Transient Simulations, IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, Vol. PAS-101, No. 1, pp.147–155, January.

Martí J, Jiming L, 1989, Suppression of Numerical oscillations in the EMTP, IEEE Transactions on Power Systems, Vol. 4, No. , pp. 739–747, May.

Martínez J, Castro F, 2010 Modeling of Overhead Transmission Lines for Lightning Overvoltage Calculations. Ingeniare. Revista chilena de Ingeniería, vol. 18 N° 1, pp. 120–131.

Naredo J, 1992, The Effect of Corona on Wave Propagation on Transmission Lines, Ph. D. Dissertation. The University of British Columbia, June.

Naredo J, Soudack A, Martí J, 1995, Simulation of transients on transmission lines with corona via the method of characteristics, IEE Proceedings: Generation, Transmission and Distribution; 142(1):81–7.

Noda T, Ono T, Matsubara H, Motoyama H, Sekioka S, 2003, Charge-Voltage Curves of Surge Corona on Transmission Lines: Two Measurement Methods, IEEE Transaction on Power Delivery, Vol. 18, No. 1 pp. 307–314, January.

Proakis J, Manolakis D, 1996. Digital Signal Processing, Principles, Algorithms and Applications”, Prentice Hall, Inc.

Radulet Al, Timotin A, Tugulea A, Nica, 1978, The Transient Response of the Electric lines Based on the Equations with Transient Line-Parameters, Rev. Roum. Sci. Techn. Vol.23, No.1, pp. 3–19.

Ramírez J, Naredo P Moreno L, Guardado, 2001, Electromagnetic transients in overhead lines considering frequency dependence and corona effect via the method of characteristics, Electrical Power & Energy Systems, Vol. 23. pp. 179–188.

Wagner I, W Gross B L, Lloyd, 1954, High-Voltage Im-

pulse Test on Transmission Lines, AIEE Trans., PAS-73,  
April, 196-210.

*Recibido: 25 de abril de 2011*

*Revisado: 15 de marzo de 2012*