UCV-HACER. Revista de Investigación y Cultura
ISSN: 2305-8552
revistaucvhacer@ucv.edu.pe
Universidad César Vallejo
Perú

El "método matricial" en la enseñanza del análisis estructural: ¡una realidad!

Segundo A. Paico Gasco
Universidad César Vallejo
Chiclayo–Perú

Recibido: 18 de abril de 2013.
Aceptado: 29 de mayo de 2013.

Resumen

Siendo el análisis estructural la columna vertebral de la razón de ser del ingeniero civil, es necesario profundizar, incentivar y actualizar nuestros conocimientos en los diferentes métodos y técnicas modernas que se pueden aplicar para determinar las diferentes variables estructurales que se presentan en la ingeniería. Es aquí donde la ciencia y la tecnología nos pretenden desbordar con su rapidez y avance acelerado, por eso la necesidad de comprender los métodos, procedimientos y técnicas usados por los modernos softwares aplicativos que desarrollan todo tipo de estructuras usando el método matricial y en el caso más completo el análisis por elementos finitos. En la actualidad es una realidad la enseñanza de este método en algunas escuelas de ingeniería, estando consolidada la enseñanza en las escuelas de postgrado de la Universidad de Ingeniería, Universidad Particular de Ciencias Aplicadas y en las currículos de pre-grado de las universidades de Europa, Norte América y en Sudamérica en la Escuela de Ingeniería colombiana.

El método es sencillo y sistemático lo que lo hace repetitivo y tedioso, sin embargo con la ayuda de la computadora logramos rapidez y precisión en los resultados. Parece irónico que los estudiantes de hoy pueden aprender en unos pocos meses las teorías y los principios del análisis estructural que a la humanidad le tomo miles de años desarrollar.

Sin embargo lo más importante es que el ingeniero a pesar de usar tecnología moderna; identifique, evalué e interprete resultados producto del análisis, así como reconozca las causas y los efectos que se producen cargas que actúan sobre una estructura.

Key words: Structural Analysis for Matricial Method

Introducción

Los métodos clásicos de análisis estructural desarrollado a fines del siglo XIX, tienen las cualidades de la generalidad, simplicidad lógica y elegancia matemática. Desgraciadamente, conducían a menudo a cálculos muy laboriosos cuando se los aplicaba en casos prácticos, y en aquella época, esto era un gran problema.

Por esta razón sucesivas generaciones de ingenieros se dedicaron a tratar de reducir el conjunto de cálculos. Muchas técnicas ingeniosas de gran valor práctico fueron apareciendo (Método de Integración, Método del área de momentos, Método del trabajo virtual, Método de Castigliano, Método de las deflexiones, Método de los tres momentos, Método de Kani, Método de Cross, Método de Takabeya, Método de Bowman, etc.), pero la mayoría de los mismos eran aplicables sólo a determinados tipos de estructuras, con resultados aproximados.

The method is simple and consistent making it repetitive and tedious, but with the help of computer we can quickly and accurately in the results. It seems ironic that today's students can learn in a few months the theories and principles of structural analysis that it took mankind thousands of years to develop.

But the most important thing is that the engineer despite using modern technology to identify, evaluate and interpret results of product analysis and recognition of the causes and effects produced loads acting on a structure.

La principal objeción del uso del método matricial en el Análisis de Estructuras fue que este conducía a sistemas con un gran número de ecuaciones lineales, difíciles de resolver manualmente; pero con resultados precisos.

Con la aparición de las computadoras, las cuales son capaces de realizar los múltiples trabajos numéricos, esta objeción no tiene ahora sentido, mientras que la generalidad de los métodos permanece. Esto explica por qué los métodos matriciales deben en su tratamiento básico de las estructuras más al siglo XIX que al siglo XX.

El empleo de la notación matricial presenta dos ventajas en el cálculo de estructuras. Desde el punto de vista teórico, permite utilizar métodos de cálculo en forma compacta, precisa y, al mismo tiempo, completamente general; lo que facilita el tratamiento de la teoría de estructuras como unidad, sin que los principios fundamentales se vean oscurecidos por operaciones de cálculo, por un lado, o diferencias físicas entre estructuras, por otro.

Desde el punto de vista práctico, proporciona un sistema apropiado de análisis de estructuras y determina una base muy conveniente para el desarrollo de programas de computación.

En contraste con estas ventajas, debe admitirse que los métodos matriciales se caracterizan por una gran cantidad de cálculo sistemático Las virtudes del cálculo con computadora radican en la eliminación de la preocupación por las operaciones rutinarias, el ingenio necesario para preparar el modelo con que se pretende representar la realidad y el análisis crítico de los resultados. La etapa más avanzada de los mismos es la de análisis por elementos finitos, la herramienta más poderosa con que se cuenta para el análisis sistemático de todo tipo de estructuras

Es necesario valorar el esfuerzo de miles de años de nuestros antepasados, que con sus métodos de análisis constituyen la base fundamental del análisis estructural, pero también es importante adecuarnos constantemente a los cambios que nos presenta la ciencia y ubicar a nuestros alumnos en el contexto actual, sin perder de vista el fundamento teórico del análisis estructural

Se debe ser consciente que sin un modelo adecuado o sin una interpretación final, el refinamiento en el análisis carece de sentido.

Contenido

Recordemos al egipcio IMHOTEP que diseño y construyo la gran pirámide escalonada de Sakkara alrededor del año 3000 a.C., el cual es considerado como el primer ingeniero estructural del mundo.

Arquimedes (278 -212 a.C.), quien desarrollo algunos principios fundamentales de la estática e introdujo el término “Centro de Gravedad”, Los Romanos, que introdujeron los arcos semicirculares demampostería, los Griegos quienes ejecutaron los grandes puentes y acueductos tal vez con reglas empíricas.

Sin embargo antes de haberse desarrollado el análisis estructural fue necesario desarrollar la ciencia de la mecánica de materiales (siglo XIX), y se puede citar al físico francés Charles Augustin Coulomb (1736 – 1806)- Ingeniero matemático francés Louis Marie Henri Navier (1785-1836), quienes sentaron las bases de la mecánica de materiales.

SquireWhipple (EEUU 1804-1888) introdujo el primer método racional para el análisis de armaduras. Por los años 1860 – 1880 se publicaron varios métodos excelentes para calcular deflexiones en estructuras dentro de los que sobresale el Escoses James Clerk Maxwell (1831 – 1879) y su teorema de las deflexiones reciprocas, el alemán Otto Mohr (1835 – 1918) y su método de los pesos elásticos, el italiano Alberto Castigliano (1847 – 1884) y su teorema sobre el trabajo mínimo, el Estadounidense Charles E. Greene (1842 – 1903) y sus teoremas de área de momentos publicados en 1873, el francés B P E Clapeyron (1799 – 1864) con su teorema de los tres momentos, el EE.UU G. A. Maney (1888-1947) y Cross (1855- 1959) con sus métodos de pendiente – deflexión y distribución de momentos respectivamente. Kani y Takabeya quienes orientaron sus métodos principalmente a los entramados ortogonales de uso corriente en edificios de muchos pisos.

En el siglo XX evoluciona la arquitectura, surgiendo muchos problemas estructurales complejos, no se disponía de computadoras para resolver gran cantidad de ecuaciones simultáneas.

En los años 1940 aparecen los aviones, surgiendo el análisis matricial de las estructuras, que con ayuda de la evolución de la informática hoy en día problemas tan complejos son solucionados en un tiempo corto y con mayor precisión y exactitud que con los métodos aproximados que fueron muy usados durante cientos de años.

Básicamente los métodos matriciales consisten en reemplazar la estructura continua real por un modelo matemático de elementos finitos, cuyas propiedades pueden expresarse en forma matricial.

El proceso de análisis se puede considerar como el estudio de cuatro etapas bien definidas, a saber:

1.- Acción sobre la estructura

2.- Acción sobre los elementos

3.- Respuesta de los elementos

4.- Respuesta de la estructura

Por acción se puede entender una fuerza o un desplazamiento impuestos sobre la estructura. A su vez, esta responde con desplazamientos o fuerzas respectivamente.

La relación existente entra la acción y respuesta se puede representar matricialmente en la forma

$$[\delta] = [C][F] \qquad (4.1)$$

o

$$[F] = [K][\delta] \qquad (4.2)$$

En donde **[δ] recibe** el nombre de matriz de desplazamientos en la estructura que constituye la respuesta, **[C]** recibe el nombre de matriz de flexibilidad de la estructura y **[K]** el de matriz de rigidez de la misma. La ecuación 4.1 corresponde a la modalidad de método de las fuerzas, mientras que la ecuación 4.2 sirve de base al método de los desplazamientos.

Sistemas de coordenadas

Tanto para la estructura como para los miembros se utilizan sistemas de coordenadas ortogonales, cartesianas y de mano derecha. Es preciso distinguir entre el sistema de coordenadas generales, globales o de la estructura y el sistema de coordenadas particulares, locales o del elemento.

Coordenadas generales o de la estructura

Este sistema se denomina así porque a él se refieren todos los datos de la estructura en su conjunto, tales como la posición de los nudos, las cargas que actúan sobre ellos, sus desplazamientos y las reacciones de los apoyos. Con el fin de utilizar en los programas los mismos procesos, conviene utilizar dos sistemas de coordenadas generales. El primero es aplicable a armaduras y pórticos y el segundo, que esta rotado 90º con respecto al primero, se utiliza en el análisis de parrillas. La representación gráfica de ambos sistemas se indica a continuación en la fig.4.1.

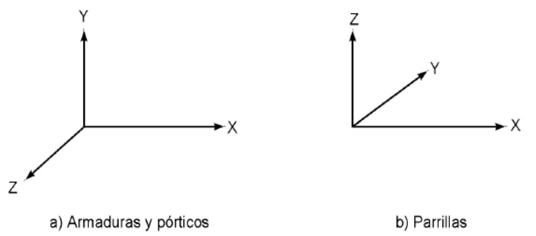
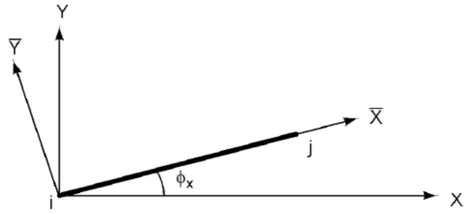


Figura 2.1

Coordenadas particulares o del elemento

Todas las propiedades de los elementos, como las dimensiones y momentos de inercia, al igual que las cargas aplicadas sobre los mismos y las fuerzas internas a que se ven sometidos, deben referirse al sistema particular de coordenadas de cada uno de ellos, que es definido por el usuario al asignarle una orientación al elemento, es decir, al indicar cuál es su nudo inicial y cual el final. Se supone entonces que el sentido positivo del eje X local, va del nudo inicial al nudo final; los otros ejes locales quedan automáticamente definidos por la regla de la mano derecha.

Cuando se trata de una estructura en un plano, basta un solo ángulo para expresar la relación entre ambos sistemas de coordenadas, global y local, como se



muestra en la fig. 4.2:

Fig. 2.2

En cambio, para estructuras en el espacio, la relación entre ambos sistemas se expresa mediante los tres ángulos direccionales (fig. 4.3):

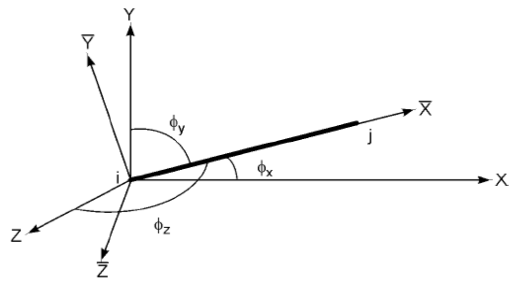


Fig. 2.3

En resumen, todo lo que se refiere a nudos deberá expresarse en coordenadas globales y todo lo relacionado con elementos deberá referirse a las coordenadas locales correspondientes. Lo mismo es aplicable a los diferentes resultados.

Para ensamblar la matriz de rigidez de la estructura, es necesario que las matrices de rigidez individuales estén referidas al sistema de coordenadas generales.

Pasos que se deben efectuar para el análisis matricial de la estructura

1.- Identificar la estructura, numerar los nudos y determinar la orientación de los elementos.

2.- Calcular los momentos de empotramiento en los nudos para cada elemento estructural

3.- Calcular los términos de las matrices de rigidez de los miembros, referidas a coordenadas generales

4.- Ensamblar la matriz de rigidez de la estructura, reordenándola para que queden separadas de una vez las fuerzas en los nudos libres y las reacciones en los apoyos.

5.- Partir la matriz ensamblada y calcular los desplazamientos desconocidos

6.- Calcular las reacciones y verificar el equilibrio general de la estructura

7.- Calcular las fuerzas internas utilizando las matrices individuales y verificar, finalmente, el equilibrio de los nudos.

Matriz de rigidez de una barra prismática sometida a tensión o compresión simple

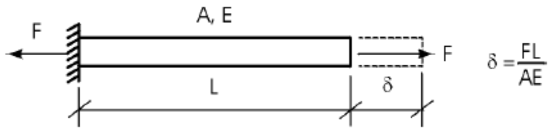


Fig. 2.4

En la figura 4.4 se presenta una barra prismática sometida a tensión simple. En resistencia de materiales se vio que dicha barra experimenta una elongación δ dada por:

$$\delta = \frac{FL}{AE}$$

Despejando se obtiene:

$$F = \frac{AE}{L}\delta$$

Completamente análoga a la obtenida para el resorte elástico si considera una constante del resorte equivalente:

$$k_e = \frac{AE}{L}$$

En consecuencia, se puede escribir que la matriz de rigidez de una barra sometida a tensión o compresión simple; está dada por:

$$[K] = \begin{array}{cc} \delta_i & \delta_j \\ \end{array} \begin{bmatrix} \frac{AE}{L} & -\frac{AE}{L} \\ -\frac{AE}{L} & \frac{AE}{L} \end{bmatrix} = \frac{AE}{L} \begin{array}{cc} \delta_i & \delta_j \\ \end{array} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$$

Como es sabido, la mayor aplicación de tales barras se encuentra en las armaduras o cerchas, bien sea plana o espacial

Matriz de rigidez de un elemento prismático sometido en sus extremos a flexión y corte

El estudio de las vigas se iniciara con el de un elemento prismático sometido en sus extremos a flexión y corte. Posteriormente se incluirá el efecto de cargas axiales y el de cargas repartidas, actuando entre los extremos del mismo en uno de los planos principales y perpendicularmente a su eje longitudinal.

En la figura 2.5 está representado un elemento tal, con las fuerzas que actúan sobre él y su sistema de coordenadas locales.

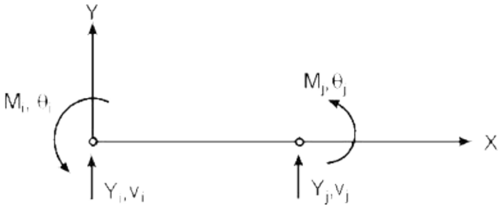


Fig. 2.5

El planteamiento matricial del problema resulta en:

$$\begin{bmatrix} Y_i \\ M_i \\ Y_j \\ M_j \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} & k_{13} & k_{14} \\ k_{21} & k_{22} & k_{23} & k_{24} \\ k_{31} & k_{32} & k_{33} & k_{34} \\ k_{41} & k_{42} & k_{43} & k_{44} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_i \\ \theta_i \\ v_j \\ \theta_j \end{bmatrix}$$

Recordando el significado físico de los términos de cada columna de la matriz de rigidez, se determinan las fuerzas que mantienen la estructura en equilibrio en cada una de las situaciones de la figura siguiente. Para ello resulta muy útil el método de la viga conjugada.

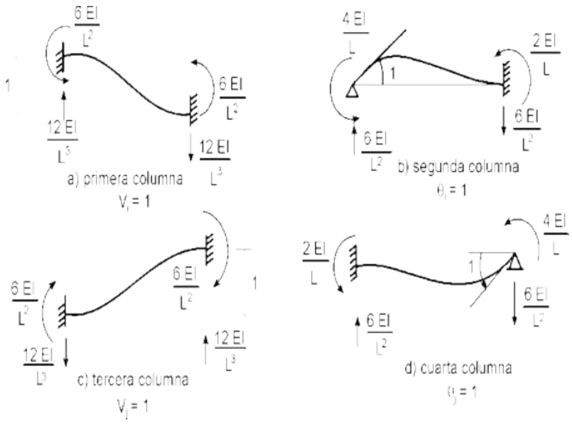


Fig. 2.6

Significado físico de los términos de la matriz de rigidez de un elemento prismático sometido a flexión y corte. En todos los casos los desplazamientos nodales no indicados explícitamente con cero

Ensamblando los términos correspondientes a las cuatro columnas, con debida consideración a la convención de signos adoptada (fuerzas hacia arriba y momentos anti horarios son positivos), se obtiene la matriz de rigidez del elemento:

$$\begin{array}{cc} & \begin{array}{cccc} v_i & \theta_i & v_j & \theta_j \end{array} \\ [K]= & \begin{bmatrix} \frac{12EI}{L^3} & \frac{6EI}{L^2} & -\frac{12EI}{L^3} & \frac{6EI}{L^2} \\ \frac{6EI}{L^2} & \frac{4EI}{L} & -\frac{6EI}{L^2} & \frac{2EI}{L} \\ -\frac{12EI}{L^3} & -\frac{6EI}{L^2} & \frac{12EI}{L^3} & -\frac{6EI}{L^2} \\ \frac{6EI}{L^2} & \frac{2EI}{L} & -\frac{6EI}{L^2} & \frac{4EI}{L} \end{bmatrix} \end{array}$$

De nuevo se observa que la matriz [K] es simétrica y que la suma de los términos Y correspondientes a cualquier columna da cero. No ocurre lo mismo con los términos M, puesto que en el equilibrio de momentos entran también las fuerzas de corte.

Vigas con cargas repartidas

El procedimiento que se emplea para resolver vigas con cargas concentradas no es el mismo que se utiliza para analizar vigas con cargas repartidas, pues mientras que en las que poseen cargas concentradas están sometidas únicamente a corte y flexión en sus extremos; en las vigas con cargas repartidas el corte varia continuamente dentro del tramo y la relación entre fuerzas y desplazamientos no es la indicada en la ecuación general 11.44.

Sin embargo, el problema se podría resolver en forma aproximada, reemplazando la carga repartida por varias cargas concentradas, equivalentes en magnitud. Naturalmente, el error disminuye a medida en que se emplee un mayor número de cargas, pero esto requiere a su vez que se aumente el número de tramos y, en consecuencia, la magnitud del problema, ya que cada tramo introduce dos grados adicionales de libertad. Esto hace que para una estructura grande la aproximación no tenga importancia práctica, pues consume demasiada memoria de la computadora.

Afortunadamente, el problema de cargas repartidas se puede tratar en forma similar a la utilizada en armaduras, para el caso de efectos de temperatura o errores de fabricación.

En efecto, al considerar la viga de figura (a) siguiente, sometida a las cargas repartidas mostradas, es evidente que en cada tramo, si estuviera solo, se deformaría como se indica en la figura (b) y su ensamblaje sería imposible, puesto que la continuidad de la viga exige que las rotaciones de todos ellos sean iguales en los nudos comunes.

Es evidente que si a cada tramo cargado se le aplican las reacciones de empotramiento, como se muestra en la figura (c), ya no habrá problema para efectuar el ensamblaje; no obstante será necesario aplicar a la estructura ensamblada en estas condiciones unas fuerzas iguales en magnitud y de sentido opuesto a las de empotramiento, con el fin de lograr, al efectuar la superposición, la equivalencia de los dos sistemas. Esto se ilustra en la sección (e) de la misma figura. Como la última viga quedo sometida únicamente a cargas en los apoyos, es posible resolverla con el procedimiento visto anteriormente para tramos sometidos solo a flexión y corte en sus extremos.

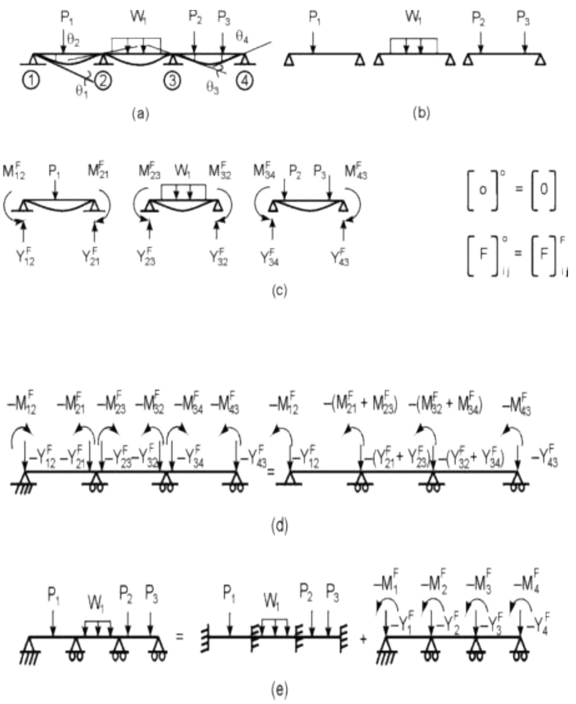


Fig. 2.7 (a, b, c, d)

Reemplazo de una viga continúa con cargas sobre los tramos por un sistema equivalente con cargas concentradas en los apoyos

Matemáticamente, la superposición se puede expresar así:

$$[F]=[F]^F+[K][\delta]$$

Que una vez ordenada permita partirla y escribir:

$$[F]_n=[F]_n^F+\left[K_{nn}|K_{na}\right]\left[\frac{\delta_n}{\delta_n}\right]$$

Cuando los desplazamientos de los apoyos son cero, la ecuación anterior se reduce a:

$$[F]_n[F]_n^F+[K_{nn}][\delta_n]$$

Y despejando los desplazamientos libres:

$$[\delta_n]=[K_{nn}]^{-1}[F-F^F]_n$$

Como los desplazamientos de la primera etapa, ósea la de la estructura con nudos fijos son nulos, los desplazamientos encontrados en la ecuación anterior, resultan idénticos a los de la estructura original.

Después de hallar [δn], las reacciones de los apoyos se calculan así:

$$[F]_a=[F]_a^F+[K_{an}][\delta_n]$$

Y finalmente se encuentran las fuerzas internas en cada tramo mediante la ecuación:

$$[F]_{ij}=[F]_{ij}^F+[K]_{ij}[\delta]_{ij}$$

En donde:

[Fn] s el vector de cargas aplicadas (conocidas)

[F_a] son las reacciones en los apoyos de la estructura (desconocidas)

[δ_n] es el vector de desplazamientos de los nudos libres (desconocidas) y

[δ_a] es el vector de los desplazamientos de los apoyos (conocidos y generalmente iguales a cero).

Las ecuaciones anteriores constituyen la base de la solución matricial de una estructura por el método de los desplazamientos.

Determinándose los desplazamientos en los nudos de la estructura y las fuerzas en los apoyos.

Matriz de rigidez de un elemento prismático sometido en sus extremos a fuerza axial, flexión y corte

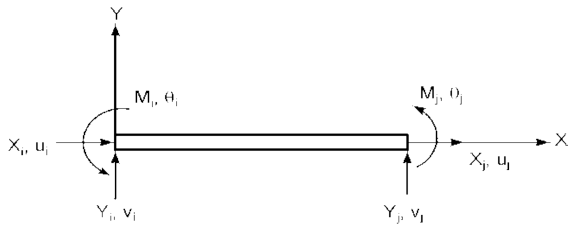


Fig. 2.8

Su planteamiento matricial está dado por:

$$\begin{bmatrix} X_i \\ Y_i \\ M_i \\ X_j \\ Y_j \\ M_j \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} & k_{13} & k_{14} & k_{15} & k_{16} \\ k_{21} & k_{22} & k_{23} & k_{24} & k_{25} & k_{26} \\ k_{31} & k_{32} & k_{33} & k_{34} & k_{35} & k_{36} \\ k_{41} & k_{42} & k_{43} & k_{44} & k_{45} & k_{46} \\ k_{51} & k_{52} & k_{53} & k_{54} & k_{55} & k_{56} \\ k_{61} & k_{62} & k_{63} & k_{64} & k_{65} & k_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_i \\ v_i \\ \theta_i \\ u_j \\ v_j \\ \theta_j \end{bmatrix}$$

Donde la matriz de rigidez tiene la forma:

$$\begin{array}{c} \begin{array}{cccccc} \quad u_i & \quad v_i & \quad \theta_i & \quad u_j & \quad v_j & \quad \theta_j \end{array} \\ [K]=\begin{bmatrix} \frac{AE}{L} & 0 & 0 & -\frac{AE}{L} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12EI}{L^3} & \frac{6EI}{L^2} & 0 & -\frac{12EI}{L^3} & \frac{6EI}{L^2} \\ 0 & \frac{6EI}{L^2} & \frac{4EI}{L} & 0 & -\frac{6EI}{L^2} & \frac{2EI}{L} \\ -\frac{AE}{L} & 0 & 0 & \frac{AE}{L} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{12EI}{L^3} & -\frac{6EI}{L^2} & 0 & \frac{12EI}{L^3} & -\frac{6EI}{L^2} \\ 0 & \frac{6EI}{L^2} & \frac{2EI}{L} & 0 & -\frac{6EI}{L^2} & \frac{4EI}{L} \end{bmatrix} \end{array}$$

Evaluación directa de la matriz de rigidez de una columna prismática, vertical referida al sistema de ejes generales o de la estructura

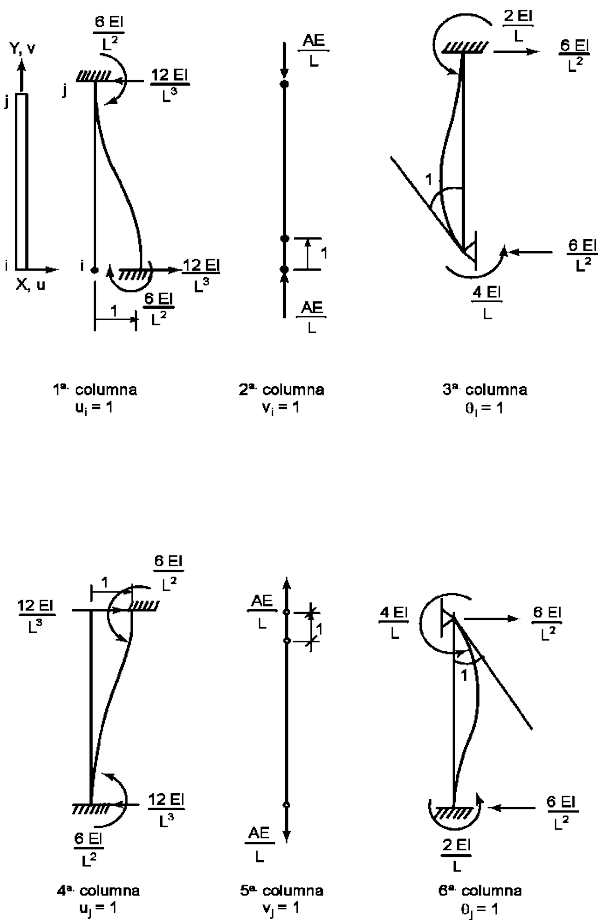


Fig. 2.9 - Fuerzas correspondientes a cada columna de la matriz de rigidez de un elemento vertical de pórtico plano.

Siendo la matriz de rigidez:

$$
\begin{array}{cc}
 & \begin{array}{cccccc} u_i & v_i & \theta_i & u_j & v_j & \theta_j \end{array} \\
[K]= & \begin{bmatrix}
\frac{12EI}{L^3} & 0 & -\frac{6EI}{L^2} & -\frac{12EI}{L^3} & 0 & -\frac{6EI}{L^2} \\
0 & \frac{AE}{L} & 0 & 0 & -\frac{AE}{L} & 0 \\
-\frac{6EI}{L^2} & 0 & \frac{4EI}{L} & \frac{6EI}{L^2} & 0 & \frac{2EI}{L} \\
-\frac{12EI}{L^3} & 0 & \frac{6EI}{L^2} & \frac{12EI}{L^3} & 0 & \frac{6EI}{L^2} \\
0 & -\frac{AE}{L} & 0 & 0 & \frac{AE}{L} & 0 \\
-\frac{6EI}{L^2} & 0 & \frac{2EI}{L} & \frac{6EI}{L^2} & 0 & \frac{4EI}{L}
\end{bmatrix}
\end{array}
$$

Se sabe que el análisis estructural es el estudio de las estructuras como sistemas discretos y que la teoría de las estructuras se basa esencialmente en los fundamentos de la mecánica con los cuales se formulan los distintos elementos estructurales. Además las leyes o reglas que definen el equilibrio y la continuidad de una estructura se pueden expresar de distintas maneras, por ejemplo ecuaciones diferenciales parciales de un medio continuo tridimensional, ecuaciones diferenciales ordinarias que definen a una barra o a las distintas teorías de vigas, o simplemente ecuaciones algebraicas para una estructura discretizada.

Mientras más se profundiza en la física del problema, se van desarrollando teorías que son más apropiadas para resolver ciertos tipos de estructuras y que demuestran ser más útiles para cálculos prácticos. Sin embargo, en cada nueva teoría se hacen hipótesis acerca de cómo se comporta el sistema o elemento.

Podemos determinar que los principios aplicados al medio continuo en los que se fundamenta el análisis de estructuras cuando su comportamiento es elástico, lineal, homogéneo e isotrópico, y cuando las deformaciones de los elementos son pequeñas son: Principio de continuidad, Principio de los modelos constitutivos y el Principio del equilibrio.

Conclusiones

Hemos sido testigos de los innumerables cambios tecnológicos que ha sufrido la humanidad en los últimos tiempos, que han ayudado enormemente a la solución de los problemas de las diferentes especialidades del quehacer humano y que han obligado a replantear y cambiar la visión en la enseñanza universitaria en la UCV. Sin embargo la ingeniería se ha visto robustecida con estos cambios que han revolucionado y optimizado el trabajo y el tiempo para el procesamiento de datos.

Este método ha sido puesto en práctica en los cursos de Ingeniería Estructural en la UCV filial Chiclayo en el programa de Experiencia Laboral y Segunda Titulación, donde los tiempos son más cortos; generándose el mejoramiento del rendimiento y logrando eficientemente las competencias de nuestros alumnos, optimizando los tiempos de la enseñanza, aumentando el análisis de casos en el aula apoyados con el uso del computador; no sin antes reafirmar los fundamentos del análisis clásico y moderno a los problemas estructurales y la interpretación de los resultados que se generan de dicho análisis.

Referencias bibliográficas

Uribe J, (s.f). *Análisis Matricial de Estructuras*. Colombia.

Tena A. (2007). *Análisis Estructural con Métodos Matriciales*. México: Limusa.