



REICE. Revista Iberoamericana sobre  
Calidad, Eficacia y Cambio en Educación

E-ISSN: 1696-4713

RINACE@uam.es

Red Iberoamericana de Investigación Sobre  
Cambio y Eficacia Escolar  
España

Arreguín, Luz Elena; Alfaro, Jorge A.; Ramírez, Ma Soledad  
DESARROLLO DE COMPETENCIAS MATEMÁTICAS EN SECUNDARIA USANDO LA TÉCNICA DE  
APRENDIZAJE ORIENTADO EN PROYECTOS

REICE. Revista Iberoamericana sobre Calidad, Eficacia y Cambio en Educación, vol. 10, núm. 4,  
2012, pp. 264-284

Red Iberoamericana de Investigación Sobre Cambio y Eficacia Escolar  
Madrid, España

Disponible en: <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=55124841017>

- Cómo citar el artículo
- Número completo
- Más información del artículo
- Página de la revista en redalyc.org

redalyc.org

Sistema de Información Científica  
Red de Revistas Científicas de América Latina, el Caribe, España y Portugal  
Proyecto académico sin fines de lucro, desarrollado bajo la iniciativa de acceso abierto



## DESARROLLO DE COMPETENCIAS MATEMÁTICAS EN SECUNDARIA USANDO LA TÉCNICA DE APRENDIZAJE ORIENTADO EN PROYECTOS

*Luz Elena Arreguín, Jorge A. Alfaro, Ma Soledad Ramírez*

Revista Iberoamericana sobre Calidad, Eficacia y Cambio en Educación  
(2012) - Volumen 10, Número 4

<http://www.rinace.net/reice/numeros/arts/vol10num4/art16.pdf>

Fecha de recepción:	15 de agosto de 2012
Fecha de dictaminación:	14 de septiembre de 2012
Fecha de aceptación:	12 de octubre de 2012



Las reformas que la Secretaría de Educación Pública en México han tratado de promover en los distintos niveles educativos (en especial en el nivel educativo de secundaria), apuntan a tratar de favorecer una mejor calidad en los aprendizajes. En este sentido, resalta la necesidad de comprender lo qué se debe promover y la forma para lograrlo, buscar estrategias curriculares para que los alumnos comprendan la función de las matemáticas en el mundo, hacer de ellas una herramienta para satisfacer las necesidades que los hará tomar decisiones con juicios fundados.

La educación secundaria en México es el tercero y último nivel que conforma a la educación básica. Se cursa en tres grados y es de carácter propedéutica, es decir, necesaria para ingresar al nivel medio superior. Se imparte en las modalidades de secundaria general, telesecundaria, secundaria técnica y para trabajadores. En este nivel educativo los alumnos adquieren los conocimientos y las habilidades intelectuales fundamentales, con el propósito de facilitar la sistematización de los procesos de aprendizaje y el desarrollo de valores que alienten su formación integral como personas, asimismo, el sistema de educación secundaria en México está conformado por escuelas que resultan muy similares entre sí; esto es, con poca diferencia entre las que obtienen mejores y peores resultados (Zorrilla, 2009).

Por esa razón, el desarrollo de la competencia matemática supone aplicar capacidades, utilizando las herramientas de apoyo adecuadas e integrando conocimientos matemáticos e interdisciplinarios para dar una mejor respuesta a las situaciones de la vida, con distinto nivel de complejidad. El tema de competencias es una tendencia a nivel nacional e internacional, motivo de evaluación del aprendizaje y determinante de la calidad de los mismos.

En este sentido, el Programme for International Student Assessment (PISA) es una evaluación internacional estandarizada que se aplica a alumnos de 15 años, en la que participan distintos países, tiene por objetivo evaluar el rendimiento de los alumnos en los ámbitos de lectura, matemáticas y ciencias, en un conjunto de competencias necesarias para participar activamente en la sociedad, cuyo aprendizaje se desarrolla a lo largo de la vida (OCDE, 2006). La prueba PISA apunta a la capacidad de "poner en práctica de manera integrada habilidades, conocimientos y actitudes para enfrentar y resolver problemas y situaciones" (Instituto Nacional para la Evaluación de la Educación, 2005, p. 16).

Los estudiantes mexicanos han mostrado un desempeño bajo, comparado entre los países de este organismo internacional (México se ubica en el lugar 37 de 41 países participantes, OCDE, 2006). El 66% de los alumnos alcanzó el nivel 1, donde se requiere que realicen tareas matemáticas muy básicas, como responder preguntas en contextos familiares y cumplir disposiciones de rutina de acuerdo con instrucciones directas; el 30% de los alumnos mexicanos se ubican debajo del nivel 1 (un grado de dominio insuficiente para acceder a estudios superiores y para las actividades que exige la vida en la sociedad del conocimiento) y, sólo el 0.05 por ciento alcanzan el nivel máximo de dominio en matemáticas.

El desarrollo de ciertas competencias, en particular las competencias matemáticas, son un punto débil para el sistema educativo mexicano, donde emana la necesidad de buscar nuevas formas

de enseñanza y situar un nuevo concepto de currículo basado en competencias, para facilitar una aproximación racional a las competencias matemáticas basada en un enfoque funcional de las matemáticas escolares (Rico, 2007). Es importante también señalar que en la reforma implementada por la SEP en el año 2006 se promueve el desarrollo de competencias, sin embargo, Macías, López y Ramírez (2012), a través de un estudio de la enseñanza de las ciencias, encontraron que, aunque los docentes conocen sobre estrategias basadas en competencias es escasa su aplicación en los entornos educativos y que en su lugar integran otros métodos y recursos dependiendo de sus creencias, conocimientos, estilos de enseñanza, organización y expectativas de logro.

En este panorama se trabaja en la búsqueda curricular de estrategias docentes que promuevan el desarrollo de competencias matemáticas, donde alumno y maestro trabajen juntos para resolver problemas, participen en investigación y construyan conocimientos. En esta búsqueda se llevó a cabo la situación educativa que se presenta en este escrito, donde se integró la técnica didáctica de aprendizaje orientada en proyectos (Project oriented learning, POL, por sus siglas en inglés), con el objetivo de promover competencias matemáticas. La pregunta de investigación fue la siguiente:

**¿Cómo se desarrollan las competencias matemáticas de los alumnos de segundo grado de secundaria mediante el uso de la técnica de aprendizaje orientada en proyectos?**

El rol del profesor se enfocó en la implementación la técnica POL con los adolescentes de educación secundaria, con la intención de evaluar el impacto que ésta tenía en el desarrollo de competencias matemáticas, tratando de favorecer el trabajo colaborativo en el contexto, en función de los procesos y productos que realizaran los estudiantes de una secundaria pública, al darle significado a la competencia matemática con referencia a las capacidades de análisis, razonamiento y resolución de problemas.

## 1. MARCO CONCEPTUAL

### 1.1. Competencias matemáticas

Las competencias matemáticas ponen en relieve habilidades y destrezas que se relacionan con el reconocimiento e interpretación de los problemas que aparecen en distintos ámbitos y situaciones (Goñi, 2008); su traducción al lenguaje y contextos matemáticos, su resolución con el uso de procedimientos oportunos, la interpretación de los resultados y la formulación y comunicación de tales resultados, además de que van asociadas al *hacer* con objetos matemáticos, atributos, relaciones, conceptos, procedimientos, operaciones, formas de razonamiento, propiedades, representaciones, estructuras, todo ello en las diversas situaciones y problemas con que éstos puedan tomar sentido y significado.

La competencia matemática es igual al uso de conocimiento matemático para resolver problemas (situaciones) relevantes desde el punto de vista social (Goñi, 2008). Se enfoca en la capacidad de los estudiantes de utilizar su conocimiento matemático para enriquecer su comprensión de temas que son

importantes para ellos y promover así su capacidad de acción, lo que permite que sean reconocidos como ciudadanos reflexivos y bien informados, además de consumidores inteligentes (Leyva y Proenza, 2006). Esto, implica, entre otras cosas, saber gestionar el propio conocimiento matemático, argumentar las decisiones tomadas en el proceso y comunicar por un lado las soluciones y por el otro la resolución llevada a cabo (Burgués, 2008).

El desarrollo de competencias matemáticas conlleva utilizar espontáneamente -en los ámbitos personal y social- los elementos y razonamientos matemáticos para interpretar y producir información, para resolver problemas provenientes de situaciones cotidianas y para tomar decisiones (Castro, 2006). Supone aplicar aquellas destrezas y actitudes que permiten razonar matemáticamente, comprender una argumentación matemática, expresarse y comunicarse en el lenguaje matemático, utilizando las herramientas de apoyo adecuadas, e integrando el conocimiento matemático con otros tipos de conocimiento lo que permite dar una mejor respuesta a las situaciones de la vida de distinto nivel de complejidad (Niss, 2002).

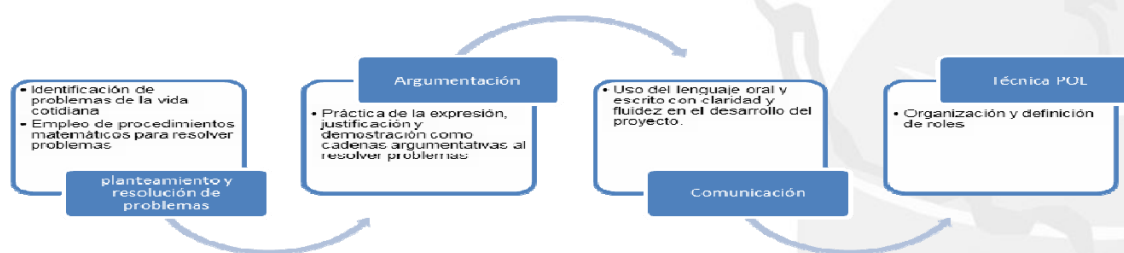
Por lo que, el estudio de las matemáticas como menciona el *Intersegmental Committee of the Academic Senates* (ICAS, 2010) de la Universidad de California deben contribuir para que los estudiantes desarrollen competencias que les permitan percibir esta disciplina como una forma de entender e interpretar un fenómeno y no como una secuencia de algoritmos para ser memorizados y aplicados.

## 1.2. Aprendizaje basado en competencias matemáticas

Este tipo de aprendizaje pone énfasis en el proceso, más que en la obtención de resultados, por esta razón PISA lo refiere como un sistema de acción complejo que abarca las habilidades intelectuales, las actitudes y otros elementos no cognitivos, como la motivación, valores y emociones, que son adquiridos y desarrollados por los individuos a lo largo de su vida e indispensables para participar eficazmente en diferentes contextos sociales. Aguilar y Cepeda (2005) retoman de PISA la competencia matemática entendida como la capacidad del alumno para identificar y entender el rol que juega la matemática en el mundo, emitir juicios fundamentados y utilizarla en formas que le permitan satisfacer sus necesidades como ciudadano constructivo, comprometido y reflexivo.

En tanto que, para Goñi (2008) representan la habilidad para desarrollar y aplicar el razonamiento matemático con el fin de resolver diversos problemas en situaciones cotidianas; enfatiza el uso funcional del conocimiento matemático en numerosas y diversas situaciones y de manera variada, reflexiva y basada en una comprensión profunda. En este sentido Niss (2002) hace referencia a ocho competencias matemáticas que son: pensar y razonar; argumentar, comunicar, modelar, plantear y resolver problemas; representar, hacer uso del lenguaje y operaciones simbólicas; utilizar ayudas y herramientas.

FIGURA 1. COMPETENCIAS MATEMÁTICAS A TRAVÉS DE LA TÉCNICA POL



En el estudio que se presenta en este artículo, el enfoque estuvo orientado a desarrollar las competencias de planteamiento y resolución de problemas, argumentación y comunicación, con apoyo de la técnica de aprendizaje basado en proyectos (POL por sus siglas en inglés) (Fig. 1).

### 1.3. Competencia matemática de planteamiento y resolución de problemas

En los procesos de pensamiento se puede fomentar la competencia matemática para permitir entender situaciones problemáticas y aplicar informaciones a una gran variedad de situaciones y contextos. Se puede conceptualizar como el conjunto de habilidades y destrezas relacionadas con el reconocimiento e interpretación de los problemas que aparecen en los diferentes ámbitos y situaciones (familiares, sociales, académicos o profesionales); su traducción al lenguaje y contextos matemáticos; su resolución, empleando los procedimientos oportunos; la interpretación de los resultados y la formulación y comunicación de tales resultados (Escamilla, 2008).

### 1.4. Competencia matemática de argumentación

La argumentación es el conjunto de habilidades, conocimientos y actitudes dirigidas a la explicación de determinados procesos. Entre las capacidades que incluye está la manera en que se explica, cómo se justifica y cómo se demuestra la solución de un problema (Tobón, 2007). Un ejemplo de aplicación en matemáticas radica en explicar el empleo de un determinado razonamiento en la solución de la vida cotidiana. Entre los criterios a considerar están: coherencia en los argumentos, sujeción a pruebas y hechos que los demás puedan constatar, sencillez en el discurso y lógica. Se trata de conformar nuevas estructuras de pensamiento haciendo uso de la comunicación oral y escrita, involucra a los individuos en la práctica de importantes habilidades cognitivas, tales como el pensamiento crítico, el razonamiento y la deliberación. Es importante formular argumentos que den sustento al procedimiento y/o solución encontrados, que conlleven a desarrollar la capacidad para evaluar y analizar los argumentos de los demás en el diálogo y, a su vez, transferir esas habilidades a los argumentos por escrito (Tobón, 2007). Además de lo anterior, la competencia de argumentar incluye el seguir y valorar cadenas de argumentos matemáticos de diferentes tipos; disponer de sentido para la heurística ¿Qué puede —o no— ocurrir y por qué?; y, finalmente, crear y expresar argumentos matemáticos.

### 1.5. Competencia matemática de comunicación

La comunicación como competencia es la capacidad de expresarse, tanto de manera oral como escrita. Con referencia a asuntos con contenido matemático, abarca las capacidades de la forma en que se expresa y representa la información matemática y la manera en que se interpreta dicha información (Niss, 2002). En tanto que, Whitin y Whitin (2002) señalan que, las matemáticas con frecuencia transmiten símbolos, por tanto la comunicación no siempre se reconoce como una parte importante de la enseñanza de esta asignatura. Sin embargo, (Vidal, 2010), refiere que nuestras habilidades comunicativas se empujan como una estrategia que aprovecha positivamente estas habilidades. De ahí que, hablar, dibujar y escribir, son estrategias que los alumnos utilizan para justificar su forma de pensar, formular preguntas y resumir situaciones importantes. Con ellas se consigue registrar observaciones de carácter general, hacer predicciones, detectar anomalías, proponer teorías, y poner a prueba sus ideas. De esta forma, los alumnos comienzan a desarrollar las habilidades de comunicación que se deben poseer para ser matemáticamente ciudadanos alfabetizados.

Para los estudiantes, una de las claves para la profundización de la comprensión matemática radica en la comunicación (Silbey, 2003). Hablar del problema, escuchar las soluciones de los demás, y escribir los



pasos para resolver el problema los ayuda a organizar y consolidar su pensamiento matemático. De la misma forma, Vidal (2009) expone que el uso de la palabra y la escritura en matemáticas son herramientas poderosas que pueden utilizarse para evaluar los conocimientos de los estudiantes y su constante necesidad de comunicación origina la aparición de habilidades para explicitar ideas, favoreciendo con ello el desarrollo de la competencia comunicativa, como conjunto estructurado y dinámico de conocimientos, habilidades, actitudes y valores que intervienen en el desempeño efectivo de las actividades que se realizan en la vida cotidiana en contextos específicos. Por ello, resulta de suma importancia el habitar a los alumnos a expresarse de forma oral, escrita y gráfica en situaciones que emergen de problemas matemáticos adecuándose a la adquisición y manejo de un vocabulario específico de notaciones y términos matemáticos (Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económicos [OCDE], 2003).

En tanto que, para Goñi (2008) representa un factor muy importante para el desarrollo de la capacidad de resolver problemas, debido a que no es posible desarrollar un proceso de pensamiento largo y complejo sin la ayuda de un elemento expresivo aún cuando es poco trabajada y valorada en matemáticas, la utilidad que presenta cuando se resuelve un problema, se escriben los datos, se realiza un dibujo que represente la situación, se escriben las operaciones a realizar, todo ello hace uso de formas expresivas que ayudan a organizar el proceso de pensamiento necesario para la resolución del problema, es un tipo de lenguaje necesario para desarrollar una fluidez matemática (Monaghan, 2006). Por lo tanto, los alumnos no pueden vivir en el aula renunciando a la comunicación entre su razón y sus acciones, porque aprender las prácticas matemáticas conlleva el aprender a legitimar con criterios sociales sus acciones comunicando entre sí sus objetivos y sus estrategias (Gallego *et al.*, 2005).

### 1.6. Evaluación de la competencia matemática

La evaluación debe formar parte del proceso enseñanza aprendizaje, y como tal exige unos principios para evaluar su desarrollo, continuidad, sistematicidad y flexibilidad (Escamilla, 2008). En el caso de las competencias matemáticas, su dominio tiene en cuenta tres variables o dimensiones: el contenido matemático que se debe utilizar para resolver el problema, la situación o contexto donde se localiza el problema y las competencias, o procesos que deben activarse para conectar el mundo real. Estas dimensiones corresponden a los tres componentes del modelo funcional, en el cual un sujeto aborda unas tareas mediante las herramientas disponibles y para ello moviliza y pone de manifiesto su competencia en la ejecución de unos procesos determinados.

La evaluación de las competencias debe realizarse en el mismo momento en que se plantea la circunstancia que exige ser competente (Zabala y Arnau, 2008). Para conocer el grado de aprendizaje de una competencia es necesaria la intervención del alumno ante una situación-problema que sea reflejo, lo más aproximado posible de las situaciones reales en las que se pretende que sea competente, siendo necesario identificar indicadores de logro, lo cual requiere el uso de instrumentos y medios muy variados, como la observación en función de las características específicas de cada competencia y los distintos contextos donde ésta debe o puede llevarse a cabo.

Además de atender la evaluación en contexto, Ramírez, Valenzuela, y Heredia (2012), a través de un estudio donde evaluaron la comprensión lectora y matemática, señalan que en esta problemática no se pueden obviar las dificultades propias de la enseñanza de los contenidos, tales como: la escasa formación que tienen los docentes de educación básica en la enseñanza de las ciencias, la predisposición negativa de los estudiantes, el alto grado de dificultad para la modelación matemática, ciencia y resolución de

problemas, las dificultades intrínsecas al conocimiento mismo y la inadecuada adaptación del conocimiento científico a conocimiento enseñable.

### 1.7. Técnica de aprendizaje orientado en proyectos (POL, por sus siglas en inglés: Project Oriented Learning)

POL es un modelo de aprendizaje que se organiza en torno a proyectos (Thomas, 2000), tiene efectos favorables en el desarrollo de actitudes positivas, habilidades en la resolución de problemas y la autoestima, así entonces es un modelo de instrucción que involucra conocimientos y habilidades a través de un proceso de investigación que gira en torno a preguntas y tareas (Kramer, Walker y Brill, 2007).

El aprendizaje basado en proyectos es el método con un enfoque global en la instrucción (Brooks-Young, 2005) donde los estudiantes participan en proyectos y en la práctica para relacionar una gama de conocimientos de matemáticas, lenguaje, artes, geografía, ciencia y tecnología. Se utiliza cuando se quiere aprender de manera sistemática acerca de la vida cotidiana, de tal manera que se vuelve según Poell y Van der Krogt (2003) un enfoque centrado en el alumno, enfocado a la ejecución en lugar de la planificación, en la continuación en lugar de la producción, sobre la diversidad en lugar de la óptima solución de pensamiento. En este mismo sentido Moss (1998, citado por Foulger y Jimenez-Silva, 2007) lo describe como un método de instrucción que contextualiza el aprendizaje de los estudiantes con la presentación de los productos a desarrollar o problemas a resolver.

Este tipo de aprendizaje satisface las diversas necesidades que tienen los estudiantes dentro del aula (Thomas 2000), al respecto Kucharski, Rust y Ring (2005) afirman que tiene el potencial para crear motivación intrínseca y proporcionar oportunidades para aplicar conocimientos, asegura Wolk (1994) puede también aumentar la autoestima, mejorar las habilidades sociales y proporcionar un entorno para que los alumnos experimenten y aumenten su capacidad en la resolución de problemas, la investigación, comunicación, recursos y capacidades de gestión, y la autonomía e interacción que se fortalece en los estudiantes.

En el aprendizaje basado en proyectos, la mayoría de los jóvenes dominan habilidades en la generación de planes y llevan con facilidad procedimientos, sin embargo, presentan dificultades para plantear preguntas científicas y significativas, gestionar procesos complejos, transformar datos y desarrollar explicaciones lógicas para apoyar argumentos (Callison, 2006). La enseñanza basada en proyectos es un método pedagógico importante y "parece no emplearse mucho en la educación matemática" (Bishop, 1999 p. 145), el cual permite la participación personal profundizando en una situación dada, otorga a la enseñanza un rasgo individualizado y personalizado. En el mismo sentido, Ramírez (2012) menciona que POL consiste en enfocar actividades individuales y en equipo, relacionadas con el "aprender a aprender juntos"; resolver problemas educativos reales, poniendo en práctica los conocimientos recién adquiridos y el buscar solucionar o desarrollar proyectos en forma integrada. Un proyecto es un esfuerzo que se lleva a cabo en un tiempo determinado para lograr el objetivo específico de crear un servicio o producto único. En términos generales, implica la realización de un proyecto a gran escala a lo largo de un período de tiempo bien definido y, admite que el proyecto pueda ser abordado en forma individual o en equipos.

POL consta de ocho etapas que los alumnos deben realizar para llegar a la meta final, involucra directamente a los alumnos en la acción, desde la planeación hasta la solución de los problemas (ITESM, 2000):



- El problema inicial. En este primer gran paso permite que el estudiante reflexione en el problema que quiere investigar a profundidad o bien la problemática que es capaz de resolver, con este punto se inicia el proyecto
- Análisis del problema. Para abordar esta fase, es necesario que se planteen las siguientes preguntas para elaborar un análisis acerca de situación problema a investigar: ¿El problema seleccionado es en realidad un problema?, ¿Para quién es un problema?, ¿Por qué es un problema?, ¿Cuándo es un problema?, ¿Dónde es un problema?
- Definición de la tarea. En esta etapa, es preciso que los alumnos formulen el problema lo más preciso posible, para que tengan claro sobre qué es lo que van a trabajar, es además importante estar a la expectativa de lo inesperado.
- Delimitación del problema. En este punto los estudiantes deben poner límites a su proyecto, debido a que en ocasiones el tiempo no es suficiente para resolver todos los aspectos del problema, la prioridad es enfocarse a los aspectos con los que van a trabajar su proyecto. Al término de este paso, el equipo tendrá una idea clara de lo que se hará para el resto del proyecto. En teoría, los problemas inesperados ya no aparecerán.
- Solución. Este periodo es para que los alumnos trabajen en la solución de la tarea; en esta fase, es muy alto el contenido tecnológico y científico del proyecto.
- Discusión/conclusión. La solución desarrollada en el punto anterior es evaluada contra el resultado del análisis del problema (las especificaciones técnicas de la solución) dando especificaciones/ limitaciones. En las bases de esta evaluación/discusión, las conclusiones finales y/o recomendaciones son hechas para el reporte
- Implementación. En este punto es conveniente, dar todas las indicaciones, sugerencias, instrucciones acerca de todo lo relacionado con la implementación del proyecto.
- Reporte. La documentación del proyecto debe estar en un formato que se pueda evaluar, además de ser coherente y con buenos argumentos. Se incluye el proceso vivido por y en el equipo a lo largo de la aplicación de la técnica POL.

## 2. METODOLOGÍA

### 2.1. Método

Con el fin de analizar el impacto de la técnica de aprendizaje orientada en proyectos, en el desarrollo de competencias matemáticas (en específico el planteamiento y resolución de problemas, la comunicación y la argumentación), se eligió trabajar con el paradigma cualitativo, con investigación de estudio de casos. Stake (1999) menciona que un estudio de este tipo tiene principalmente cuatro características especiales: es holístico, es decir, busca comprender su objeto más que comprender en qué se diferencia de otros; es empírico, debido a que está orientado al campo de observación; además es interpretativo, el observador trata de mantener despierta la atención para reconocer los acontecimientos relevantes para el problema; es empático, busca los esquemas de referencia del sujeto y sus valores.

Específicamente, el estudio de casos fue múltiple e instrumental. Un caso instrumental es cuando se estudian casos diferentes, como instrumento para construir conocimiento de un tema diferente al caso concreto. En la investigación que aquí se presenta, interesó indagar el caso de varios estudiantes de secundaria para analizar si la técnica de aprendizaje orientada en proyectos incidía en el desarrollo de competencias en la asignatura de matemáticas.

## 2.2. Fases del estudio

Las fases por las que pasó este estudio fueron cuatro.

- a) La primera fase, llamada *preparatoria*, fue dividida en dos etapas: la reflexiva y la de diseño; la primera, *la reflexiva*, se refiere al establecimiento teórico conceptual de la investigación, centrada en la reflexión teórica del desarrollo de competencias matemáticas. Se investigó información relacionada con las unidades de análisis: competencias matemáticas y técnica POL con el propósito de establecer el marco teórico y conocer lo que se ha indagado al respecto. Rodríguez, Gil y García (1999), mencionan esta fase como referencia para toda la investigación, además de que consideran que para la recogida y análisis de datos, es relevante. En la segunda etapa, *la de diseño*, se planificaron las actividades llevadas a cabo en las tres fases posteriores. El diseño gira en torno al sujeto-objeto de estudio, con una postura cualitativa y un método de estudio de casos múltiples, con observaciones de la práctica en el aula a través del uso de la bitácora, entrevistas semiestructuradas a alumnos y cuestionario a alumnos y profesora investigadora. En esta etapa se determinó la naturaleza y dimensión del tema de investigación; es decir se especificó el contexto donde se llevó a cabo el estudio, así como las características de los participantes, recursos disponibles y se focalizó al grupo de estudio.
- b) La segunda fase, llamada de *campo*, también consta de dos etapas; en la primera *acceso al campo* se solicitó permiso para entrar a la institución, donde se desarrolló la investigación, la directora de la institución autorizó de manera verbal llevar a cabo el estudio, ofreció apoyo de su parte para colaborar en los momentos que se requiriera, accediendo en su momento para llevar a cabo la entrevista. La segunda etapa de la fase de campo es la *recolección productiva de datos* (que para Rodríguez, Gil y García, 1999, es la etapa más interesante de la investigación). En este estudio se inició con la colección y registro de la información, para lo cual se diseñó un cuadro de triple entrada para instrumentos (Ramírez, 2008), a raíz del cual se emplearon las siguientes técnicas e instrumentos: para la observación de la práctica se utilizó la bitácora; entrevistas semiestructuradas a los alumnos y cuestionario a los alumnos y profesora investigadora. Es necesario clarificar que la recopilación de la información consistió en la recopilación de información derivada de la aplicación del diseño instruccional innovador de los indicadores correspondientes a las categorías de estudio, que fueron planteamiento y resolución de problemas, argumentación, comunicación, técnica POL, contenidas en los instrumentos señalados. En esta etapa los primeros análisis del estudio se presentaron a los alumnos, información que se observó a través de la bitácora con el propósito de verificar el rigor con los informantes, debido a que son los que permitieron la inmediata pertinencia, adecuación y validez del estudio. Otra forma de asegurar el rigor, afirman Rodríguez, Gil y García (1999) es a través del proceso de triangulación, en este estudio en particular, se optó por la triangulación de datos, obtenidos de la aplicación de diversos instrumentos.
- c) La tercera fase, fue la *analítica*, posterior al trabajo de campo se llevó a cabo un proceso realizado con cierto grado de sistematización y las tareas que se desarrollaron en esta fase fueron: a) reducción

de datos; b) disposición y transformación de datos; y c) obtención de resultados y verificación de conclusiones.

- d) Finalmente, la fase *informativa*, con la que se culminó el proceso de investigación fue el dar a conocer los resultados que se obtuvieron con la implantación de la técnica de aprendizaje orientado en proyectos en la asignatura de matemáticas. En esta fase se elaboró un texto con las notas de campo y los documentos obtenidos del mismo; que más adelante sirvió para construir el informe de la investigación.

### 2.3. Situación educativa

La situación educativa en la que se involucró a los estudiantes de secundaria, con un ambiente de aprendizaje utilizando la técnica POL para desarrollar las competencias matemáticas se esquematiza en la Figura 2:

FIGURA 2. COMPONENTES DE LA SITUACIÓN EDUCATIVA EN MATEMÁTICAS.



#### 2.3.1. Objetivo

Que los alumnos, a través de la elaboración, ejecución y evaluación de un proyecto, resuelvan un problema que parta de sus intereses y conlleve al desarrollo de competencias matemáticas.

#### 2.3.2. Contenido

Al resolver el problema seleccionado los estudiantes hacen uso de diversos conocimientos matemáticos y/o de otras asignaturas; en este proceso, a través de la observación mediante el uso de una bitácora, entrevista a alumnos, cuestionario a alumnos y profesor, y análisis de proyectos se estudió cómo desarrollan las competencias matemáticas de planteamiento y resolución de problemas, argumentación y comunicación al trabajar con la técnica POL.

#### 2.3.3. Metodología

A partir de las orientaciones del docente sobre el objetivo, roles de los participantes, explicación detallada de cada uno de los pasos de la técnica POL, las actividades que contempla cada una de ellas,

los alumnos constituidos en equipos de cuatro integrantes emprenden el desarrollo de un proyecto, implicando la organización, la distribución de roles, responsabilidad compartida y el análisis de diversas fuentes de información para resolver el problema.

#### 2.3.4. Estrategia

Los alumnos de manera colaborativa desarrollan un proyecto de su interés y el proceso enseñanza aprendizaje es guiado mediante la utilización del diseño instruccional innovador, correspondiente a los ocho pasos de la técnica POL: el problema inicial, análisis del problema, definición de la tarea, delimitación del problema, solución, discusión/conclusión, implementación y reporte.

#### 2.3.5. Rol del alumno

Consensan el problema a investigar, toman decisiones, investigan y recopilan información, se ayudan entre sí, comparten ideas, planifican cooperativamente y diseñan el proceso para alcanzar la solución al problema.

#### 2.3.6. Rol del docente

Cultiva la atmósfera de participación y colaboración, estimula tanto el pensamiento individual como grupal, da seguimiento y apoya el desarrollo de actividades y promueve la investigación de los alumnos a través de preguntas.

#### 2.3.7. Evaluación

Se retoma el planteamiento de Goñi (2008, p. 175) "evaluar competencias implica aportar evidencias", en este sentido la evaluación estuvo ligada al propio proceso de enseñanza aprendizaje, aprovechado para dos aspectos, por un lado se recuperó la experiencia para registrar de manera detallada el desarrollo de las tres competencias matemáticas estudiadas en el proceso, haciendo uso de técnicas e instrumentos con fines de triangulación, como la observación a través de una bitácora con el fin de registrar el desarrollo de competencias matemáticas en el aula al trabajar con POL; aplicación de entrevistas semiestructuradas a los alumnos. Se aplicaron además, un cuestionario para alumnos y un cuestionario para el docente para evaluar el grado de progreso en el desarrollo de competencias matemáticas, así como la organización, ejecución y evaluación de la técnica POL, orientados de acuerdo con Goñi (2008), en las evidencias que los alumnos pusieron en juego de lo que saben hacer. De igual modo se llevó a cabo un análisis de proyectos presentados por los alumnos, considerando así una evaluación centrada en los procesos y en los productos.

#### 2.4. Población y muestra

La población estuvo constituida por 1845 estudiantes que cursaban la educación secundaria en la institución objeto de estudio, en una escuela pública de San Luis Potosí, México. La población estaba distribuida en dos turnos, en el matutino había 6 grupos de cada grado, compuesto por 65 alumnos, a diferencia del vespertino que contaba con cinco grupos, formados por 45 alumnos en cada aula.

De esta población, se estudió solo una parte del grupo de segundo "L" del turno vespertino. Se eligieron tres equipos conformados por cuatro alumnos cada uno, con quienes se llevó a cabo el estudio de casos múltiples. La muestra fue no probabilística (Stake, 1999, recomienda utilizar el no probabilístico que es más acorde con la investigación cualitativa) donde participaron 12 estudiantes de tres equipos. Yin (2002), menciona que las evidencias presentadas a través de este diseño son más convincentes, por lo que el estudio realizado desde esta perspectiva es considerado más robusto al basarse en la replicación,

entendida como la capacidad de contestar y contrastar las respuestas obtenidas, en este caso de cada equipo.

## 2.5. Categorías e indicadores de análisis

Las categorías e indicadores de análisis que sustentaron la construcción de instrumentos y exploración de datos fueron las tres competencias objeto de estudio y la implementación de la técnica POL. En la Tabla 1 se presenta la descripción conceptual de estas categorías e indicadores.

**TABLA 1. CATEGORÍA E INDICADORES DE LA INVESTIGACIÓN**

Categoría	Indicadores
<b>Planteamiento y resolución de problemas</b> Habilidad práctica para resolver lo desconocido, comprende las capacidades de identificar, plantear y resolver diferentes tipos de problemas matemáticos utilizando una variedad de métodos (Niss, 2002).	<b>Identificación de problemas.</b> Tarea que consiste en reconocer una situación problemática en diversos contextos (National Council of Teachers of Mathematics, 1995).
	<b>Planteamiento de problemas.</b> Refiere a plantear, formular y definir diferentes tipos de problemas matemáticos (Rico, 2007). De acuerdo con Segarra (2004), hay que partir de lo vivencial, de la observación y de la experimentación sobre las cosas para plantear problemas matemáticos.
	<b>Resolución de problemas.</b> Resolver diferentes tipos de problemas matemáticos mediante una diversidad de vías (Rico, 2007). Representa una forma de aprendizaje significativo por descubrimiento (Ausubel, Novak y Hanesian, 1983)
<b>Argumentación</b> Conjunto de habilidades, conocimientos y actitudes dirigidas a la explicación de determinados procesos, entre las capacidades que incluye está la manera en que se explica la solución de un problema, cómo se justifica la solución del mismo y cómo se demuestra su solución (Tobón, 2007).	<b>Explicación.</b> Explicación comprensible de razones (Pajares, Sanz y Rico, 2004). De acuerdo con Tobón (2007) refiere a la explicación de determinados procesos.
	<b>Justificación.</b> Se refiere a la emisión de juicios fundamentados (Leyva y Proenza, 2006).
	<b>Demostración.</b> Consiste en convencer sobre la veracidad de afirmaciones mediante diversos procedimientos y pruebas (Stein, 2001).
<b>Comunicación</b> Capacidad de expresarse tanto de manera oral como escrita con referencia a asuntos con contenido matemático, abarca las capacidades de la forma en que se expresa y representa información matemática y la manera en que se interpreta dicha información (Niss, 2002), ayuda a los estudiantes a organizar y consolidar su pensamiento matemático, debido a que representa una de las claves para la profundización de la comprensión matemática (Silbey, 2003).	<b>Expresión oral en matemáticas.</b> Manera en que se comunican las ideas al tiempo que se plantean, resuelven e interpretan problemas matemáticos (Castro, 2006), así como a la sencillez en el discurso y lógica (Tobón, 2007).
	<b>Expresión escrita en matemáticas.</b> Capacidad de expresarse de manera escrita a través de diferentes recursos con referencia a asuntos con contenido matemático (Niss, 2007).
<b>Técnica de aprendizaje orientada en proyectos (POL)</b> Modelo de instrucción que gira en torno a preguntas y tareas auténticas y cuidadosamente seleccionadas, conlleva un proceso de investigación y concluye en el diseño de un producto, todo ello involucra conocimientos y habilidades que permiten al estudiante construir su aprendizaje (Kramer, Walker y Brill 2007.).	<b>Organización del aprendizaje.</b> Orden del proceso al trabajar con la técnica de aprendizaje orientada en proyectos, incluye la forma de organizar el trabajo, participación y el tipo de proyectos a realizar (Thomas, 2000).
	<b>Ejecución de la técnica.</b> Consiste en el desarrollo del proyecto con la técnica POL, contempla las actividades desarrolladas por los alumnos en cada una de las etapas de esta técnica, así como los conocimientos que aplicaron los alumnos en el desarrollo del proyecto (Poell y Van der Krogt, 2003).
	<b>Evaluación.</b> Se centra en evaluar a través de la bitácora, entrevistas, cuestionarios y análisis de proyectos las competencias desarrolladas por los alumnos al trabajar con la técnica POL.

## 2.6. Técnicas de recolección de datos

Se utilizaron instrumentos de observación, entrevista semiestructurada y cuestionario. Las *observaciones* fueron realizadas en el aula, espacio físico donde los alumnos realizaron su trabajo y se registraron a través de una bitácora donde se capturaron datos de las competencias de planteamiento y resolución de problemas, argumentación y comunicación en el aula. La *entrevista semiestructurada* tuvo por objetivo el conocer la opinión de los equipos acerca de las competencias matemáticas que desarrollaron al trabajar con la técnica POL (abordando las mismas categorías contempladas en la bitácora con fines de triangulación) a través de 22 preguntas. Se pretendió abordar la problemática desde una óptica exploratoria, no exigió una reflexión profunda de los entrevistados, sino que expresaron el grado en que pusieron en juego sus capacidades al trabajar por proyectos. De igual manera, se aplicó un *cuestionario* a la profesora investigadora de matemáticas para conocer su opinión acerca de las competencias que desarrollaron los alumnos al trabajar con la técnica POL, incluyó el mismo número de preguntas suministradas a los alumnos. Se llevó a cabo un *análisis de proyectos*, donde se estudiaron las competencias matemáticas y sus indicadores, motivo de este estudio.

## 2.7. Análisis de datos

La validez en el estudio se aseguró con la estrategia de triangulación de fuentes, es decir, se confrontaron los datos obtenidos de fuentes de información (alumnos, profesora, proyectos como documento significativo) e instrumentos para recabar información (bitácora, entrevista semiestructurada, cuestionario y análisis de documentos significativos).

En tanto que, la confiabilidad es la probabilidad de obtener los mismos resultados dentro de un mismo período de tiempo, ésta puede ser realizada de forma cuantitativa o cualitativa, Rodríguez, Gil y García (1999) al respecto señalan que la diferencia entre ambas es que, en la primera se pone la confianza en un número y en la segunda reside en la apreciación del binomio usuario-investigador, por tanto, al ser un estudio cualitativo los resultados que se obtuvieron fueron compartidos con los participantes quienes estuvieron de acuerdo con los mismos, garantizando que la información obtenida fuera fidedigna, siguiendo la confiabilidad sincrónica que señalan Kirk y Miller (1986) que se refiere a la similaridad de las observaciones dentro de un mismo período de tiempo, el trabajar con casos múltiples permitió contrastar esta característica.

## 3. RESULTADOS OBTENIDOS

### 3.1. Planteamiento y resolución de problemas

Una actividad predominante en los tres equipos de alumnos fue la identificación de problemas vinculados con la vida cotidiana de manera autónoma, como punto de partida al trabajar su proyecto con la técnica POL. Concuere con los planteamientos de Pajares, Sanz y Rico (2004), de traducir una situación problemática de un contexto real al mundo matemático; resolver problemas a partir de sus vivencias (Segarra, 2004); conduciendo a problemas interesantes dado que cumple la condición de arraigar las matemáticas al lugar y contextos sociales, lingüísticos y culturales (Alsina *et al.*, 1998), lo que para Goñi (2008) representa el uso funcional del conocimiento matemático. Estos datos tienen un significado pedagógico importante, se pone en el centro del proceso de enseñanza aprendizaje al alumno; partir de



su experiencia e intereses donde se vio reflejada su capacidad para identificar situaciones problemáticas de su medio circundante, partiendo de reflexiones colaborativas, tarea fundamental para la discusión y consenso de definición del problema.

El indicador planteamiento del problema representó en la práctica una dificultad recurrente en los tres equipos, principalmente en su escritura, siendo necesaria la intervención del docente para orientar sus ideas. Al respecto cuestiona Uttech (2001, p. 98) "¿cómo se pueden impulsar los procesos de pensar creativa y críticamente en un contexto auténtico donde los estudiantes resuelvan problemas reales?", Callison (2006) menciona que en el trabajo por proyectos se presentan obstáculos para generar preguntas científicas y significativas. Esta situación reflejada en el estudio y ante el impedimento por concretizar ideas por parte de los alumnos, el docente investigador adquirió un papel fundamental para orientar sus reflexiones y pudieran plantear sus problemas de manera clara, respecto a lo que se deseó investigar y resolver. En esta dinámica se reflejó el papel del profesor como orientador del proceso enseñanza aprendizaje, utilizando como catalizador preguntas de reflexión sobre sus problemas.

Los procedimientos utilizados por los alumnos para resolver problemas incluyeron exponer sus puntos de vista sobre el procedimiento matemático seguido, también estuvo presente la cooperación, el error, la incertidumbre, la corrección e investigación, y al final llegaron con éxito a su solución. Rogoff (1993) señala las variables que influyen en los resultados de la resolución de problemas: la disponibilidad de conceptos en la estructura cognoscitiva, la sensibilidad al mismo, la curiosidad intelectual y la tolerancia a la frustración. Para Chevallard, Bosch y Gascón (1998) implica enfrentar un conocimiento a construir, un desafío en el cual el objetivo es resolver problemas movilizándolo, lo que llama Perrenoud (2000, citado por Díaz Barriga, 2006) un conjunto de recursos cognitivos (saberes, capacidades e información). Sobre este hallazgo un factor que ayudó en esta tarea es que los estudiantes ya contaban con elementos conceptuales adquiridos previamente, factor que contribuyó positivamente en el trabajo que desarrollaron de manera colaborativa, usando conocimientos de matemáticas, inglés, español y ciencias en el desarrollo y presentación de su proyecto. Con base al análisis, reflexión y discusión en torno a los problemas poniendo en juego experiencias previas permitió a los estudiantes encontrar soluciones a los mismos, significó además un medio para reforzar el aprendizaje del resto de los contenidos curriculares y la aplicación de las matemáticas a casos prácticos.

### 3.2. Argumentación

La explicación del proceso seguido, la justificación y demostración de respuestas a los problemas planteados fueron consistentes en los tres equipos quienes expusieron las soluciones obtenidas, reflejándose en la práctica estos tres indicadores como cadenas argumentales. Para Castro (2006) significa la aplicación de destrezas y actitudes que conducen a razonar matemáticamente, para Niss (2002) favorece una mejor respuesta a diversas situaciones con distinto nivel de complejidad. En la práctica, la dinámica de trabajo llevada a cabo por los estudiantes al trabajar con la técnica POL incluyó la forma en que demostraron y convencieron a sus compañeros de la veracidad de sus afirmaciones puesto que aplicaron informaciones, estimaron y emplearon procedimientos oportunos y pertinentes a las situaciones que se les presentaron. Esto significa que los alumnos pusieron en práctica la argumentación, asumiendo la responsabilidad de resolver sus problemas, formulando argumentos, dando sustento a los procedimientos y obteniendo soluciones.

### 3.3. Comunicación

Otro de los hallazgos recurrentes en el estudio es el hecho de que los tres equipos utilizaron el lenguaje oral y escrito con claridad, fluidez y adecuadamente en el proceso de desarrollo de su proyecto al dar respuesta a su problema, a través de diversos recursos como el diálogo, la reflexión, la escritura y presentaciones en power point. Niss (2002) refiere estas características como la capacidad de expresarse, tanto oral como por escrito, con referencia a asuntos con contenido matemático; proceso que ayuda en la organización, profundización y comprensión matemática (Silbey, 2003). Goñi (2008) señala que la comunicación es entendida como la capacidad de dar cuenta del propio pensamiento utilizando diversos elementos expresivos, es un factor muy importante para la capacidad de resolver problemas, por lo que se hace importante que los estudiantes trabajen el problema, hablen, discutan y expliquen las soluciones, para finalmente escribir como llegaron a la solución. Como se puede observar esta experiencia permitió contextualizar a las matemáticas como un área de conocimiento en el que el elemento expresivo ocupó un lugar central, al plantear los alumnos un problema verbal les facilitó traducir las frases a un problema de cálculo, las actividades desarrolladas implicaron reflexiones constructivas, plantear y replantear colaborativamente de manera conjunta el procedimiento utilizado, procesos que contribuyeron en el desarrollo de las habilidades de comunicación como hablar, escribir, escuchar a los demás ayudando a los estudiantes a organizar y consolidar su pensamiento matemático, favoreciendo con ello el desarrollo de la competencia comunicativa, en la práctica significó la articulación de habilidades de comunicación como escuchar, leer, hablar y escribir al difundir los resultados del proyecto y en particular del problema abordado.

### 3.4. Técnica de aprendizaje orientada a proyectos

Los datos se refieren a que los alumnos se organizaron en equipo y definieron roles de participación para cada uno de los integrantes, se involucraron en la construcción de su proyecto interdisciplinario, lo cual significó adquirir el compromiso y la responsabilidad para trabajar de manera organizada y participativa. Al tener los alumnos la posibilidad de organizarse de manera autónoma y delegar responsabilidades entre los integrantes del equipo se vio reflejado el interés por las actividades, asumiendo con seriedad el papel delegado. Los equipos mostraron su competencia matemática para clarificar, formular y resolver problemas de manera autónoma resultado de trabajar de manera colaborativa en la construcción y desarrollo de su proyecto. Situación coincidente con la recomendación de Helic, Krottmaier, Maurer y Scerbakov (2005), de que sean los alumnos quienes seleccionen un proyecto de acuerdo con sus preferencias, lo que para Poell y Van der Krogt (2003) aumenta la participación y apoya en la formación de una visión clara de lo que se puede hacer individual y colectivamente. En este sentido, los alumnos trabajaron de manera autónoma, con la asistencia del docente como apoyo durante el proceso, reunieron una diversa gama de conocimientos con el fin de elaborar nuevas ideas que sirvieron para las soluciones a sus problemas planteados.

En cuanto al indicador de evaluación de la técnica POL se focalizó en dos vertientes, una recuperando los propios procesos que vivieron los alumnos al trabajar con la misma y la otra en función del producto final que presentaron al término de la experiencia vivida. En cuanto a la evaluación del proceso se identificaron las siguientes regularidades. A partir del trabajo con la técnica POL los alumnos construyeron su propio aprendizaje y sus versiones de la realidad, en lugar de limitarse a la recepción de la información. Con este enfoque de enseñanza afirma Brooks-Young (2005) que los estudiantes se convierten en participantes activos de su aprendizaje, combinando sus intereses con una variedad de auténticos y desafiantes problemas, además les permite utilizar el pensamiento crítico en la valoración de

la información para tomar decisiones y a la aplicación en su vida diaria. Todo ello les dio la oportunidad de encontrar respuesta a sus inquietudes contextuales, y por tanto, construir aprendizajes significativos. Permitió además el desarrollo de habilidades como el análisis, el manejo de la información, interpretación, investigación, manejo de información, autoaprendizaje, toma de decisiones y trabajo en equipo.

Una de las regularidades al trabajar con la técnica POL fue el desarrollo de actitudes positivas hacia el aprendizaje y habilidades en la resolución de problemas. En el aula la técnica tuvo efectos favorables en el interés de los alumnos para recurrir a la aplicación de conocimientos y habilidades presentes al inicio, durante y al final del proceso de aplicación de POL. Otro hallazgo recurrente en la experiencia vivida con la técnica POL es que favoreció que los alumnos integrados en equipos pusieran en práctica valores como la responsabilidad, colaboración, respeto, orden, limpieza, perseverancia, participación, confianza, tolerancia y liderazgo. Señala Domínguez (2000, pág. 11), "el verdadero reto de la educación es satisfacer la necesidad de los niños/as: comprensión, afecto, respeto, confianza, y un conocimiento de la realidad que les permita resolver de forma razonada, autónoma y responsable los problemas que ésta les presenta". La dinámica de trabajo derivada de la aplicación de POL permitió identificar la presencia y aplicación de dichos valores por parte de los estudiantes, lo que tiene un significado importante para el hecho educativo de promover la práctica de los mismos en el aula.

Desde la perspectiva de los alumnos y del docente sus opiniones en los cuestionarios son coincidentes en cuanto a que la técnica POL influyó en el desarrollo de competencias matemáticas de planteamiento y resolución de problemas, la argumentación y la comunicación. A este tipo de evaluación se le denomina basada en actuaciones (Goñi, 2008), la cual representó un valioso instrumento de evaluación de los aprendizajes adquiridos, en dos vías en torno a las tres competencias matemáticas en estudio, los estudiantes realizaron una autoevaluación acerca de sus procesos y actuaciones y una heteroevaluación realizada por el docente sobre los equipos de trabajo, ambos arrojaron resultados similares sobre el beneficio de trabajar con la técnica POL en el desarrollo de competencias matemáticas.

#### 4. DISCUSIÓN

El estudio estuvo guiado por la pregunta principal **¿Cómo se desarrollan las competencias matemáticas de los alumnos de segundo grado de secundaria mediante el uso de la técnica de aprendizaje orientada en proyectos?** se encontró que las competencias matemáticas de planteamiento y resolución de problemas, comunicación y argumentación en los estudiantes se desarrollan al resolver problemas vinculados con su entorno sociocultural y acordes con sus objetivos, posibilidades e intereses; a través del trabajo en equipo; generando oportunidades para utilizar diversos recursos como conocimientos disciplinarios e interdisciplinarios; involucrándolos en actividades de investigación; movilizándolo y transfiriendo recursos cognitivos (conocimientos), habilidades (trabajo colaborativo, análisis, interpretación, organización, investigación), y valores (asumiendo la responsabilidad del trabajo colaborativo, solidaridad, respeto, esfuerzo), aplicando capacidades como identificar, plantear y resolver problemas; explicando, justificando y demostrando, es decir, argumentando sus razonamientos; comunicando sus ideas de manera oral y por escrito sobre los hallazgos en la ejecución de proyectos basados en situaciones reales.

Lo referido al proceso que siguen los alumnos al trabajar la competencia matemática de plantear y resolver problemas se encontraron tres elementos de valor instrumental y práctico característicos de

referida competencia; primero, identificaron de manera autónoma una situación problemática vinculada con sus intereses y vivencias, plantearon su problema anclado en ámbitos y situaciones familiares, sociales y académicas, así como su traducción al lenguaje y contexto matemático e interdisciplinario; tercero, resolvieron su problema empleando procedimientos oportunos y pertinentes con la discusión de alternativas para la selección de estrategias de resolución.

Asimismo la competencia de comunicación se manifestó en los alumnos al comunicar los resultados de su problema con claridad y fluidez tanto de manera oral como por escrito; y con el apoyo de la técnica de aprendizaje orientada en proyectos pusieron a prueba sus ideas, escucharon las soluciones de los demás, dibujaron, trazaron y escribieron; utilizaron la tecnología para presentar su proyecto, en conjunto, estas experiencias favorecieron positivamente su competencia comunicativa.

En cuanto a la competencia de la argumentación, los estudiantes la aplicaron con tres niveles de complejidad, explicaron, justificaron y demostraron los resultados a los que llegaron de sus problemas, estos indicadores fueron razones que pusieron en práctica para dar sustento a los procedimientos y respuestas encontradas, es decir, se emitieron juicios fundamentados, apoyados en contenido matemático y de otras asignaturas.

Ahora bien el objetivo del estudio consistió en analizar el desarrollo de tres competencias matemáticas (resolución de problemas, argumentación y comunicación) con alumnos de segundo grado de secundaria con el fin de identificar cómo impacta la técnica POL como diseño instruccional innovador para mejorar los aprendizajes matemáticos de los estudiantes. Al valorar el proceso de implementación de la técnica POL y el reporte del proyecto presentado por los alumnos, se mostraron evidencias del desarrollo de sus competencias matemáticas, mejorando sus aprendizajes no sólo de matemáticas, sino también de otras asignaturas, al identificar, plantear y resolver problemas; explicar, justificar y demostrar las soluciones encontradas a los mismos; así como expresión oral como por escrito del proyecto realizado.

El desarrollo de competencias matemáticas se mostraron con las tareas realizadas por los alumnos al abordar las actividades de la técnica POL mediante las herramientas disponibles, movilizándolo y poniendo de manifiesto las mismas al identificar, plantear y resolver problemas; explicar, justificar y demostrar las soluciones de los problemas planteados; expresar de manera oral y por escrito los hallazgos en la ejecución de los procesos del proyecto basado en situaciones reales. La competencia matemática de plantear y resolver problemas favoreció la creatividad y la curiosidad de los alumnos, dejando de lado la aplicación mecánica irreflexiva de fórmulas, permitió la construcción de conocimientos significativos en la realización de tareas, haciendo uso de la reflexión cualitativa y cuantitativa, favoreció el trabajo a partir de problemas cercanos a sus experiencias, y trabajaron con situaciones abiertas en donde se resolvieron problemas de la vida cotidiana.

La argumentación tuvo como componente central el lenguaje por parte de los alumnos, se vio reflejada en la explicación de procesos, planteamientos y sucesos, en la explicación de un determinado razonamiento con coherencia, la sujeción a pruebas y hechos, sencillez en el discurso y lógica, con la práctica de habilidades cognitivas como el razonamiento, la deliberación, formulando argumentos del sustento, procedimiento y/o solución encontrados, y a su vez transferir esas habilidades a los argumentos por escrito. Y la competencia matemática de la comunicación permitió a los estudiantes expresarse de forma oral y por escrito, atendiendo a las intenciones comunicativas, a la producción de textos con sentido, coherencia y cohesión, además ayudó a organizar y consolidar su pensamiento matemático y a aprender las prácticas matemáticas.

Aplicar la técnica POL en educación secundaria emerge como un contrapeso a la función transmisora de conocimientos en manos del docente para conceder la importancia a los alumnos a trabajar en torno a sus objetivos, posibilidades e intereses, privilegiar este tipo de estrategias didácticas con su participación activa representó una oportunidad de adquirir aprendizajes significativos, ofreciendo un cambio de ritmo respecto a la actividad habitual en el salón de clase. En donde la competencia matemática de plantear y resolver problemas favoreció la creatividad y la curiosidad de los alumnos, dejando de lado la aplicación mecánica irreflexiva de formulas, permitió la construcción de conocimientos significativos en la realización de tareas, haciendo uso de la reflexión cualitativa y cuantitativa, favoreció el trabajo a partir de problemas cercanos a sus experiencias, trabajaron con situaciones abiertas de la vida cotidiana al partir de lo vivencial y de la observación al planteamiento de problemas y al descubrimiento de los campos de aplicación y la utilidad de las matemáticas.

En el estudio llevado a cabo se observó la tendencia de los equipos a emitir juicios fundamentados sobre sus respuestas, respaldados con datos utilizados durante el proceso mismo de solución, por lo que además de explicar y justificar, demostraron la solución dada a sus problemas valiéndose de diversos procedimientos y pruebas matemáticas, que aunque sencillas marcan la pauta para ir cultivando el desarrollo gradual de esta competencia matemática. Como afirma Stein (2001) no es tarea sencilla, es difícil ponerla en práctica, por lo que se debe centrar la atención en los procesos que los estudiantes adoptan ante determinadas situaciones y la manera en la que convencen a otros de la veracidad de afirmaciones mediante diversos procedimientos y pruebas.

También se detectó que las situaciones cotidianas trabajadas por los estudiantes representaron una oportunidad para desarrollar la competencia de comunicación, para expresar sus ideas tanto de manera oral como escrita, movilizando conocimientos disciplinarios e interdisciplinarios y dando respuesta a sus problemas planteados de una manera sencilla pero entendible. Implicó la toma de decisiones, investigar, analizar y desarrollar tareas definidas por ellos mismos, para comunicar sus resultados, usando diversos recursos como el empleo de dibujos, esquemas, tablas, etc., en un ambiente de interés, confianza, colaboración, orden y perseverancia.

Finalmente, esta experiencia aporta el proceso de desarrollo de competencias matemáticas en alumnos de secundaria al trabajar con la técnica POL como diseño instruccional innovador, abordando problemas de la realidad en que se desenvuelven, contribuyendo con un novedoso procedimiento para la enseñanza y el aprendizaje, con énfasis en el uso de conocimientos para resolver problemas para enfrentar situaciones cotidianas.

## REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Aguilar, M. A. y Cepeda, B. (2005). *Pisa para docentes. La evaluación como oportunidad de aprendizaje*, México: Comisión Nacional de Libros de Texto Gratuitos.
- Alsina, A. (2004). *Desarrollo de competencias matemáticas con recursos lúdico-manipulativos*. Madrid, España: Narcea.
- Ausubel, D. P., Novak, J. D. y Hanesian, H. (1983). *Psicología educativa. Un punto de vista cognoscitivo* (2da. Ed.). México: Trillas.
- Bishop, A. J. (1999). *Enculturación matemática. La educación matemática desde una perspectiva cultural*. Barcelona, España: Paidós.



- Brooks-Young, S. (2005). Project-Based Learning: Technology Makes It Realistic! *Today's Catholic Teacher*, 38(6), pp. 35-39.
- Burgués, C. (2008). La representación de las ideas matemáticas. En *Competencia matemática e interpretación de la realidad. Aulas de Verano*. España: Ministerio de educación, política social y deporte.
- Callison, D. (2006). Project-Based Learning, *School Library Media Activities Monthly*, 22(5), pp. 42-45.
- Castro, J. (2006). Competencias matemáticas del niño de la I y II etapa de educación básica. *EquisAngulo, revista electrónica de educación matemática*, 2(3), pp. 5-20.
- Chevallard, Y., Bosch, M. y Gascón, J. (1998). *Estudiar matemáticas. El eslabón perdido entre la enseñanza y el aprendizaje*. Barcelona, España: SEP/ICE.
- Díaz Barriga, F. (2006). *Enseñanza situada. Vínculo entre la escuela y la vida*, México: McGraw-Hill.
- Domínguez, G. (2000). *Proyectos de trabajo. Una escuela diferente*. Madrid, España: La Muralla.
- Escamilla, A. (2008). *Las competencias básicas. Claves y propuestas para su desarrollo en los centros*. Barcelona, España: Graó.
- Foulger, T. S. y Jiménez-Silva, M. (2007). Enhancing the Writing Development of English Language Learners: Teacher Perceptions of Common Technology in Project-Based Learning. *Journal of Research in Childhood Education*, 22(2), pp. 109-124.
- Gallego, C., Pons, M., Alemany, C., Barceló, M., Guerra, M., Orfila, M., et al., (2005). *Repensar el aprendizaje de las matemáticas*. Barcelona, España: Graó.
- Goñi, J. M. (2008). *3<sup>2</sup> - 2 ideas clave. El desarrollo de la competencia matemática*. Barcelona, España: Graó.
- Helic, D., Krottmaier, H., Maurer, H. y Scerbakov, N. (2005). Enabling Project-Based Learning in WBT Systems. *International Journal on ELearning*, 4(4), pp. 445-461.
- ICAS (2010). Intersegmental Committee of the Academic Senates, *Statement of competencies in mathematics expected of entering college students*. California, USA: University of California.
- Instituto Nacional para la Evaluación de la Educación [INEE] (2005). *PISA para docentes. La evaluación como oportunidad de aprendizaje*, México: Comisión Nacional de Libro de Texto Gratuitos.
- Dirección de Investigación y Desarrollo Educativo del Sistema, Vicerrectoría Académica del Tecnológico de Monterrey [ITESM] (2000). *Las técnicas didácticas en el modelo educativo del Tecnológico de Monterrey*. Recuperado de [http://sitios.itesm.mx/va/dide/docs\\_internos/inf-doc/tecnicas-modelo.PDF](http://sitios.itesm.mx/va/dide/docs_internos/inf-doc/tecnicas-modelo.PDF).
- Kirk, J. y Miller, M. L. (1986). *Reliability and validity in qualitative research*. Beverly Hills. California: Sage.
- Kramer, B. S., Walker, A. E. y Brill, J. M. (2007). The underutilization of information and communication technology-assisted collaborative project-based learning among international educators: a Delphi study, *Educational Technology, Research and Development*, 55(5), pp. 527-543.
- Kucharski, G. A., Rust, J. O. y Ring, T. R. (2005). Evaluation of the ecological, futures, and global (EFG) curriculum: a project based approach, *Education*, 125(4), pp. 652-668.
- Leyva, J. L. y Proenza, Y. (2006). Reflexiones sobre la calidad del aprendizaje y de las competencias matemáticas, *Revista Iberoamericana de Educación*, 1(41), pp. 1681-5653.



- Macías, A., López, A. y Ramírez, M. S. (2012). Recursos Educativos Abiertos para la enseñanza de las ciencias en ambientes de educación básica enriquecidos con tecnología educativa. *Revista Iberoamericana de Educación*, 3 (58), pp. 1-24.
- Monaghan, F. (2006). Thinking aloud together, *Mathematics Teaching*, 198, pp.12-15.
- National Council of Teachers of Mathematics (1995). *Sugerencias para resolver problemas*. México: Trillas.
- Niss, M. (2002). *Mathematical competencies and the learning of mathematics*: the Danish KOM project, Denmark, IMFUFA, Roskilde, University.
- Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económicos [OCDE] (2003). *The PISA 2003 Assessment Framework. Mathematics, Reading, Science and Problem Solving Knowledge and Skills*. París: OCDE.
- Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económicos [OCDE] (2006). *La evaluación PISA 2006*. Recuperada de [http://www.oecd.org/document/25/0,3746,en\\_32252351\\_32235731\\_39733465\\_1\\_1\\_1\\_1,00.html](http://www.oecd.org/document/25/0,3746,en_32252351_32235731_39733465_1_1_1_1,00.html).
- Pajares, R., Sanz, A. y Rico, L. (2004). *Aproximación a un modelo de evaluación: el proyecto PISA 2000*. Madrid, España: Ministerio de Educación, Cultura y Deporte.
- Poell, R. F. y Van der Krogt, F. J. (2003). Project-based learning in organizations: Towards a methodology for learning in groups, *Journal of Workplace Learning*, 15 (5), pp. 217-228.
- Ramírez, M. S. (2008). Triangulación e instrumentos para análisis de datos [vídeo]. Disponible en la Escuela de Graduados en Educación de la Universidad Virtual del Tecnológico de Monterrey. Recuperado de [http://sesionvod.itesm.mx/acmcontent/b98fca5b-7cb6-4947-b8de-41ac3d3cdb9c/Unspecified\\_EGE\\_2008-06-19\\_05-29-p.m..htm](http://sesionvod.itesm.mx/acmcontent/b98fca5b-7cb6-4947-b8de-41ac3d3cdb9c/Unspecified_EGE_2008-06-19_05-29-p.m..htm).
- Ramírez, M. S. (2012). *Modelos y estrategias de enseñanza para ambientes presenciales y a distancia*. México: Editorial digital del Tecnológico de Monterrey.
- Ramírez, M. S., Valenzuela, J. R. y Heredia, Y. (2012). La evaluación de la comprensión lectora y de las matemáticas en contexto: implicaciones para la mejora de los procesos de enseñanza-aprendizaje. *Revista de Educación*, 357, pp. 491-514. doi: 10-4438/1988-592X-RE-2010-357-070.
- Rico, L. (2007). La competencia matemática en PISA, *PNA*, 1 (2), pp. 47-66.
- Rodríguez, G., Gil, J. y García, E. (1999). *Metodología de la investigación cualitativa*. Málaga, España: Aljibe.
- Rogoff, B. (1993). *Aprendices del pensamiento. El desarrollo cognitivo en el contexto social*. Buenos Aires, Argentina: Paidós.
- Segarra, Ll. (2004). *Problemates. Colección de problemas matemáticos para todas las edades*. Barcelona, España: Graó.
- Sense, A.J. (2009). Knowledge creation spaces: The power of project teams. *Lecture Notes in Computer Science*, 5914 LNAI, pp. 347-357.
- Silbey, R. (2003). Math out loud! *Instructor*, 112 (7), pp. 24-26.
- Stake, R. E. (1999). *Investigación con estudio de caso* (2a. Ed.). Madrid, España: Morata.

- Stein, M. K. (2001). Mathematical argumentation: Putting umph into classroom discussions, *Mathematics Teaching in the Middle School*, 7(2), pp. 110-112.
- Thomas, J. (2000). A review of research on project-based learning. Disponible en [http://www3.autodesk.com/adsk/files/327085\\_PBL\\_Research\\_Paper.pdf](http://www3.autodesk.com/adsk/files/327085_PBL_Research_Paper.pdf).
- Tobón, S. (2007). *Formación Basada en Competencias. Pensamiento complejo, diseño curricular y didáctica*. Colombia: Ecoe Ediciones.
- Uttech, M. (2001). *Imaginar, facilitar, transformar: Una pedagogía para el salón multigrado*, México: Paidós.
- Vidal, S (2009). *Estrategias para la enseñanza de las matemáticas en secundaria*. Barcelona: Laertes.
- Vidal, S. (2010). La comunicación en la didáctica de las matemáticas. *Vivat Academia*, 112, pp. 1-24.
- Whitin, D. J. y Whitin, P. (2002). Promoting communication in the mathematics classroom. *Teaching Children Mathematics*, 9(4), pp.205-211.
- Wolk, S. (1994). Project-based learning: Pursuits with a purpose, *Educational Leadership*, 52(3), pp. 42.
- Yin, R. K. (1984). *Case Study Research. Design and Methods*. Beverly Hills, CA: Stage Publications.
- Zabala, A. y Arnau L. (2008). *11 ideas clave. Cómo aprender y enseñar competencias*. Barcelona, España: Graó.
- Zorrilla, M. (2009). ¿Cuál es la aportación de la escuela secundaria mexicana en el rendimiento de los alumnos en Matemáticas y Español? *Revista electrónica de investigación educativa*, 11(2), pp. 1-29.