



REICE. Revista Iberoamericana sobre  
Calidad, Eficacia y Cambio en Educación  
E-ISSN: 1696-4713  
RINACE@uam.es  
Red Iberoamericana de Investigación Sobre  
Cambio y Eficacia Escolar  
España

Soler Rodríguez, Guillermo; Duardo Monteagudo, Carlos; Puig Reyes, Norly  
Factores educativos que inciden en el aprendizaje de los contenidos matemáticos en la Universidad  
de Ciencias Pedagógicas "Félix Varela Morales"  
REICE. Revista Iberoamericana sobre Calidad, Eficacia y Cambio en Educación, vol. 11, núm. 4,  
2013, pp. 129-153  
Red Iberoamericana de Investigación Sobre Cambio y Eficacia Escolar  
Madrid, España

Disponible en: <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=55128238008>

- Cómo citar el artículo
- Número completo
- Más información del artículo
- Página de la revista en [redalyc.org](http://redalyc.org)

redalyc.org

Sistema de Información Científica

Red de Revistas Científicas de América Latina, el Caribe, España y Portugal  
Proyecto académico sin fines de lucro, desarrollado bajo la iniciativa de acceso abierto

# Factores educativos que inciden en el aprendizaje de los contenidos matemáticos en la Universidad de Ciencias Pedagógicas “Félix Varela Morales”

## Educative factors that influence on the learning of Mathematical contents at “Felix Varela Morales” Pedagogical University

Guillermo Soler Rodríguez\*  
Carlos Duardo Monteagudo  
Norly Puig Reyes

Universidad de Ciencias Pedagógicas “Félix Varela”, Cuba

La Investigación Iberoamericana sobre eficacia escolar proporciona una teoría y metodología para determinar cuáles son los factores educativos asociados a una educación de calidad. En Cuba para obtener carreras universitarias los alumnos deben aprobar pruebas de ingreso de Matemática, Español e Historia. Profesores de la Facultad de Ciencias de la Universidad de Ciencias Pedagógicas “Félix Varela” iniciaron el presente estudio con el objetivo de determinar algunos factores educativos que influyen en los problemas de aprendizaje de los contenidos matemáticos de los alumnos que solicitan carreras pedagógicas. Se identifican los contenidos matemáticos donde los alumnos presentan las mayores dificultades y se verifica que los factores educativos del nivel alumno: la orientación profesional pedagógica inicial, del nivel aula: los años de experiencia de los docentes y del nivel institución escolar: el tipo de preuniversitario, y el tamaño de dichas instituciones influyen en los logros en el aprendizaje de contenidos matemáticos.

**Descriptores:** Eficacia Escolar, Factores Educativos, Pruebas de Ingreso, Aprendizaje, Contenidos Matemáticos.

The Iberoamerican Research on school efficacy offers a theory and a methodology to determine the educative factors associated with a quality education. In Cuba to be granted the university, the students should pass admission tests on Mathematics, Spanish Language and History of Cuba. Teachers from the Sciences Faculty at “Felix Varela Morales” Pedagogical University have developed a research on this topic to determine the educative factors that influence on the students’ difficulties in the learning of mathematical contents.

There were identified the mathematical contents in which the students have the greatest difficulties. It was verified, that the variables related to the student (initial pedagogical professional orientation), to the class (teachers’ experience) and to the school institution (kind and size) are factors that influence on the success of the mathematical contents learning.

**Keywords:** School Effectiveness, Educative Factors, Admission Tests, Learning of the Mathematical Contents.

---

\*Contacto: gsoler@ucp.vc.rimed.cu

ISSN: 1696-4713

[www.rinace.net/reice/](http://www.rinace.net/reice/)

Recibido: 13 de Enero 2013  
1<sup>a</sup> Evaluación: 29 de Mayo 2013  
2<sup>a</sup> Evaluación: 29 de Julio 2013  
Aceptado: 3 de Septiembre 2013

## Introducción

Es reconocido internacionalmente que las instituciones educativas tienen la capacidad para influir en el desarrollo integral de los alumnos, pero entonces qué provoca que algunas escuelas alcancen sus objetivos, mientras que otras, en contextos análogos no lo logran. Precisamente la investigación sobre eficacia escolar tiene como uno de sus objetivos determinar los factores escolares, de aula y de contexto asociados con el desarrollo de los alumnos y así llevar a cabo un proceso de mejora de la escuela como parte de la gestión de la calidad educativa.

En Cuba existe un marcado interés por mejorar la calidad de los estudiantes que ingresan a las universidades. Es por ello que desde el curso 2008-2009 se retomó la exigencia de pruebas de ingreso nacionales estandarizadas de Matemática, Español e Historia, las cuales deben ser aprobadas con más de 60 puntos por todos los alumnos del grado duodécimo como requisito de ingreso a una carrera universitaria.

En la provincia de Villa Clara, Cuba, los resultados en las pruebas de ingreso se han incrementado curso tras curso, no obstante, se mantienen en un número apreciable de alumnos insuficiencias en el aprendizaje de contenidos matemáticos que incluso provocan deserción escolar.

Motivados por la problemática declarada el grupo de evaluación de la calidad educativa de la Universidad de Ciencias Pedagógicas “Félix Varela Morales” de Villa Clara se propuso identificar los principales contenidos matemáticos donde los alumnos tienen dificultades, determinar cuáles son las instituciones escolares que logran preparar con calidad a los alumnos que optan por carrera pedagógica en las áreas de Matemática – Física, Ciencias Naturales y Enseñanza Técnica Profesional, así como iniciar la investigación sobre si la orientación profesional pedagógica, los años de experiencia de los docentes, el tipo de preuniversitario (interno o externo), y el tamaño de dichas instituciones son factores influyentes en el rendimiento de los alumnos en la prueba mencionada.

## 1. Fundamentación Teórica

### 1.1. *Fundamentos Generales*

Las investigaciones en el campo de la pedagogía en Cuba están sustentadas sobre tres aspectos fundamentales: las corrientes y postulados teóricos de nuestros pedagogos, que se han formulado y consolidado desde el siglo XIX hasta la fecha, la filosofía marxista (materialista y dialéctica) y los postulados psicológicos de la Escuela Histórico Cultural, los cuales se asumen en este trabajo.

El primer aspecto está relacionado con los rasgos característicos de la pedagogía cubana desde su génesis hasta la actualidad, que tiene sus raíces históricas en el pensamiento de avanzada o de la liberación nacional del siglo XIX, de Félix Varela, José de la Luz y Caballero, José Martí y Enrique J. Varona, entre otros, con sus aportes a la identidad y cultura nacional, así como a la teoría de la educación.

Según Chávez (1991), en el pensamiento pedagógico cubano se aprecian múltiples aportes a la pedagogía, entre los que se destacan los siguientes:

- Lucha contra la enseñanza memorística y dogmática, a partir de la introducción de los métodos explicativos y científicos.
- Utilización de la lengua española en lugar del latín para impartir las clases.
- Preocupación por formar valores de carácter ético y patriótico.
- Interés por la atención a las diferencias individuales de los estudiantes para perfeccionar su aprendizaje y buscar vías didácticas que propicien su crecimiento.
- Otorgamiento de un papel principal a la reflexión y la realidad cambiante.
- Comprensión de que la educación cumple una función liberadora de las potencialidades del hombre y de la sociedad con un gran poder desarrollador en su formación integral en su más amplio sentido.
- El carácter democrático de la educación.
- Valoración del papel educativo de la escuela en la formación de las nuevas generaciones, sin desdeñar otras formas paralelas de enseñanza.
- Reconocimiento de la actividad independiente, la necesidad de la comunicación y el resultado del aprendizaje como centros del proceso docente educativo.
- Vinculación de la teoría con la práctica y del estudio con el trabajo.
- Reconocimiento del papel creativo y ejemplar del maestro.

El segundo aspecto que sustenta las investigaciones en el campo de la pedagogía en Cuba está relacionado con la filosofía marxista, que supone una actividad revolucionaria y transformadora con sólidos cimientos científicos, basada fundamentalmente en la situación económica y social, con enfoque histórico, que constituyen criterios básicos de dicha filosofía.

El tercer aspecto en que se han sustentado las investigaciones en el campo psicopedagógico es la Escuela Histórico Cultural, cuyo fundador fue Vigotsky (1987). Se asume el concepto de mediación vigotskiana, la cual es entendida como el proceso mediante el cual el individuo asimila la cultura histórica a su disposición a partir de la intervención de otros sujetos y los medios culturales creados por la humanidad.

El conocimiento del estudiante está mediatisado entonces por los profesores, tutores y/o por otro alumnos, esta relación en sus primeros momentos de acercamiento al mismo, se mueve en el campo de las relaciones extrapsíquicas, donde el desarrollo del proceso de internalización se lleva a cabo a través de regularidades, aproximaciones, y en última instancia, modelaciones, lo cual conlleva a una regulación intrapsíquica.

Esta relación no se establece en todos los estudiantes por igual, lo cual tiene su sustento teórico en la historia del desarrollo individual de la personalidad; este proceso de tránsito de lo extrapsíquico a lo intrapsíquico es único, irrepetible en cada sujeto y dependiente del contexto histórico cultural en que se desarrolla.

En esta teoría asumida queda claro que la enseñanza y el desarrollo están estrechamente relacionados, donde la primera conduce al segundo. En este proceso, la enseñanza de los alumnos encuentra la maduración necesaria o período sensitivo, para que se desarrollen en la adquisición de herramientas que les sirvan de apoyo para su profesión.

Los alumnos tienen sus logros y conocimientos cuando comienza el curso, lo que les permite enfrentarse a los contenidos expresados de forma independiente; esto es conocido como zona de desarrollo actual y es fundamental en el éxito de cualquier esfuerzo educativo, lo que se establece desde el inicio en todo diagnóstico que hace el docente de su grupo escolar, de manera que pueda individualizar la enseñanza.

Este conocimiento inicial no basta para el alumno, ya que este posee nuevas interrogantes e inquietudes las cuales desea aclarar, pero que aun no es capaz de enfrentar por sí solo, necesita de la ayuda de una persona externa, profesor, tutor u otro alumno del curso para alcanzar sus potencialidades de aprender; lo anteriormente expresado en el paradigma histórico cultural es conocido como zona de desarrollo próximo (Vigotsky, 1998), la cual se asume en el presente trabajo.

En los estudios de Martínez et al (2004) se justifica que en la dinámica del proceso de enseñanza-aprendizaje desarrollador el reto es potenciar el desarrollo integral de los estudiantes y dirigir los esfuerzos en la dirección de perfeccionar el proceso de enseñanza y los componentes como los elementos que lo estructuran para garantizar aprendizajes productivos.

Los autores asumen el concepto de aprendizaje dado por Castellanos (2001), como proceso dialéctico de apropiación de los contenidos y las formas de conocer, hacer, convivir y ser construidos en la experiencia socio-histórica, en el cual se producen, como resultado de la actividad del individuo y de la interacción con otras personas, cambios relativamente duraderos y generalizables que le permiten adaptarse a la realidad, transformarla y crecer como personalidad.

Un aprendizaje desarrollador es aquel que garantiza en el individuo la apropiación activa y creadora de la cultura, propiciando el desarrollo de su auto-perfeccionamiento constante, de su autonomía y autodeterminación, en íntima conexión con los necesarios procesos de socialización, compromiso y responsabilidad social (Castellanos, 2001).

### ***1.2. La investigación sobre eficacia escolar***

Para lograr el aprendizaje desarrollador y niveles educativos de calidad es importante determinar los factores educativos asociados a una educación de calidad, como forma de contribuir a la toma de decisiones para la mejora de la educación. Precisamente la Investigación Iberoamericana sobre Eficacia Escolar (IIIE) tiene dentro de sus objetivos este propósito.

Tal y como defiende Murillo (2006), la IIIE es una investigación empírica que combina una aproximación metodológica cuantitativa con otra de carácter más interpretativo, con el objeto de tener una visión más profunda y completa de la realidad que se va a estudiar. Desde la perspectiva cuantitativa, realiza la aportación inédita en Iberoamérica de trabajar con cuatro niveles de análisis: alumno, aula, escuela y sistema educativo. Desde la perspectiva más cualitativa, realiza un doble estudio: por una parte, un análisis de la eficacia percibida por los diferentes miembros de la comunidad escolar, y, por otra, un estudio a profundidad de las escuelas que han resultado especialmente eficaces y menos eficaces en cada país.

Además, el modelo de eficacia organiza las variables según la función que realicen en él, por lo que considera variables de contexto, de entrada, de proceso y de producto.

En esta investigación una escuela eficaz es “aquella que promueve de forma duradera el desarrollo integral de cada uno de los alumnos más allá de lo que sería previsible teniendo en cuenta su rendimiento inicial y la situación social, cultural y económica de

sus familias" (Murillo, 2003:6). Y Piñeros (2004) añade que desde esa perspectiva la eficacia escolar es un concepto causal, haciendo referencia a la extensión en que el producto de las escuelas, expresado en términos del éxito académico de sus estudiantes, está influenciado por condiciones que son maleables. Esas condiciones pueden ser "insumos" financieros o materiales, o actividades y procesos más complejos en áreas tales como la gestión escolar, el currículo y la enseñanza.

Esta definición conlleva tres características: desarrollo integral de los alumnos, equidad y valor añadido.

Una de las críticas tradicionales a la investigación de eficacia escolar es que solo se ha preocupado del rendimiento académico de los alumnos y, dentro de este aspecto, en especial del rendimiento en lengua y en matemáticas. Está claro que el dominio de las destrezas básicas de leer, escribir y contar no es suficiente. También es necesario ser creativos y críticos, capaces de enfrentarse a los problemas cotidianos con flexibilidad y equilibrio, sanos en todos los sentidos, ciudadanos solidarios e integrales.

Por otra parte, una escuela será eficaz si promueve el desarrollo de cada uno de sus alumnos. Por tanto el concepto de eficacia está íntimamente relacionado con el de equidad, porque no pueden considerarse "buenos resultados" aquellos que logra una parte del alumnado con exclusión de otra.

Además, un centro será eficaz si su valor añadido "el rendimiento de los alumnos ajustado por su rendimiento inicial y su situación social, económica y cultural de los alumnos" (Murillo, 2006:271) es superior al previsible.

Son significativos los resultados del análisis de 18 estudios latinoamericanos sobre factores que afectan el rendimiento académico en la educación primaria (Wolff, Schielfelbein y Valenzuela (1993). Estos autores llegaron a conclusiones tales como:

- Las actitudes de los alumnos hacia el estudio son importantes para incrementar el rendimiento.
- El tiempo de la tarea y la cobertura del currículum están relacionadas positivamente.
- El tamaño de la clase no parece tener efectos sobre el aprendizaje, pero el tamaño de la escuela está positivamente asociado al rendimiento.
- Los métodos de enseñanza activos son más efectivos que los pasivos.
- La formación docente preservicio (educación formal) es más efectiva que la realizada en servicio.
- La experiencia docente está positivamente relacionada con el rendimiento.

Estudios más recientes reconocen que en las escuelas más eficaces se encuentran los maestros más calificados, así lo demuestran los resultados científicos del Laboratorio Latinoamericano de la Calidad de la Educación (LLECE), que entre 1997 y 2000 presentó el primero de dichos estudios y entre 2002 y 2006 el Segundo Estudio Regional Comparativo y Explicativo (SERCE). Los elementos sobre la enseñanza de la Matemática (SERCE, 2009), se tomaron en cuenta para la presente investigación.

## 2. Objetivos y Método

Los alumnos que ingresan a las Universidades en Cuba tienen insuficiencias para aprender los contenidos matemáticos. Como ya se ha reconocido con anterioridad dicho problema es multicausal, factores de contexto, del alumno, del aula, del profesor, de la institución escolar influyen en el proceso educativo.

Saber porqué unos alumnos aprenden más que otros que pertenecen a aulas u escuelas distintas es una preocupación sistemática de docentes y directivos.

Profesores de la Facultad de Ciencias de la Universidad de Ciencias Pedagógicas “Félix Varela Morales” de Villa Clara, con el interés de investigar la problemática revelada iniciaron el presente estudio con el objetivo de determinar algunos factores educativos que influyen en los problemas de aprendizaje de los contenidos matemáticos de los alumnos que solicitan carreras pedagógicas.

### 2.1. La metodología seguida y los métodos utilizados

Analisis del nivel de entrada en cuanto al dominio de los contenidos matemáticos de los alumnos que obtuvieron carreras pedagógicas en el curso 2012-2013, para así lograr la identificación de los principales contenidos matemáticos donde los alumnos tienen dificultades.

Para ello se utilizaron los resultados alcanzados por los alumnos en la prueba de ingreso, que con carácter nacional, estandarizada y obligatoria (para todo el que opte por carrera universitaria en Cuba) se aplicó en julio de 2012; por lo que se empleó el por ciento de respuestas correctas en los 52 elementos evaluados.

La población considerada son los 2742 alumnos de grado duodécimo de la provincia de Villa Clara que se presentaron al examen de ingreso a la educación superior.

Se escogieron para el estudio, de manera intencional, de la población mencionada, los 48 alumnos que escogieron carrera pedagógica e ingresaron en el curso 2012-2013 a la Universidad de Ciencias Pedagógicas “Félix Varela Morales” de Villa Clara y que reciben la asignatura Matemática como parte de su formación inicial, distribuidos por carreras de Licenciatura en Educación por especialidades como aparece en la tabla 1 de distribución de frecuencias siguiente:

Tabla 1. Distribución de frecuencias por carreras de los alumnos de la muestra

	Frecuencia Absoluta	Frecuencia Relativa	Frecuencia Acumulada
Licenciado en Educación: Matemática-Física	13	27.1	27.1
Licenciado en Educación: Biología-Química	5	10.4	37.5
Licenciado en Educación: Biología-Geografía	5	10.4	47.9
Licenciado en Educación: Economía	6	12.5	60.4
Licenciado en Educación: Ed. Laboral e Informática	16	33.3	93.8
Licenciado en Educación: Eléctrica	3	6.3	100.0
Total		48	100.0

Fuente: Elaboración propia

El criterio de intencionalidad radica en la selección de todos los alumnos (48) que aprobaron las pruebas de ingreso, que obtuvieron carrera pedagógica, que reciben Matemática en su formación inicial e ingresaron en la Universidad de Ciencias Pedagógicas, donde los autores de la presente investigación son profesores de Matemática de tiempo completo.

## **2.2. Identificación de los factores educativos asociados con el logro escolar**

La variable dependiente o producto es el aprendizaje de contenidos matemáticos como por ciento de respuestas correctas en los 52 elementos medidos en la prueba de ingreso. Como variables explicativas o posibles factores del nivel alumno, la orientación profesional pedagógica inicial, medida por la carrera pedagógica escogida, del nivel aula, los años de experiencia de los docentes, y del nivel institución escolar, el tipo de preuniversitario interno o externo, (que es una institución escolar cubana donde los alumnos cursan los grados décimo (10mo.), undécimo (11mo.) y duodécimo (12mo.) que pertenecen al último nivel educativo previo, al universitario) y el tamaño de dichas instituciones.

Se declara como hipótesis a investigar que las variables del nivel alumno, la orientación profesional pedagógica inicial, medida por la carrera pedagógica escogida por los alumnos, del nivel aula, años de experiencia en el grado duodécimo de los docentes y del nivel institución escolar, tipo de preuniversitario (centros internos y externos, menos de 100 alumnos y más de 100 alumnos en el grado citado) son factores que influyen en los logros de los escolares en cuanto al aprendizaje de los contenidos matemáticos

En ambos pasos se utilizaron métodos estadísticos del nivel descriptivo e inferencial tales como: tablas de frecuencias, gráficos, tablas de contingencia y las pruebas inferenciales (Chi-cuadrado) de independencia y Fisher (Siegel, 1970). Y para el procesamiento se empleó el paquete estadístico SPSS (Soler, 2003).

Aclarada la metodología seguida y los principales conceptos teóricos asumidos, se entiende prudente iniciar la exposición de los resultados de los análisis realizados.

## **3. Resultados**

Primeramente se identifican los contenidos con mayor dificultad por pregunta, se comparan los resultados de la muestra escogida con los de la población y se aportan sugerencias para los docentes.

Al comparar los resultados de la muestra (los 48 escogidos) con los de la población (los 2742 alumnos de grado duodécimo de la provincia de Villa Clara que se presentaron al examen de ingreso a la educación superior) en la pregunta No. 1 de la prueba de ingreso en cuanto al por ciento de respuestas correctas por elementos de conocimiento se obtiene (tabla 2).

Las mayores dificultades en los alumnos que ingresaron en la Universidad en las carreras objeto de la investigación estuvieron en los elementos de conocimientos 1.8, 1.5, 1.4 y 1.7 y en comparación con la población en 1.8, 1.5, 1.4, 1.9 y 1.1. Luego, en donde más coincidencia hay en cuanto a contenidos con insuficiencias son en 1.8, 1.5, 1.4 y 1.9 pues todas las carreras tienen el 1.8 afectado y 1.5, 1.4 y 1.9 aparecen con dificultades en tres de las seis carreras.

### 3.1. Pregunta nº 1

EXAMEN DE INGRESO A LA EDUCACIÓN SUPERIOR. MATEMÁTICA			
1. Lee detenidamente y responde:			
1.1. Clasifica las siguientes proposiciones en verdaderas (V) o falsas (F). Escribe V o F en la línea dada. De las que consideres falsas, justifica por qué lo son.			
a)	La correspondencia definida de $R$ en $R$ , que a cada número real le asocia el número 3, es una función.		
b)	El conjunto imagen de la función $h$ definida en $R$ por la ecuación $h(x) = 2^{x-3} - 8$ , es $\{y \in R : y \geq -8\}$ .		
c)	La función $g$ , definida en el conjunto $\{x \in R : x \neq 2\}$ por la ecuación $g(x) = \frac{1}{x-2}$ , es impar.		
d)	Si para $m, n \in R$ ; $m > 0$ y $n > 0$ se cumple que $(0,3)^m > (0,3)^n$ , entonces $m < n$ .		
1.2. Selecciona la respuesta correcta marcando con una X en la línea dada:			
1.2.1. El gráfico corresponde a una función $f$ cuya ecuación tiene la forma $f(x) = \sqrt{x+a} + b$ . Entonces los valores de $a$ y $b$ son:			
a)	<input type="checkbox"/> a = -1 y b = -2	b)	<input type="checkbox"/> a = -1 y b = 2
c)	<input type="checkbox"/> a = 1 y b = -2	d)	<input type="checkbox"/> a = 1 y b = 2
1.2.2. El conjunto solución de la inecuación $\frac{x-1}{x^3-1} \geq 0$ es:			
a)	<input type="checkbox"/> $S = \{x \in R : x \neq 1\}$	c)	<input type="checkbox"/> $S = \{x \in R : x > 1\}$
b)	<input type="checkbox"/> $S = \{x \in R\}$	d)	<input type="checkbox"/> $S = \{x \in R : x \geq 0\}$
1.3. Completa los espacios en blanco de forma tal que se obtenga una proposición verdadera para cada caso.			
Si los puntos $A(-2;4)$ , $B(1;4)$ y $C(5;0)$ corresponden a los vértices de un triángulo, entonces:			
1.3.1. La mediana relativa al lado $BC$ lo interseca en el punto de coordenadas _____.			
1.3.2. El valor de la pendiente de una recta perpendicular al lado $AC$ es _____.			
1.3.3. La longitud del lado $AB$ es _____ unidades.			

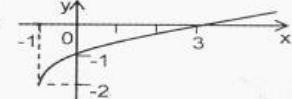


Figura 1. Pregunta nº 1

Fuente: Ministerio de Educación de Cuba

Tabla 2. Por ciento de respuestas correctas en la pregunta 1 de los alumnos de la muestra y de la población

NO.	ELEMENTOS O ASPECTOS	MUESTRA	POBLACIÓN
1.1	Concepto de función	68,8	74,2
1.2	Imagen de la función exponencial	68,8	66,1
1.3	Paridad de funciones	64,6	63,2
1.4	Monotonía de la potenciación	50	59,8
1.5	Dado el gráfico, escribir la ecuación de una función (radical)	47,9	59,3
1.6	Inecuación fraccionaria con ceros dobles y la descomposición factorial es una diferencia de cubo	54,2	49,5
1.7	Determinación del punto medio, aplicando el concepto de mediana	50	45,5
1.8	Determinar la pendiente de una recta perpendicular a otra recta	12,5	25,8
1.9	Distancia entre dos puntos	54,2	63,6

Fuente: Elaboración propia

En esta pregunta fue donde se confrontaron los mayores problemas. La misma es de formato diverso (verdadero o falso, selección simple y completar), con contenidos referidos a función, ecuación y geometría analítica. Por el enfoque dado a las preguntas desde el punto de vista metodológico la situación típica predominante es la relativa al tratamiento de los conceptos y sus definiciones. A continuación se profundiza en cada uno de los elementos del conocimiento señalados.

- Las principales dificultades están dadas en la geometría analítica, específicamente en los relacionados con la recta en el plano. Con relación a este contenido los elementos del conocimiento más afectados son: la relación entre las pendientes de dos rectas perpendiculares, la aplicación de la fórmula para calcular distancia entre

dos puntos, así como la determinación del punto medio de un lado de un triángulo aplicando la definición de mediana.

Este contenido básicamente se imparte en 11mo. grado, en la unidad correspondiente a la geometría analítica de la recta en el plano. ,aunque los contenidos básicos de geometría, tales como el de las rectas notables en un triángulo, y en especial el de la mediana relativa a un lado se estudian en el último grado de la escuela primaria y se sistematizan e integran con otros contenidos durante la enseñanza media.

La determinación de las coordenadas del punto medio de un segmento se imparte en el 11mo. grado, en la unidad referida anteriormente y se integran estos contenidos, para la solución de ejercicios y problemas más complejos en el preuniversitario. En este aspecto de la aplicación e integración de los conceptos y propiedades estudiadas en grados anteriores con otros del preuniversitario es donde se aprecian las principales dificultades.

La determinación de la pendiente de una recta perpendicular a otra recta, es un contenido que se trabaja en la enseñanza media superior con el antecedente del tratamiento de la ecuación de la recta donde trabajan con la determinación de la pendiente, que aparece en la unidad relativa a las funciones lineales. La determinación de distancia entre dos puntos, es un contenido del 11mo grado y se sistematiza posteriormente en el 12mo grado, la dificultad en este contenido no radica esencialmente en la fórmula para determinar la distancia, sino en su aplicación a situaciones problemáticas.

Estos contenidos deben trabajarse con la sistematicidad requerida, proponiéndose ejercicios variados, donde se apliquen los conceptos y propiedades básicas de forma tal que sean capaces de dar solución a los diferentes problemas que se propongan. La sistematización de estos debe ser rigurosa y de forma integradora. Es importante destacar el trabajo con el cálculo numérico y algebraico los cuales se aplican constantemente en la mayoría de los contenidos analizados.

- El concepto de función, se va introduciendo desde los grados de la primaria y el concepto como tal se define en la enseñanza media como correspondencia, en 10mo. grado se define como pares ordenados y se sistematiza posteriormente en todos los grados de la enseñanza media superior.

Existen aún dificultades en el tratamiento de la definición como correspondencia en la educación media. En muchos casos no se logra que el concepto sea interiorizado por los alumnos, ya que en ocasiones no se insiste en la condición necesaria y suficiente, para que se cumpla que una correspondencia sea función.

El concepto de función se debe sistematizar de forma permanente haciendo un tratamiento deductivo y aplicando procedimientos generalizadores para trabajar con las propiedades de las funciones.

La monotonía de la potenciación, es un teorema que se imparte y se demuestra en 11mo grado y luego tiene su aplicación en el trabajo con las funciones y en la resolución de inecuaciones exponenciales. Es un contenido al que se le debe prestar una atención especial, es importante en este caso que el alumno fije las condiciones que debe cumplir la base de la potencia, para poder comparar los exponentes.

La ejemplificación y ejercitación que se utiliza para la apropiación de este contenido debe ser suficientemente variada, aquí es necesario que el profesor proponga ejercicios donde

el estudiante identifique las condiciones que se deben cumplir, para la aplicación de la misma.

Dentro de las funciones elementales que se estudian en el nivel medio superior, se encuentran las potenciales de exponente fraccionario (el miembro derecho es un radical), que se estudian en 10mo. grado. De las mismas se analizan sus propiedades y la representación gráfica, y a partir de su representación gráfica se determina la ecuación que la define y sus propiedades.

En este caso la determinación de la ecuación de una función, supone como premisa, un conocimiento de los procedimientos generalizados para la determinación del dominio y la imagen de una función; de modo tal que sean aplicables a casos particulares. La representación gráfica de las funciones a partir de sus propiedades es esencial para la preparación de los alumnos que aspiran a estudiar carreras relacionadas con las ciencias exactas, naturales y técnicas.

- La solución de inecuaciones fraccionarias es un contenido que se imparte en 10mo. grado y se sistematiza en los restantes grados del preuniversitario, al aplicarse en la solución de diferentes ejercicios y problemas, relacionados en muchos casos con las propiedades de las funciones. Su método de solución, tiene implícito el trabajo con variable y específicamente de descomposición factorial o la solución de ecuaciones para determinar los valores que hacen cero al numerador y al denominador, para realizar su interpretación gráfica y analítica. Indudablemente, existen insuficiencias tanto en su método como al expresar su solución, ya que no existe una comprensión de la misma.

Es importante que el profesor exija al estudiante, no solo comprobar si el método aplicado es correcto y no haya errores en los pasos, sino además que la solución planteada satisfaga a la inecuación insistiendo que la misma es un conjunto de valores que satisfacen la desigualdad planteada.

### 3.2. Pregunta nº 2

2. En la figura P y R son puntos de la circunferencia de centro en O y diámetro  $\overline{MN}$ .

- $\overline{NQ}$  bisectriz del  $\angle MNP$ .
  - $\angle PQN = 60^\circ$ .
  - $\overline{RS}$  tangente a la circunferencia en el punto R.
  - $Q \in \overline{PM}$ .
  - $\overline{OR}$  y  $\overline{NP}$  segmentos paralelos.
- a) Prueba que en el triángulo NQM se cumple que  $QM = QN$ .
- b) Demuestra que los triángulos NPQ y ORS son semejantes.

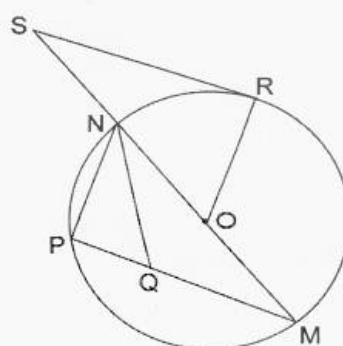


Figura 2. Pregunta nº 2

Fuente: Ministerio de Educación de Cuba

La comparación en la pregunta nº 2 se muestra a continuación (tabla 3).

En esta pregunta se evaluaron contenidos de geometría en el plano y fue la segunda en resultados positivos. Nótese incluso que la muestra está por encima de 87,5% de respuestas correctas, con respecto a los de la población. Los aspectos de mayores

dificultades a nivel provincial fueron el 2.2, 2.3 y 2.7 y en la muestra el 2.2, 2.1 y 2.6; por lo que solo coinciden en el concepto de bisectriz.

Tabla 3. Por ciento de respuestas correctas en la pregunta 2 de los alumnos de la muestra y de la población

NO.	ELEMENTOS O ASPECTOS	MUESTRA	POBLACIÓN
2.1	Aplicación del Teorema de Tales	87,5	82,8
2.2	Concepto de bisectriz	87,5	71,8
2.3	Suma de ángulos interiores de un triángulo	91,7	71,8
2.4	Concepto de triángulo isósceles	91,7	74,2
2.5	Propiedad de la recta tangente a una circunferencia	91,7	70,9
2.6	Hallar un ángulo aplicando la suma de los ángulos interiores de un triángulo	87,5	80,9
2.7	Justificar por ángulos alternos	91,7	74,7
2.8	Plantear igualdad de ángulos	97,9	77,1
2.9	Por concluir	93,8	78,9

Fuente: Elaboración propia

El concepto de bisectriz de un ángulo, se imparte en la enseñanza primaria, y se sistematiza en la enseñanza media y media superior al utilizarlo para dar solución a ejercicios y problemas, así como la propiedad de la suma de los ángulos interiores de un triángulo. Es conocido que además del dominio de los conceptos y propiedades geométricas, el estudiante tiene que tener habilidades en la construcción de figuras geométricas, donde utilicen los mismos. Esto contribuye a que cuando se enfrenta a resolver un ejercicio sea capaz de realizar construcciones auxiliares si estas fueran necesarias.

Se debe insistir en que el dominio del tratamiento de los teoremas como situación típica de la Matemática es fundamental como base teórica imprescindible para la comprensión del contenido. En este sentido son fundamentales los tratamientos de los teoremas relacionados con la igualdad y la semejanza de triángulos, aspectos evaluados en esta pregunta 2.

### 3.3. Pregunta n°3

3. Sean las expresiones  $A(x) = \cos 2x + \operatorname{sen} x$  y  $B = \frac{-5\operatorname{sen} \frac{3\pi}{2} + 2\cos \frac{\pi}{3}}{\tan \frac{7\pi}{6}}$ .

a) Determina el conjunto solución de la ecuación  $A(x) = (2\operatorname{sen} x)^2$  en el intervalo  $0 \leq x \leq \pi$ .

b) Verifica que:  $\sqrt{3} \cdot B = 18$ .

Figura 3. Pregunta n° 3

Fuente: Ministerio de Educación de Cuba

En la resolución de la ecuación trigonométrica (pregunta n°.3) a nivel provincial aprobaron el 68,4% de los estudiantes. La comparación por elementos de estos resultados con los obtenidos por la muestra se presenta en la tabla 4.

Los resultados de la muestra son superiores a los provinciales en todos los elementos y hay coincidencia en los más afectados.

La resolución de ecuaciones trigonométricas es un contenido que se imparte en el 11mo grado. y se sistematiza en los grados restantes del preuniversitario. Se integra con el resto de las ecuaciones dadas en la enseñanza, por eso el tratamiento de los

procedimientos de solución como situación típica de la Matemática deben ser abordados de la forma más general posible.

Tabla 4. Por ciento de respuestas correctas en la pregunta 3 de los alumnos de la muestra y de la población.

NO.	ASPECTOS O ELEMENTOS	MUESTRA	POBLACIÓN
3.1	Aplicar la identidad $\cos 2x$	87,5	81,8
3.2	Elevar al cuadrado ambos miembros	87,5	78,9
3.3	Obtener la ecuación	81,3	72,2
3.4	Descomponer en factores	83,3	71,8
3.5	Obtener ecuaciones asociadas	85,4	69,9
3.6	Por desechar soluciones	62,5	57,4
3.7	Por los ángulos	77,1	59,8
3.8	Por solución	56,3	52,2
3.9	Por valores de las razones trigonométricas	79,2	60,3
3.10	Por calcular	75	65,6

Fuente: Elaboración propia

Una de las principales dificultades que se presentan, está en desechar de la solución valores que sean inadmisibles. Se hace imprescindible que se desarrolle en los estudiantes la habilidad de resolver ecuaciones, ya que dentro de su estructura interna, está la comprobación de las posibles soluciones y la misma se omite en ocasiones, no toman en cuenta el dominio básico de solución, y por lo tanto el resultado no es el correcto. Se requiere una exigencia constante por parte de los profesores, para lograr que los alumnos comprendan que resolver ecuaciones trigonométricas no es solo saber utilizar el algoritmo de solución, aplicar correctamente las identidades (de ser necesario), realizar las transformaciones correctamente, sino además, que se debe comprobar si la solución es la correcta, en el dominio básico de solución de la ecuación.

#### 3.4. Pregunta nº 4

4. En una fábrica de conservas, para envasar la producción, se utilizan como recipientes latas y frascos de cristal. La cantidad de frascos excede en 794 a la cantidad de latas existentes. Al concluir la primera etapa productiva se habían utilizado tres quintos de la cantidad de frascos y el 25% del número de latas para un total de 1102 recipientes.  
 a) ¿Cuántos recipientes de cada tipo hay en la fábrica para envasar la producción?  
 b) En los recipientes sobrantes de la primera etapa se deben envasar 1104 litros de conservas. Si el costo de las latas es menor que el de los frascos y ambos recipientes tienen 2,0 litros de capacidad. ¿Cuántos recipientes de cada tipo deben utilizarse para que el costo de los envases que se emplearán sea el menor posible?

Figura 4. Pregunta nº 4

Fuente: Ministerio de Educación de Cuba

La pregunta No. 4 donde los alumnos debían resolver un problema algebraico resultó ser la de mejores resultados, lo que sin lugar a dudas constituye un logro pues en el curso 2009-2010 este fue el contenido de mayores dificultades. La comparación entre el por ciento de respuestas correctas de la población con el de la muestra aparece a continuación (tabla 5).

Hay coincidencia en los resultados más bajos a nivel provincial y el de los estudiantes de la muestra. En la solución del problema el por ciento de respuestas más afectado fue la solución del sistema de ecuaciones.

La resolución de sistema de dos ecuaciones lineales con dos variables es un contenido que se imparte en 9no grado de la enseñanza media y que se sistematiza posteriormente en la enseñanza media superior.

En general, los alumnos dominan el procedimiento de solución insistiéndose con mayor énfasis en el de adición y sustracción, sin embargo, en muchas ocasiones es más factible el empleo del método de sustitución. De modo que ante el planteamiento de un sistema se debe ejercitar al alumno en la selección del método más adecuado.

Tabla 5. Por ciento de respuestas correctas en la pregunta 4 de los alumnos de la muestra y de la población

NO.	ELEMENTOS O ASPECTOS	MUESTRA	POBLACIÓN
4.1	Por declarar las variables	91,7	96,7
4.2	Por traducir tres quinto	95,8	93,3
4.3	Plantear 25% como un cuarto	89,6	89,5
4.4	Por obtener la ecuación 1	83,3	75,6
4.5	Por obtener la ecuación 2	91,7	82,8
4.6	Por transformar la ecuación 2	75	75,6
4.7	Por resolver el sistema	70,8	69,4
4.8	Por la respuesta literal inciso b	81,3	71,3
4.9	Por la respuesta literal inciso b	52,1	34,4
4.0	Por calcular	47,9	32,1

Fuente: Elaboración propia

En la resolución de problemas se utilizan recursos tales como los propios sistemas de ecuaciones, las ecuaciones y otros de carácter aritmético con la característica de que en este tipo de ejercicio el alumno tiene que construir la vía de solución, por tal motivo desde el punto de vista metodológico es esencial ejercitar a los alumnos en la búsqueda de diferentes variantes de solución, lo cual pone al alumno en mejores condiciones para enfrentar las situaciones problemáticas.

En este punto se destaca la resolución de problemas como situación típica de la Matemática, por lo que en las clases son válidas todo tipo de estrategias heurísticas.

### 3.5. Pregunta n° 5

5. En la figura se muestra un prisma recto ABCDEF, cuyas bases son triángulos equiláteros, y en su interior una pirámide ABMD de base ABM y altura  $\overline{AD}$  que coincide con la arista lateral del prisma.

- M punto medio de  $\overline{BC}$ .
- $\angle ABD = 45^\circ$ .
- $\overline{AB} = 8,0\text{cm}$ .

a) Demuestra que la cara BMD de la pirámide es un triángulo rectángulo.  
 b) Calcula el área lateral del prisma.  
 c) Determina el volumen de la pirámide.

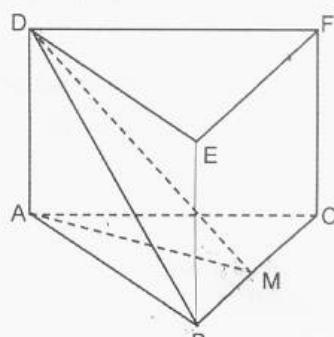


Figura 5. Pregunta n° 5

Fuente: Ministerio de Educación de Cuba

La pregunta No.5 que evaluó dentro de la geometría del espacio, el cálculo de cuerpos se comportó a nivel provincial al 64,6% de aprobados, es decir, es la de más bajos resultados después de la pregunta No. 1. Los resultados por aspecto son los siguientes (tabla 6).

Los aspectos más afectados son el 5.3 y 5.5, sin embargo la muestra queda por debajo de los resultados de la población en 5.1 y 5.11, siendo este último aspecto el único donde la muestra está por debajo de 70% de respuestas correctas.

Tabla 6. Por ciento de respuestas correctas en la pregunta 5 de los alumnos de la muestra y de la población

NO.	ELEMENTOS O ASPECTOS	MUESTRA	POBLACIÓN
5.1	Identificar la oblicua correcta	70,8	73,7
5.2	Identificar la proyección correcta	79,2	75,1
5.3	Plantear la perpendicularidad de la proyección con la recta que pasa por su pie	70,8	65,6
5.4	Plantear la perpendicularidad de la oblicua con la recta que pasa por su pie (Teorema de las 3 perpendiculares)	72,9	67,5
5.5	Por concluir triángulo rectángulo en M	70,8	66,1
5.6	Justificar que el triángulo DAB es rectángulo e isósceles	79,2	71,3
5.7	Hallar la longitud AD (lado del triángulo)	79,2	67,5
5.8	Plantear una relación para calcular el área lateral del prisma	81,3	69,4
5.9	Por respuesta con unidades de medida correcta	85,4	68,4
5.10	Por calcular AM (aplicando el teorema de Pitágoras)	79,2	68,9
5.11	Por calcula BM (por ser M punto medio de BC)	68,8	70,8
5.12	Por plantear una relación para calcular el área de la base de la Pirámide	75	68,9
5.13	Por la fórmula del volumen de la pirámide	85,4	66,5
5.14	Por cálculo y unidades de medidas	79,2	66,1

Fuente: Elaboración propia

El cálculo de cuerpos, se comienza a tratar en el último grado de la enseñanza primaria, con el ortoedro y cubo, posteriormente se completa en la enseñanza media con el estudio de prisma, pirámides, cilindro, cono y esfera. En 10mo. grado de la enseñanza media superior, se retorna con las aplicaciones de la trigonometría, sistematizándose en los grados posteriores. Es en el último grado de la enseñanza media superior, donde se imparte la unidad de geometría del espacio. Este contenido resulta complejo y abstracto, ya que demanda un profundo conocimiento de la geometría plana, para poder comprender y fijar las propiedades y definiciones de la geometría del espacio, así como que las situaciones típicas predominantes en el tratamiento de estos contenidos, a saber, la resolución de problemas y el tratamiento de los teoremas, exigen determinados niveles productivos y creativos.

Para poder aplicar el teorema de las tres perpendiculares en una demostración es necesario identificar la perpendicular al plano, la oblicua y la proyección de la misma, así como la recta del plano que pasa por el pie de la oblicua por lo que es imprescindible conocer propiedades de las figuras planas. Demostrar es una habilidad presente en los objetivos de la enseñanza de la Matemática, es compleja, por lo que el profesor ante este teorema debe insistir en el trabajo con las condiciones de la hipótesis y la tesis así como con el trabajo con el recíproco del teorema. El uso de medios de enseñanza puede ayudar a la comprensión de la temática, así como la utilización de medios auxiliares heurísticos, como los recursos de movilidad en las figuras.

Cuando se les presenta a los alumnos cuerpos combinados el nivel de abstracción es mayor por lo que identificar elementos y buscarlos es complejo. Esto requiere un sólido conocimiento sobre los cuerpos y de las propiedades de las figuras planas que lo conformen. El dominio de las fórmulas para el cálculo geométrico es fundamental para poder operar en los ejercicios y problemas.

Los autores entienden prudente a continuación describir los resultados del estudio en función de identificar los factores que influyen en el aprendizaje de los contenidos matemáticos.

En cuanto al nivel de alumno en la tabla 7 se reflejan los resultados por carrera pedagógica escogida del proceso de ponderación (P), a partir del rango obtenido por cada carrera en cada uno de los 52 aspectos evaluados. Es decir, en cada aspecto evaluado se le dio un rango (de 1 a 6) a cada carrera, según el por ciento de respuestas correctas (el 1 a la carrera de mayor por ciento de respuestas correctas y así sucesivamente) y la suma de esos rangos constituye el resultado del proceso de ponderación. Además, en la tabla aparecen marcados (con una x), por carrera los aspectos donde los alumnos tienen un por ciento menor que el alcanzado por el total de los 48 alumnos de la muestra y en la columna No., el número total de dichos aspectos por carrera (tabla 7).

Hay grandes diferencias entre los resultados de los alumnos por carrera. En general, los que solicitaron la Licenciatura en Educación Matemática – Física son los de mejores resultados y los peores son los de Biología – Geografía.

El análisis por carrera y por pregunta arroja los siguientes resultados:

En la pregunta 1 la mejor carrera resultó Educación Laboral e Informática con 25 puntos en la ponderación y solo tres aspectos (1.2, 1.5 y 1.9) por debajo de los resultados del total de la muestra, también es prudente anotar que obtuvieron por debajo de 60% de respuestas correctas en 1.9 y 1.8, luego, con estos alumnos hay que hacer más énfasis en los contenidos imagen de la función exponencial, dado el gráfico escribir la ecuación de una función (radical), determinación del punto medio, aplicando el concepto de mediana, determinar la pendiente de una recta perpendicular a otra recta y la distancia entre dos puntos.

Sin embargo, Matemática – Física obtuvo resultados negativos solo superada por Biología – Geografía (37 puntos en la ponderación), pues obtiene 30 puntos y en los aspectos 1.1, 1.3, 1.4, 1.6 y 1.8 se encuentra por debajo del por ciento de respuestas correctas del total de la muestra. Notar que esto significa que en los elementos de conocimientos concepto de función, sus propiedades, resolución de inecuaciones y la relación entre las pendientes de las rectas perpendiculares los estudiantes de Matemática – Física demostraron más dificultades que los demás. ¿Tendrá esto que ver con el tipo de pregunta, o con la actitud ante la misma, las características de estos alumnos? ¿Cómo se prepara e incide en el estudiante para que pueda enfrentarse a este tipo de pregunta? Interrogantes importantes en las que hay que profundizar.

Los alumnos de Biología – Geografía solo en los aspectos 1.6 y 1.9 (2 de 9 aspectos) alcanzaron resultados por encima de lo obtenido por la muestra en total.

En la pregunta 2 los resultados por carrera son otros. Los alumnos de Biología – Geografía y Eléctrica no se equivocaron en ninguno de los nueve aspectos evaluados, por lo que obtienen los primeros lugares, 19 puntos en la ponderación y los de peores resultados son los de las carreras de Economía y Educación Laboral e Informática, que obtienen ambos 22 puntos en la ponderación. Esta última carrera mencionada, que en la pregunta anterior fue la mejor, quedó por debajo del por ciento de respuestas correctas de la muestra, en cinco de los nueve aspectos (2.1, 2.2, 2.3, 2.4 y 2.5). Economía no superó los resultados muestrales en seis aspectos. Luego estas dos carreras son las de mayor problema en geometría del plano.

Tabla 7. Resultados de la ponderación y aspectos por debajo del por ciento obtenido por la muestra por carrera

	PREGUNTA 1									N	P	PREGUNTA 2									N	P	PREGUNTA 3								
	1	2	3	4	5	6	7	8	9			1	2	3	4	5	6	7	8	9			1	2	3	4	5	6	7	8	9
M-F	x		x	x		x		x	5	30						x				1	18		x			x	x	x	x	4	26
B-Q			x		x	x	x	x	4	25	x	x	x	x					4	21	x	x	x	x	x	x	x	x	8	38	
B-G	x	x	x	x	x	x	x	x	7	37									0	9	x		x			x	x	x	4	24	
Ec.	x				x		x		3	28	x	x	x	x			x	x	6	22	x			x			x		2	24	
El. e Inf	x			x			x		3	25	x	x	x	x	x				5	22	x		x	x	x				4	28	
Elect	x	x	x			x	x	x	5	28									0	9			x	x	x	x	3	24			
<b>Total</b>	4	3	3	3	3	2	2	4	3	27	3	3	3	3	1	1	1	1	1	17	3	2	3	2	2	2	3	3	3	25	
	PREGUNTA 4										N	P	PREGUNTA 5														N	P	Not	Pt	
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10			1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14					
M-F	x										1	17	x															1	26	13	117
B-Q			x			x	x	x	x	x	4	24				x	x	x	x			x	x				6	45	26	153	
B-G	x		x	x	x	x	x	x	x	x	9	41		x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	11	61	31	172		
Ec.	x		x	x	x	x					4	25	x	x	x	x	x			x	x	x	x	x	x	10	48	24	147		
El. e Inf											0	21	x	x					x	x	x	x	x	x	x	9	46	21	142		
Elect	x				x	x	x	x	x	x	5	30	x	x					x	x	x	x	x	x	x	4	26	17	117		
<b>Total</b>	2	1	2	2	2	3	4	1	3	3	23		2	2	4	3	2	2	3	4	3	3	3	5	3	41			132		

Fuente: Elaboración propia.

Nota: Licenciatura en Educación Matemática-Física (M-F).Licenciatura en Educación Biología-Química (B-Q).Licenciatura en Educación Biología-Geografía (B-G).Licenciatura en Educación Economía (Ec.).Licenciatura en Educación Educación Laboral e Informática (El. e Inf).Licenciatura en Educación Eléctrica (Elect).

x: Aspecto que la carrera tiene por debajo del por ciento de respuestas correctas del total de los 48 alumnos de la muestra.

N: Total de aspectos de cada pregunta por carrera por debajo del por ciento obtenido por el total de los 48 alumnos de la muestra.

P: Suma de todos los rangos obtenidos por aspecto en cada pregunta por cada carrera. En cada elemento evaluado se le dio un rango (de 1 a 6) a cada carrera, el 1 a la carrera de mayor por ciento de respuestas correctas y así sucesivamente.

Not: Total de aspectos en la prueba por carrera por debajo del por ciento obtenido por el total de los 48 alumnos de la muestra.

Pt: Suma de todos los rangos obtenidos por aspecto en la prueba.

Matemática – Física sólo quedó por debajo con 76,9% de respuestas correctas en el aspecto 2.6 al justificar la igualdad de ángulos por propiedad de ángulos alternos entre paralelas

En la pregunta 3 la mejor carrera es la de Economía, con 24 puntos en la ponderación y dos aspectos (3.1 y 3.7) de los diez, por debajo de los resultados de toda la muestra y ahora la que obtiene los peores resultados es Biología – Química que presenta ocho aspectos (3.1, 3.2, 3.3, 3.4, 3.5, 3.8, 3.9, 3.10) con dificultades en comparación con los resultados del total y 38 puntos en la ponderación.

En el problema (pregunta 4) son los de Matemática – Física los que alcanzan los mejores resultados, con 17 puntos en la ponderación.

Los alumnos de Biología – Geografía son los de peores resultados con nueve (4.1, 4.3, 4.4, 4.5, 4.6, 4.7, 4.8, 4.9 y 4.10) de los diez aspectos, por debajo de lo obtenido por todos los de la muestra, 41 puntos en la ponderación, 6 aspectos por debajo de 60% de respuestas correctas, lo cual indica que a pesar de ser esta la mejor pregunta a nivel muestral e incluso en los resultados a nivel poblacional, estos tienen grandes dificultades en la resolución de problemas.

Con respecto a la pregunta donde se evaluó cálculo de cuerpos (pregunta 5) son también los alumnos de la carrera de Matemática – Física los que obtienen los mejores resultados con 14 puntos en la ponderación y con solo en el aspecto identificar la proyección de la oblicua sobre el plano, con 61,5%, quedaron por debajo del 70,8% del total muestral, también se debe tener en cuenta que alcanzaron sólo 69,2% de respuestas correctas con las propiedades del triángulo equilátero al reconocer que la mediana es la altura. La peor carrera es la de Biología – Geografía con 61 puntos en la ponderación y con 11 aspectos por debajo del total obtenido por los 48 estudiantes pertenecientes a la muestra, cuatro aspectos por debajo de 60% (4.4, 4.6, 4.7 y 4.8) y seis aspectos con 60% solamente de respuestas correctas (4.3, 4.5, 4.9, 4.10, 4.11 y 4.12).

Aunque descriptivamente se puede llegar a conjeturar que la carrera solicitada es un factor influyente en el logro del aprendizaje en matemática, inferencialmente, aplicando la prueba de hipótesis Chi-Cuadrado) de independencia es factible probarlo en algunos elementos.

En el elemento de conocimiento 1.5 (tabla 8), la probabilidad  $p=0,016$  es menor que  $\alpha=0,05$ , por lo que se rechaza la hipótesis nula de que no hay diferencias significativas entre las carreras con 95% de confianza.

Tabla 8. Test de Chi-cuadrado

	VALOR	DF	PROBABILIDAD
Chi-cuadrado	8.294 <sup>a</sup>	2	.016
Número de casos válidos	48		

Fuente: Elaboración propia

Nota: a. 1 celda (16.7%) tiene frecuencia esperada menor que 5. El valor mínimo esperado es 4.79.

En la tabla de contingencia (tabla 9) se observa que los mejores resultados los obtiene la carrera de Matemática- Física con el 69,2% de todos los alumnos con respuestas correctas, le continúa Enseñanza Técnica Profesional con el 52% y por último, las carreras de Ciencias Naturales con solo el 10%. El gráfico de barras dobles (gráfico 1) que aparece a continuación es muestra elocuente de lo señalado. En 1.4; 1.6; 1.7; 1.9; 4.9

y 4.10 se prueba inferencialmente que no hay diferencias entre las carreras. Es importante reconocer que para afirmar la veracidad del factor carrera como influyente es necesario aumentar el tamaño muestral, como también incluirlo en un estudio estadístico multínivel.

Tabla 9. Tabla de contingencia entre las variables “carrera pedagógica seleccionada” y “resultados en la pregunta 1.5”

			PREGUNTA 1.5		TOTAL
			CORRECTO	INCORRECTO	
Carrera pedagógica seleccionada	Matemática-Física	Frecuencia	9	4	13
		% contra carrera pedagógica seleccionada	69.2%	30.8%	100.0%
Carrera pedagógica seleccionada	Ciencias Naturales	Frecuencia	1	9	10
		% contra carrera pedagógica seleccionada	10.0%	90.0%	100.0%
Total	Enseñanza Técnica Profesional	Frecuencia	13	12	25
		% contra carrera pedagógica seleccionada	52.0%	48.0%	100.0%
Total		Frecuencia	23	25	48
		% contra carrera pedagógica seleccionada	47.9%	52.1%	100.0%

Fuente: Elaboración propia

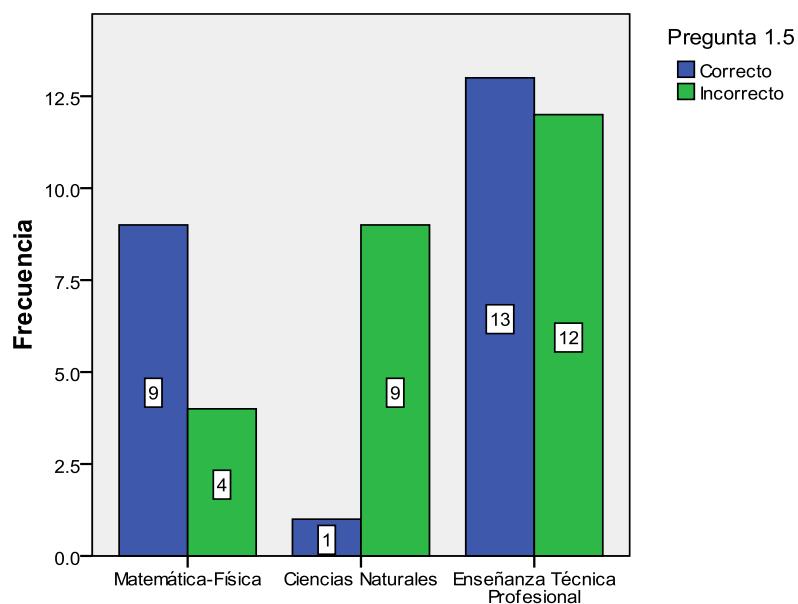


Gráfico 1. Gráfico de barras dobles de las variables “carrera pedagógica seleccionada” y “resultados en la pregunta 1.5”

Fuente: Elaboración propia

Siendo consecuente con la teoría de eficiencia escolar se escogió como factor del nivel aula: el promedio de años de experiencia de los docentes por preuniversitario clasificando los centros en aquellos donde los docentes tienen menos de 7 años de experiencia como promedio y los centros que no cumplen dicha condición.

En este caso descriptivamente hay diferencias entre los preuniversitarios, en la mayoría de las veces a favor de las instituciones donde los docentes poseen más de 7 años de experiencia. Al observar la tabla de contingencia (tabla 10) en el elemento de conocimiento monotonía de la potenciación (elemento 1.4) se refleja que en los preuniversitarios donde los docentes tienen menos de siete años de experiencia solamente el 38,9% de los alumnos respondieron correctamente y en los centros donde dicha condición no se cumple se obtuvo el 56,7% de respuestas correctas. Sin embargo, esta diferencia no resulta significativa inferencialmente, pues al aplicar la prueba de hipótesis de independencia (tabla 11),  $p=0,23>0,05$ , por lo que no se rechaza la hipótesis nula y se puede aseverar que no hay diferencias entre los preuniversitarios donde los docentes tienen más de siete años de experiencia y los que no cumplen con esta condición con 95% de confianza.

Tabla 10. Tabla de contingencia entre las variables “años de experiencia del docente” y “resultados de la pregunta 1.4”

		PREGUNTA 1.4		TOTAL
		CORRECTO	INCORRECTO	
Años de experiencia del docente	Menos de siete años	Frecuencia	7	11
	Menos de siete años	% contra años de experiencia del docente	38.9%	61.1%
	Igual o Más de siete años de experiencia promedio en grado 12	Frecuencia	17	13
Total	Igual o Más de siete años de experiencia promedio en grado 12	% contra años de experiencia del docente	56.7%	43.3%
		Frecuencia	24	24
		% contra años de experiencia del docente	50.0%	50.0%
				100.0%

Fuente: Elaboración propia

Tabla 11. Test de Chi-cuadrado

	VALOR	DF	PROBABILIDAD
Chi-cuadrado	1.422 <sup>a</sup>	1	.233
Número de casos válidos	48		

Fuente: Elaboración propia

Resta entonces el análisis de los factores del nivel institución escolar.

De los 42 preuniversitarios de la provincia de Villa Clara, 18 aportaron alumnos a la muestra. De estos son centros internos 3, son Institutos Preuniversitarios Urbanos (IPU) 8 y son Centros Mixtos (CM) 9 (aquellos donde pertenecen estudiantes de varios niveles educativos y/o tipos de enseñanzas) y un Colegio Universitario de alumnos de grado 12mo.

Los mejores preuniversitarios (tabla 12) son en ese orden “Antonio Díaz Santana” (número 15 en el listado) de Santo Domingo, “José Mendoza” (número 4 en el listado) del Municipio de Santo Domingo, “Pedro María Rodríguez” (número 5 en el listado) de Santa Clara, “Evelio Villavicencio” (número 8 en el listado) de Ranchuelo, “Osvaldo Herrera” (número 13 en el listado) de Santa Clara y “Alberto Delgado” (número 10 en el listado) de Manicaragua, dos Centros Mixtos Urbanos, tres Preuniversitarios Urbanos y

un Centro Mixto Rural y los peores son los que en el listado tienen los números 11, 2 y 14; un preuniversitario urbano, dos centros mixtos.

Tabla 12. Resultados de la ponderación / número de elementos por debajo del por ciento obtenido por la muestra por preuniversitario y por preguntas.

	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>6</b>	<b>7</b>	<b>8</b>	<b>9</b>
P1	40/8	39/5	23/1	30/5	34/5	29/2	41/7	24/2	34/3
P2	18/6	13/0	13/2	9/0	14/0	18/5	12/1	9/0	9/0
P3	34/9	31/6	14/2	10/0	15/1	16/2	31/5	17/2	13/1
P4	21/3	37/7	32/6	10/0	10/0	26/5	10/0	12/1	50/8
P5	34/4	64/13	22/2	14/0	14/0	52/9	45/7	31/4	25/2
	147/30	184/31	104/13	73/5	77/6	141/18	139/20	93/9	131/14
	<b>10</b>	<b>11</b>	<b>12</b>	<b>13</b>	<b>14</b>	<b>15</b>	<b>16</b>	<b>17</b>	<b>18</b>
P1	17/2	34/5	35/5	24/2	28/3	23/3	33/4	33/4	27/4
P2	9/0	22/5	9/0	26/5	9/0	9/0	25/6	9/0	9/0
P3	21/2	29/8	13/1	13/1	37/6	10/0	28/7	26/3	24/3
P4	10/0	31/6	20/0	12/1	20/2	10/0	22/4	28/3	32/5
P5	43/5	54/10	41/5	23/1	59/7	20/1	31/4	31/3	25/2
	100/9	170/34	18/11	98/90	153/18	72/4	139/21	127/13	117/14

Fuente: Elaboración propia

El Centro Mixto “Antonio Díaz Santana” aportó un alumno a la carrera de Educación Laboral e Informática que obtuvo más de 90 puntos en la prueba de ingreso y es el único centro en los primeros lugares en todas las preguntas con una ponderación de 72 puntos y con solo 4 aspectos por debajo del por ciento alcanzado por la muestra, (tres en la pregunta 1 y uno en la pregunta 5). Este resultado concuerda con lo alcanzado a nivel provincial pues este preuniversitario con 85,7% de aprobados obtuvo el segundo lugar.

La institución escolar “José Mendoza” (Centro Mixto) tributó con un alumno de Matemática – Física que obtuvo más de 90 puntos, en las preguntas 2, 3, 4 y 5 alcanzó los primeros lugares, arribó a 73 puntos en la ponderación y tuvo 5 aspectos por debajo de lo obtenido por la muestra, todos en la pregunta 1.

Aquí aparece una aparente contradicción, pues este centro, en los resultados provinciales alcanzó solo el 46,4% de aprobados. En este sentido se debe tener en cuenta que el alumno solicitó la carrera de Matemática – Física que como ya se valoró fue la mejor dentro de todas las carreras analizadas y además, realmente dicho centro tuvo malos resultados en comparación con todos los preuniversitarios de la provincia, pero entre los que tributaron alumnos a las carreras pedagógicas analizadas resulta ser uno de los mejores.

El Preuniversitario “Pedro María Rodríguez” incorporó un estudiante a la carrera de Matemática – Física, el cual obtuvo de 80 – 90 en la prueba de ingreso. Obtuvo en la ponderación 77 y solo tuvo 6 aspectos (cinco en la pregunta 1 y uno en la pregunta 3) por debajo de lo obtenido por el total de estudiantes de la muestra.

El preuniversitario número dos en el listado obtuvo el quinto lugar a nivel provincial. Tributó a las carreras analizadas 1 en Matemática – Física, 1 en Biología – Geografía y 1 en Educación Laboral e Informática. Obtiene 184 puntos en la ponderación y en 31 de los 52 aspectos tiene resultados inferiores que la muestra en total. En este preuniversitario trabajan 3 profesores con muy poca experiencia en el nivel educativo (4 años como promedio) y no llegan a un año de promedio en el grado 12mo. Lo cual permite conjeturar que los años de experiencia en el nivel y en el grado es un factor que influye decisivamente en el rendimiento de los estudiantes que solicitan carreras

pedagógicas. También es cuestionable la atención diferenciada a este grupo de estudiantes.

El centro número once en la lista es uno de los mejores a nivel provincial, sin embargo los cuatro estudiantes que obtuvieron carreras pedagógicas alcanzan 170 puntos en la ponderación y en 34 de los 52 aspectos evaluados están por debajo del por ciento de respuestas correctas de la muestra. Además, la profesora es muy buena con 28 años de experiencia y 10 en grado 12mo. Hay que advertir que como de los cuatro estudiantes 3 escogieron Economía y 1 Educación Laboral e Informática, obtuvieron estas carreras pedagógicas en oferta, luego, precisamente por su nota, es decir, dentro de su grupo escolar y de los que aprobaron la prueba de ingreso eran las de más bajo rendimiento y no pudieron obtener las carreras solicitadas. También hay que profundizar en cómo la profesora logra atender las diferencias individuales de acuerdo con el diagnóstico.

Al comparar los preuniversitarios internos con los externos no se obtienen diferencias significativas en la mayoría de los aspectos evaluados, con la excepción de 1.6, 3.1; 3.2; 3.3; y 3.4. En 1.6, en el cual se evaluó la solución de una inecuación fraccionaria, los centros externos alcanzaron el 62,9% de alumnos con respuestas correctas, contra el 30,8% de alumnos becados, (tabla 13) lo cual permite aseverar inferencialmente, aplicando la prueba de chi cuadrado (tabla 14) que como  $p=0,047 < 0,05$  se rechaza la hipótesis de nulidad con 5 % de nivel de significación, es decir, hay diferencias significativas, con 95% de confiabilidad, en el aprendizaje en este contenido entre los alumnos de centros internos y los de centros externos. En 3.1 (tabla 15), utilizando la prueba de probabilidad exacta de Fisher se obtiene que  $p=0.038 < 0,05$ , por lo que se puede afirmar que los centros externos obtienen mejores resultados que los internos con 95% de confiabilidad, muestra elocuente de ello aparece en el gráfico de barras dobles (gráfico 2) donde se observa que 33 de los 35 (94,3%) de los alumnos de centros externos utilizaron correctamente la identidad trigonométrica  $\cos^2 x$ , y solo el 69,2% son becados. Sin embargo en el resto de los 52 elementos del conocimiento no son inferencialmente significativas las diferencias entre los centros preuniversitarios externos y los internos.

Tabla 13. Tabla de contingencia entre las variables “preuniversitario externo e interno” y “resultados en la pregunta 1.6”

		PREGUNTA 1.6		TOTAL
		CORRECTO	INCORRECTO	
Preuniversitario externo e interno	Preuniversitario externo	Frecuencia	22	35
		% contra preuniversitario externo e interno	62.9%	37.1% 100.0%
	Preuniversitario interno	Frecuencia	4	13
		% contra preuniversitario externo e interno	30.8%	69.2% 100.0%
	Total	Frecuencia	26	48
		% contra preuniversitario externo e interno	54.2%	45.8% 100.0%

Fuente: Elaboración propia

Tabla 14. Test de Chi-cuadrado

	VALOR	DF	PROBABILIDAD
Chi-cuadrado	3.931 <sup>a</sup>	1	.047
Número de casos válidos	48		

Fuente: Elaboración propia

Nota: a. No hay celdas (.0%) con frecuencia esperada menor que 5. El mínimo de frecuencia esperada es 5.96.

Tabla 15. Test de Chi-cuadrado

	VALOR	DF	PROBABILIDAD	PROBABILIDAD (DOS COLAS)	PROBABILIDAD (UNA COLA)
Chi-cuadrado	5.441 <sup>a</sup>	1	.020		
Test de Fisher				.038	.038
Número de casos válidos	48				

Fuente: Elaboración propia

Nota: a. 2 celdas (50.0%) tienen frecuencia esperada menor que 5. El mínimo de frecuencia esperada es 1.63

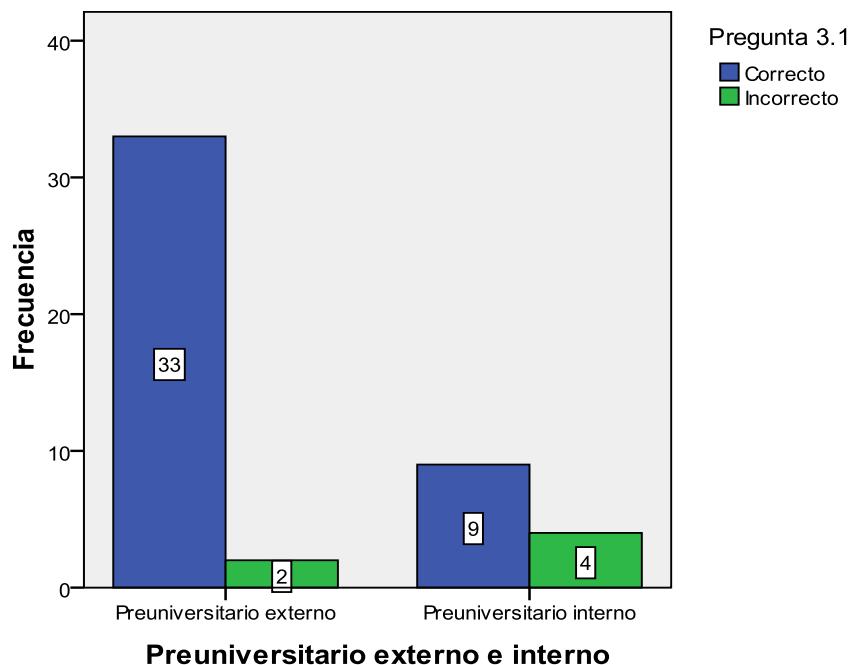


Gráfico 2. Gráfico de barras dobles de las variables “preuniversitario externo e interno” y “resultados de la pregunta 3.1”

Fuente: Elaboración propia

También son interesantes los resultados del análisis comparativo a partir de las variables tamaño de los preuniversitarios.

Para el tamaño se siguió el criterio de considerar preuniversitarios grandes los de más de 100 alumnos en grado 12mo. Solamente se puede considerar diferencias significativas al nivel inferencial en 1.3, donde se evalúa la paridad de funciones. Se puede ver en tabla 16 que aplicando la prueba de hipótesis de independencia,  $p=0,031 < 0,05$ , por lo que existen diferencias en el aprendizaje de este contenido entre los centros grandes y pequeños con 95% de confianza, resultando con mejores resultados (tabla 17) los de más

de 100 alumnos en grado 12mo., pues el 86,7% de los alumnos en estos centros respondieron correctamente, contra solo el 54,5% en los centros pequeños. No obstante en los otros 51 elementos evaluados no se obtienen diferencias significativas inferencialmente.

Tabla 16. Test de Chi-cuadrado

	VALOR	DF	PROBABILIDAD
Chi-cuadrado	4.652 <sup>a</sup>	1	.031
Número de casos válidos	48		

Fuente: Elaboración propia

Nota: a. No hay celdas (.0%) con frecuencia esperada menor que 5. El mínimo de frecuencia esperada es 5.31

Tabla 17. Tabla de contingencia entre las variables “tamaño del preuniversitario” y “resultados de la pregunta 1.3”

		PREGUNTA 1.3		TOTAL
		CORRECTO	INCORRECTO	
Tamaño	Preuniversitario con menos de 100 estudiantes	Frecuencia	18	33
		% contra tamaño	54.5%	45.5%
	Preuniversitario con más de 100 estudiantes en grado 12	Frecuencia	13	15
		% contra tamaño	86.7%	13.3%
Total		Frecuencia	31	48
		% contra tamaño	64.6%	35.4%

Fuente: Elaboración propia

Los autores entienden prudente reseñar que este estudio inicial solo permite conjeturar la influencia de los factores educativos carrera pedagógica solicitada, tipos de preuniversitario (centros internos y externos, menos de 100 alumnos y más de 100 alumnos en grado 12mo. y preuniversitarios con docentes con menos de 7 años promedio de docencia en grado 12mo. y con 7 o más años de experiencia) en aprendizaje de los contenidos matemáticos. Para llegar a aseverar estadísticamente dicha proposición y pronosticar cuales de estos factores son los más influyentes los autores aconsejan aumentar el tamaño de la muestra, repetir el análisis un número mayor de veces, y utilizar los modelos estadísticos multiniveles (Piñeros, 2004).

## 4. Conclusiones

- La Investigación Iberoamericana sobre Eficacia Escolar (IIIE) aporta una teoría y metodología que permite determinar los factores educativos asociados a una educación de calidad.
- Existen alumnos con insuficiencias en el aprendizaje de contenidos matemáticos entre los aprobados en la prueba de ingreso de Matemática, (realizada en julio del 2012) y que matricularon las carreras pedagógicas de Licenciatura de Educación especialidades Matemática-Física, Biología-Química, Biología-Geografía, Economía, Educación Laboral e Informática y Eléctrica en el curso 2012-2013 en

la Universidad de Ciencias Pedagógicas “Félix Varela Morales” de Villa Clara, Cuba.

- Las principales dificultades en el aprendizaje de los contenidos matemáticos de los alumnos se encuentran en:
  - ✓ En la pregunta de formato diverso (verdadero o falso, selección simple y completar), con contenidos referidos a función, ecuación y geometría analítica y la situación típica predominante el tratamiento de los conceptos y sus definiciones, fue donde más dificultades confrontaron, principalmente en los aspectos evaluados de geometría analítica.
  - ✓ La referida a la geometría en el espacio, al cálculo de cuerpos, y en específico, en la aplicación del teorema de las tres perpendiculares, al identificar la oblicua y plantear la perpendicularidad de la proyección con la recta que pasa por su pie.
- Los alumnos con mejores resultados en la prueba de ingreso son los de Matemática-Física y los de una situación más desfavorable los alumnos de Biología-Geografía.
- Se puede aseverar, al nivel descriptivo, la existencia de diferencias entre los alumnos por carrera, por tipo de preuniversitario (centros internos y externos, menos de 100 alumnos y más de 100 alumnos en grado 12mo. y preuniversitarios con docentes con menos de 7 años promedio de docencia en grado 12mo. y con 7 o más años de experiencia) en los resultados en la prueba de ingreso de Matemática.
- Son factores educativos que influyen en el aprendizaje de los contenidos matemáticos del nivel alumno la orientación profesional pedagógica inicial (medida como carrera pedagógica escogida por los alumnos), del nivel aula los años de experiencia en el grado 12mo. de los docentes y del nivel institución escolar el tipo de preuniversitario (centros internos y externos, con menos de 100 alumnos y con más de 100 alumnos en grado 12mo.).
- En el proceso investigativo afloraron otros factores educativos, que meritan ser objeto de futuras investigaciones, ampliando la muestra y utilizando los modelos estadísticos multiniveles.

## Referencias

- Castellanos, D. et al (2001). *Aprender y enseñar en la escuela*. La Habana: Editorial Pueblo y Educación.
- Chávez, J. (1991). *La tradición pedagógica cubana*. La Habana: Editorial Pueblo y Educación.
- Laboratorio Latinoamericano de Calidad de la Educación- LLECE. (1998). *Primer estudio internacional comparativo sobre lenguaje, matemática y factores asociados en tercero y cuarto grados. Primer informe*. Santiago: UNESCO.
- Laboratorio Latinoamericano de Calidad de la Educación- LLECE. (2000). *Segundo informe del primer estudio internacional comparativo sobre lenguaje, matemática y factores asociados en tercer y cuarto grados de la educación básica*. Santiago: UNESCO.
- Laboratorio Latinoamericano de Calidad de la Educación- LLECE. (2001). *Informe técnico. Primer estudio internacional comparativo sobre lenguaje, matemática y factores asociados en tercer y cuarto grados de la educación básica*. Santiago: UNESCO.

- Martínez, et al. (2004). *Reflexiones teórico-prácticas desde las ciencias de la educación*. La Habana: Editorial Pueblo y Educación.
- Murillo, F.J. (2003). *La investigación sobre eficacia escolar en Iberoamérica. Revisión internacional del estado de la cuestión*. Bogotá: Convenio Andrés Bello.
- Murillo, F.J. (2006). *Estudios sobre eficacia escolar en Iberoamérica. 15 buenas investigaciones*. Bogotá: Convenio Andrés Bello.
- Piñeros, L.J. (2004). *Dimensiones del mejoramiento escolar. La escuela alza el vuelo*. Bogotá: Convenio Andrés Bello.
- Segundo Estudio Regional Comparativo y Explicativo (SERCE) (2009). *Aportes para la enseñanza de la Matemática*. Santiago: UNESCO.
- Siegel S. (1970). *Diseño experimental no paramétrico*. La Habana: Instituto Cubano del Libro.
- Soler, G. (2003). *Aprendiendo el SPSS 8.0 para Windows: un material didáctico*. La Habana: CENDA
- Vigotsky, L.S. (1987). *Historia del desarrollo de las funciones psíquicas superiores*. La Habana: Editorial Científico-Técnica.
- Vigotsky, L.S. (1998). *Pensamiento y lenguaje*. La Habana: Editorial Pueblo y Educación.
- Wolff, L., Schiefelbein, E. y Valenzuela, J. (1993). *Improving the quality of Primary Education in Latin America: Towards the 21st. century*. Regional Studies Program Report n°28. Washington, DC: The World Bank, LACTD.