



Rem: Revista Escola de Minas

ISSN: 0370-4467

editor@rem.com.br

Escola de Minas

Brasil

Barreto Caldas, Rodrigo; Hallal Fakury, Ricardo; Marques de Sousa Jr., João Batista  
Bases do dimensionamento de pilares mistos de aço e concreto segundo o projeto de revisão da  
NBR 8800

Rem: Revista Escola de Minas, vol. 60, núm. 2, abril-junio, 2007, pp. 271-276

Escola de Minas

Ouro Preto, Brasil

Disponível em: <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=56416460009>

- Como citar este artigo
- Número completo
- Mais artigos
- Home da revista no Redalyc

# Engenharia Civil: Estrutura em Aço

## Bases do dimensionamento de pilares mistos de aço e concreto segundo o projeto de revisão da NBR 8800

(Basis for the design of composite steel and concrete columns according to the Brazilian code review project)

Rodrigo Barreto Caldas

Engenheiro Civil, Doutorando da UFMG  
E-mail: caldas@dees.ufmg.br

Ricardo Hallal Fakury

Professor Doutor da UFMG  
E-mail: fakury@dees.ufmg.br

João Batista Marques de Sousa Jr.

Professor Doutor da UFOP  
E-mail: joao@em.ufop.br

### Resumo

Apresentam-se os procedimentos para dimensionamento de pilares mistos de aço e concreto do projeto de revisão da norma brasileira ABNT NBR 8800:1986, quando da atuação conjunta de força axial de compressão e momentos fletores. São, também, apresentadas as bases teóricas dos procedimentos, que têm como referências principais a norma europeia EN 1994-1-1:2004 e a americana ANSI/AISC 360-05. Mostra-se, ainda, que os resultados fornecidos pelos procedimentos do projeto de revisão têm boa concordância com resultados mais precisos obtidos por uma análise pelo método dos elementos finitos.

**Palavras-chave:** Estruturas mistas, pilares mistos, dimensionamento estrutural.

### Abstract

*This paper presents the design methods for steel and concrete composite columns subjected to compression axial load and bending moments according to the Revision Project of the Brazilian Code ABNT NBR 8800:1986. Presented also is the theoretical basis of the methods, using the European Standard EN 1994-1-1:2004 as a main guideline and the American Standard ANSI/AISC 360-05. It is showed that the results issued from the Revision Project of the Brazilian Code are in good agreement with more accurate results obtained by the finite element method.*

**Keywords:** Composite structures, composite columns, structural design.

## 1. Introdução

A norma europeia EN 1994-1-1:2004 apresenta um método simplificado para o dimensionamento de pilares mistos de aço e concreto, pelo qual se obtém o diagrama de interação da força axial de compressão e do momento-fletor resistentes da seção, considerando uma distribuição plástica das tensões, com as imperfeições ao longo do pilar tratadas como excentricidades proporcionais ao comprimento destravado da peça. Na verificação de pilares submetidos exclusivamente à compressão axial, por simplicidade, as curvas de dimensionamento de pilares de aço são adotadas. Essa norma apresenta, também, um outro método de dimensionamento, chamado método geral, com base no princípio da compatibilidade de deformações, onde uma distribuição linear de deformações juntamente com as relações tensão-deformação dos materiais são consideradas. O método geral pode ser utilizado para análise de seções assimétricas ou variáveis ao longo do comprimento do pilar, permitindo a utilização de métodos avançados de análise que, em geral, exigem implementação computacional, como os apresentados por Caldas (2004).

Segundo Oehlers e Bradford (1995), o método simplificado para verificação dos pilares flexo-comprimidos da EN 1994-1-1:2004 tem por base o método desenvolvido por Roik e Bergmann (1989), onde pontos do diagrama de interação da força axial e momento-fletor resistentes são obtidos a partir de uma distribuição plástica das tensões.

Nos Estados Unidos, a norma ANSI/AISC 360-05 prescreve que a obtenção do diagrama de interação entre força axial de compressão e momento-fletor resistentes da seção pode ser feita considerando tanto a compatibilidade de deformações como uma distribuição plástica das tensões. As imperfeições são tratadas de forma similar aos pilares de aço, reduzindo-se a força axial resistente dos pontos que compõem o diagrama de interação. A ANSI/AISC 360-05 permite, ainda, que seja usado o mesmo diagrama de interação dos pilares de aço, com o objetivo de tornar o dimensionamento mais expedito. Evidentemente, essa última opção é menos precisa, conduzindo, muitas vezes, a resultados bastante favoráveis à segurança.

Os procedimentos apresentados pela ANSI/AISC 360-05 fundamentam-se em trabalhos como o de Leon e Aho (2000), onde vários processos de dimensionamento são propostos e discutidos com base em Aho (1996).

No presente trabalho, descrevem-se os procedimentos apresentados no projeto de revisão da norma brasileira ABNT NBR 8800:1986, versão de setembro de 2006 (por facilidade de citação, esse projeto de revisão será tratado nesse trabalho como PR NBR 8800:2006), que se fundamenta nas prescrições da EN 1994-1-1:2004 e da ANSI/AISC 360-05. As bases teóricas desses procedimentos são, também, apresentadas, com destaque para as justificativas para adoção de alguns ajustes nos valores de determinados coeficientes.

## 2. Procedimentos do PR NBR 8800:2006

### 2.1 Situações previstas

O PR NBR 8800:2006 prevê o dimensionamento de pilares mistos com seções transversais totalmente revestidas com concreto (Figura 1-a), parcialmente revestidas com concreto (Figura 1-b), tubulares quadradas ou retangulares preenchidas com concreto (Figura 1-c) e circulares preenchidas com concreto (Figura 1-d), submetidos à compressão axial ou à flexo-compressão. Observa-se que essas quatro seções são previstas, também, pela EN 1994-1-1:2004, mas a ANSI/AISC 360-05 não prevê as seções parcialmente revestidas com concreto.

### 2.2 Pilares submetidos à compressão axial

De acordo com o PR NBR 8800:2006, a força axial resistente de cálculo de pilares mistos axialmente comprimidos sujeitos à instabilidade por flexão é dada por:

$$N_{Rd} = \chi N_{Rd,pf} \quad (1)$$

onde  $\chi$  é o fator de redução associado à resistência à compressão e  $N_{Rd,pf}$  é a força axial de compressão resistente de cálculo da seção transversal à plastificação total. Essa força é igual a:

$$N_{Rd,pf} = \frac{f_y A_a}{\gamma_{a1}} + \frac{\alpha f_{ck} A_c}{\gamma_c} + \frac{f_{ys} A_s}{\gamma_s} \quad (2)$$

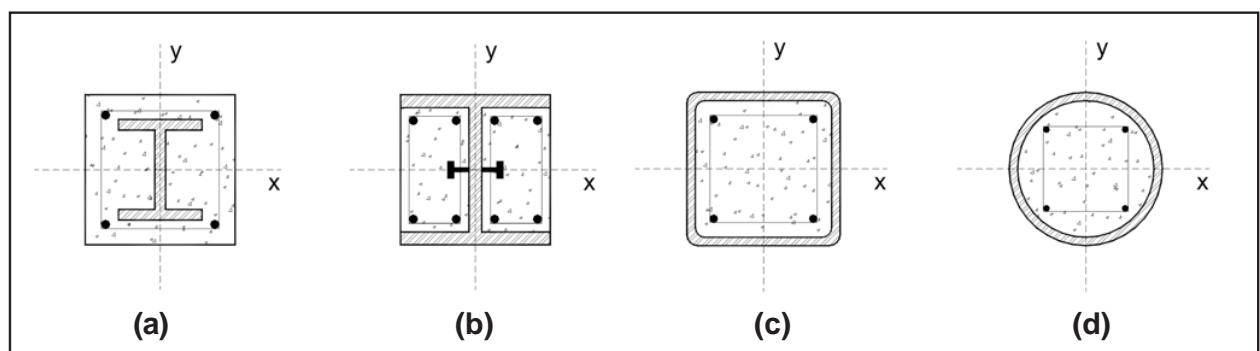


Figura 1 - Seções transversais de pilares mistos de aço e concreto previstas.

onde  $\gamma_{al}$ ,  $\gamma_s$  e  $\gamma_c$  são os coeficientes de ponderação da resistência ao escoamento do aço do perfil  $f_y$ , da resistência ao escoamento do aço da armadura  $f_{ys}$  e da resistência característica do concreto à compressão  $f_{ck}$ , respectivamente, e  $A_a$ ,  $A_s$  e  $A_c$  são, pela ordem, a área da seção transversal do perfil de aço, da armadura e do concreto. O coeficiente  $\alpha$  deve ser tomado igual a 0,95, nas seções tubulares circulares preenchidas com concreto, e 0,85, nas demais seções.

Os valores adotados para o coeficiente  $\alpha$  têm por base a ANSI/AISC 360-05. O valor 0,95, para as seções tubulares circulares preenchidas com concreto, leva em conta que, nesse tipo de pilar misto, o concreto desenvolve uma resistência maior decorrente do confinamento. A EN 1994-1-1:2004 indica o uso de valores maiores para  $\alpha$ , porém limita com mais rigor as relações entre largura e espessura dos elementos componentes do perfil de aço para que não ocorra flambagem local. No PR NBR 8800:2006, optou-se por seguir as prescrições da ANSI/AISC 360-05, com objetivo de possibilitar a utilização de elementos de aço mais esbeltos. No item 3 desse trabalho, são apresentadas as relações entre largura e espessura para os elementos de aço adotadas no PR NBR 8800:2006.

O fator de redução  $\chi$  é obtido em função da esbeltez relativa,

$$\lambda_{rel} = \sqrt{\frac{N_{R,p\ell}}{N_e}} \quad (3)$$

e da curva de dimensionamento à compressão adequada (curva *a* para seções tubulares preenchidas com concreto, curva *b* ou *c* para seções total e parcialmente revestidas com concreto, com instabilidade em torno do eixo de maior ou menor inércia do perfil de aço, respectivamente). Nessa expressão,  $N_{R,p\ell}$  é o valor de  $N_{Rd,p\ell}$ , dado pela expressão (2), com os coeficientes de ponderação da resistência  $\gamma_{al}$ ,  $\gamma_s$  e  $\gamma_c$  tomados iguais a 1,0, e  $N_e$  é a força axial de flambagem elástica,

$$N_e = \frac{\pi^2 (EI)_e}{(KL)^2} \quad (4)$$

onde  $KL$  é o comprimento de flambagem do pilar e

$$(EI)_e = E_a I_a + 0,7 E_{cr} I_c + E_s I_s \quad (5)$$

é a rigidez efetiva da seção transversal dos pilares mistos, onde  $E_a$  e  $E_s$  são os módulos de elasticidade do aço do perfil e do aço da armadura, respectivamente,  $E_{cr}$  é o módulo de elasticidade reduzido do concreto para consideração dos efeitos da retração e fluência, cujo valor será dado a seguir,  $I_a$ ,  $I_s$  e  $I_c$  são os momentos de inércia em relação ao eixo de flexão do perfil de aço, da armadura e do concreto, respectivamente. O coeficiente de correção 0,7, que multiplica o termo referente ao componente concreto, leva em conta a fissuração desse material e difere do valor 0,6 que aparece na EN 1994-1-1:2004 para corrigir a diferença entre o valor do módulo de elasticidade do concreto definido por essa norma europeia e pelo PR NBR 8800:2006.

O módulo de elasticidade reduzido do concreto é dado por:

$$E_{cr} = \frac{E_c}{1 + \varphi \left( \frac{N_{Sd,G}}{N_{Sd}} \right)} \quad (6)$$

onde  $N_{Sd,G}$  é a parcela da força axial solicitante de cálculo,  $N_{Sd}$ , devida à ação permanente e quase permanente e  $\varphi$  é o coeficiente de fluência, obtido da ABNT NBR 6118:2003. Admite-se, simplificadamente, que o coeficiente de fluência seja tomado igual a 2,5 nas seções total ou parcialmente revestidas com concreto e igual a zero nas seções tubulares preenchidas com concreto. Admite-se, ainda, que a relação  $N_{Sd,G}/N_{Sd}$  seja considerada igual a 0,6.

Os valores simplificados apresentados para o coeficiente de fluência e para a relação  $N_{Sd,G}/N_{Sd}$  partem da observação dos valores médios de rigidez efetiva prescritos pela EN 1994-1-1:2004 e pela ANSI/AISC 360-05. No caso dos pilares preenchidos com concreto, o perímetro da seção do componente concreto em contato com a atmosfera tende a zero e, além disso, a umidade do concreto é maior, o que faz com que o coeficiente de fluência seja pequeno.

## 2.3 Pilares submetidos à flexo-compressão

Para a verificação dos efeitos da força axial de compressão e dos momentos-fletores segundo o PR NBR 8800:2006, pode-se utilizar um modelo de cálculo mais simples, denominado modelo de cálculo I, ou um modelo mais rigoroso, denominado modelo de cálculo II.

### 2.3.1 Modelo de cálculo I

O modelo de cálculo I tem por base a ANSI/AISC 360-05 e utiliza as mesmas expressões de interação entre força axial e momentos-fletores prescritas para os pilares de aço. Assim, o dimensionamento pode ser feito (ver Figura 2-a para o caso de momento-fletor em relação a um dos eixos, x ou y, das seções transversais mostradas na Figura 1), para  $N_{Sd}/N_{Rd} \geq 0,2$ , pela expressão

$$\frac{N_{Sd}}{N_{Rd}} + \frac{8}{9} \left( \frac{M_{Sd,x}}{M_{Rd,x}} + \frac{M_{Sd,y}}{M_{Rd,y}} \right) \leq 1,0 \quad (7)$$

e, para  $N_{Sd}/N_{Rd} < 0,2$ , pela expressão

$$\frac{N_{Sd}}{2N_{Rd}} + \left( \frac{M_{Sd,x}}{M_{Rd,x}} + \frac{M_{Sd,y}}{M_{Rd,y}} \right) \leq 1,0 \quad (8)$$

onde  $M_{Sd,x}$  e  $M_{Sd,y}$  são os momentos-fletores solicitantes de cálculo, respectivamente, em relação aos eixos x e y,  $M_{Rd,x}$  e  $M_{Rd,y}$  são os momentos-fletores resistentes de plastificação de cálculo, respectivamente, em torno dos eixos x e y, dados por  $M_{Rd,pl,x}$  e  $M_{Rd,pl,y}$ . O PR NBR 8800:2006 apresenta expressões para obtenção desses momentos.

### 2.3.2 Modelo de cálculo II

O modelo de cálculo II tem por base o método simplificado da EN 1994-1-1:2004. A verificação dos efeitos da força axial de compressão e dos momentos fletores pode ser feita a partir das expressões

$$N_{Sd} \leq N_{Rd} \quad (9)$$

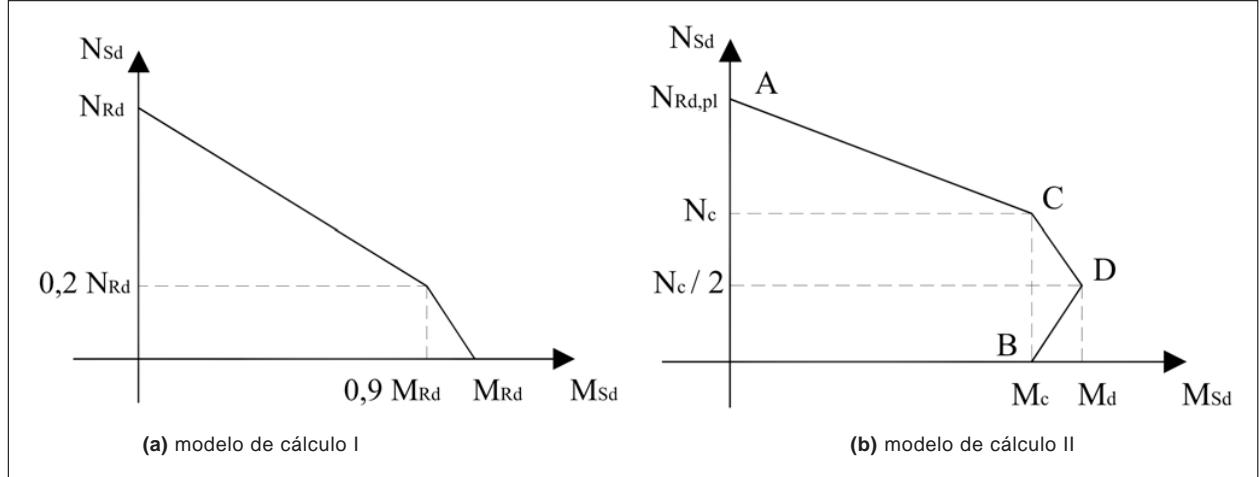


Figura 2 - Diagrama de interação entre força axial e momento fletor do PR NBR 8800:2006.

$$\frac{M_{Sd,x}}{\mu_x M_{d,x}} + \frac{M_{Sd,y}}{\mu_y M_{d,y}} \leq 1,0 \quad (10)$$

representadas no diagrama da Figura 2-b (essa figura mostra o caso de momento-fletor em relação a um dos eixos, x ou y, das seções transversais mostradas na Figura 1).

Nessas expressões:

a)  $\mu_x$  é um coeficiente igual a:

$$\text{- para } N_{Sd} \geq N_c, \mu_x = 1 - \left( \frac{M_{d,x} - M_{c,x}}{M_{d,x}} \right) - \left( \frac{M_{c,x}}{N_{Rd,pl} - N_c} \right) \left( \frac{N_{Sd} - N_c}{M_{d,x}} \right) \quad (11)$$

$$\text{- para } \frac{N_c}{2} < N_{Sd} < N_c, \mu_x = 1 - 2 \left( \frac{M_{d,x} - M_{c,x}}{N_c} \right) \left( \frac{N_{Sd} - \frac{N_c}{2}}{M_{d,x}} \right) \quad (11)$$

$$\text{- para } N_{Sd} \leq \frac{N_c}{2}, \mu_x = 1 - \left( \frac{M_{d,x} - M_{c,x}}{M_{d,x}} \right) \left( 1 - \frac{2N_{Sd}}{N_c} \right)$$

b)  $\mu_y$  é um coeficiente calculado da mesma forma que  $\mu_x$ , trocando-se as grandezas referentes a x por y.

c)  $N_c$  é a força axial resistente de cálculo apenas do componente concreto,  $N_c = \alpha f_{ck} A_c \gamma_c$ , onde as grandezas são as mesmas apresentadas na expressão (2).

d)  $M_{c,x}$  e  $M_{c,y}$  são dados, respectivamente, por  $0,9 M_{Rd,pl,x}$  e  $0,9 M_{Rd,pl,y}$ . O coeficiente 0,9, existente também na EN 1994-1-1:2004, tem por base observações feitas por Chung e Narayanan (1994), que justificam sua presença pela não consideração dos limites de deformação do concreto na obtenção do diagrama de interação e por ajustes relativos aos efeitos locais de segunda ordem que são calculados a

partir da rigidez efetiva considerando a área total do concreto, sem desprezar a região fissurada. Nas expressões (7) e (8) do modelo de cálculo I, esse coeficiente é tomado igual a 1,0, uma vez que tais expressões são, em geral, mais conservadoras.

- e)  $M_{d,x}$  e  $M_{d,y}$  são dados, respectivamente, por  $0,8 M_{max,Rd,pl,x}$  e  $0,8 M_{max,Rd,pl,y}$ , onde  $M_{max,Rd,pl,x}$  e  $M_{max,Rd,pl,y}$  são os momentos-fletores máximos resistentes de plastificação de cálculo em torno do eixo x e y, respectivamente, determinados considerando uma distribuição plástica de tensões para um força axial igual a  $N/2$ . O coeficiente 0,8 considera a possibilidade de o momento-fletor ocorrer para uma força axial independente menor do que seu valor de cálculo. Essa situação levaria a momentos-fletores resistentes menores, quando as forças axiais solicitantes forem inferiores a  $N/2$  (figura 2-b). Por causa dessa condição, caso  $M_{d,x}$  seja menor que  $M_{c,x}$ , o valor do primeiro deve ser tomado igual ao do segundo. O mesmo ocorre em relação à  $M_{d,y}$  e  $M_{c,y}$ .
- f)  $M_{Sd,x}$  e  $M_{Sd,y}$  são os momentos-fletores solicitantes de cálculo, respectivamente, em relação aos eixos x e y. Esses momentos, caso não seja feita análise mais rigorosa, são iguais aos momentos obtidos na análise da estrutura somados aos momentos devidos às imperfeições ao longo do pilar, dados por:

$$\frac{N_{sd}L_x}{200\left(1-\frac{N_{sd}}{N_{e,x}}\right)} \text{ ou } \frac{N_{sd}L_y}{150\left(1-\frac{N_{sd}}{N_{e,y}}\right)} \quad (12)$$

em relação ao eixo x ou y, respectivamente, devendo-se considerar o caso mais desfavorável segundo a expressão (10). Nessas expressões,  $L$  é o comprimento destravado do pilar,  $N_{e,x} = \pi^2(EI)_{e,x}/L_x^2$  e  $N_{e,y} = \pi^2(EI)_{e,y}/L_y^2$ , onde os subscritos x e y referem-se à flexão em torno desses eixos (Figura 1).

### 3. Flambagem local dos elementos de aço

Segundo o PR NBR 8800:2006, as resistências de todos os materiais devem ser atingidas sem que ocorra flambagem local dos elementos do perfil de aço da seção transversal. Para evitar essa flambagem, não podem ser ultrapassadas as relações dadas a seguir:

- Nas seções tubulares circulares preenchidas com concreto:  $D/t \leq 0,15E_a/f_y$ .
- Nas seções tubulares retangulares preenchidas com concreto:  $b_i/t \leq 2,26(E_a/f_y)^{1/2}$ .
- Nas seções I ou H parcialmente revestidas com concreto:  $b_i/t_f \leq 1,49(E_a/f_y)^{1/2}$ .

Nas relações apresentadas:  $D$  é o diâmetro externo da seção tubular circular de aço (Figura 1-d);  $t$  é a espessura da chapa que compõe a seção de aço;  $b_i$  é a largura da chapa que compõe a seção tubular retangular ou quadrada de aço (figura 1-c); e  $b_i$  e  $t_f$  são, respectivamente, a largura e espessura das mesas da seção de aço (Figura 1-b).

Para as seções totalmente revestidas com concreto (Figura 1-a), caso os cobrimentos exigidos no PR NBR 8800:2006 sejam observados, não é necessária a verificação de flambagem local.

As relações apresentadas têm por base a ANSI/AISC 360-05, cujas prescrições levam em conta o efeito da restrição à flambagem local dos elementos de aço proporcionada pelo concreto, com base em diversos estudos, entre os quais os de

Bradford et al. (2000). Esses pesquisadores apresentam os modelos e a calibração da relação largura e espessura de seções tubulares circulares preenchidas com concreto.

### 4. Avaliação dos modelos

No trabalho de Caldas et al. (2005) foram feitas análises por meio do método dos elementos finitos (Caldas, 2004; Sousa Jr. & Caldas, 2005), para avaliação dos modelos de cálculo I e II, citados no item 2. Nas análises realizadas, um pilar misto totalmente envolvido teve seu comprimento e espessuras das chapas que compõem o perfil variando segundo os limites de esbeltez relativa, expressão (3), e fator de contribuição do aço,  $\delta = f_y A_g / (\gamma_{al} N_{Rd,pt})$ , respectivamente. Dessa forma, foi possível obter uma avaliação do comportamento dos modelos de cálculo dentro dos seus limites de aplicação. Chegou-se à conclusão que os modelos de cálculos apresentam segurança adequada, sendo que, para pilares com esbeltez relativa baixa e com pequeno fator de contribuição do aço, o modelo de cálculo I é bastante conservador em relação ao modelo de cálculo II (Figura 3-a), e que, para pilares com alto fator de contribuição do aço ou grande

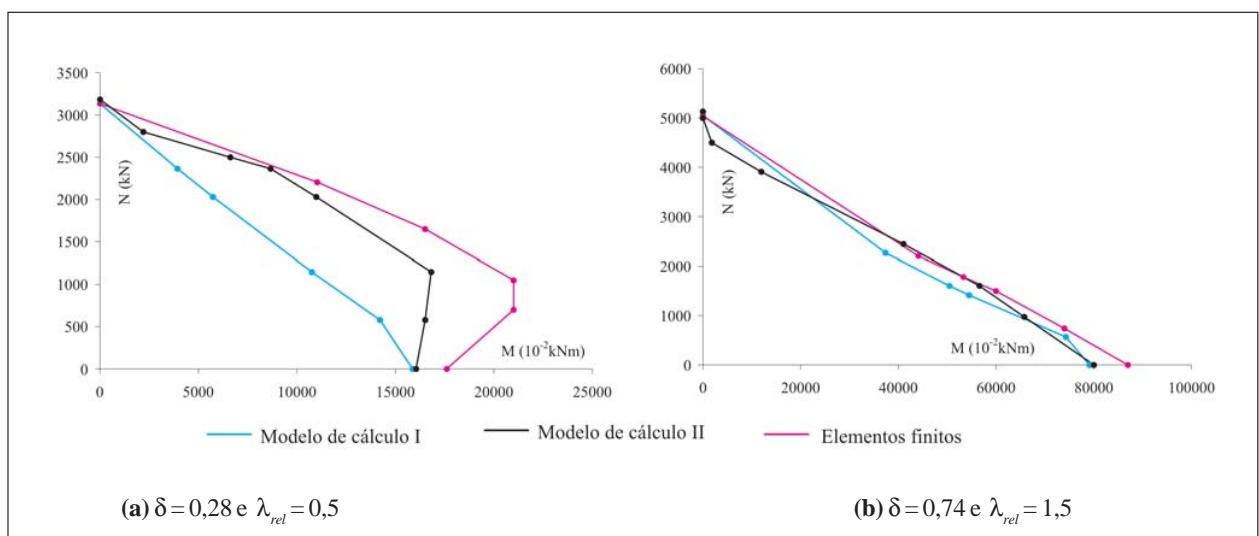


Figura 3 - Comparações entre os diagramas de interação de pilares mistos (Caldas et al., 2005).

esbeltez relativa, os dois modelos fornecem resultados próximos (Figura 3-b).

tiva baixa e com pequeno fator de contribuição do aço.

## 5. Conclusões

Nesse trabalho, são mostrados os dois procedimentos para dimensionamento de pilares mistos de aço e concreto do projeto de revisão da norma brasileira ABNT NBR 8800:1986 (PR NBR 8800:2006), chamados de modelo de cálculo I e modelo de cálculo II, quando da atuação conjunta de força axial de compressão e momentos fletóres. São, também, apresentadas as bases teóricas dos dois modelos, que têm como referências principais a norma europeia EN 1994-1-1:2004 e a americana ANSI/AISC 360-05, e as explicações para adoção de ajustes nos valores de determinados coeficientes.

Destacou-se que Caldas et al. (2005) mostraram que os resultados fornecidos pelos dois modelos foram comparados amplamente com os fornecidos por uma análise usando o método dos elementos finitos, tendo-se chegado a uma boa concordância. Nesse trabalho, são reproduzidas as comparações feitas para dois pilares totalmente revestidos com concreto. Observou-se que o modelo de cálculo I, por ser mais simples, fornece quase sempre resultados mais conservadores que o modelo II, sendo esse conservadorismo mais pronunciado para pilares mistos com esbeltez relativa

## 6. Agradecimentos

Ao CNPq, à FAPEMIG e à V&M, que tornaram possível a elaboração desse trabalho.

## 7. Referências bibliográficas

- ABNT NBR 6118. Projeto de estruturas de concreto. *Associação Brasileira de Normas Técnicas*, 2003.
- ABNT NBR 8800. Projeto e execução de estruturas de aço de edifícios. *Associação Brasileira de Normas Técnicas*, 1986.
- AHO, M. *A database for encased and concrete-filled columns*. Master Thesis, School of Civil and Environmental Engineering, Georgia Institute of Technology, 1996.
- ANSI/AISC 360-05. Specification for structural steel buildings. *American Institute of Steel Construction*, 2005.
- BRADFORD, M.A., LOH, H.Y., UY, B. Local buckling of concrete-filled circular steel tubes. Proceedings of the Conference Composite Construction in Steel and Concrete IV, *American Society of Civil Engineers*, 2000.
- CALDAS, R.B. *Análise numérica de pilares mistos aço-concreto*. Ouro Preto: Universidade Federal de Ouro Preto, 2004. (Dissertação de Mestrado).
- CALDAS, R.B., FAKURY, R.H., SOUSA Jr., J.B.M. Dimensionamento de pilares mistos de aço e concreto segundo as normas brasileiras e as prescrições do EUROCODE 4. *Proceedings of XXVI Iberian Latin-American on Computational Methods in Engineering*, 2005.
- CHUNG, K.F., NARAYANAN, R. Composite column design to Eurocode 4. *The Steel Construction Institute*, 1994.
- EN 1994-1-1: 2004. Design of composite steel and concrete structures: part 1.1: general rules and rules for buildings. *EUROCODE 4, European Committee for Standardization*, 2004.
- LEON, R.T., AHO, M. Towards new design provisions for composite columns. *Proceedings of the Conference Composite Construction in Steel and Concrete IV, American Society of Civil Engineers*, 2000.
- OEHLERS, D.J., BRADFORD, M.A. Composite steel and concrete structural members: fundamental behaviour. *Pergamon Press*, 1995.
- PR NBR 8800. *Projeto de revisão. Projeto de execução de estruturas de aço e de estruturas mistas de aço e concreto de edifícios*. Disponível no sítio [www.dees.ufmg.br](http://www.dees.ufmg.br), setembro, 2006.
- ROIK, K., BERGMANN, R. *EUROCODE 4: composite columns. Report EC4/6/89*, University of Bochum, 1989.
- SOUZA Jr., J.B.M., CALDAS, R.B. Numerical analysis of composite steel-concrete columns of arbitrary cross-section. *Journal of Structural Engineering*, v. 131, n.11, p.1721-1730, 2005.

Artigo recebido em 24/11/2006 e aprovado em 28/11/2006.

**REM - Revista Escola de Minas**  
**71 anos divulgando CIÊNCIA.**

\*\*\*\*\*

**www.rem.com.br**