



Rem: Revista Escola de Minas

ISSN: 0370-4467

editor@rem.com.br

Escola de Minas

Brasil

Carvalho, Simão Célio de; Luz, José Aurélio Medeiros da  
Modelamento matemático de peneiramento vibratório (Parte 2): simulação  
Rem: Revista Escola de Minas, vol. 58, núm. 2, abril-junio, 2005, pp. 121-125  
Escola de Minas  
Ouro Preto, Brasil

Disponível em: <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=56416464005>

- Como citar este artigo
- Número completo
- Mais artigos
- Home da revista no Redalyc

redalyc.org

Sistema de Informação Científica

Rede de Revistas Científicas da América Latina, Caribe, Espanha e Portugal  
Projeto acadêmico sem fins lucrativos desenvolvido no âmbito da iniciativa Acesso Aberto

## Modelamento matemático de peneiramento vibratório (Parte 2): simulação

Simão Célio de Carvalho

Engenheiro de Minas, Sempre Viva Mineração - Construções e Transportes  
Mestrado em Engenharia Mineral - DEMIN/UFOP  
E-mail: simao@sviva.com.br

José Aurélio Medeiros da Luz

Universidade Federal de Ouro Preto - UFOP  
Escola de Minas - Departamento de Engenharia de Minas - DEMIN  
E-mail: jaurelio@demin.ufop.br

### Resumo

O peneiramento é uma operação unitária em que mecanismos probabilísticos ocorrem de maneira intensa. Este trabalho apresenta um modelo alternativo de peneiramento a partir da abordagem probabilística de Mogen-sen. Um sistema computacional (*SimPeneira*) foi implementado e validado experimentalmente. Tal sistema é capaz de simular cenários de peneiramento industrial e quantificar o impacto de parâmetros, tais como: abertura, comprimento da peneira, velocidade do fluxo do material, área efetiva de peneiramento, freqüência e amplitude das vibrações. O sistema também pode dimensionar peneiras, utilizando-se o método clássico de dimensionamento (com modificações).

**Palavras-chave:** simulação, granulometria, peneiramento.

### Abstract

*Screening is a unit operation where probabilistic mechanisms take place in an intensive way. This work presents an alternative screening model. The final product is a software system called **SimPeneira** (experimentally validated) developed in order to simulate scenarios in industrial screening and to quantify the impact of parameters such as: screen opening, length, effective area, material flow speed, vibration frequency and amplitude. The system can also size screens using the classical sizing procedure (with modifications).*

**Keywords:** simulation, size particle, screening.

## 1. Introdução

Há tempos, os homens utilizam o processo de peneiramento com o intuito de separar produtos em diferentes granulações, formatos, bem como retirar impurezas, adequando produtos a especificações.

O peneiramento é um processo muito importante no tratamento de minérios e na separação de grãos de cereais de uma forma geral, no entanto, atualmente, são poucos os trabalhos relacionados a um processo tão utilizado em todo o mundo.

Com o intuito de simular e dimensionar o processo de peneiramento, foi desenvolvido um modelo computacional para simulação de peneiramento (sistema **SimPeneira**), o qual é capaz de simular diversos cenários de peneiramento, bem como dimensionar peneiras segundo o procedimento clássico, com base no método Allis Chalmers modificado (Luz & Carvalho, 2004). Para validação do módulo de simulação anteriormente descrito, foi realizada uma série de ensaios de peneiramento em escala-piloto.

A simulação da eficiência de peneiramento e das análises granulométricas dos produtos é sempre desejada, pois, conhecendo as distribuições granulométricas dos produtos, pode-se analisar qual situação de operação dará maior eficiência operacional, sem gasto de tempo e dinheiro com amostragem e análises.

O objetivo desse trabalho é discutir o módulo de simulação de peneiras de um modelo computacional para simulação e dimensionamento de peneiramento (sistema **SimPeneira**), o qual é a continuação do artigo “Modelamento matemático de peneiramento vibratório (Parte 1): dimensionamento”, e, também, apresentar os resultados de algumas simulações realizadas em escala-piloto para validação do programa.

## 2. Materiais e métodos

O recurso material necessário ao desenvolvimento e validação do módulo

de simulação do sistema computacional consistiu em microcomputador, ambiente integrado de desenvolvimento *Delphi* (versão 7), gerenciador de banco de dados Microsoft *Access*, peneira em escala-piloto localizada no CEFETOP (Centro Federal de Educação Tecnológica de Ouro Preto), britador de mandíbulas em escala-piloto, britador de rolos em escala-piloto, balança, peneirador (tipo Ro-tap), para realização das análises granulométricas, e série ABNT de peneiras. A amostra utilizada em todos os ensaios foi um material dolomítico, proveniente da Mineração Bemil Ltda., bitolado entre 9,2 mm e 0,3 mm.

### 2.1 Desenvolvimento do modelo proposto (**SimPeneira**)

O sistema computacional **SimPeneira** foi desenvolvido de modo a possibilitar a simulação de diversos cenários operacionais relativos a um peneiramento em escala industrial e piloto, como, por exemplo, a abertura da peneira, a velocidade do fluxo do material, comprimento da peneira, inclinação da peneira. Ele é constituído de dois subsistemas que são: um módulo de simulação e um módulo de dimensionamento clássico, baseado no método Allis Chalmers modificado, o qual foi apresentado no artigo citado anteriormente. Essa metodologia clássica apresenta uma série de simplificações, pois não leva em conta a inclinação da peneira, a freqüência de vibração, parâmetros importantes em um processo de peneiramento. Para fazer face a esses problemas, o dimensionamento pode ser efetuado indiretamente pelo uso do módulo de simulação de peneiramento vibratório.

### 2.2 Formalismo matemático do modelo de simulação

A espessura efetiva média do peneiramento é calculada a partir da equação de continuidade, a qual, explicitada, resulta:

$$E_1 = \left( \frac{Q_m}{\rho_{ap} \times v \times L} \right) \quad (1)$$

Onde:

$Q_m$  - vazão mássica do fluxo retido [kg/s].

$\rho_{ap}$  - massa específica do material [kg/m<sup>3</sup>].

$v$  - velocidade média de progresso do material sobre a tela [m/s].

$L$  - largura efetiva da peneira [m].

$E_1$  - espessura média do leito [m].

É mais conveniente, para propósitos de modelagem matemática, em vez da espessura do leito, a adoção de uma variável adimensional a ela relacionada, ou seja: uma espessura relativa. A espessura relativa aqui adotada é dada por:

$$E^* = \frac{E_1}{a} \quad (2)$$

Onde o parâmetro  $a$  é a abertura equivalente da peneira, em metro.

Para calcular a probabilidade de uma partícula passar pela tela de uma peneira de malha quadrada, utiliza-se a expressão analítica de Mogensen (Mogensen, 1965), a qual é:

$$P_1 = \frac{\left[ a - \phi \times f\left(\frac{d}{a}\right) - d \right] \times \left[ (a + \phi) \times \cos \alpha - \left( 1 - f\left(\frac{d}{a}\right) \right) \times \phi - d \right]}{(a + \phi) \times [(a + \phi) \times \cos \alpha]} \quad (3)$$

Onde:

**a** - abertura [m].

**d** - diâmetro da partícula [m].

**ϕ** - diâmetro do fio da tela [m].

**α** - ângulo de inclinação da peneira plana [°].

$f\left(\frac{d}{a}\right)$  é uma função de ajuste, cujo valor (nos limites  $0 \leq d/a \geq 1$ ) pode ser estimado a partir da equação seguinte, obtida por análise de regressão, a partir dos dados de Mogensen (Mogensen, 1965):

$$f\left(\frac{d}{a}\right) = -0,27 \times \frac{d}{a} + 0,27 \quad (4)$$

Naturalmente, se o tamanho relativo ( $d/a$ ) for maior que 1,0, a função  $f\left(\frac{d}{a}\right) = 0,0$ . A correlação estatística para a regressão da equação anterior foi de 97,96 %.

A probabilidade,  $p_n$ , de uma partícula isolada da classe de tamanhos  $i$  passar pela peneira somente na  $n$ -ésima tentativa de passagem (apresentação) é dada pela equação:

$$p_n = 1 - (1-p_i)^n \quad (5)$$

Onde:

$p_i$  - probabilidade de passagem de uma partícula da classe  $i$  em uma única apresentação à tela [-].

$n$  - número de apresentações (tentativas) de passagem [-].

O número de apresentações é monotonicamente crescente com o tempo de residência sobre a tela. Por seu turno, o tempo de residência é dado por:

$$\tau = \frac{C}{v} \quad (6)$$

Onde:

**C** - comprimento da peneira [m].

**v** - velocidade média de fluxo [m/s].

O número de apresentações de cada partícula de subtamanho (*undersize*) às aberturas da tela é, em geral, apenas uma fração do número de ciclos da peneira,

durante o tempo de residência, por causa das interações entre as partículas no leito. No presente modelo, a chamada efetividade representa a razão entre o número de ciclos durante o percurso sobre a tela e o número efetivo de apresentações.

$$y = \frac{n}{f \times \tau} \quad (7)$$

Naturalmente, no algoritmo, é necessário o conhecimento, ou da efetividade ou, alternativamente, da granulometria do material passante. No segundo caso, o sistema irá ajustar a efetividade (etapa de calibração). Assim, o número de apresentações de cada partícula à tela pode ser calculado com base no tempo de residência,  $\tau$ , considerando-se uma "efetividade ( $y$ )" da freqüência operacional, conforme o disposto na equação a seguir:

$$n = f \times \tau \times y \quad (8)$$

Onde:

**y** - efetividade [-].

**f** - freqüência [Hz].

**τ** - tempo de residência [s].

É natural supor que a dificuldade de migração dos subtamanhos dentro do leito, em direção à superfície de separação (tela), seja crescente com a espessura relativa do leito. Assim, pode-se adotar:

$$y = \frac{k}{(E^*)^z} \quad (9)$$

Onde:

**k** - coeficiente de efetividade [-].

**z** - ponderador exponencial de espessura [-].

Para efeito de simplificação do modelo, adotou-se, nesse trabalho, o valor:  $z = 1,0$ . Como consequência, o erro associado a tal adoção, na realidade, fica incorporado pela efetividade ( $y$ ).

Outra simplificação do presente modelo é o fato de não se levar em conta o efeito da estratificação do leito durante o processo de peneiramento (incluindo-se a estratificação grânulo-densitária do leito, similar à da jigagem).

Para o caso de o coeficiente de efetividade estar sendo inferido por valores experimentais da partição, isto é, durante a fase de calibração do modelo, o sistema utiliza uma rotina simplificada de minimização da soma dos erros quadráticos.

Em suma, a determinação de  $y$ , para dado caso operacional, é o ponto chave para o modelamento do processo, no algoritmo adotado pelo **SimPeneira**.

O sistema calcula também as vazões massicas da alimentação, do retido e do passante:

$$Q_m = \frac{\sum m}{\tau_a \times F_f} \quad (10)$$

Onde:

**Σm** - somatório das massas retidas em cada faixa granulométrica.

**F<sub>f</sub>** - fração de fluxo amostrado.

**τ<sub>a</sub>** - tempo amostral [s].

A área efetiva de peneiramento é dada por:

$$A = C \times L \quad (11)$$

Onde:

**C** - comprimento da peneira (dado de entrada) [m].

**L** - largura da peneira [m].

A eficiência de remoção de finos pode ser calculada pela expressão convencional:

$$\epsilon = \frac{m_u}{m_a} \quad (12)$$

Onde:

**m<sub>u</sub>** - massa (ou vazão) de subtamanho passante [kg].

**m<sub>a</sub>** - massa (ou vazão) de subtamanho alimentada [kg].

### 3. Resultados e discussão

O Programa **SimPeneira**, como dito anteriormente, é um software desenvol-

vido para o dimensionamento e simulação de peneiras em escala industrial e piloto, a interface do módulo de simulação pode ser observada na Figura 1.

Elá apresenta a interface do módulo de simulação, com a rotina de ajuste do coeficiente de efetividade selecionada. Nesse caso, torna-se necessário entrar com os dados práticos de um ensaio de peneiramento. No exemplo, entramos com os dados de um dos ensaios realizados.

Na Tabela 1 e nas Figuras 2, 3 e 4, está apresentado um resumo dos resultados de ensaios realizados e simulados em uma peneira vibratória em escala-piloto. O efeito da variação da abertura da tela pode ser observado nas curvas das Figuras 2, 3 e 4.

Pode-se observar também que, quanto maior a inclinação, menor a espessura relativa do leito como seria de se esperar. Analisando-se os dados, pode-se perceber também que uma maior abertura de tela apresenta uma tendência de espessura relativa maior.

Não se conseguiu extrair uma regra ou equação que descrevesse, com rigor quantitativo, o comportamento do coeficiente de efetividade, indicando a necessidade de estudos suplementares, com possível introdução de parâmetros não considerados no modelo.

#### 4. Conclusões

O modelo computacional foi concebido primacialmente para simulação

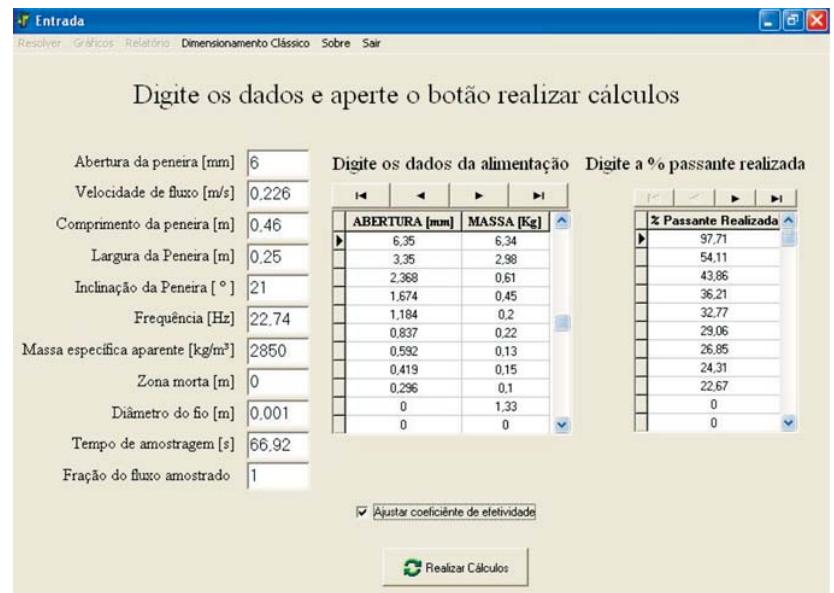


Figura 1 - Módulo de simulação do programa *SimPeneira*, entrando-se com o Análise Granulométrica do material passante (para calibração do modelo).

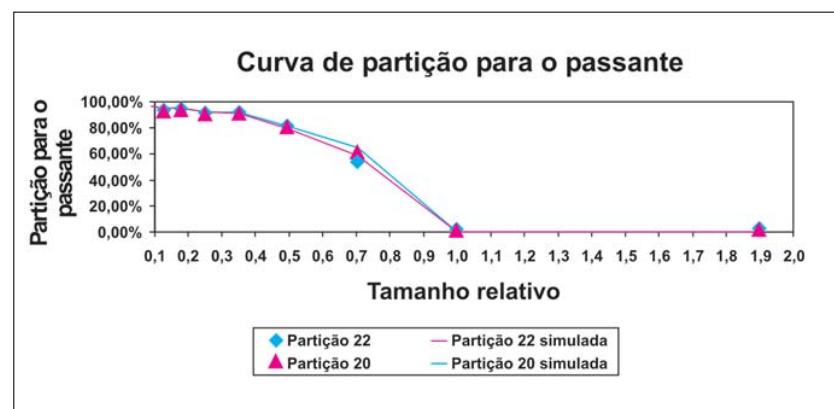


Figura 2 - Curvas de participação “Realizadas x Simuladas” (ensaio 20 e 22).

Tabela 1 - Quadro-resumo, comparando-se alguns dos resultados simulados.

Coeficiente de efetividade $k$ [-]	Espessura do leito $E$ [mm]	Espessura relativa $E^*$ [-]	Abertura a [mm]	Ensaio	Vazão [kg/s]	Inclinação da peneira [°]
0,10	0,009	2,90	3,35	20	0,34	11
0,08	0,005	1,59	3,35	22	0,33	16
0,60	0,004	0,66	6,00	27	0,26	16
0,67	0,008	1,27	6,00	30	0,34	11
0,63	0,002	2,44	0,83	35	0,26	21
0,37	0,001	1,70	0,83	36	0,34	21

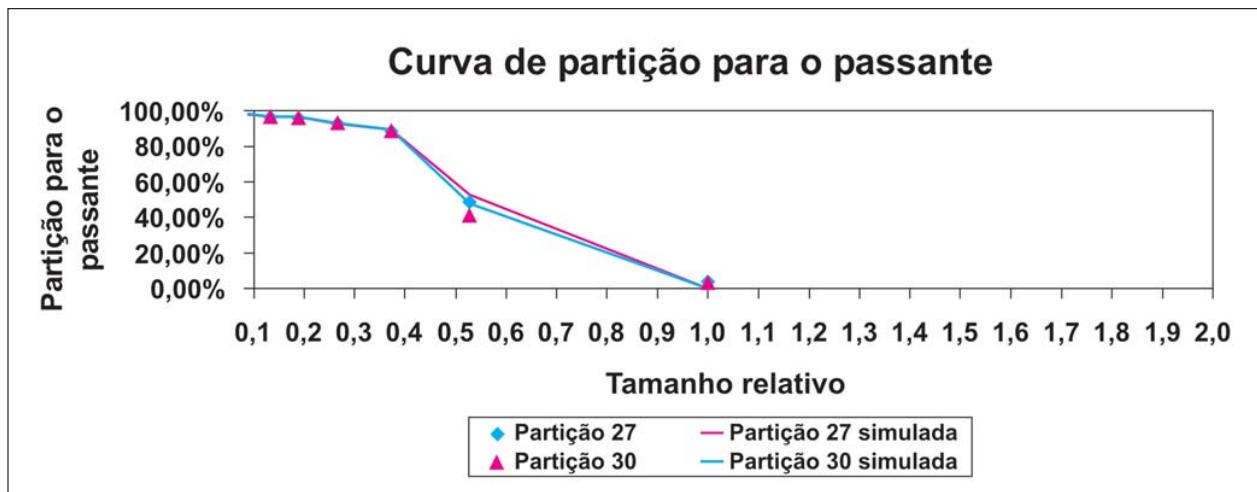


Figura 3 - Curvas de participação “Realizadas x Simuladas” (Ensaios 27 e 30).

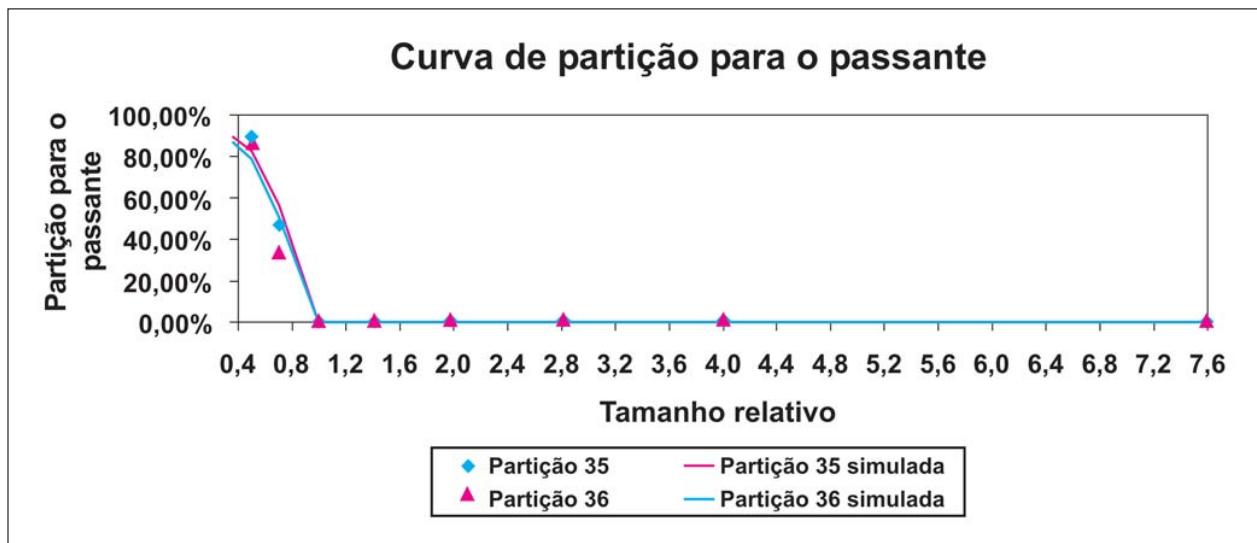


Figura 4 - Curvas de participação “Realizadas x Simuladas” (Ensaios 35 e 36).

probabilística de peneiramento vibratório (sistema *SimPeneira*), partindo-se do formalismo de Mogensen (Mogensen 1965, Kelly & Spottiswood, 1982). Esse modelo possibilita a simulação de diversos cenários de um peneiramento em escala industrial e piloto. Os resultados mostram uma boa aderência entre os dados experimentais e os simulados.

Tal aderência estatística foi obtida pela convergência de valor do coeficiente de efetividade para várias condições experimentais. Essa é uma grande vantagem do modelo proposto, em relação a outros, pois ele requer a calibração

de apenas um parâmetro, o coeficiente de efetividade.

Ressalta-se que o programa também pode servir como excelente suporte didático nos cursos regulares de engenharias de minas, metalúrgica e química.

## 5. Referências bibliográficas

CHAVES, A. P., PERES, A. E. C. *Teoria e prática do tratamento de minérios - britagem, peneiramento e moagem*. 1. ed. São Paulo: Signus, 1999. v. 3. 237p.

FAÇO. *Manual de britagem da Faço*. São Paulo: Allis Mineral Systems, 1994.

KELLY, E. G., SPOTTISWOOD, D. J. *Introduction to mineral processing*. New York: John Wiley, 1982.

LUZ, J. A. M., CARVALHO, S.C. Modelamento matemático de peneiramento vibratório (parte 1): dimensionamento clássico. *REM - Revista Escola de Minas*. Ouro Preto: 2004 [no prelo].

MOGENSEN, F. A new screening method of screening granular materials. *The Quarry Managers' Journal*. p. 409-414. Oct., 1965.

Artigo recebido em 16/11/2004 e aprovado em 03/01/2005.