



Investigaciones Geográficas (Mx)  
ISSN: 0188-4611  
[edito@igg.unam.mx](mailto:edito@igg.unam.mx)  
Instituto de Geografía  
México

Pérez Sesma, José Antonio Agustín; Maderey Rascón, Laura Elena; Pereyra Díaz, Domitilo; Filobello Niño, Uriel Antonio

Estimación de la creciente de diseño utilizando el hidrograma unitario instantáneo: el caso de la cuenca del río Tecolutla, México

Investigaciones Geográficas (Mx), núm. 79, diciembre, 2012, pp. 20-38

Instituto de Geografía

Distrito Federal, México

Disponible en: <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=56924845003>

- Cómo citar el artículo
- Número completo
- Más información del artículo
- Página de la revista en redalyc.org

redalyc.org

Sistema de Información Científica

Red de Revistas Científicas de América Latina, el Caribe, España y Portugal  
Proyecto académico sin fines de lucro, desarrollado bajo la iniciativa de acceso abierto

## **Estimación de la creciente de diseño utilizando el hidrograma unitario instantáneo: el caso de la cuenca del río Tecolutla, México**

Recibido: 3 de septiembre de 2010. Aceptado en versión final: 9 de marzo de 2012.

José Antonio Agustín Pérez Sesma\*

Laura Elena Maderey Rascón\*\*

Domitilo Pereyra Díaz\*

Uriel Antonio Filobello Niño\*

**Resumen.** En esta investigación se utiliza el hidrograma unitario instantáneo (HUI) para conocer la avenida de diseño en la estación El Remolino, ubicada en la cuenca del río Tecolutla. Para conocer la avenida de diseño se utilizó la información pluviométrica de 24 estaciones, localizadas dentro y en las cercanías de la cuenca, para el periodo 1961-1999, de éste se seleccionaron las 16 tormentas más intensas registradas en la cuenca, cuyo gasto máximo generado fue mayor a 3 000 m<sup>3</sup>/s. Los hidrogramas de diseño se obtuvieron utilizando las precipitaciones máximas en 24 horas, para los períodos de retorno de 25, 50 y 100 años. Se encontró que el hidrograma de diseño para 25 años tendría un gasto de pico de 21 053.7 m<sup>3</sup>/s, para 50 años de 23 653.5 m<sup>3</sup>/s

y para 100 años de 26 281.4 m<sup>3</sup>/s. Estos resultados indican que el HUI sobreestima los gastos de pico, esto puede deberse a que las tormentas de diseño utilizadas tienen una duración en exceso de cuatro días, y precipitaciones en exceso de 495.4, 557.2 y 618.6 mm, respectivamente, para los períodos de retorno utilizados. Finalmente, los gastos estimados, con el HUI, y los gastos registrados mostraron un coeficiente  $R^2=0.956$ , el cual muestra la efectividad del modelo propuesto.

**Palabras clave:** Precipitación, escurrimiento, cuenca, hidrograma unitario instantáneo, río Tecolutla.

## **Estimation of flood design using the instantaneous hydrograph unit: a case study of the Tecolutla river watershed, Mexico**

**Abstract.** In this research an instantaneous hydrograph unit (IUH), is used to characterize the flood design at the El Remolino station, located in the Tecolutla river watershed. Rainfall data from 24 stations, all of them located within, or in the vicinity of the watershed was used for the period 1961-1999 to learn about the flood design. From this period we selected 16 more intense storms recorded in the watershed, which generated a peak discharge expenditure

greater than 3000 m<sup>3</sup>/s. The design hydrograph was obtained, using the maximum rainfall within 24 hours, for the return periods of 25, 50 and 100 years. It was found that the design hydrographs for 25 years would have a discharge peak of 21 053.7 m<sup>3</sup>/s, to 50 years of 23 653.5 m<sup>3</sup>/s and 100 years of 26 281.4 m<sup>3</sup>/s. These results indicate that the HUI has an over-estimation in the peak discharge, this over estimation might be because the design storms used have

\* Licenciatura en Ciencias Atmosféricas, Facultad de Instrumentación Electrónica de la Universidad Veracruzana. Circuito Gonzalo Aguirre Beltrán s/n, Zona Universitaria. 91000 Xalapa, Veracruz, México. E-mail: sesma02@yahoo.com.mx; dpereyra@uv.mx

\*\* Departamento de Geografía Física, Instituto de Geografía, Universidad Nacional Autónoma de México, Ciudad Universitaria. Coyoacán, 04510 México, D.F.

a duration in excess of four days and rainfall in excess of 495.4 mm, 557.2 mm and 618.6 mm for each return period. Finally, the peak discharge estimated, with the HUI, and the peak discharge registered, show a coefficient  $R^2 = 0.956$ , what shows the effectiveness of the model here proposed.

**Key words:** Precipitation, runoff, watershed, instantaneous unit hydrograph, Tecolutla river.

## INTRODUCCIÓN

En México, la transformación de los paisajes boscosos y la contaminación han llegado a modificar el ciclo hidrológico, al cambiar la capacidad de captación y retención de humedad en la superficie. Algunos estudios muestran que la deforestación afecta el ciclo hidrológico al modificar la evaporación, la humedad en el suelo y los efectos que los árboles ejercen sobre los vientos (Magaña, 1999). Uno de los problemas más importantes que se presenta al diseñar una obra hidráulica, es determinar el gasto máximo o el hidrograma de la avenida máxima que pueda ocurrir con determinada frecuencia en el sitio del proyecto. El gasto máximo es utilizado principalmente para diseñar puentes y alcantarillas en ciertos tramos de un cauce, en tanto que la avenida máxima,<sup>1</sup> es empleada para diseñar presas de almacenamiento, dado que el hidrograma de ésta permite conocer el volumen de agua que llegará al vaso, en función del cual se diseña la cortina de la presa, así como su vertedor y sus compuertas (Ferrer, 2000).

Debido a que la cantidad y calidad de la información disponible varía ampliamente de un problema a otro y a que no siempre se requiere de la misma precisión en los resultados, se ha desarrollado una gran cantidad de métodos para analizar la relación precipitación-escurrimiento, éstos se han agrupado en modelos empíricos, hidrológicos e hidráulicos (Viessman *et al.*, 1977; Fuentes *et al.*, 1981; Pereyra y Hernández, 1987; Aparicio, 2008).

Como es bien sabido, la información acerca del escurrimiento en una sección de interés, sobre una corriente, también es necesaria para diseñar obras

de aprovechamiento o de protección (iego, agua potable, generación de energía eléctrica, inundaciones, etc.). En muchas ocasiones, el diseñador de obra hidráulica se encuentra con poca o nula información de mediciones directas que le permitan conocer la historia de los escurrimientos en la zona de interés, por lo que recurre a estimaciones a partir de las bases de datos de precipitación existentes. Asimismo, cuando la cuenca ha estado o estará sujeta a cambios de importancia (construcción de obras de almacenamiento, urbanización y deforestación, etc.), estos cambios alteran el régimen del escurrimiento, por lo que su registro histórico no representa adecuadamente el comportamiento futuro de la corriente. En los problemas de pronóstico de avenidas, es necesario contar con modelos matemáticos que permitan estimar el escurrimiento a partir de las características de la cuenca y la precipitación (Fuentes *et al.*, 1981; Campos, 1998). Según Raudkivi (1979), Fuentes *et al.*, (1981) y Pereyra (1993), la relación entre la precipitación y el escurrimiento es complicada, depende por una parte de las características de la cuenca (área, elevación, pendiente, orientación, tipo de suelo, drenaje, capacidad de almacenamiento y vegetación) y por otra de la distribución espacial y temporal de la precipitación. Los principales problemas que se han detectado en la cuenca del río Tecolutla, asociados al recurso hidráulico son: *a)* poca infraestructura para servicio de agua potable, alcantarillado y saneamiento urbano y rural; *b)* baja eficiencia en el uso del agua en riego; *c)* baja calidad del agua de las corrientes principales y algunos de sus afluentes, y *d)* fenómenos meteorológicos extremos, cada vez más recurrentes, que provocan inundaciones en la parte baja de la cuenca donde se ubican dos centros de población importantes (Gutiérrez Zamora y Tecolutla). Debido a este último problema enunciado, nace el interés por conocer la magnitud de las crecientes de diseño, la cual puede ser aplicada en la planeación de obras de control, puentes y alcantarillas, etc. Como antecedente de este estudio se tiene al estudio de Pereyra *et al.* (2012), quienes utilizaron el modelo numérico HEC-HMS (Hydrologic Engineering Center-Hydrologic Model System, USA) para conocer los escurrimientos máximos de tormentas severas registradas en la

<sup>1</sup> En este estudio se usará el término avenida máxima como sinónimo de creciente máxima.

cuenca, teniendo resultados muy aceptables (Tabla 9 y Figura 23).

## METODOLOGÍA

La cuenca del río Tecolutla se encuentra ubicada geográficamente entre los 19°30' y 20°30' latitud norte, y los 97° y 98°15' longitud oeste del meridiano de Greenwich (Figura 1). Tiene un área de 7 342 km<sup>2</sup> hasta la desembocadura del Golfo de México, la cual se encuentra distribuida entre los estados de Tlaxcala, Hidalgo, Puebla y Veracruz (Pérez, 2009; Pereyra *et al.*, 2010). En esta cuenca se pueden distinguir tres zonas: la parte alta, ubicada dentro de la Sierra Madre Oriental, en la que los cauces se encuentran alojados en cañones angostos y profundos con fuertes pendientes; la parte media, donde disminuyen las pendientes de los cauces y es posible construir vasos de almacenamiento para generar energía eléctrica; la parte baja, que atraviesa la planicie costera del centro del estado de Veracruz, hasta la desembocadura en el Golfo de México. La corriente principal, se origina entre los estados de Tlaxcala y Puebla y se le conoce primero por los

nombres de arroyo Zapata, río Coyuco, río Apulco y finalmente río Tecolutla (Figura 2), (Pereyra *et al.*, 2010).

La parte alta, entre los estados de Tlaxcala, Hidalgo y Puebla, la precipitación media anual es de 700 mm, en tanto que en la parte media es de 2 500 mm, con dos centros de alta precipitación en Jopala y Atexcaco, Puebla, donde la precipitación media anual alcanza los 3 400 mm, y en la parte baja la precipitación es de 1 400 mm (Pereyra y Hernández, 1987). En lo que concierne a la precipitación máxima media anual en 24 horas; en la parte alta de la cuenca es de 200 mm, en la parte media es de 400 mm y en la parte baja de 300 mm. Asimismo, la cuenca del río Tecolutla es afectada últimamente, con mayor frecuencia, por los ciclones tropicales que se forman en el Mar Caribe y en el Golfo de México, los cuales generan precipitaciones intensas, durante el periodo de julio a septiembre, ocasionando crecientes considerables. Además, es afectada por masas de aire frío provenientes del polo norte, denominados Nortes, presentándose éstos de octubre a marzo (Tejeda *et al.*, 1989; Pérez, 2009).

En esta cuenca se construyeron los primeros aprovechamientos hidroeléctricos de importancia

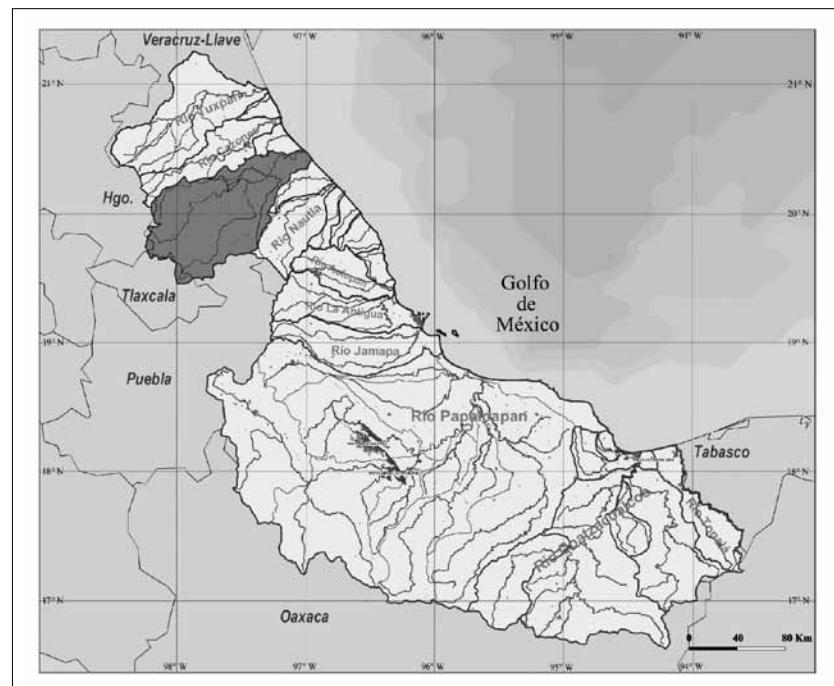


Figura 1. Ubicación geográfica de la cuenca del río Tecolutla.

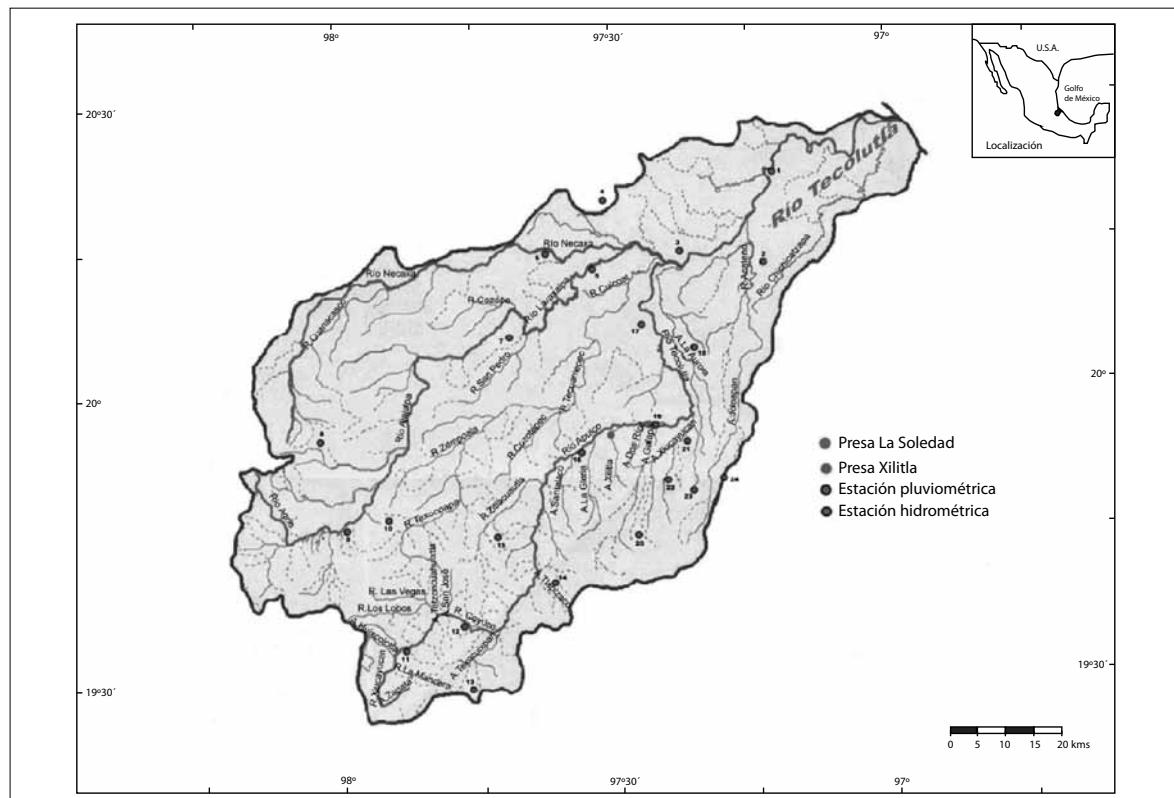


Figura 2. Hidrografía de la cuenca del río Tecolutla y ubicación de las estaciones climatológicas e hidrométricas (tomada de Pérez, 2009).

en nuestro país, sobre el río Necaxa se encuentra el sistema hidroeléctrico del mismo nombre, que perteneció a la desaparecida compañía, de Luz y Fuerza Motriz. Posteriormente la Comisión Federal de Electricidad (CFE), utilizando el escurrimiento de los ríos Xiucayucan y Apulco, empezó a operar la planta Hidroeléctrica Mazatepec. También, existen algunas plantas hidroeléctricas de poca capacidad de generación, como la que proporciona energía a la población de Zacapoaxtla, Puebla; la planta Atexcaco, que utiliza las aguas de los arroyos que le confluyen al río Xiucayucan por su margen derecha (Pereyra *et al.*, 2010).

La cuenca del río Tecolutla se caracteriza por estar enclavada dentro de tres provincias fisiográficas: Eje Volcánico Transversal (parte alta y media), Sierra Madre Oriental (parte media) y la Llanura Costera del Golfo (parte baja) como se indica en la Figura 3. Los tipos de vegetación predominante son: bosque de coníferas, bosque de encino, bosque mesófilo de

montaña, selva subcaducifolia y vegetación hidrófila como se indica en la Figura 4 (Pérez, 2009).

Para conocer el hidrograma de la creciente de diseño de la cuenca del río Tecolutla, primero se ubicaron en un mapa las estaciones climatológicas e hidrométricas seleccionadas, con la ayuda del Software Surfer 7 (SMS, 1999), (Figura 2). Las 24 estaciones climatológicas seleccionadas contaban con al menos 25 años de registro (Tabla 1). Las variables utilizadas fueron precipitación y escurrimiento diarios, las cuales fueron proporcionadas por la Comisión Nacional del Agua (CLICOM, 2004) y por la Comisión Federal de Electricidad (CFE, 2004), para el periodo 1961-1999 (cabe mencionar que se utilizó este periodo debido a que la estación hidrométrica El Remolino fue destruida por la inundación ocurrida en los primeros días del mes de octubre de 1999 y recientemente reconstruida). Para el análisis estadístico se utilizó el Software Statistica versión 5.5 y para el trazo de isoyetas se

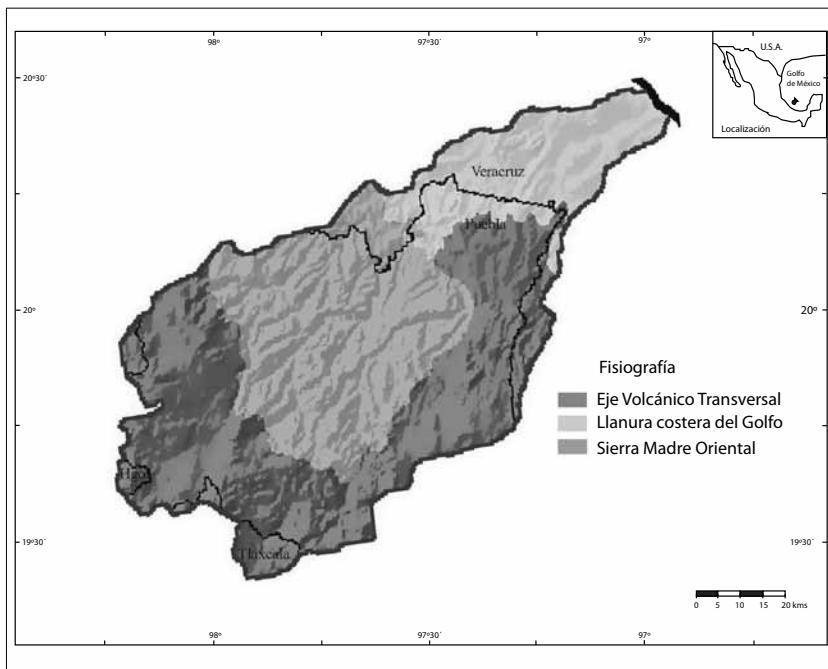


Figura 3. Fisiografía de la cuenca del río Tecolutla.

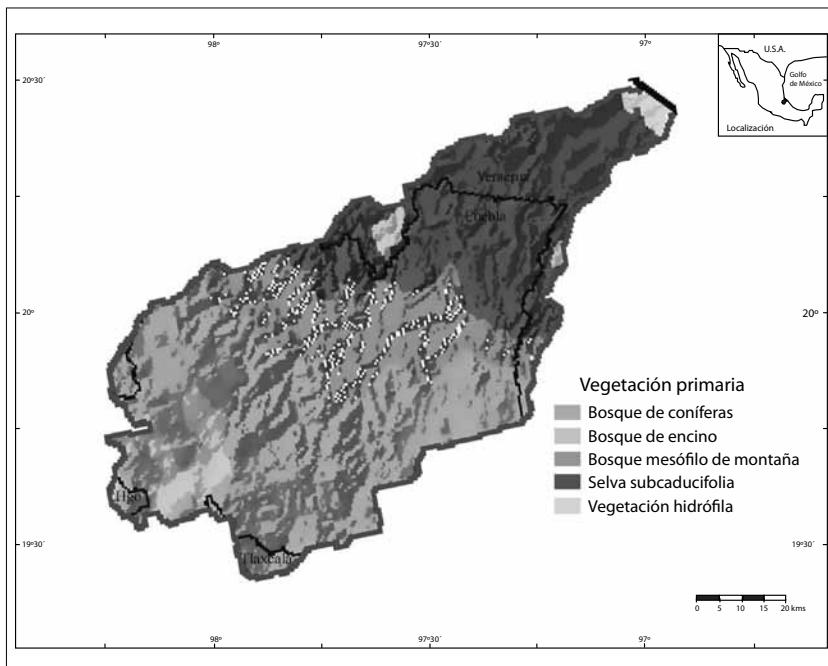


Figura 4. Vegetación predominante en la cuenca del río Tecolutla.

requirió del Software Surfer versión 7, así como de un planímetro digital para el cálculo de áreas. Además, se seleccionaron las fechas de las tormentas más desfavorables (lluvias intensas que duran varias horas) que generaron un gasto mayor a 3 000 m<sup>3</sup>/s

en la estación hidrométrica El Remolino (Tabla 2 y Figura 5). Asimismo, se realizaron pruebas estadísticas de homogeneidad ( $t_d$  de Student) a cada una de las bases de datos de precipitación y escurrimiento de las estaciones consideradas en esta investigación,

Tabla 1. Estaciones climatológicas e hidrométricas ubicadas dentro y fuera en las vecindades de la cuenca del río Tecolutla

No.	Estación	Latitud	Longitud	Altitud (msnm)
1*	El Remolino, Papantla, Ver.	20°25'	97°14'	35
2	Joloapan, Papantla, Ver.	20°15'	97°16'	125
3	Espinal, Espinal, Ver.	20°16'	97°25'	111
4	Melchor Ocampo, Espinal, Ver.	20°22'	97°32'	200
5	Santa Ana, Chumatlán, Ver.	20°15'	97°35'	210
6	Coyutla, Coyutla, Ver.	20°16'	97°39'	245
7	Jopala, Jopala, Pue.	20°11'	97°44'	725
8	Pueblo Nvo, Chignahuapan, Pue.	19°57'	98°05'	2700
9	Loma alta, Chignahuapan, Pue.	19°47'	98°02'	2350
10	Aquixtla, Aquixtla, Pue.	19°48'	97°57'	2310
11	La Gloria, Tlaxco, Tlax.	19°34'	97°56'	2850
12	Ixtacamaxtitlán, Ixtacamaxtitlán, Pue.	19°36'	97°49'	2175
13	San Antonio Arroyo Prieto, Pue.	19°29'	97°48'	3140
14	Santiago Zautla, Zautla, Pue.	19°40'	97°40'	1940
15	Capuluaque, Tetela de O., Pue.	19°47'	97°46'	2200
16	Huahuaxtla, Xochitán, Pue.	19°55'	97°36'	1625
17*	Tecuantepéc, Zozocolco, Ver.	20°08'	97°29'	250
18	Ayotoxco, Ayotoxco, Pue.	20°05'	97°24'	320
19	Presa La Soledad, Pue.	19°57'	97°29'	816
20	Tlatlauquitepec, Pue.	19°46'	97°30'	2025
21*	Atexcaco, Hueyapan, Pue.	19°56'	97°25'	900
22	La Pagoda, Pue.	19°51'	97°27'	2235
23	La Fundición, Pue.	19°50'	97°25'	1565
24	San Juan Acateno, Teziutlán, Pue.	19°51'	97°21'	1656

\* Estación hidrométrica.

las cuales cumplieron con el criterio de homogeneidad ( $|t_d| \leq t_{v,1-\infty/2}$ ), (Campos, 1998; Escalante y Reyes, 2002): la prueba consistió en determinar el valor absoluto de la  $t_d$  de Student de cada muestra y compararlo con el valor de la distribución  $t_{v,1-\infty/2}$  de Student de dos colas  $v = n_1 + n_2 - 2$  y grados de libertad, para un nivel de confiabilidad de  $\infty = 0.05$ .

### Precipitación

La precipitación media de la cuenca se obtuvo utilizando promedios aritméticos y los promedios ponderados de Thiessen y el de isoyetas (Ponce,

1989; Campos, 1998; Aparicio, 2008). Para conocer la precipitación máxima probable (pmp) que se pueda presentar para un determinado periodo de retorno (intervalo promedio de tiempo dentro del cual un evento de cierta magnitud puede ser igualado o excedido por lo menos una vez) asignado a una cierta obra hidráulica, se ajustó la función de distribución doble exponencial o Gumbel a las precipitaciones máximas en 24 horas ocurridas en la cuenca. La función Gumbel (Ecuación 1) fue elegida entre otras para valores extremos de precipitación, en virtud de haber sido empleada por

Tabla 2. Tormentas severas ocurridas en la cuenca del río Tecolutla para el periodo 1961-1999

No. de tormenta	Año	Periodo	Gasto máximo ( $m^3/s$ )
1	1969	4 al 9 de septiembre	3 952
2	1971	8 al 10 de octubre	4 258
3	1973	25 al 30 de agosto	4 415
4	1974	18 al 26 de septiembre	7 491
5	1975	7 al 12 de septiembre	3 049
6	1976	15 al 17 de octubre	3 188
7	1979	4 al 6 de agosto	3 198
8	1979	6 al 10 de septiembre	3 621
9	1980	22 al 26 de septiembre	3 467
10	1981	23 al 28 de agosto	8 321
11	1981	16 al 18 de septiembre	3 031
12	1984	10 al 14 de septiembre	3 024
13	1986	14 al 16 de octubre	3 447
14	1986	11 al 14 de noviembre	7 755
15	1988	3 al 5 de septiembre	5 782
16	1989	21 al 23 de septiembre	4 481

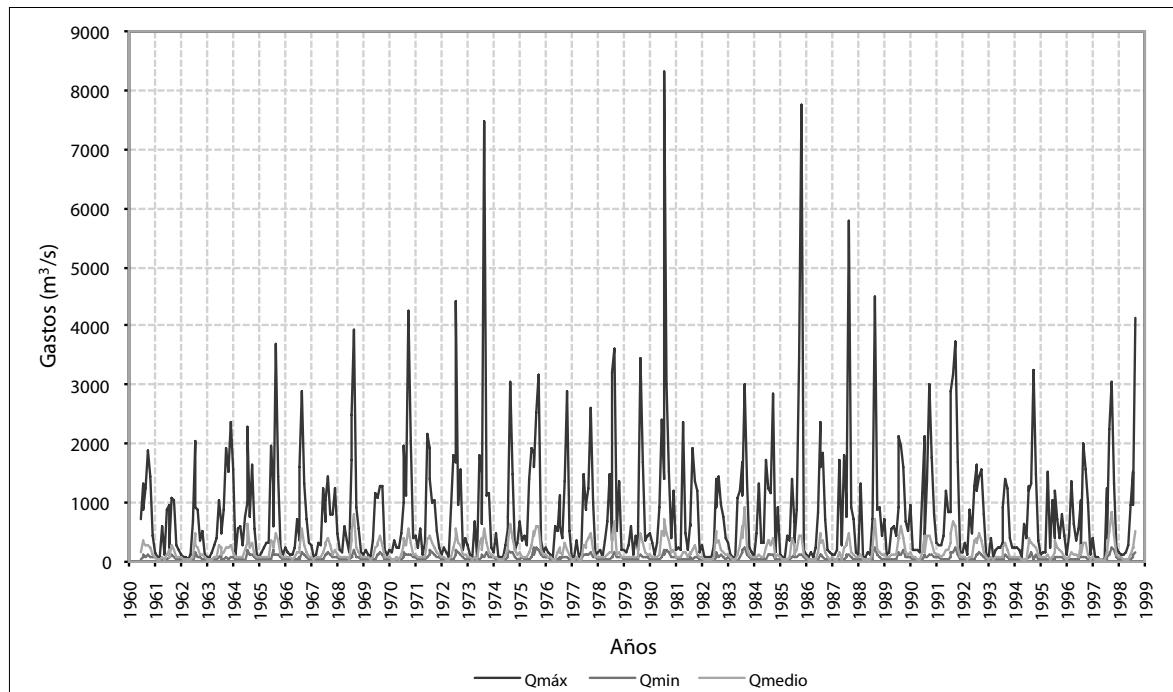


Figura 5. Comportamiento mensual de los gastos máximos, mínimos y medios de la cuenca del río Tecolutla; periodo 1961-1999

otros autores para precipitaciones máximas en la región (Pereyra *et al.*, 1984; Pereyra, 1993; Campos, 1998). La expresión matemática de la función de distribución doble exponencial o de Gumbel se puede expresar como se indica en la ecuación 1 (Yevjevich, 1972; Miroslava, 1992; Pérez, 2009):

$$Y(T_m) = a + b \left[ \ln \ln \left( \frac{T_m}{T_m - 1} \right) \right] \quad (1)$$

donde  $a$  y  $b$  se determinarán por regresión no lineal con el software Statistic versión 5.5;  $T_m$  es el periodo de retorno asignado a la obra;  $Y(T_m)$  es el valor de la variable  $Y$ , pronosticado para el periodo de retorno  $T_m$ .

### Modelos lluvia-escurrimiento

Debido a la existencia de una gran cantidad de modelos lluvia-escurrimiento, es conveniente agruparlos en diferentes categorías a efecto de seleccionar el más apropiado para cada caso particular. Una forma de clasificarlos es de acuerdo con la información que se requiere para su calibración (Fuentes *et al.*, 1981); de esta manera los modelos de lluvia escurrimiento se pueden dividir en tres grandes grupos: *a)* Modelos Empíricos que requieren únicamente de las principales características físicas promedio de la cuenca en estudio; dentro de estos modelos se tiene al *método de envolventes* (Creager y Lowry, entre otros) que relacionan el gasto máximo con el área de la cuenca y un coeficiente de escurrimiento de la cuenca o de la región (Fuentes *et al.*, 1981; Pereyra y Hernández, 1987); *b)* Modelos Hidráulicos para los cuales se debe de disponer, además de los registros simultáneos de precipitación y escurrimiento, de las características físicas detalladas de la cuenca, los modelos más representativos de esta idea son el de Stanford y el del Departamento de Estudios Geológicos de Estados Unidos, U.S.G.S. (Pereyra y Hernández, 1987; Chow *et al.*, 1994);

*c)* Modelos Hidrológicos para los que es necesario contar con registros simultáneos de precipitación y escurrimiento, para utilizarlos en el pronóstico se recomienda que se les calibre primero para la cuenca de interés, utilizando los datos de lluvia y escurrimiento observados (Fuentes *et al.*, 1981; Pereyra y Hernández, 1987; Pereyra *et al.*, 2012). Para este estudio se utilizó un modelo del tipo hidrológico; a diferencia de los modelos empíricos éstos pueden utilizarse con cualquier tipo de lluvia, tomando en cuenta sus variaciones en el tiempo. Entre estos modelos se encuentran los derivados del concepto de hidrograma unitario, en los que se calcula una función que relaciona las entradas (lluvia) con las salidas (escurrimiento), haciendo caso omiso del fenómeno físico que ocurre en la cuenca (Figura 6).

**Hidrograma unitario (HU).** Chow *et al.* (1994) consideraron que este hidrograma es la función respuesta de periodicidad unitaria para un sistema hidrológico lineal. El hidrograma unitario se define como la gráfica del escurrimiento directo resultante de 1 mm (aunque también puede ser de una pulgada, un centímetro, etc.) de lluvia en exceso, que se genera, de manera uniforme, sobre un área de drenaje (cuenca) a razón constante, durante la duración de la precipitación efectiva (Figura 7).

**Hidrograma unitario instantáneo (HUI).** Para superar las limitaciones en donde se supone que la intensidad de la lluvia es constante, en toda su duración, se han desarrollados métodos que, apoyados en los principios del HU, permiten que si se dispone de información confiable de las variaciones de la intensidad de la lluvia con el tiempo, estas variaciones sean tomadas en cuenta.

Supóngase que en una cuenca dada se dispone de información sobre la precipitación media para intervalos pequeños de tiempo  $\Delta t$  y que se conoce el HU asociado a una tormenta de la misma duración,  $\Delta t$ . De acuerdo con el HU, si se presentara una

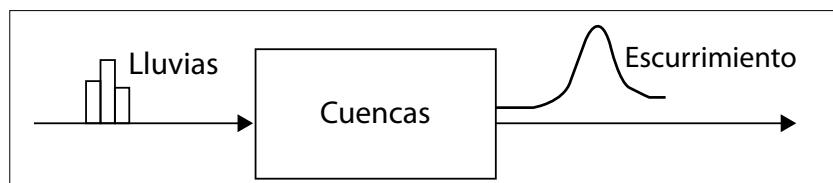


Figura 6. Aplicación del concepto de sistema a la relación lluvia-escurrimiento.

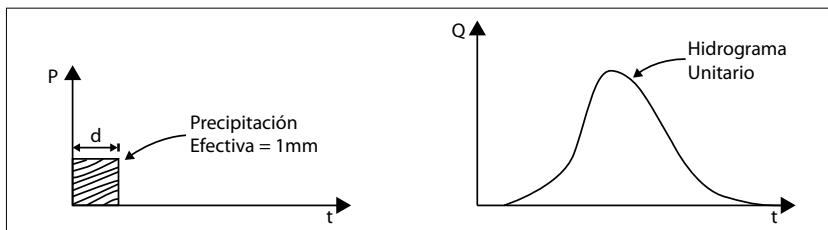


Figura 7. Hidrograma unitario.

tormenta compleja se produciría un hidrograma como el de la Figura 8 (Raudkivi, 1979).

Así, si  $U_i$  es la i-ésima ordenada del HU (Figura 8a) y  $P_j$  es la j-ésima barra de precipitación en exceso del hietograma (Figura 8b), las ordenadas  $Q_i$  del hidrograma resultante (Figura 8f) son, en este caso,

$$\begin{aligned} Q_1 &= P_1 U_1 \\ Q_2 &= P_1 U_2 + P_2 U_1 \\ Q_3 &= P_1 Q_3 + P_2 U_2 + P_3 U_1 \\ Q_4 &= \quad + P_2 U_3 + P_3 U_2 \\ Q_5 &= \quad + P_3 U_3 \end{aligned} \quad (2)$$

En general, las k-ésimas ordenadas del hidrograma,  $Q_k$  es:

$$Q_k = \sum_{j=1}^k P_j U_{k-j+1} \quad (2a)$$

Considérese el problema inverso, es decir, en el que se conoce el hidrograma (Figura 8f) y la precipitación (Figura 8b) y se desea obtener un HU como el de la Figura 8a. Consecuentemente, el sistema de ecuaciones 2 sigue siendo válido; este sistema se puede escribir como:

$$P \{U\} = \{Q\} \quad (3)$$

donde:

$$P = \begin{bmatrix} P_1 & 0 & 0 \\ P_2 & P_1 & 0 \\ P_3 & P_2 & P_1 \\ 0 & P_3 & P_2 \\ 0 & 0 & P_3 \end{bmatrix}; \quad \{U\} = \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \\ U_3 \end{bmatrix}; \quad \{Q\} = \begin{bmatrix} Q_1 \\ Q_2 \\ Q_3 \\ Q_4 \\ Q_5 \end{bmatrix}$$

La incógnita es entonces el vector  $\{U\}$ . Sin embargo, en el sistema 2 se tendrían cinco ecuaciones

con tres incógnitas, por lo que el sistema es indeterminado y no existen valores de  $\{U\}$  que satisfagan simultáneamente las cinco ecuaciones. Así, para tener una solución del sistema 3 es necesario aceptar un cierto error en cada uno de los componentes de  $\{U\}$ ; ciertamente, es deseable que dicho error sea el mínimo posible. Se puede demostrar que se comete el mínimo error en los valores de  $\{U\}$  si la ecuación 3 se multiplica por la matriz transpuesta de  $P$  (Raudkivi, 1979; Aparicio, 2008):

$$P^T P \{U\} = P^T \{Q\} \quad (4)$$

Lo que en este caso resultaría:

$$\begin{bmatrix} P_1^2 + P_2^2 + P_3^2 & P_1 P_2 + P_2 P_3 & P_1 P_3 \\ P_1 P_2 + P_2 P_3 & P_1^2 + P_2^2 + P_3^2 & P_1 P_2 + P_2 P_3 \\ P_1 P_3 & P_1 P_2 + P_2 P_3 & P_1^2 + P_2^2 + P_3^2 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \\ U_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_1 Q_1 + P_2 Q_2 + P_3 Q_3 \\ P_1 Q_2 + P_2 Q_3 + P_3 Q_4 \\ P_1 Q_3 + P_2 Q_4 + P_3 Q_5 \end{bmatrix} \quad (5)$$

El sistema matricial 5 es ya un sistema determinado, con una solución única. Esta solución proporciona el valor del vector  $\{U\}$  buscado. Nótese que para el HUI, siempre debe especificarse la duración en exceso, que es la duración de las barras del hietograma de la Figura 8b. Sin embargo, en contraposición con el HU tradicional, en el instanteño se tiene una mayor flexibilidad en el manejo de esta duración en exceso.

Asimismo, en todos los casos el número de ordenadas del hidrograma final  $N_Q$  está ligado con el número de barras del hietograma  $N_P$  y al número de ordenadas del HU  $N_u$  por medio de la ecuación (Fuentes *et al.*, 1981; Aparicio, 2008):

$$N_Q = N_P + N_u - 1 \quad (6)$$

Con esta ecuación es posible saber de antemano el número de ordenadas que tendrá el HU y, por

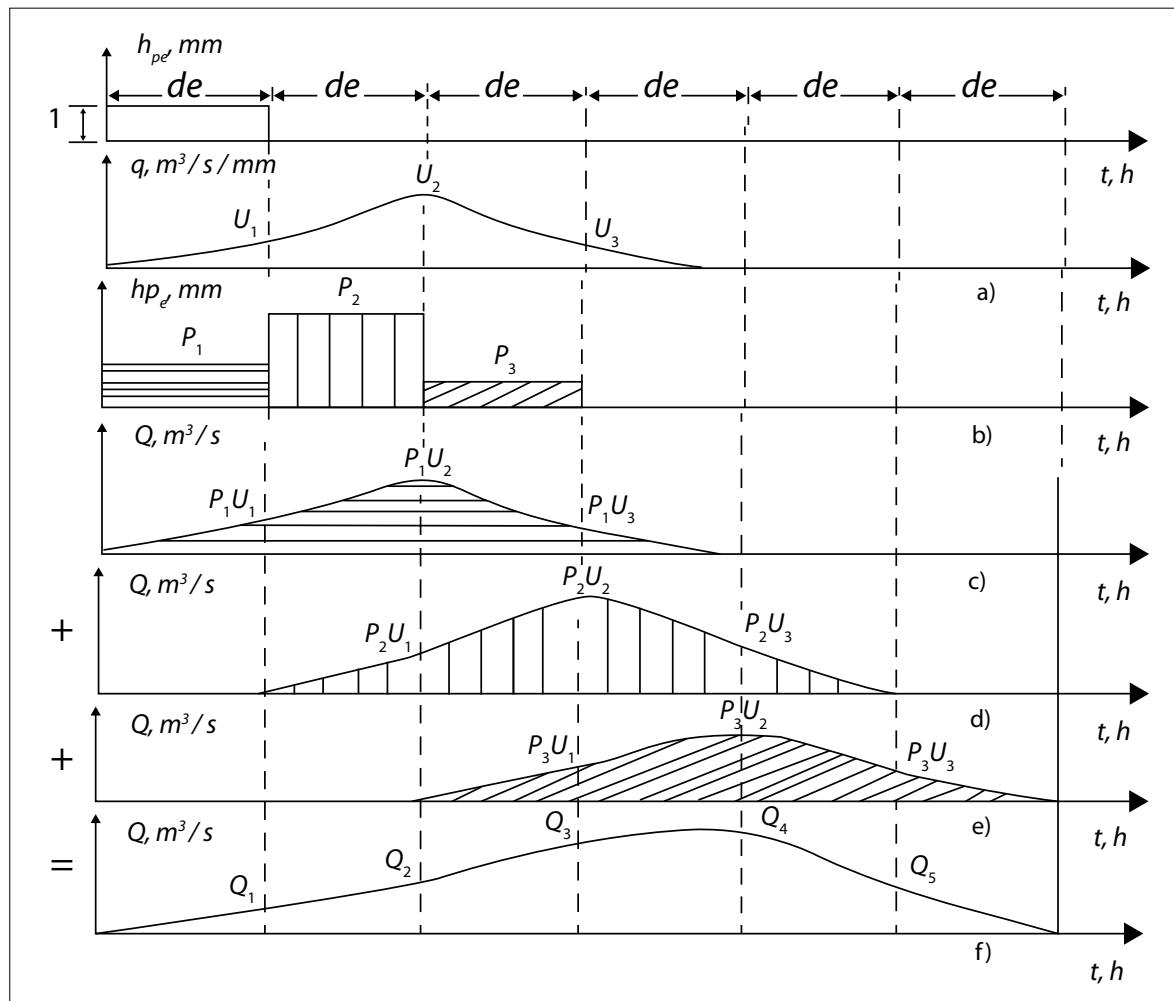


Figura 8. Hidrograma unitario para una tormenta compleja  
(Fuente: Viessman *et al.*, 1977).

lo tanto, el orden de la matriz de coeficientes del sistema de ecuaciones.

## RESULTADOS

La precipitación media de las tres tormentas más intensas (1974, 1981 y 1986) de las 16 que se presentan en la Tabla 2 se muestran en la Tabla 3 y en las Figuras 9 a 11. La precipitación media anual de la cuenca del río Tecolutla se presenta en la Tabla 4 y en la Figura 12. En las Figuras 9-12 se puede observar que existen dentro de la cuenca, dos centros de alta precipitación, ubicados en las regiones

Tabla 3. Precipitación media acumulada de las tormentas más desfavorables

Tormenta / Método	Thiessen	Isoyetas
18-26 de septiembre de 1974	346.03 mm	342.68 mm
23-28 de agosto de 1981	288.06 mm	285.33 mm
11-14 de noviembre de 1986	168.10 mm	162.05 mm

Tabla 4. Precipitación media anual de la cuenca del río Tecolutla, para el periodo 1961-1999.

Método	Aritmético	Thiessen	Isoyetas
$\bar{h}_p$ (mm)	1732.8	1594.7	1593.9

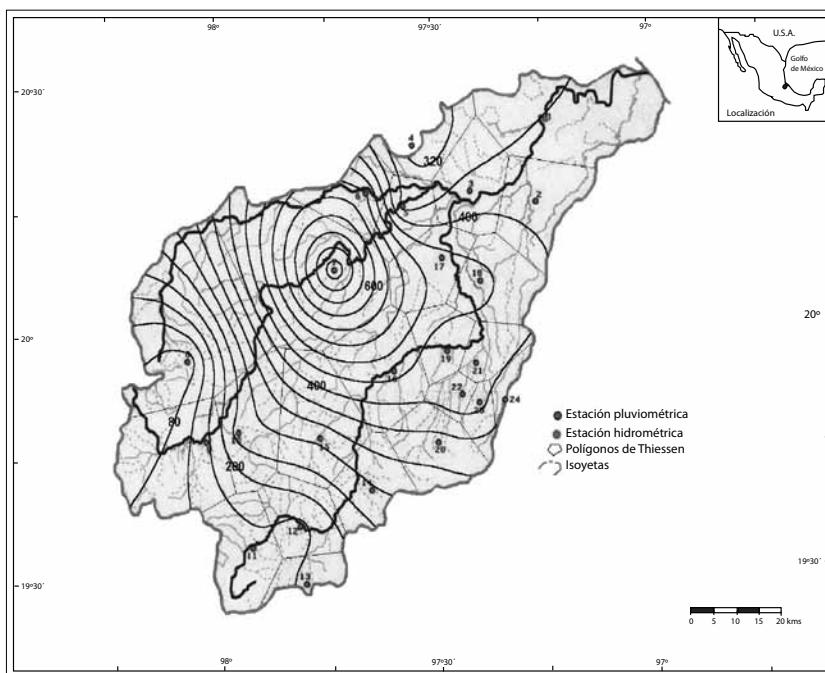


Figura 9. Mapa de isoyetas de la precipitación acumulada durante la tormenta ocurrida del 18 al 26 de septiembre de 1974.

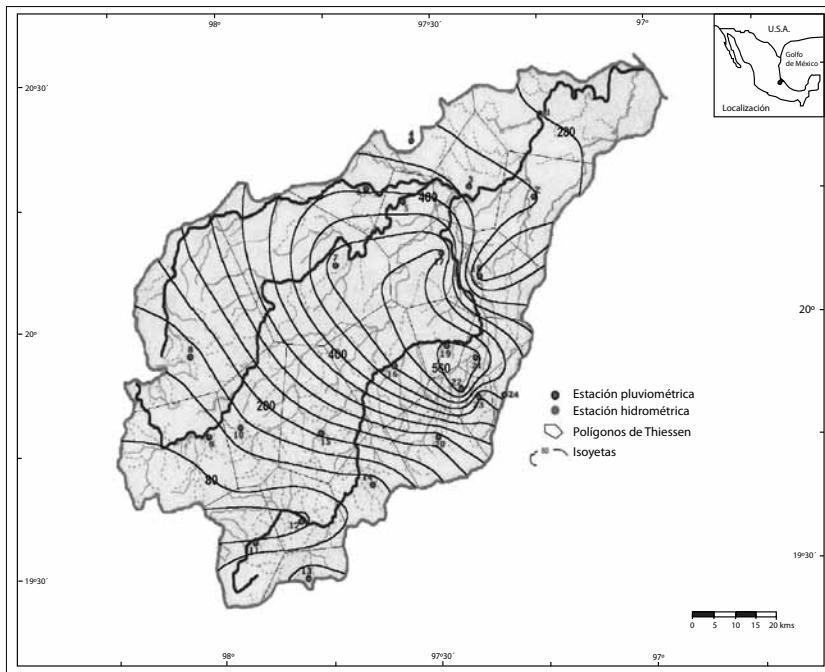


Figura 10. Mapa de isoyetas de la precipitación acumulada durante la tormenta ocurrida del 23 al 28 de agosto de 1981.

de Jopala (7) y Atexcaco (21), Puebla, aseveración que confirma lo dicho anteriormente, en el apartado “metodología”.

La precipitación máxima probable esperada (pmp) para períodos de retorno de 25, 50 y 100

años, de acuerdo con la ecuación 1, se muestran en la Tabla 5, así como en las Figuras 13, 14 y 15, donde se puede apreciar que existe una gran similitud con la forma del mapa de isoyetas medias anuales de la cuenca (Figura 12).

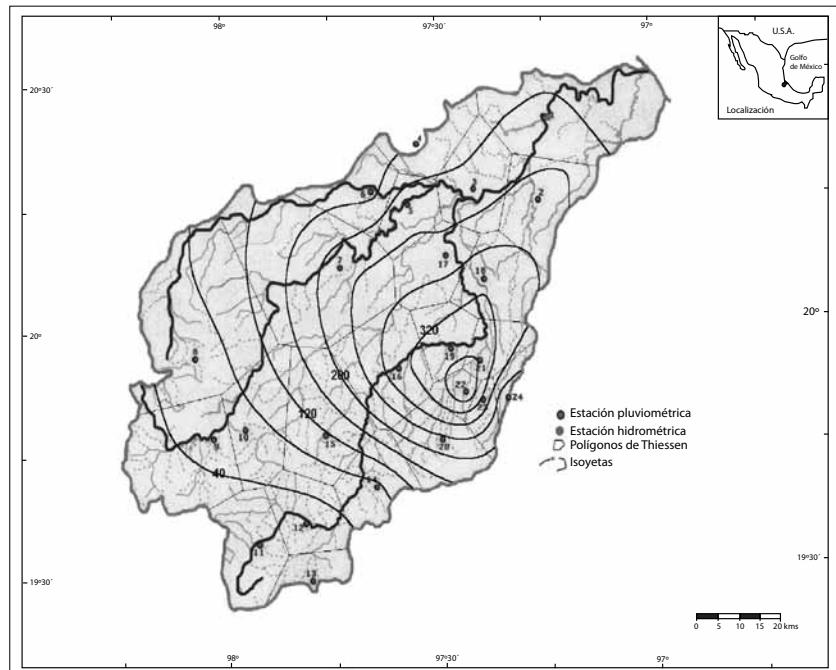


Figura 11. Mapa de isoyetas de la precipitación acumulada durante la tormenta ocurrida del 11 al 14 de noviembre de 1986.

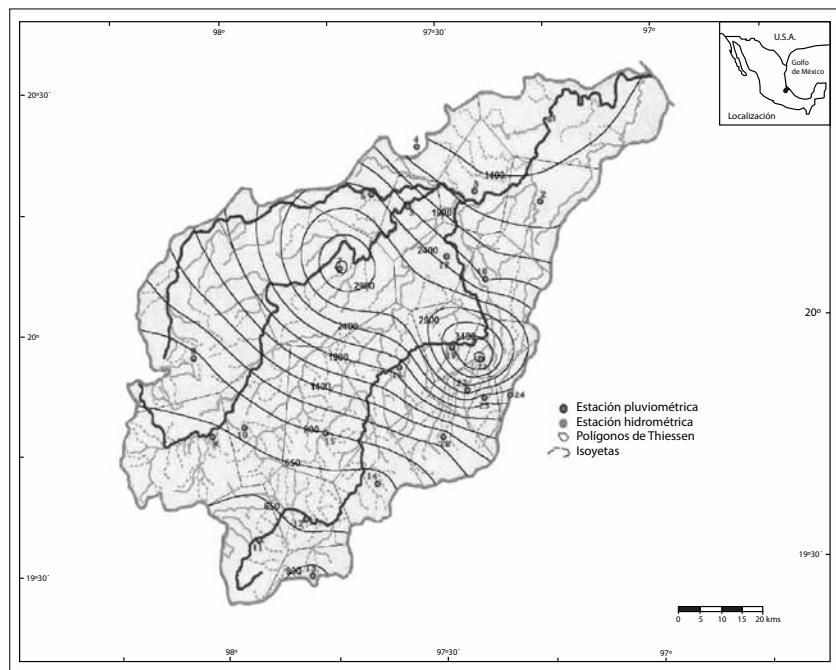


Figura 12. Mapa de isoyetas de precipitación media anual, período 1961-1999.

En la Tabla 6 se muestran los valores del escurrimiento directo ( $V_{ed}$ ), el volumen de escurrimiento base ( $V_{eb}$ ), la lámina de precipitación en exceso ( $L_e$ ) y el índice de infiltración media de la cuenca ( $\Phi$ ) para cada tormenta, los cuales se estimaron usando

Tabla 5. Precipitación media de las tormentas de diseño para un período de retorno  $T_m$

$T_m$ en años	25	50	100
$Y(T_m)$ en mm	636.2	698.1	759.4

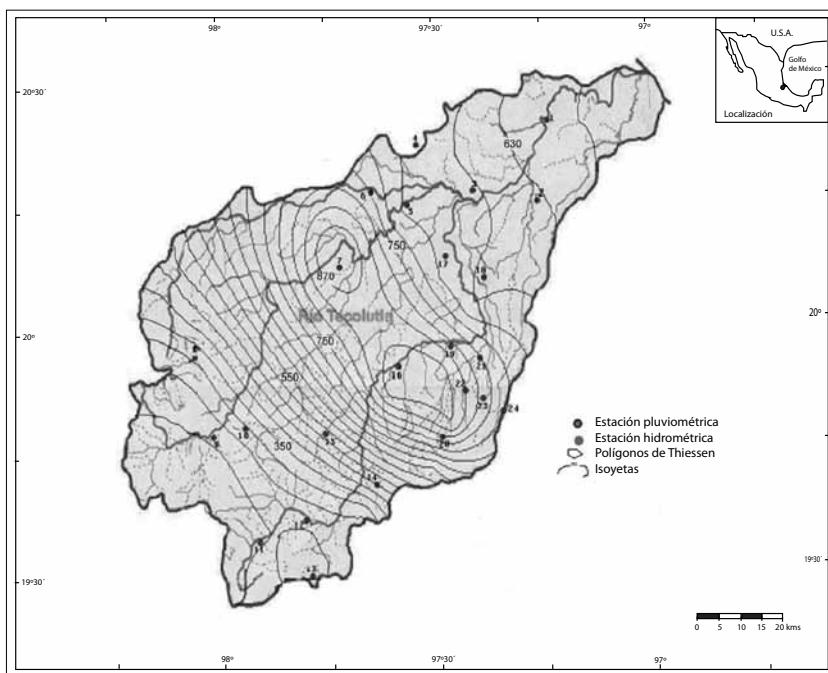


Figura 13. Mapa de isoyetas de la tormenta de diseño, para  $T_m = 25$  años.

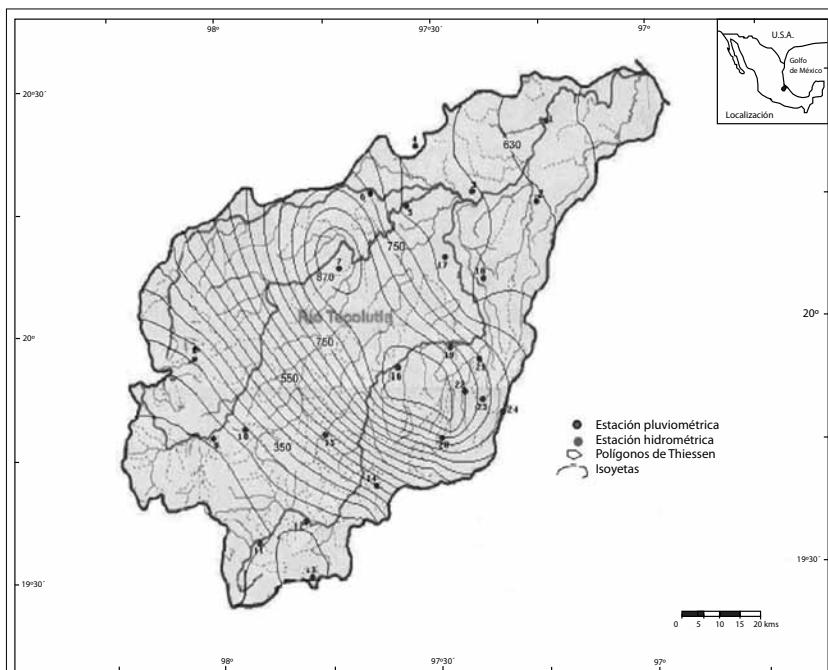


Figura 14. Mapa de isoyetas de la tormenta de diseño, para  $T_m = 50$  años.

las técnicas convencionales presentadas en Springall (1970), Campos (1998), Escalante y Reyes (2002), y Aparicio (2008).

a) Para obtener el hidrograma unitario se consideró a la tormenta del 23 al 28 de agosto de 1981

como la más representativa para pronosticar la avenida de diseño, siendo la duración en exceso de esta tormenta de cuatro días, como se indica en la Tabla 7.

Las columnas 3 y 4 de la Tabla 7, muestran que  $N_Q=7$ ,  $N_P=4$  y por la ecuación 6 se obtuvo

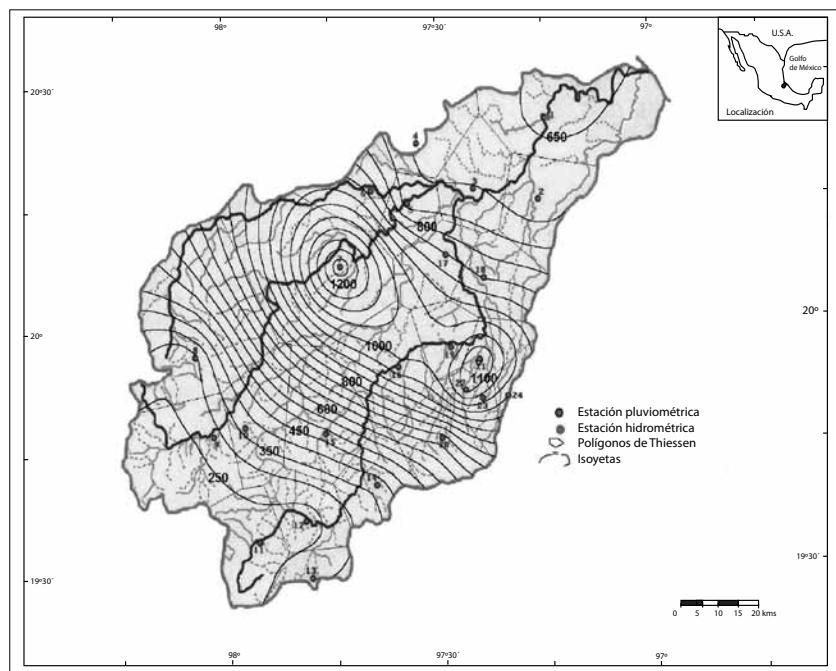


Figura 15. Mapa de isoyetas de la tormenta de diseño, para  $T_m = 100$  años.

Tabla 6. Parámetros de las avenidas registradas en la estación El Remolino, periodo 1961-1999

No. de tormenta	Año	Gasto máximo ( $m^3/s$ )	$V_{ed} \times 10^6$ ( $m^3$ )	$V_{eb} \times 10^6$ ( $m^3$ )	$L_e$ (mm)	$\Phi$ (mm/día)
1	1969	3 952	544.596	726.128	74.18	13.573
2	1971	4 258	391.68	268.8	53.35	38.575
3	1973	4 415	263.75	242.65	35.92	34.29
4	1974	7 491	727.56	414.305	99.1	77.2
5	1975	3 049	496.483	545.857	67.62	34.227
6	1976	3 188	174.62	114.17	23.78	52.52
7	1979	3 198	257.842	181.038	35.19	51.81
8	1979	3 621	373.61	326.91	50.89	10.95
9	1980	3 467	395.624	302.536	53.89	38.237
10	1981	8 321	966.28	352.41	131.61	32.173
11	1981	3 031	197.5	197.5	26.9	34.55
12	1984	3 024	354.996	286.488	48.35	27.975
13	1986	3 447	235.08	172.39	32.02	17.58
14	1986	7 755	488.891	121.013	66.59	31.985
15	1988	5 782	388.397	269.903	52.9	27.7
16	1989	4 481	285.272	296.244	38.855	43.545

Tabla 7. Ordenadas del hietograma e hidrograma para la toma de agosto de 1981

Tiempo (días) (1)	Precipitación (mm) (2)	Escurrimiento directo (m <sup>3</sup> /s) (3)	Precipitación efectiva (mm) (4)
23	11.5	0	0
24	37.2	0	5
25	61.3	650	29.1
26	75.5	2 050	43.3
27	86.3	4 950	54.1
28	22.7	8 008.5	0
29	0	2 000	0
30	0	750	0
31	0	350	0

que  $N_u=4$ . Reemplazando estos valores en la ecuación 2a, se obtiene el sistema de ecuaciones 7.

$$\begin{aligned} 5673.51U_1 + 3748.06U_2 + 1790.81U_3 + 270.5U_4 &= 710499.81 \\ 3748.06U_1 + 5673.50U_2 + 3748.06U_3 + 1790.81U_4 &= 609263.06 \\ 1790.81U_1 + 3748.05U_2 + 5673.51U_3 + 3748.06U_4 &= 384972.34 \\ 270.5U_1 + 1790.81U_2 + 3748.06U_3 + 5673.51U_4 &= 149652.5 \end{aligned} \quad (7)$$

La solución del sistema 7 es  $U_1=100.03$ ,  $U_2=31.3$ ,  $U_3=13.94$  y  $U_4=2.52$ , las cuales representan las ordenadas del hidrograma unitario de la cuenca del río Tecolutla (Figura 16).

b) Calibración del modelo HUI. El hidrograma del escurrimiento directo obtenido con el modelo propuesto, en la ecuación 2a, para la tormenta mostrada en la Tabla 7, se presenta en la Figura 17,

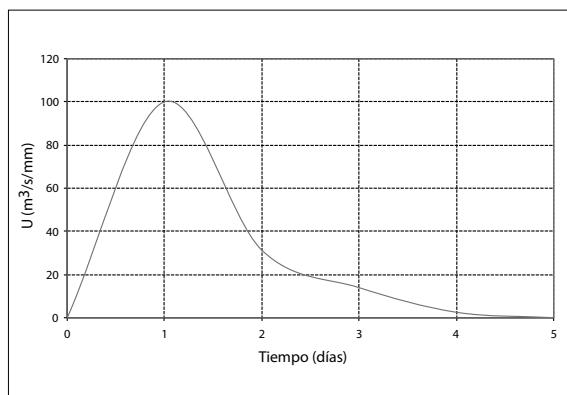


Figura 16. Hidrograma unitario de la tormenta de agosto de 1981.

donde se observa un buen ajuste con el hidrograma observado.

En la Figura 18 se presenta la correlación que existe entre los gastos observados contra estimados. En esta figura se puede observar que el valor del coeficiente de determinación  $R^2= 0.9599$ , lo que indica que el modelo del HUI explica el 95.99% de los casos. Asimismo, en la Tabla 8 se presentan los valores comparativos de los gastos directos observados contra estimados.

c) Para escoger el periodo de retorno que se le asignará a la tormenta de diseño, se aplicó la siguiente expresión matemática (Escalante y Reyes, 2002):

$$T_m = \frac{1}{P(X > x)} = \frac{1}{[1 - P(X \leq x)]} \quad (8)$$

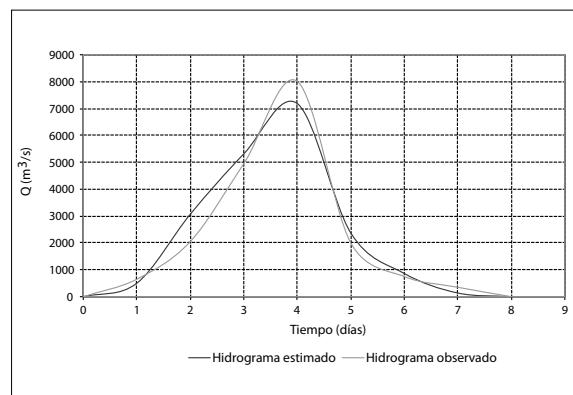


Figura 17. Hidrograma estimado y observado de la tormenta de agosto de 1981.

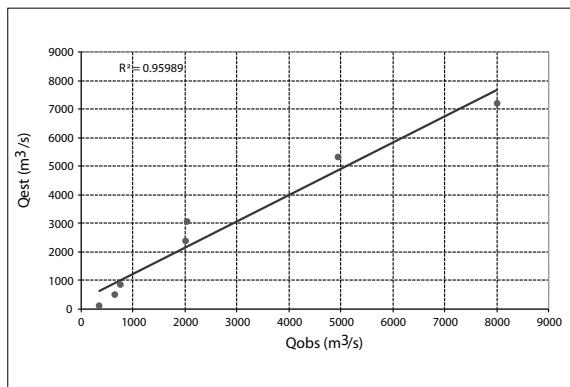


Figura 18. Correlación entre los gastos estimados y observados de la tormenta de agosto de 1981.

donde:  $x$  es la magnitud de un evento hidrológico;  $P$  probabilidad de que ocurra una tormenta;  $T_m$  periodo de retorno de la tormenta, en años. En este caso se fijaron  $T_m$  de 25, 50 y 100 años considerando que las obras a realizar en la región pueden ser de control de inundaciones.

*d)* Con base en la duración efectiva de las tormentas consideradas como severas en este estudio, se fijó una duración de cuatro días para la tormenta de diseño.

*e)* Con los periodos de retorno obtenidos en *c*) y la duración efectiva supuesta en *d*), se calculó la altura de precipitación diaria de la cuenca con base a las curvas IDT (Figura 19).

*f)* Con los datos del inciso anterior se obtuvieron los hietogramas de las tormentas de diseño (Figuras 20-22).

*g)* Con los datos de los hietogramas obtenidos en el paso anterior y con el índice de infiltración

Tabla 8. Gastos observados contra gastos estimados de la tormenta de agosto de 1981

Gastos observados ( $m^3/s$ )	Gastos estimados con el HUI ( $m^3/s$ )
650	500.2
2050	3 067.4
4950	5 311.8
8 008.5	7 185.2
2000	2 370.3
750	863.3
350	136.3

media,  $\bar{\phi} = 35.21 \text{ mm/día}$  (Tabla 6, columna 7), se obtuvo la lluvia en exceso; siendo para el periodo de retorno de 25 años de 495.4 mm, para 50 años de 557.2 mm y para 100 años de 618.6 mm, con una duración en exceso de cuatro días para las tormentas de diseño, para obtener la altura de precipitación en exceso, se restó la infiltración media de la cuenca del río Tecolutla a cada barra del hietograma de diseño y se sumaron los resultados.

*h)* Para conocer la avenida o creciente de diseño, para los periodos de retorno seleccionados, se multiplicaron las ordenadas del hidrograma unitario de diseño por las alturas de la precipitación en exceso. De las avenidas de diseño mostradas en las Figuras 20 a 22, se observa que los gastos máximos pronosticados son de  $21\ 053.7 \text{ m}^3/\text{s}$ ,  $23\ 653.5 \text{ m}^3/\text{s}$  y  $26\ 281.4 \text{ m}^3/\text{s}$  para los periodos de retorno de 25, 50 y 100 años, respectivamente. Tomando en cuenta el área de captación hasta la salida al mar y la precipitación en exceso, en toda la cuenca, para cada una de las tormentas de diseño, el volumen que llegaría a la desembocadura al mar sería de aproximadamente  $3\ 637.2 \times 10^6$ ,  $4\ 091 \times 10^6$  y  $4\ 541.8 \times 10^6 \text{ m}^3$ , respectivamente.

## DISCUSIÓN

El modelo del HUI requiere una mayor cantidad de datos, entre éstos los registros continuos de escurrimiento y de precipitación de la cuenca en estudio, pero tiene la ventaja respecto a otros métodos ya

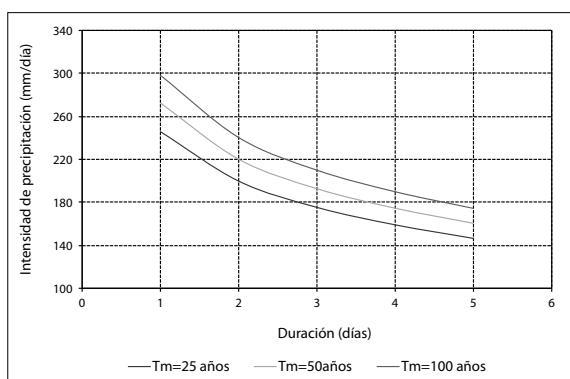


Figura 19. Curvas IDT para la cuenca del río Tecolutla.

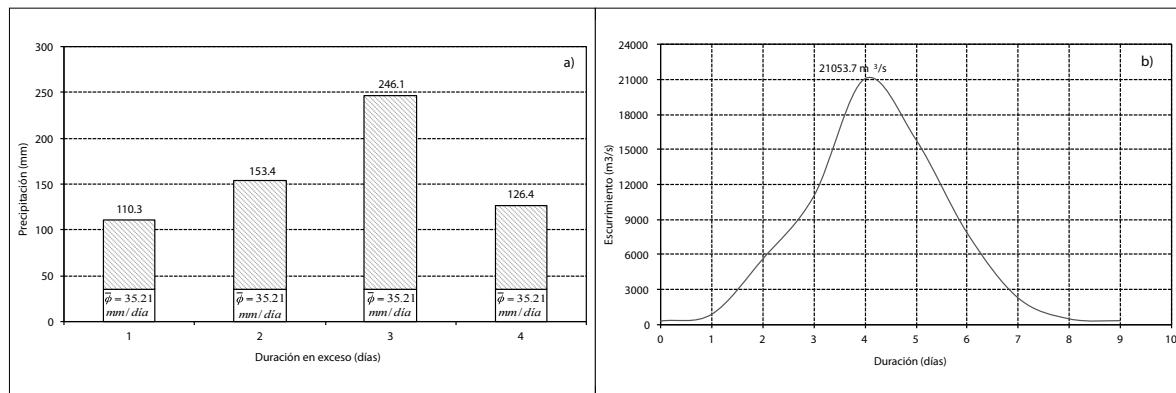


Figura 20. a) Hietograma y b) Hidrograma de la tormenta de diseño para un periodo de retorno de 25 años.

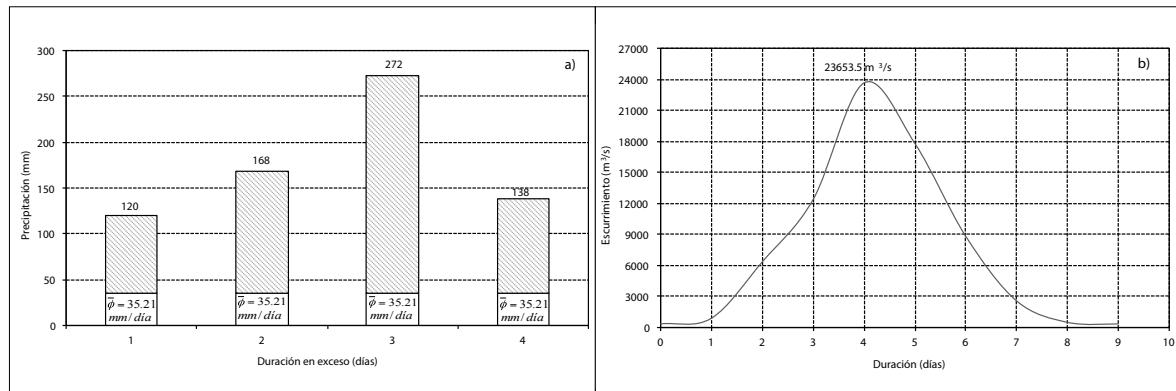


Figura 21. a) Hietograma y b) Hidrograma de la tormenta de diseño para un periodo de retorno de 50 años.

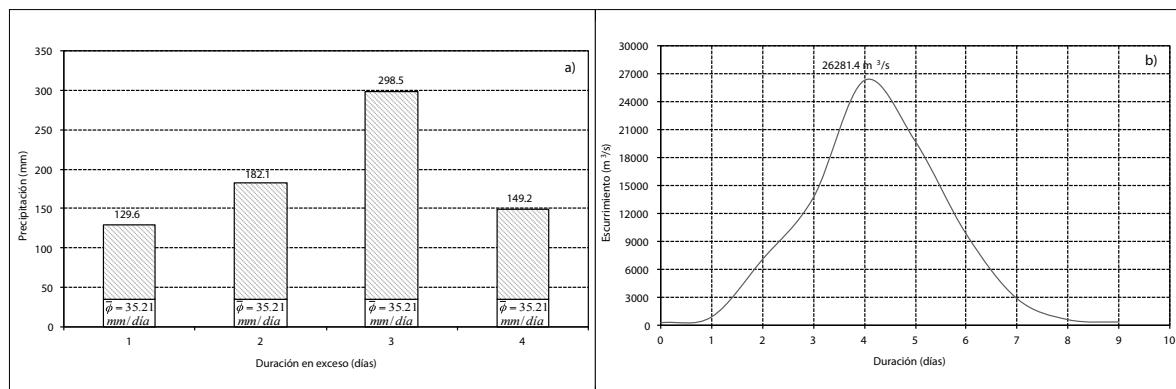


Figura 22. a) Hietograma y b) Hidrograma de la tormenta de diseño para un periodo de retorno de 100 años.

que permite conocer la avenida y con ello el volumen de escurrimiento, así como el gasto máximo.

La Tabla 9 y Figura 23 muestran un comparativo entre gastos estimados por el HUI y el HEC-HMS (Pereyra *et al.*, 2012) con los observados, donde se puede apreciar que el HUI tiene un  $R^2=0.9561$  y el HEC-HMS un  $R^2=0.9921$ , lo cual indica la efectividad del modelo HUI.

En vista de los daños generados, en los últimos años, por las inundaciones ocurridas en la cuenca del río Tecolutla, el cálculo y pronóstico de las avenidas de diseño para tal región utilizando el HUI, es de suma importancia para la toma de decisiones en la prevención y disminución del riesgo de la población. Cabe mencionar que no se puede hacer un análisis de los impactos de una tormenta extrema o de escurrimientos súbitos, sin mencionar que las inundaciones provocadas por el desbordamiento de los ríos no necesariamente se debe a tormentas

Tabla 9. Gatos máximos estimados por el HUI y por otros modelos contra gastos observados

Año	Qmáx-obs (m <sup>3</sup> /s)	Qmáx-est HUI (m <sup>3</sup> /s)	Qmáx-est HEC-HMS (m <sup>3</sup> /s)
1974	7491	7426.6	6769.9
1975	3049	4152	3379.9
1980	3467	3558.7	3824.2
1984	3024	3570	3049.8

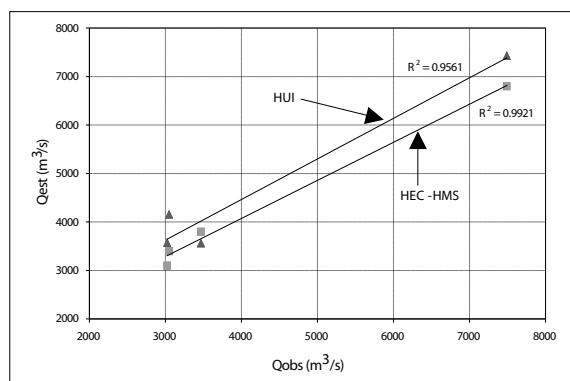


Figura 23. Correlación entre los gastos máximos estimados por el HUI y el HEC-HMS contra gastos máximos observados para las tormentas mostradas en la Tabla 9.

extraordinarias sino que, en primera instancia, se puede deber a factores antropogénicos (como por ejemplo actividades agrícolas y ganaderas, entre otras).

Finalmente, debido a la magnitud de los gastos máximos estimados, se recomienda construir obras de captación o de control para disminuir el riesgo por inundaciones en la parte baja de la cuenca, lugar donde se ubican las dos ciudades más importantes (Gutiérrez Zamora y Tecolutla).

## REFERENCIAS

- Aparicio, M. F. (2008), *Fundamentos de hidrología de superficie*, Limusa, México.
- Campos, D. F. (1998), *Procesos del ciclo hidrológico*, Universidad Autónoma de San Luis Potosí, México.
- CFE (2004), “Boletín Hidrométrico Histórico Digital”. “División Hidrométrica Golfo de la Comisión Federal de Electricidad, México.
- Chow, V. T., D. R. Maidment y L. W. Mays (1994), *Hidrología Aplicada*, McGraw-Hill, Colombia.
- CLICOM (2004), “Sistema para el manejo automático de base de datos climatológicos en computadoras personales: Base nacional de datos, edición 2004”, CONAGUA, México.
- Escalante, S. C. y Ch. L. Reyes (2002), “Técnica estadística en hidrología”, Facultad de Ingeniería, UNAM, México.
- Ferrer, F. J. (2000), “Recomendaciones para el cálculo hidrometeorológico de avenidas”, CEDES, Madrid.
- Fuentes, M. O., M. R. Domínguez y V. Franco (1981), “Relación entre precipitación y escurrimiento”, *Manual de diseño de obras civiles*, Sección hidrotecnia, CFE, México.
- Magaña, V. O. (1999), *Los impactos de El Niño en México*, Secretaría de Gobernación, UNAM, IAI, SEP/CONACYT, México.
- Miroslava, U. (1992), “The extremal value distribution of rainfall data at Belgrado, Yugoslavia”, *Atmósfera*, núm. 5, pp. 47-56.
- Pereyra, D., B. E. Palma y B. Silva (1984), *Gastos máximos en ríos del estado de Veracruz*, México, Facultad de Física, Centro de Meteorología Aplicada, Universidad Veracruzana, México.
- Pereyra, D. D. y A. Hernández T. (1989), “Avenida de diseño: cuando no se tienen registros hidrométricos en el sitio del proyecto”, *GEOS*, Bol. Unión Geofís., México, núm. 9, pp. 95-102.

- Pereyra, D. D. (1993), "Estimation of the design flood of Tecolutla river, Mexico, using the probable maximum rainfall", *Geofísica Internacional*, vol. 32, núm. 1, pp. 35-39.
- Pereyra Díaz, D., J. A. A. Pérez Sesma y M. R. Salas Ortega (2010), "Hidrología", en Florescano, E., J. Ortiz Escamilla (coords.), Capítulo en *Atlas del Patrimonio Natural, Histórico, Cultural de Veracruz*, tomo I, Gobierno del Estado de Veracruz-Universidad Veracruzana.
- Pereyra Díaz, D., C. Hoyos Reyes y J. A. A. Pérez Sesma (2012), "Informe Técnico: Simulación del escurrimiento de la cuenca del río Tecolutla generado por tormentas severas bajo escenarios de cambio climático", Programa de Estudios de Cambio Climático de la Universidad Veracruzana (PECCUV), Universidad Veracruzana, México.
- Pérez Sesma, J. A. A. (2009), *Estudio del agua de escurrimiento en la cuenca del río Tecolutla, México*, tesis de Maestría en Geografía, Facultad de Filosofía y Letras, UNAM, México.
- Ponce, V. M. (1989), *Engineering Hydrology. Principles and Practices*, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, New Jersey.
- Raudkivi, A. J. (1979), *Hidrology: an advance introduction to hydrology processes and modeling*, Pergamon Press, Great Britain.
- S.M.S. (1999), "Surfer Version 7", Surface Mapping System, Goleen Software, Inc, USA.
- Springall, G. R. (1970), *Hidrología*, Instituto de Ingeniería, UNAM, México.
- Viessman, W., J. W. Knapp and G. L. Lewis (1977), *Introduction to hydrology*, Harper and Row publishers.
- Yevjevich, V. (1972), "Probability and statistical in hydrology", *Water resources publication*.

### Páginas de Internet consultadas

- <http://www.inegi.gob.mx>; consulta realizada en enero-julio 2010.
- <http://www.geologia.unam.mx>; consulta realizada en enero-julio 2010.