



REVISTA CHAPINGO SERIE  
HORTICULTURA

ISSN: 1027-152X

chapingo.horticultura@gmail.com

Universidad Autónoma Chapingo  
México

León-Herrera, Albert; Martínez-Damián, Miguel Ángel; Garza-Bueno, Laura Elena  
Comparison of the approaches mean-variance and mean-semivariance to choose an  
agricultural portfolio

REVISTA CHAPINGO SERIE HORTICULTURA, vol. XXI, núm. 1, enero-abril, 2015, pp.  
71-80

Universidad Autónoma Chapingo  
Chapingo, México

Available in: <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=60937765006>

- How to cite
- Complete issue
- More information about this article
- Journal's homepage in redalyc.org

redalyc.org

Scientific Information System

Network of Scientific Journals from Latin America, the Caribbean, Spain and Portugal

Non-profit academic project, developed under the open access initiative

# Comparison of the approaches mean-variance and mean-semivariance to choose an agricultural portfolio

## Comparación de los enfoques media-varianza y media-semivarianza para elegir un portafolio agrícola

Albert León-Herrera; Miguel Ángel Martínez-Damián\*; Laura Elena Garza-Bueno

Colegio de Postgraduados, División de Economía, Campus Montecillo. Carretera México-Texcoco km 36.5. Texcoco, Estado de México, C. P. 56230, MÉXICO. Correo-e: angel01@colpos.mx (\*Autor para correspondencia).

### Abstract

**Keywords:** Semivariance, diversification, return, net earnings.

The objective of this research was to compare the method proposed by Markowitz (mean-variance) and the method proposed by Estrada (mean-semivariance), in the choice of an agricultural portfolio. The data were the returns of five agricultural products for the period 1980-2009; both the covariance matrix and semicovariance matrix were estimated to be used in either method. Later, a size  $n = 30$  simulation of 100 replications was performed, to obtain the yields of each product, thus 100 solutions per method. For comparative purposes, a histogram was constructed; this was completed with the t test concluding that the average portfolio is the same under both methods.

### Resumen

**Palabras clave:** Semi-varianza, diversificación, rentabilidad, ganancia.

El objetivo de esta investigación fue comparar el método propuesto por Markowitz (media-varianza) y el propuesto por Estrada (media-semivarianza), en la elección de un portafolio de inversión. Los datos trabajados fueron rentabilidades de cinco productos agrícolas, del periodo 1980-2009; se estimó la matriz de covarianzas y semi-covarianzas para emplearla en ambos métodos. Posteriormente, se realizó una simulación de 100 repeticiones tamaño  $n = 30$ , para obtener los rendimientos de cada producto y por ende 100 soluciones por método. Con propósitos comparativos se construyó un histograma de frecuencias; esto se complementó con prueba de t para ambos métodos, donde se concluye que el portafolio promedio es el mismo bajo ambos métodos.



## Introduction

In agricultural finance, as in any other aspect of the economy, searching for greater benefit is one of the main objectives of the different agents interacting in a market. This interest prevails whether, in their interaction, exchange of goods and asset transactions are conducted. In either case, the transactions are faced with several alternatives so the decision maker must choose between them, whom unfortunately must do under conditions of uncertainty. In other words, when making an investment decision, the economic agent assumes the risk of error and therefore to lose all or part of the expected net earnings. Therefore, the deep interest of those who invest in assessing properly to reduce the possibility of losses.

The risk is related to the variability (Levi, 1999), with the possibility of an event that results in losses for those involved in markets, such as producers, investors, borrowers and financial institutions. "The risk is the result of the uncertainty on the value of assets, due to adverse movements of the factors establishing their price; upon greater uncertainty higher risk" (Banco de México, 2005). Since the risk depends on the variability of the assets, the more stable they are, the lower the risk. One way to assess this is the deviation of the yield of an asset, with respect to any measure of central tendency; an example is the standard deviation, which measures the dispersion with respect to the arithmetic mean.

One of the fundamental aspects in making decisions for a producer is the return, which depends on several factors such as price of the product, price of inputs, interest rate, among others. However, the safety of an activity refers to the relationship between risk and return. Unfortunately, these two have a direct relationship, i.e., higher yield greater risk.

One way to minimize investor's risk, at national or international level, is by integrating a portfolio, since in this manner diversification is achieved (Levi, 1999). Although the overall risk is measured by any method of dispersion, such as standard deviation, it can be decomposed into two parts: a) diversifiable (unsystematic), which can be eliminated by diversification, b) non diversifiable (systemic) or market risk. So, market risk or non-diversifiable risk is the only important risk in diversified portfolios. Markowitz (1952) was a pioneer in the search for a method for optimizing the portfolio. While investors were already practicing diversification, the contribution of Markowitz (1952 and 1959) was key to be done rigorously. The method developed by this author, is based on rational behavior of the decision maker, regarding that he prefers return and rejects risk. Therefore, a portfolio is efficient if it provides the maximum return for a given risk, or equivalently, if it has the lowest risk for a given level of return.

## Introducción

En las finanzas agrícolas, como en cualquier otro aspecto de la economía, la búsqueda de mayor beneficio es uno de los principales objetivos de los distintos agentes que interactúan en un mercado. Este interés prevalece independientemente de que, en su interacción, realicen intercambios de mercancías o transacciones de activos. En cualquiera de los dos casos, las transacciones se enfrentan a diversas alternativas por lo que el tomador de decisiones deberá elegir entre ellas, lo que lamentablemente, habrá de hacer en condiciones de incertidumbre. Dicho de otra manera, al tomar una decisión de inversión, el agente económico asume el riesgo de equivocarse y, por tanto perder total o parcialmente el beneficio esperado. De ahí, el profundo interés de quienes invierten por valorarlo adecuadamente y, con ello, poder aminorar la posibilidad de pérdidas.

El riesgo está relacionado con la variabilidad (Levi, 1999), con posibilidad de que ocurra un evento que derive en pérdidas para los implicados en los mercados, como pueden ser productores, inversionistas, deudores o entidades financieras. "El riesgo es producto de la incertidumbre que existe sobre el valor de los activos, ante movimientos adversos de los factores que determinan su precio; a mayor incertidumbre mayor riesgo" (Banco de México, 2005). Ya que el riesgo depende de la variabilidad de los activos, mientras más estables sean, menor será el riesgo. Una forma de medirlo es con la desviación del rendimiento de un activo, respecto a alguna medida de tendencia central, un ejemplo es la desviación estándar, que mide la dispersión respecto de la media aritmética.

Uno de los aspectos fundamentales en la toma de decisiones de un productor, es la rentabilidad. Ésta depende de diversos factores como precio del producto, precio de insumos, tasa de interés, entre otros. Ahora bien, la seguridad de una actividad se refiere a la relación existente entre riesgo y rentabilidad. Desafortunadamente éstos guardan una relación directamente proporcional, es decir, a mayor rendimiento mayor riesgo.

Una manera de minimizar los riesgos de inversionistas, sea en el plano nacional o internacional, es mediante la integración de un portafolio, ya que, de esta manera se logra diversificación (Levi, 1999). Aunque el riesgo total es medido por algún método de dispersión, como la desviación estándar, puede descomponerse en dos partes: a) Diversificable (no sistemático), el cual puede eliminarse por la diversificación, b) no diversificable (sistemático), o riesgo de mercado. Por tanto, en portafolios diversificados el único riesgo relevante es de mercado o no diversificable. Markowitz (1952) fue pionero en la búsqueda de un

Under the approach of Markowitz (1952), the expected return of a portfolio is obtained by the mean or mathematical expectation; while for risk measurement, the variance and covariance matrix should be considered. When variance is used to obtain risk, there is a latent problem that both variations above the mean and variations below the mean are included in the measurement; of which only negative variations are effectively a loss to the producer. In this sense, a variation above the mean, even though it adds a measure of variation, is not necessarily an adverse event for the decision maker's budget. This problem has led to the alternative measure of risk, known as semivariance (Berck & Hihn, 1982), which considers the risk only from variations that are below the mean or negative. However, this measure has the following problems: difficulty in its calculation (as it requires knowledge of the distribution function), and at the same time lack of an estimator of the measure for more than two assets comprising a portfolio. In other words, in an applied situation, trying to find an optimal portfolio under such alternative approach, there is no matrix estimator of semi-covariances. Estrada (2008) proposes a solution to the above problem, generating an easily and accurately-symmetric exogenous matrix of semi-covariances, which according to the author, tends to produce better portfolios than those based on variance.

Both methodologies, that of Markowitz (1952) and that of Estrada (2008), have been proposed to optimize a portfolio of assets; however, the two methods can be used to compare different types of assets and goods with a level of risk. González-Estrada, Martínez-Damián, and Avilés-Cano (2006) and Díaz-Carreño, Juárez-Toledo, and Gómez-Chagoya (2007), use the model of Markowitz to optimize a portfolio of agricultural products; later de Jesús-Urbe, Martínez-Damián, and Ramírez-Valverde (2009) use again this method with the same purpose, in addition to generate an estimator that allows to use the semivariance to measure risk.

Therefore, it is important to assess the risk of investing in certain crops and taking into account that agricultural production depends on inherent uncertainty to the activity, such as: climatic conditions (particularly altered in recent years), incidence of pests, diseases and other due to the insertion into markets (González-Estrada, 2002; Quintana & Víctor, 2003; Reyes, Martínez, & Morales-García, 2012). Subject of particular concern for both the public and the private sector as long as it allows them support their decisions in a more solid way. Especially when, for diversifying risk, resource allocation arises to a set of assets, each one with particular risk profile; the dilemma is then to solve the optimal agricultural portfolio.

método para la optimización de la cartera. Aunque los inversionistas ya practicaban la diversificación, el aporte de Markowitz (1952 y 1959) fue clave para que se hiciera de manera rigurosa. El método desarrollado por dicho autor, se basa en el comportamiento racional del tomador de decisiones, considerando que este prefiere la rentabilidad y rechaza el riesgo. Por lo tanto, una cartera será eficiente si proporciona la máxima rentabilidad posible para un riesgo dado, o de forma equivalente, si presenta el menor riesgo posible para un nivel determinado de rentabilidad.

Bajo el enfoque de Markowitz (1952), la rentabilidad esperada de un portafolio se obtiene a través de la media o esperanza matemática; mientras que para la medición del riesgo se debe considerar la matriz de varianzas y covarianzas. Cuando se utiliza a la varianza para la obtención del riesgo, existe el problema latente de que en su medición van incluidas tanto variaciones por encima de la media como variaciones por debajo de la media; de las cuales solo las variaciones negativas son efectivamente perdida para el productor. En este sentido, una variación por encima de la media, si bien añade a una medida de variación, no es necesariamente un evento adverso para el presupuesto del tomador de decisiones. Este problema ha llevado a la medición alternativa del riesgo, conocida como semivarianza (Berck & Hihn, 1982), que pondera al riesgo solo por las variaciones que están por debajo de la media o negativas. Sin embargo, dicha medida tiene como problemas: la dificultad en su cálculo (pues requiere conocimiento de la función de distribución) y al mismo tiempo, la carencia de un estimador de la misma para más de dos activos que componen un portafolio. Es decir, en una situación aplicada, al tratar de encontrar un portafolio óptimo bajo dicho enfoque alternativo, no existe estimador de la matriz de semi-covarianzas. Estrada (2008) propone una solución al problema anterior, al generar una matriz simétrica y exógena de semicovarianzas de forma sencilla y precisa, la cual según el autor, tiende a producir mejores carteras que los basados en varianza.

Ambas metodologías, tanto la de Markowitz (1952) como la de Estrada (2008), han sido propuestas para optimizar una cartera de activos; sin embargo, los dos métodos pueden utilizarse para comparar diferentes tipos de activos, así como bienes con un nivel de riesgo. González-Estrada, Martínez-Damián, y Avilés-Cano (2006) y Díaz-Carreño, Juárez-Toledo, and Gómez-Chagoya (2007), ocupan el modelo de Markowitz para optimizar un portafolio de productos agrícolas; más tarde de Jesús-Urbe, Martínez-Damián, y Ramírez-Valverde (2009) vuelven a ocupar este método con el mismo propósito, además de generar un estimador que permite utilizar la semivarianza para medir el riesgo.

Por lo anterior, resulta fundamental valorar el riesgo de invertir en determinados cultivos y tomando en

As a result, the methods of Markowitz and Estrada were applied to an agricultural portfolio consists of five agricultural products (tomatoe, potato, bean, maize and sorghum) in order to compare both methods of solution, as agricultural production itself is a risky investment. This happens after generating the correlations of data obtained from 13 different products (green pepper, tomato, avocado, potato, rice, beans, maize, sorghum, apple, mango, orange, pork and beef) and selecting products with negative correlation, this last happens because for the portfolio decision maker a positive covariation implies that when a crop generates losses the same applies for the other crop; on the other hand, negative covariation is when one crop generates losses the other one can yield profit, and this is how risk is managed.

The aim of this study is divided into two parts; first, to choose an optimal portfolio using semivariance as a measure of risk and second, to compare this portfolio with that suggested by the mean-variance approach. Sustained hypothesis is that the share of each crop in the optimal portfolio differs depending on the extent of risk that is variance or semi-variance.

## Materials and methods

The statistical data used in this study comes from the Statistical Yearbook of Mexico issued by the Instituto Nacional de Estadística y Geografía (INEGI). From this yearbook we obtained the annual return per hectare harvested in Mexico, for the period 1980-2009, of the following products: green pepper, tomato, avocado, potato, rice, beans, maize, sorghum, apple, mango, orange, pork and beef. The information obtained was deflated with the CPI (consumer price index), base 2003 to work with real data, from there net earnings were generated such as  $G = Dif [Log(VR)]$ , where  $G$  is the net earnings of a good and  $VR$  is the real value of the return ( $VR = [PP/IPC * 100]$ ) of each of the different agricultural products,  $PP$  is the producer price and  $Dif$  is the differential operator.

To evaluate the two methods, yields of five agricultural products were used: tomatoes, potatoes, beans, maize and sorghum. With this data, the mean and the variance and covariance matrix were obtained. The result was treated as a  $5 \times 1$  random vector with multivariate normal distribution, with parameters set by their estimates, the mean vector, and the variance and covariance matrix mentioned.

With a normal random vectors generator in Statistical Analysis System (SAS, 2004) under the RANDNORMAL function (30, MEAN, COV) where MEAN is the mean vector and COV is the variance and covariance matrix, both estimates; 100 random samples of size 30 each were generated; this allows sufficient

cuenta que la producción agrícola depende de factores de incertidumbre inherentes a la actividad, como: condiciones climáticas (particularmente alteradas en los últimos años), incidencia de plagas, enfermedades y otros propios de su inserción en mercados (González-Estrada, 2002; Quintana & Víctor, 2003; Reyes, Martínez, & Morales-García, 2012). Asunto de particular interés tanto para el sector público como para el privado en tanto les permite fundamentar de manera más sólida sus decisiones. Esto último especialmente cuando, para diversificar riesgo, se plantea la asignación de recursos a un conjunto de activos, cada uno de ellos con perfil de riesgo particular; la disyuntiva es entonces resolver el portafolio agrícola óptimo.

Como resultado de lo anterior, se aplicaron los métodos de Markowitz y de Estrada a un portafolio agrícola conformado por cinco productos agrícolas (jitomate, papa, frijol, maíz y sorgo) con la finalidad de comparar ambas metodologías de solución, ya que la producción agrícola por sí misma es una inversión riesgosa. Lo anterior fue elegido después de generar las correlaciones de los datos obtenidos de 13 diferentes productos (chile verde, jitomate, aguacate, papa, arroz, frijol, maíz, sorgo, manzana, mango, naranja, carne de puerco y carne de res), y seleccionar productos que presentaran correlación negativa, esto en virtud de que en una cartera al tomador de decisiones, la covariación positiva implica, que cuando en un cultivo se pierde en otro también se pierde; por otro lado en co-variación negativa, cuando uno pierde el otro puede rendir ganancia, administrándose así el riesgo.

El objetivo del presente trabajo está dividido en dos; primero elegir un portafolio óptimo empleando semivarianza como medida del riesgo y segundo comparar dicho portafolio con el sugerido por el enfoque de media-varianza. La hipótesis sostenida es que, la proporción de cada cultivo en la cartera óptima difiere dependiendo de la medida de riesgo, esto es varianza o semivarianza.

## Materiales y métodos

La información estadística utilizada dentro del presente estudio, proviene del Anuario Estadístico de los Estados Unidos Mexicanos que emite el Instituto Nacional de Estadística y Geografía (INEGI). De ahí se obtuvo la rentabilidad anual por hectárea cosechada en México, para el periodo de 1980-2009, de los siguientes productos; chile verde, jitomate, aguacate, papa, arroz, frijol, maíz, sorgo, manzana, mango, naranja, carne de puerco y carne de res. La información obtenida fue deflactada con el IPC (Índice de precios al consumidor), de base 2003 para trabajar con datos reales, de ahí se generaron las ganancias como  $G = Dif [Log(VR)]$ , donde  $G$  es la ganancia del bien y  $VR$  es el valor real de la rentabilidad ( $VR = [PP/IPC * 100]$ ) de



number of estimators and at the same time we have characteristics of large sample. The objective was to get the 100 optimal portfolios under each approach and proceed to compare the 100 solutions using the T-test. To contribute to the robustness of the results, the experiment with five different products (rice, green pepper, orange, avocado and mango, selected for showing a negative correlation) was repeated and the results were verified. This approach reflects the fact that, in spite of a multivariate normal distribution in yields the distribution of optimum shares in each portfolio will be unknown therefore simulation is used.

#### Basic model of a mean-variance (mv) investment portfolio

Markowitz (1952) sets the goal of setting the menu of possible combinations of return (P) and risk that can be chosen, with the weights assigned to crops ( $x_i$ ) the variable on which the individual will have the capacity to decide. In a set of portfolios, it can be calculated by solving the following parametric quadratic programming problem:

$$\sigma^2(R_p) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n x_i x_j c_{ij}$$

Subject to:

$$E(R_p) = \sum_{i=1}^n x_i E(R_i) = V^*$$

$$\sum_{i=1}^n x_i = 1$$

$$x_i \geq 0 \quad (i = 1, 2, \dots, n)$$

where  $x_i$  is the unknown variable of the problem, i.e., the share of the portfolio for crop  $i$ ;  $\sigma^2(R_p)$  is the variance of portfolio  $p$ ;  $c_{ij}$  is the covariance between crop  $i$  and  $j$  yields;  $E(R_p)$  is return or expected yield of the portfolio  $p$ . So that by varying the parameter  $V^*$  the set of crops shares  $x_i$  is obtained in each case, minimizing the portfolio risk and its corresponding expected value.

#### Basic model of a mean-semivariance (msv) investment portfolio

Estrada (2008) proposed a heuristic approach that produces a symmetric and exogenous semicovariance matrix, both easily and accurately, which ensures, tends to produce better portfolios that based on variance. The advantages of the proposed approach are two: First, the estimation of the semivariance of the portfolio is as easy as estimating the variance and secondly, it can be done with a known expression without having to resort to a numerical algorithm. In this sense the semi-covariance between the crops  $i$  and

cada uno de los diferentes productos agrícolas, PP es el precio al productor y  $Dif$  es el operador diferencias.

Para evaluar los dos métodos, se tomaron los rendimientos de cinco productos agrícolas a saber: jitomate, papa, frijol, maíz y sorgo. Con ellos se obtuvo el rendimiento promedio, así como la matriz de varianzas y covarianzas. Al resultado se le trató como vector aleatorio de  $5 \times 1$  con distribución normal multivariada, con parámetros fijados por sus estimadores, el vector de promedios, además la matriz de varianzas y covarianzas mencionada.

Con un generador de vectores aleatorios normales en Statistical Analysis System (SAS, 2004) bajo la función RANDNORMAL (30, MEDIA, COV) donde: MEDIA es el vector de medias y COV es la matriz de varianzas y covarianzas, ambos estimados; se generaron 100 muestras aleatorias de tamaño 30 cada una; lo anterior permite suficiente número de estimadores y a su vez se tienen características de muestra grande. El objetivo fue entonces obtener los 100 portafolios óptimos bajo cada enfoque y proceder a comparar las 100 soluciones mediante prueba de  $t$ . Para aportar a la robustez de los resultados, se repitió todo el experimento con otros cinco productos diferentes (arroz, chile verde, naranja, aguacate y mango, seleccionados por exhibir alguna correlación negativa) y así comprobar los resultados. Este modo de proceder obedece a que, a pesar de partir de una distribución normal multivariada en los rendimientos, la distribución de las proporciones óptimas en cada portafolio será desconocida, por tanto se recurre a simulación.

#### Modelo básico de un portafolio de inversión media-varianza (mv)

Markowitz (1952) establece el objetivo de fijar el menú de las posibles combinaciones de rentabilidad (R) y riesgo que se puede elegir, siendo el ponderador asignado a los cultivos ( $x_i$ ) la variable sobre la cual va a tener capacidad de decisión el individuo. En un conjunto de carteras, este se puede calcular resolviendo el siguiente problema de programación cuadrático paramétrico:

$$\sigma^2(R_p) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n x_i x_j c_{ij}$$

Sujeto a:

$$E(R_p) = \sum_{i=1}^n x_i E(R_i) = V^*$$

$$\sum_{i=1}^n x_i = 1$$

$$x_i \geq 0 \quad (i = 1, 2, \dots, n)$$

j with respect to the yield of fixed reference  $B(\Sigma_{ijB})$  is defined as:

$$\Sigma_{ijB} = E\{Min(R_i - B, 0), Min(R_j - B, 0)\} = (1/T) \sum_{t=1}^T Min(R_{it} - B, 0), Min(R_{jt} - B, 0) \quad (1)$$

Definition, which can be adapted to any  $B$  desired (In an application we seek for positive  $B$  and presumably lower than  $R$  on average) and generate symmetric semicovariance matrix ( $\Sigma_{ijB} = \Sigma_{jiB}$ ) and exogenous simultaneously. The expected return ( $E_p$ ) and the variance ( $\sigma_p^2$ ) of a portfolio are given by:

$$E_p = \sum_{i=1}^n x_i E_i \quad (2)$$

$$\sigma_p^2 = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n x_i x_j \sigma_{ij} \quad (3)$$

where  $x_i$  which indicates the proportion of the portfolio invested in the crop  $i$ ;  $E_i$  the return expected of the active  $i$  and  $n$  the number of crops in the portfolio,  $\sigma_{ij}$  is the element  $ij$  of the matrix of semicovariances.

The semi-variance of a portfolio with respect to the yield of reference  $B$  can be approximated by the expression:

$$\Sigma_{pB}^2 \approx \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n x_i x_j \Sigma_{ijB} \quad (4)$$

where  $\Sigma_{ijB}$  is defined as in (1). This expression obtains an exogenous and symmetric semicovariance matrix, which can be used in the same way that the covariance matrix in solving portfolio problems.

## Results

From the data obtained, correlations of thirteen different products were generated and one portfolio was selected which included negative correlations; it was composed of tomatoes, potatoes, beans, maize and sorghum (Table 1) data. Table 2 shows earning rates of tomatoes, potatoes, beans, maize and sorghum for the period 1979-2009. Of which the covariance matrix was obtained, from there 100 samples of size  $n = 30$  were generated by simulating the behavior of these products under the multivariate normal distribution of size five.

With this sample the optimum shares were estimated by setting the constraints of the Markowitz model (MV) and the alternative proposal of Estrada (MSV); in this way we obtained the results optimizing the

donde  $x_i$  es la incógnita del problema, esto es la proporción del portafolio destinado al cultivo  $i$ ;  $\sigma^2(R_p)$  es la varianza de la cartera  $p$ ;  $c_{ij}$  es la covarianza entre los rendimientos de los cultivos  $i$  y  $j$ ;  $E(R_p)$  es la rentabilidad o rendimiento esperado de la cartera  $p$ . De tal forma, que al variar el parámetro  $V^*$  se obtiene en cada caso el conjunto de proporciones de cultivos  $x_i$  que minimizan el riesgo de la cartera, así como su valor esperado correspondiente.

## Modelo básico de un portafolio de inversión media-semivarianza (msv)

Estrada (2008) propone un enfoque heurístico que produce una matriz simétrica y exógena de semicovarianza, de forma tanto sencilla como precisa, la cual asegura, tiende a producir mejores carteras que los basados en varianza. Las ventajas del enfoque propuesto son dos; en primer lugar, la estimación de la semivarianza de la cartera es tan fácil como estimar la varianza y en segundo lugar, se puede hacer con una expresión conocida, sin tener que recurrir a algún algoritmo numérico. En este sentido la semicovarianza entre los cultivos  $i$  y  $j$  con respecto al rendimiento de referencia fijo  $B(\Sigma_{ijB})$  se define como:

Definición, que puede ser adaptada para cualquier

$$\Sigma_{ijB} = E\{Min(R_i - B, 0), Min(R_j - B, 0)\} = (1/T) \sum_{t=1}^T Min(R_{it} - B, 0), Min(R_{jt} - B, 0) \quad (1)$$

$B$  deseado (En una aplicación se busca  $B$  positivo y presumiblemente menor que  $R$  en promedio) y generar matriz de semicovarianzas simétrica ( $\Sigma_{ijB} = \Sigma_{jiB}$ ) y simultáneamente exógenos. El retorno esperado ( $E_p$ ) y la varianza ( $\sigma_p^2$ ) de una cartera son dadas por:

$$E_p = \sum_{i=1}^n x_i E_i \quad (2)$$

$$\sigma_p^2 = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n x_i x_j \sigma_{ij} \quad (3)$$

donde  $x_i$  indica la proporción de la cartera invertido en el cultivo  $i$ ;  $E_i$  el retorno esperado del activo  $i$  y  $n$  el número de cultivos en la cartera,  $\sigma_{ij}$  es el elemento  $ij$  de la matriz de semicovarianzas.

La semivarianza de un portafolio con respecto al rendimiento de referencia  $B$  puede ser aproximada con la expresión:

$$\Sigma_{pB}^2 = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n x_i x_j \Sigma_{ijB} \quad (4)$$

**Table 1. Variance and covariance matrix of tomatoes, potatoes, beans, maize and sorghum.****Cuadro 1. Matriz de varianzas y covarianzas jitomate, papa, frijol, maíz y sorgo.**

	Tomatoes/Jitomate	Potatoes/Papa	Beans/Frijol	Maize/Maíz	Sorghum/Sorgo
Tomatoes/Jitomate	42.1666	0.0093	0.3013	0.1135	-0.2537
Potatoes/Papa	0.0093	0.0638	0.0156	0.0409	-0.0259
Beans/Frijol	0.3013	0.0156	0.5374	0.0658	0.0361
Maize/Maíz	0.1135	0.0409	0.0658	0.5448	0.0395
Sorghum/Sorgo	-0.2537	-0.0259	0.0361	0.0395	0.0533

Source: Based on data from the Statistical Yearbook of Mexico (2010) issued by the INEGI, consultation year 2011.

Fuente: Elaboración propia con datos del Anuario Estadístico de los Estados Unidos Mexicanos (2010) emitido por el INEGI, año de consulta 2011.

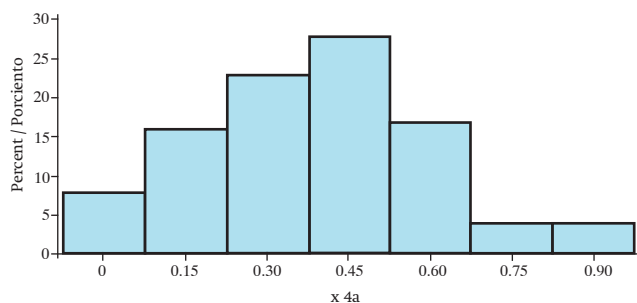
**Table 2. Rate of profit of tomato, potato, bean, maize and sorghum of the period 1979-2009.****Cuadro 2. Tasa de ganancias de jitomate, papa, frijol, maíz y sorgo del periodo 1979-2009.**

Year/Año	Tomato/Jitomate	Potato/Papa	Bean/Frijol	Maize/Maíz	Sorghum/Sorgo
1980	-0.38894	-0.11099	0.06549	0.28862	-0.02239
1981	-0.1387	0.57526	-2.229	-0.16771	0.04732
1982	0.13447	0.06043	2.14068	-0.01099	0.14273
1983	0.13396	-0.34545	-0.39143	0.1263	-0.30346
1984	0.00171	0.07937	-0.15413	-0.10983	0.15309
1985	-0.15859	-0.53471	0.585	0.16521	0.02471
1986	0.18982	-0.62165	0.08003	-0.05743	0.13341
1987	0.06266	-0.84083	-0.2792	0.00063	-0.13746
1988	0.301	-0.76156	-0.34612	-0.71707	-0.02844
1989	-0.75263	-0.18239	-0.18364	0.39276	-0.352
1990	0.23094	2.84678	0.81183	0.25919	-0.03154
1991	0.08524	0.37407	-0.05313	-0.02707	-0.02539
1992	0.05546	-0.1752	-0.26724	0.063	0.0985
1993	0.04543	-0.03584	0.07197	-0.04481	-0.39869
1994	-0.23714	0.59353	-0.24361	-0.31631	-0.11329
1995	-0.12874	-0.23031	-0.20859	0.23658	0.56627
1996	0.33888	0.04254	0.42853	-0.04402	-0.07782
1997	0.17882	-0.28362	-0.03586	-0.18273	-0.36205
1998	0.09659	0.21948	-0.06591	-0.09916	-0.0254
1999	-0.23055	0.07065	-0.23899	-0.09408	-0.29601
2000	-0.10585	-0.1152	-0.14458	-0.05877	0.00914
2001	-0.25923	-0.07497	0.17473	-0.05412	-0.02686
2002	-0.00162	0.2386	0.05086	0.03477	0.01383
2003	0.34067	0.01797	-0.17993	0.04617	0.17532
2004	0.34769	-0.10307	0.00515	0.01433	0.08786
2005	-0.40483	0.09277	0.09183	-0.06266	-0.24566
2006	0.28687	-0.0452	0.07747	0.23146	0.23155
2007	-0.11774	-0.02926	-0.12242	0.22162	0.181
2008	0.1935	0.03214	0.32342	0.12885	0.15596
2009	-0.02329	0.42407	0.37759	-0.08344	-0.10899

Source: Based on data from the Statistical Yearbook of Mexico (2010) issued by the INEGI, consultation year 2011.

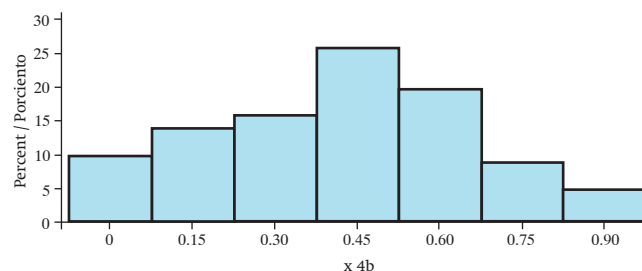
Fuente: Elaboración propia con datos del Anuario Estadístico de los Estados Unidos Mexicanos (2010) emitido por el INEGI, año de consulta 2011.





**Figure 1. Histogram of optimal share of maize with the method of Markowitz (note x 4a = optimum ratio of maize).**

**Figura 1. Histograma de proporciones óptimas de Maíz con el método de Markowitz (nota x 4a = proporción óptima de maíz).**



**Figure 2. Histogram of optimal share of maize with the method of Estrada (note x 4b = optimum ratio of maize).**

**Figura 2. Histograma de proporciones óptimas de maíz con el método de Estrada (nota x 4b = proporción óptima de maíz).**

investment portfolio under both methodologies, having 100 different solutions and showing the results via a frequency histogram, to see if the solutions differ. Figures 1 and 2 show the 100 optimal shares for maize under each solution. Only the shares of maize are shown to not be repetitive, the other histograms are similar.

It is noted that, under the results presented, both methods solutions match; the optimum share under each approach is 0.45. For further support of the results, t test was performed for the optimum share of each crop under the null of equal shares for each method and alternative that the shares differ according to the method used. The results are shown in Table 3.

## Discussion

From these results it is observed that there is no statistical difference in solving a method and another, therefore it is indifferent to use either of them, and moreover, the assertion of Estrada, that this method generates a more efficient portfolio is not proven in this study. Given the lack of similar results with other authors and to make a further contribution to this discussion, the experiment was repeated with five different products (rice, green pepper, orange, avocado and mango). Rice was the most profitable option, solution that both methodologies generated. In the same matter, the test results of the t test were similar, which are shown in Table 4.

These results, although they are statistically equal, may reflect the choice of a symmetric distribution, as is the normal distribution. This choice was largely due to the central limit theorem and the lack of multivariate distributions that exhibit asymmetry, in this last case we would expect the results to change. However, the evaluation of methods, here studied, is an empirical question treated in an original way.

donde  $\Sigma_{ijB}$  se define como en (1). Esta expresión obtiene una matriz de semicovarianza simétrica y exógeno, que puede utilizarse de la misma forma que la matriz de covarianzas utilizada en la solución de problemas de portafolio.

## Resultados

De los datos obtenidos se generaron las correlaciones de trece diferentes productos y se seleccionó un portafolio que incluyera correlaciones negativas, mismo que fue integrado por jitomate, papa, frijol, maíz y sorgo (Cuadro 1). En el Cuadro 2 se muestran tasas de ganancias de jitomate, papa, frijol, maíz y sorgo, para el periodo 1979-2009. De los cuales se obtuvo la matriz de varianzas y covarianzas, a partir de ahí se generaron 100 muestras de tamaño  $n = 30$ , simulando el comportamiento de estos productos bajo la distribución normal multivariada de tamaño cinco.

Con esta muestra se estimaron las proporciones óptimas fijando las restricciones del modelo de Markowitz (MV) y la propuesta alternativa de Estrada (MSV); de esta forma fueron obtenidos los resultados que optimizaban el portafolio de inversión bajo las dos metodologías, teniendo así 100 diferentes soluciones y presentando los resultados a través de un histograma de frecuencias, para observar si las soluciones difieren. Las Figuras 1 y 2 presentan las 100 proporciones óptimas para maíz bajo cada solución. Solo se presenta para maíz para no ser repetitivo, los otros histogramas son análogos.

Es de observarse que, bajo los resultados presentados, las soluciones de ambos métodos coinciden; la proporción óptima bajo cada enfoque es 0.45. Para mayor sustento de los resultados, se realizó prueba de t para la proporción óptima de cada cultivo, bajo la nula de igualdad de proporción para cada método y alternativa de que las proporciones difieren, según el método empleado. Los resultados se presentan en el Cuadro 3.

**Table 3. Test t for optimum ratio between the method MV and MSV.****Cuadro 3. Prueba de t para proporción óptima entre el método de MV y MSV.**

T test/Prueba de t Product/Producto	MV		MSV		T value/ Valor de t	Pr >  t
	Mean/ Media	Standard deviation/ Desviación estandard	Mean/ Media	Standard deviation/ Desviación estandard		
Tomato/Jitomate	0.1644	0.1568	0.1433	0.1723	-1.03	0.3648
Potato/Papa	0.0966	0.1674	0.0702	0.1539	-0.55	0.5861
Bean/Frijol	0.0582	0.1388	0.0395	0.1270	-0.67	0.5040
Maize/maíz	0.3814	0.2126	0.4198	0.2369	1.18	0.2398
Sorghum/Sorgo	0.2991	0.2379	0.3270	0.2649	0.36	0.7208

Note: The null hypothesis is that the optimum shares is the same for both methods.

Nota: La hipótesis nula es que la proporción óptima es igual para ambos métodos.

**Table 4. T test comparing the method MV and MSV.****Cuadro 4. Prueba de t comparando el método de MV y MSV.**

T test/Prueba de t Product/Producto	MV		MSV		T value	Pr >  t
	Mean / Media	Standard deviation / Desviación estandard	Mean / Media	Mean / Media		
Rice/Arroz	0.5232	0.2555	0.5232	0.2555	1.40	0.1623
Pepper v./Chile v.	0.2426	0.2354	0.2426	0.2354	-0.68	0.4949
Orange/Naranja	0.0035	0.0238	0.0035	0.0238	0.08	0.936
Avocado/Aguacate	0.1855	0.2359	0.1855	0.2359	-0.66	0.507
Mango	0.0449	0.0775	0.0449	0.0775	-0.61	0.5439

Note: The null hypothesis is that the optimum ratio is the same for both methods.

Nota: La hipótesis nula es que la proporción óptima es igual para ambos métodos.

## Conclusions

The method of Markowitz (1952), of using the variance in calculating the risk measure is adequate and well known to solve the problem of choosing an investment portfolio. Estrada (2008) proposes a way to evaluate a portfolio with semivariance as a measure of risk. By having two alternative ways to solve the same problem, the dilemma of assessing what is best arises; however, it was found that no results statistically different from the solution proposed by Markowitz were obtained, when dealing with a multivariate normal distribution. The choice of latent data distribution influenced this result, but the two methodologies should be examined together.

## Discusión

De estos resultados se observa que no existe diferencia estadística en la solución de un método y otro, por lo que resulta indiferente utilizar alguno de los dos, además, la aseveración de Estrada, de que su método genera un portafolio más eficiente no es comprobada en el presente trabajo. Dada la falta de resultados similares con otros autores y para poder abundar en la discusión, se repitió el experimento con otros cinco productos diferentes (arroz, chile verde, naranja, aguacate y mango). Siendo el arroz la opción más rentable, solución que ambas metodologías generaron. De la misma forma los resultados de la prueba de t fueron análogos, los cuales se muestran en el Cuadro 4.

Estos resultados, si bien son estadísticamente iguales, tal vez reflejen la elección de una distribución simétrica, como lo es la distribución normal. Dicha elección se debió mayormente al teorema central del límite y la falta de distribuciones multivariadas que exhiban asimetría, en este último caso se esperaba que los resultados cambien, o no se mantuvieran. Sin embargo, la evaluación de métodos, aquí investigados, es un aspecto empírico que se trató de manera original.

## Conclusiones

El planteamiento de Markowitz (1952), de utilizar la varianza en el cálculo de la medida de riesgo es una

*End of English version*

## References / Referencias

- Berck, P. & Hihn, J. M. (1982). Using the semivariance to estimate safety-first rules. *American Journal of Agricultural Economics*, 64(2), 298-300. doi: 10.2307/1241139
- Banco de México. (2005). Definiciones Básicas de Riesgos. Recuperado de: <http://www.banxico.org.mx/sistema-financiero/material-educativo/intermedio/riesgos/%7BA5059B92-176D-0BB6-2958-7257E2799FAD%7D.pdf>
- de Jesús-Urbe, L. M., Martínez-Damián, M. Á., & Ramírez-Valverde, G. (2009). Método de semivarianza y varianza para la selección de un portafolio óptimo. *Revista Mexicana de Economía Agrícola y de los Recursos Naturales* 2(1), 103-113. Recuperado de: <http://www.chapingo.mx/revistas/revistas/articulos/doc/remecaren2840.pdf>
- Díaz-Carreño, M. Á., Juárez-Toledo, R., & Gómez-Chagoya, M. C. (2007). Conformación de una cartera de inversión óptima de cultivos agrícolas para México. *Revista Economía, Sociedad y Territorio*, 7(25), 49-63. Consultado en: <http://est.cmq.edu.mx/index.php/est/article/view/231/237>
- Estrada, J. (2008). Mean-semivariance optimization: A heuristic approach. *Journal of Applied Finance*, 18(1), 157-172. doi: <http://dx.doi.org/10.2139/ssrn.1028206>
- González-Estrada, A. (2002). Dinámica de los cultivos básicos en la liberalización comercial de México: modelo dinámico multisectorial de equilibrio general. INIFAP-CONACYT. Chapingo, México. Libro técnico (5), 120.
- González-Estrada, A., Martínez-Damián, M. A., & Avilés-Cano, M. (2006). Análisis de riesgo, portafolios óptimos y diversificación en la agricultura. *Agrociencia*, 40(3), 409-417. Recuperado de: <http://www.colpos.mx/agrocien/Bimestral/2006/may-jun/art-13.pdf>
- Instituto Nacional de Estadística y Geografía (INEGI) (2010). Año de consulta 2011.
- forma adecuada y muy conocida de resolver el problema de elección de un portafolio de inversión. Estrada (2008) propone una forma de evaluar un portafolio con semivarianza como medida de riesgo. Al tener dos formas alternativas de resolver el mismo problema, surge la disyuntiva de evaluar cuál es mejor; sin embargo, se encuentra que no se obtienen resultados estadísticamente diferentes a la solución propuesta por Markowitz, cuando se parte de una distribución normal multivariada. En este resultado influyó la elección de distribución latente de los datos, pero las dos metodologías deben ser examinadas juntas.

## Fin de la versión en español

- Levi, M. D. (1999). *Finanzas Internacionales*, editorial McGraw-Hill (pp. 720): Tercera.
- Markowitz, H. (1952). Portfolio selection. *Journal of Finance*, 7(1), 77-91.
- Markowitz, H. M. (1959). *Portfolio selection: efficient diversification of investments* (Vol. 16): Yale university press.
- Quintana, S. & Víctor, M. (2003). El círculo vicioso del Tratado de Libre Comercio de América del Norte: la amarga experiencia mexicana en el agro a partir del TLCAN. *Deslinde*, 33, 26-38. Recuperado de: <http://www.rebelion.org/hemeroteca/sociales/030607quintana.htm>
- Reyes, G., Martínez, B., & Morales-García, C. (2012). Precios internacionales de los alimentos, demanda futura y crisis alimentaria. En: *Políticas agropecuarias Forestales y pesqueras* (Vol. 9)
- Statistical Analysis System (SAS Institute Inc.). (2004). *What is new in SAS® 9.0, 9.1, 9.1.2 and 9.1.3*. Cary, NC: SAS Institute Inc. USA. p 340.