



Revista de Ingeniería Sísmica

ISSN: 0185-092X

javiles@tlaloc.imta.mx

Sociedad Mexicana de Ingeniería Sísmica

México

Archundia Aranda, Hans I.; Tena Colunga, Arturo; Grande Vega, Alejandro; González Cuevas, Óscar M.

Comportamiento cíclico de trabes acarteladas de concreto reforzado sin refuerzo transversal que fallan por cortante

Revista de Ingeniería Sísmica, núm. 76, enero-junio, 2007, pp. 89-112

Sociedad Mexicana de Ingeniería Sísmica

Distrito Federal, México

Disponible en: <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=61807605>

- ▶ Cómo citar el artículo
- ▶ Número completo
- ▶ Más información del artículo
- ▶ Página de la revista en redalyc.org

redalyc.org

Sistema de Información Científica

Red de Revistas Científicas de América Latina, el Caribe, España y Portugal
Proyecto académico sin fines de lucro, desarrollado bajo la iniciativa de acceso abierto

COMPORTAMIENTO CÍCLICO DE TRABES ACARTELADAS DE CONCRETO REFORZADO SIN REFUERZO TRANSVERSAL QUE FALLAN POR CORTANTE

*Hans I. Archundia Aranda,^(1,2) Arturo Tena Colunga,⁽¹⁾ Alejandro Grande Vega⁽¹⁾
y Óscar M. González Cuevas⁽¹⁾*

RESUMEN

Este trabajo presenta y discute los resultados experimentales del ensaye de cinco trabes acarteladas sin refuerzo transversal sometidas a demandas reversibles. La serie de ensayos mostró que las cartelas modifican la falla frágil por cortante típica de los elementos de sección constante; así como también que el aumento del acartelamiento influye en parámetros estructurales importantes, tales como resistencia, capacidad de deformación, rigidez, índice de daño y otros.

ABSTRACT

Experimental results of five haunched beams without shear reinforcement tested under load reversals are presented and discussed in this paper. From the analysis of tests results it is observed that the presence of a haunch modifies the brittle shear failure mode typical of prismatic elements. In addition, the presence of a haunch modifies important structural properties such as ultimate shear, peak deflection, stiffness, damage index and others.

INTRODUCCIÓN

Se presentan los resultados e interpretaciones de las propiedades estructurales concernientes al ensaye de cinco trabes acarteladas de concreto reforzado (TACR) carentes de refuerzo transversal, sometidas a carga reversible. La serie de ensayos corroboró lo observado en TACR sometidas a carga monotónica (Archundia *et al.* 2004, 2005), es decir, el ángulo de acartelamiento modifica el tipo de falla, resistencia, capacidad de deformación y otras propiedades estructurales respecto a las trabes de sección constante.

En años recientes se han construido edificios de media altura con TACR en zonas donde las demandas por sismo pueden ser importantes (figura 1). Por otra parte, los reglamentos para construir con concreto más utilizados en el país, como las Normas Técnicas Complementarias para el Diseño de Estructuras de Concreto 2004 (NTCC-04) y el Reglamento Americano del Concreto 2005 (ACI-318-05), no proporcionan recomendaciones específicas para el diseño a cortante y flexión de estos elementos. Además, y como lo han verificado los autores, en la literatura técnica existe muy poca información de

Artículo recibido el 15 de enero de 2007 y aprobado para su publicación el 30 de marzo de 2007. Se aceptarán comentarios y/o discusiones hasta cinco meses después de su publicación.

⁽¹⁾ Universidad Autónoma Metropolitana-Azcapotzalco. Departamento de Materiales. Av. San Pablo No.180, Col. Reynosa Tamaulipas, CP. 02200 México D.F. archundia@correo.azc.uam.mx, atc@correo.azc.uam.mx, gva@correo.azc.uam.mx y omge@correo.azc.uam.mx.

⁽²⁾ Estudiante. Posgrado en Ingeniería Civil. Universidad Nacional Autónoma de México. Coyoacán, CP. 04510 México, D.F.

carácter experimental sobre el comportamiento de trabes con sección variable, limitándose algunos trabajos al estudio del cortante en TACR cuando la carga se aplica de manera monotónica (Debaiky y El-Niema 1982, Stefanou 1983, El-Niema 1988, MacLeod y Houmsi 1994, Archundia *et al.* 2004).



Figura 1. Edificios de construcción reciente en la ciudad de México que utilizan TACR

Algunos libros especializados tratan el tema, considerando, para una sección dada, la componente vertical de tensión o compresión de la cartela, pero lo hacen bajo la suposición implícita de que las TACR exhiben un agrietamiento por cortante similar al de las trabes prismáticas (Park y Paulay 1997, Nielsen 1999, Nilson 2004, MacGregor y Wight 2005). Esta situación no es congruente con las observaciones experimentales. De esta manera, los resultados obtenidos y comentados en este trabajo se consideran de interés, ya que no es del conocimiento de los autores la existencia de otros trabajos experimentales en TACR que fallen por cortante ante cargas reversibles.

DESCRIPCIÓN DE LOS ESPECÍMENES

Geometría y cargas

Los elementos estudiados son idénticos en geometría y refuerzo a los reportados en Archundia *et al.* (2004) ensayados con carga monotónica. La geometría de los especímenes cubre uniformemente un intervalo de cero a doce grados de acartelamiento (figura 2). Además, la relación entre la longitud de las cartelas, l_c , con los ángulos de acartelamiento, α , es típica de lo observado en los edificios de construcción reciente que utilizan estos elementos. En general, todos los especímenes tienen en los extremos un peralte total de 45 cm y en el tercio central la sección transversal se redujo para dar el acartelamiento (45, 40, 35, 30 y 25 cm). Asimismo, el ancho de todos los elementos es de 22 cm. Las trabes se ensayaron simplemente apoyadas y las cargas reversibles se aplicaron a 10 cm del vértice que se forma en la intersección del tramo acartelado con el tramo prismático (en lo sucesivo vértice), hacia el centro del

claro. Las cargas y sus reacciones actuaron sobre placas de acero de 2.54x10x22 cm. Además, y con la finalidad de uniformar la fuerza aplicada sobre la superficie de contacto, se colocó una hoja de neopreno de 0.3 cm de espesor entre el elemento y las placas.

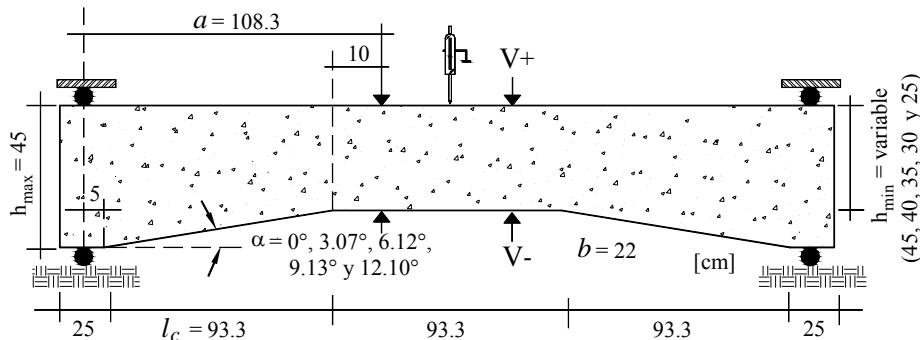


Figura 2. Dimensiones generales y aplicación de la carga

Diseño, armados e identificación

Todos los especímenes se diseñaron para favorecer la falla por cortante ante momento positivo y negativo. El diseño por flexión se realizó con las hipótesis de las NTCC-04 para tráves prismáticas considerando la demanda y el peralte efectivo del tramo central. La resistencia a cortante se determinó con la recomendación de Tena-Colunga *et al.* (2007) para TACR sometidas a cargas monotónicas, V_{NTA} . Esta propuesta mantiene el formato tradicional de la mayoría de los reglamentos, es decir, la resistencia a cortante es calculada con la suma de las contribuciones del concreto y del acero de refuerzo transversal. En el Apéndice se muestra esta formulación. Con fines de diseño se utilizó una resistencia del concreto f'_c de 250 kg/cm² y un esfuerzo de fluencia del acero longitudinal f_y de 4200 kg/cm².

El armado longitudinal en todos los especímenes fue de cuatro varillas de una pulgada de diámetro para el refuerzo inferior ($A_s=20.27 \text{ cm}^2$), y tres varillas del mismo diámetro para el refuerzo superior ($A_s=15.20 \text{ cm}^2$), el recubrimiento en ambos lechos fue de 4 cm (figura 3). Debido a que Debaiky y El-Niema (1982) no encontraron variaciones en la resistencia a cortante que pudieran relacionarse con diferentes arreglos del refuerzo longitudinal (por ejemplo seccionarlo en tres tramos: uno para cada cartela y otro para el tramo central), se optó por habilitar este refuerzo para que fuera continuo. De esta forma, se pueden hacer comparaciones adecuadas con los resultados de los elementos ensayados monotónicamente, ya que éstos se habilitaron de la misma manera. Por otra parte, el objetivo de mantener constante este refuerzo longitudinal en todos los especímenes, fue para determinar la influencia del ángulo de acartelamiento en la demanda del mismo. Solamente se utilizaron cuatro estribos en las tráves para sujetar el armado longitudinal, estos estribos se colocaron fuera del claro de cortante, a , y como se comprobó, no participaron en la resistencia. La identificación de los especímenes se hace con el criptograma mostrado en la figura 4, donde cada uno de los términos está plenamente identificado.

Instrumentación e historia de carga

Los elementos se instrumentaron internamente con un deformímetro eléctrico (*strain gage*), ubicado en una varilla de cada lecho del refuerzo por flexión, en la sección de la longitud media de una cartela. Asimismo se colocó otro en el estribo de armado del tramo central, que corresponde al mismo lado donde se colocaron los del refuerzo longitudinal (figura 3). La deflexión al centro del claro de las tráves se midió con un transductor de desplazamiento, el marco de carga también se instrumentó para tener lecturas

correctivas. Finalmente, el cortante actuante en las cartelas se midió con una celda de carga ubicada en cada uno de los cuatro puntos de aplicación de la carga (figuras 2 y 5). Todos los instrumentos de medición se conectaron a un equipo de adquisición de datos que permite obtener lecturas simultáneas.

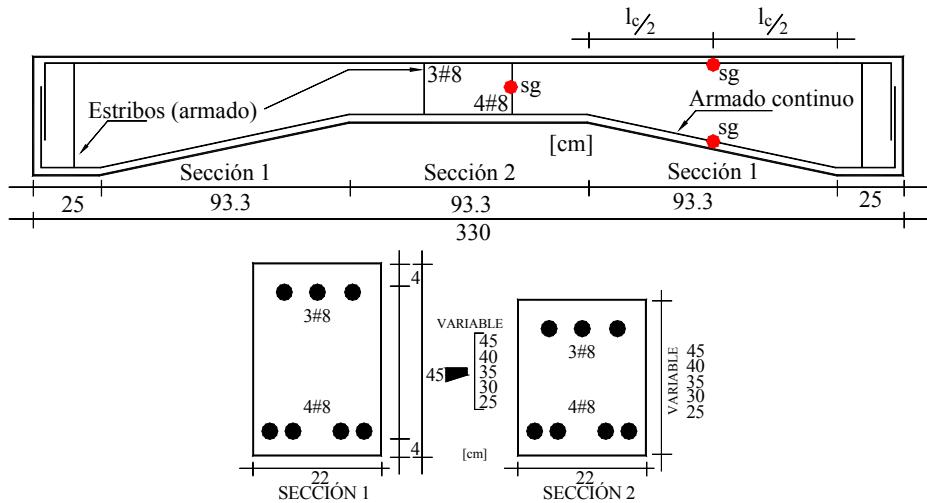


Figura 3. Refuerzo y sección transversal de los especímenes

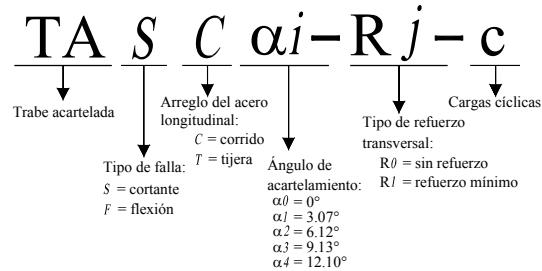


Figura 4. Criptograma para identificar los especímenes

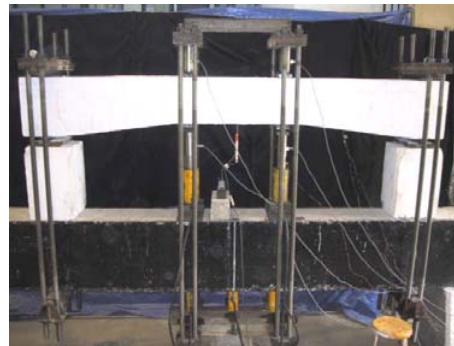


Figura 5. Dispositivo de prueba. Elemento TASCa2-R0-c

Los experimentos se controlaron por el desplazamiento medido en el centro del claro, δ . Para cada ciclo se hicieron incrementos de 3 mm, los cuales, según los resultados de los ensayos monotónicos previos, permitirían capturar los estados del primer agrietamiento diagonal y falla. Por cada ciclo se hizo

una repetición con la finalidad de evaluar, para la misma demanda, la variación de parámetros estructurales importantes, tales como la degradación de resistencia y rigidez, absorción de energía, amortiguamiento viscoso equivalente, y daño acumulado. En la figura 6 se muestra el patrón de desplazamientos utilizado en todos los ensayos, donde las deflexiones positivas imponen un momento positivo a los elementos. Los experimentos se terminaron cuando los elementos perdieron la capacidad de carga.

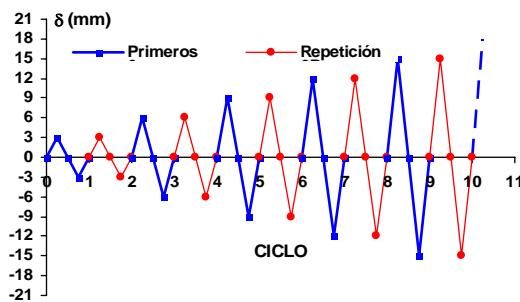


Figura 6. Patrón de desplazamientos

RESULTADOS EXPERIMENTALES

Curvas de histéresis y envolventes

En la figura 7 se muestran las curvas de histéresis obtenidas, donde la deflexión, δ , es la que fue medida en el centro del claro de las tráves, y el cortante, V , el que corresponde al extremo acartelado donde se presentó la falla por cortante.

Debido a que los especímenes se sometieron al mismo patrón de desplazamiento, y por tanto no es una variable para considerar en la respuesta, se puede decir que existe la tendencia que al aumentar el ángulo de acartelamiento disminuye la rigidez y resistencia a cortante, así como también aumenta la capacidad de deformación y se permite acomodar un mayor número de ciclos. Cabe aclarar que el único elemento que viola ligeramente estas tendencias es el TASC α 1-R0-c ($\alpha=3^\circ$), ya que presentó una falla prematura con una resistencia mucho menor a la esperada y también menor al que le sigue en acartelamiento (TASC α 2-R0-c). Este comportamiento se asocia a una grieta interna (no de adherencia) que ocasionó una anomalía en la histéresis en la parte final de las descargas de los semiciclos positivos, la cual fue recurrente en toda la prueba. Esta anomalía se observa claramente en el último semiciclo positivo. Por otra parte, todas las curvas muestran un estrechamiento en el origen (*pinching*), es cual típico de elementos de concreto que fallan por cortante (Brown y Jirsa 1971). Finalmente, se aprecia una ligera asimetría en los lazos de histéresis, la cual se acredita tanto al armado longitudinal como a la geometría de las tráves.

Deflexiones y cortantes característicos

Para cada una de las tráves se obtuvieron las deflexiones asociadas al primer agrietamiento diagonal, δ_{agr} , a la falla o último, δ_u , y colapso δ_{clps} , así como los respectivos cortantes de la cartela donde se presentó la falla (V_{agr} , V_u y V_{clps}). La determinación de cada uno de ellos se realizó principalmente con lo observado durante los ensayos, y posteriormente fueron cotejados analíticamente.

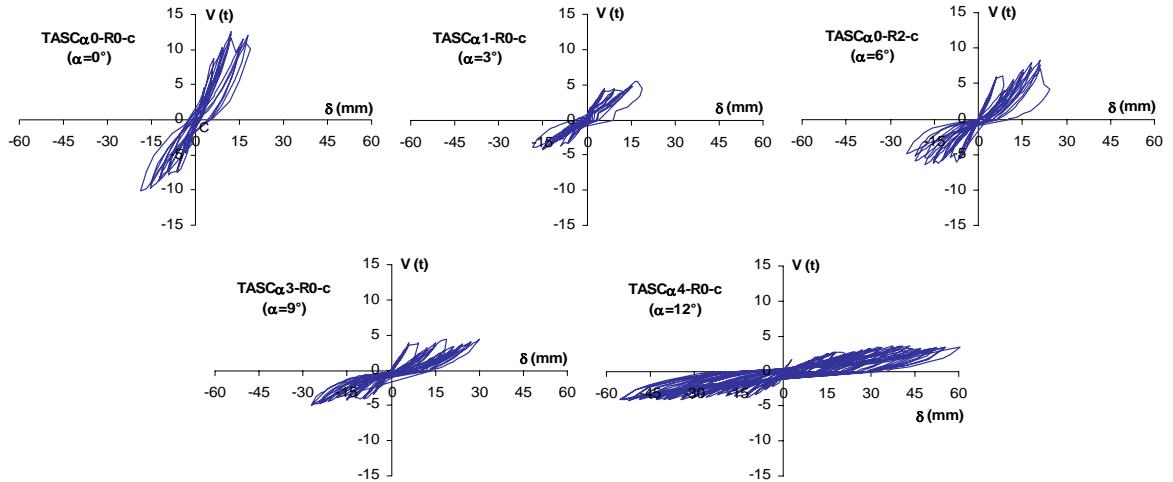


Figura 7. Curvas de histéresis

Primer agrietamiento diagonal

Durante la prueba se observó la aparición de la primera grieta inclinada (figura 8a). Por la experiencia adquirida en los ensayos monotónicos previos, se prestó atención en las zonas de los vértices, ya que en esa zona se presentó este agrietamiento. Cuando la grieta apareció, se registró la deflexión y el ciclo de carga, este dato se verificó posteriormente con los lazos de histéresis y su envolvente, con el cambio de rigidez, la evolución de la energía histerética de los ciclos, y el amortiguamiento viscoso equivalente. Prácticamente no existió problema en confirmar el primer agrietamiento diagonal, ya que su aparición finaliza la respuesta sensiblemente lineal de los especímenes. Generalmente, el primer agrietamiento diagonal se presentó en la deflexión pico del semiciclo positivo del tercer ciclo de carga, es decir, a deflexiones de 6 mm en el centro del claro.

Último o de falla

Este estado se asoció con la aparición de la primera grieta diagonal frágil, súbita e importante (figura 8b). La falla por cortante siempre se presentó del lado donde ocurrió el primer agrietamiento diagonal, durante un semiciclo positivo impar. Este estado se verificó analíticamente de la misma manera que el primer agrietamiento diagonal. En general, este estado se asocia con una disminución drástica de la rigidez de ciclo, y con un abrupto incremento en la energía histerética y en el amortiguamiento viscoso equivalente.

Colapso

De la experiencia de los ensayos monotónicos en TACR, se sabía que una vez alcanzada la falla por cortante se podría presentar una reserva en la capacidad de deformación que pudiera sostener razonablemente la carga, o incluso incrementarla debido al mecanismo de arco y a la habilidad de estos elementos de redistribuir el daño en el claro de cortante. De esta manera, una vez presentada la falla, se continuó con el patrón de desplazamientos hasta que los elementos perdieran la capacidad de carga. Este estado se asocia a un excesivo daño estructural (figura 8c).

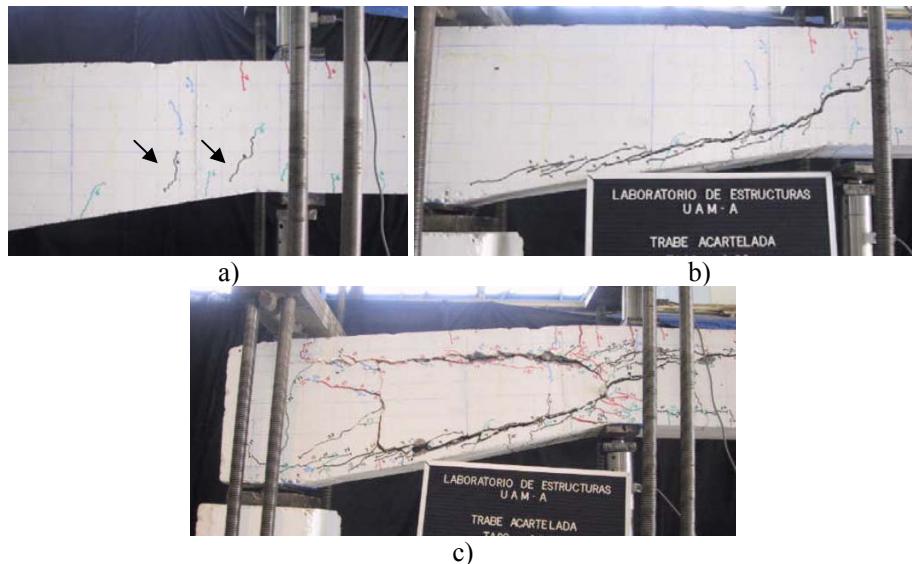


Figura 8. Estados característicos: a) primer agrietamiento diagonal, b) agrietamiento de falla, y c) colapso.
Elemento TASCo3-R0-c

En la literatura es común que solamente se señalen los estados del primer agrietamiento diagonal y falla (último), para determinar los estados importantes de un elemento de concreto reforzado que falla por cortante. Esto es adecuado para elementos esbeltos de sección constante, en los cuales, una vez que ocurre la falla, es poco probable que se presenten reservas en la capacidad de deformación y/o resistencia. De los experimentos con carga monótonica realizados por los autores, se concluyó que una caracterización de este tipo no necesariamente es aplicable en TACR, puesto que asociar la falla a un estado de agrietamiento similar al mostrado en la figura 8c, sin duda sobrepasa el daño que implica una filosofía de diseño por estados límite.

Envolventes de histéresis

En la figura 9 se muestran las envolventes de los ciclos primeros y de repetición. En las gráficas se indican las deflexiones asociadas al primer agrietamiento diagonal y falla; así como la resistencia a cortante monótonica esperada (V_{nTA}) utilizando las propiedades medidas de los materiales. El esfuerzo de fluencia en el refuerzo longitudinal es $f_y = 4348 \text{ kg/cm}^2$ y la resistencia a compresión del concreto de cada trábe se obtuvo de cilindros curados en condiciones de temperatura y humedad controlada (tabla 1).

Las gráficas de la figura 9 muestran que, salvo el elemento prismático, ambas envolventes son idénticas hasta la aparición del primer agrietamiento diagonal. También es evidente que, a excepción del elemento TASCo1-R0-c, la respuesta hasta el primer agrietamiento es prácticamente lineal. A partir del primer agrietamiento diagonal, la envolvente de los ciclos de repetición en los elementos con 0, 3, 6 y 9 grados de acartelamiento tiende a ir por debajo de la envolvente de los ciclos primeros, presentándose la mayor diferencia en las demandas cercanas a la falla. En el caso del elemento con doce grados de acartelamiento, las envolventes muestran muy poca diferencia en toda la respuesta. Las observaciones comentadas sobre la respuesta global de los especímenes, se reflejan en parámetros estructurales de importancia, tal y como se verá en secciones posteriores.

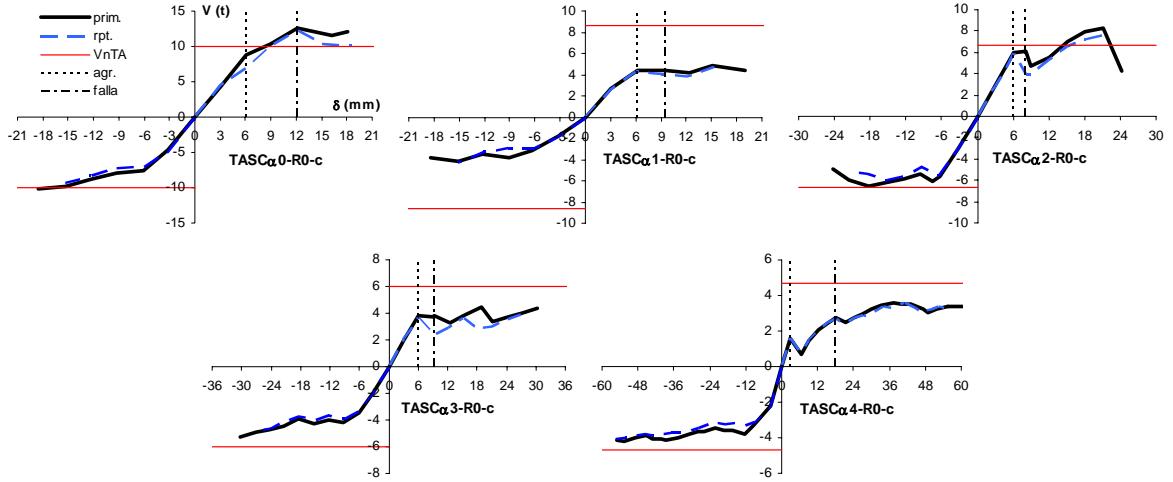


Figura 9. Envoltorios de las curvas de histéresis

 Tabla 1. Resistencia a compresión del concreto de los elementos ensayados, kg/cm²

Elemento	f'_c
TASCa0-R0-c	454
TASCa1-R0-c	433
TASCa2-R0-c	354
TASCa3-R0-c	395
TASCa4-R0-c	361

Las deflexiones características se muestran en la tabla 2. Estos valores indican que el acartelamiento no modifica sustancialmente el desplazamiento en el cual se presenta el primer agrietamiento diagonal (aproximadamente 6 mm). Solamente el elemento con doce grados de acartelamiento presentó el primer agrietamiento a una demanda de desplazamiento 50% menor que el resto de los elementos. Aunque no se observa una tendencia bien definida en el desplazamiento al cual ocurrió la falla por cortante de las trabes, δ_u , es evidente que salvo los elementos TASCa0-R0-c (prismático) y TASCa4-R0-c (más acartelado), la falla ocurrió en un intervalo de 8 a 9.5 mm. Lo que sí es claro, es que al aumentar el ángulo de acartelamiento, la capacidad final de deformación, δ_{clps} , también aumenta. Este fenómeno se atribuye a la capacidad de las TACR de aceptar un daño mayor al que admiten las trabes de sección constante y distribuirlo en las cartelas. Finalmente, los desplazamientos medidas son comparables a los observados en los ensayos con carga monotónica (Archundia *et al.* 2004, 2005).

Tabla 2. Deflexiones características medidas al centro del claro, mm

Elemento	δ_{agr}	δ_u	δ_{clps}
TASCa0-R0-c	6.06	12.10	18.10
TASCa1-R0-c	6.12	9.48	19.00
TASCa2-R0-c	6.14	8.18	24.30
		(8.88)*	
TASCa3-R0-c	6.10	9.22	30.22
TASCa4-R0-c	3.08	18.14	60.46

* Deflexión pico del semicírculo

Tabla 3. Cortantes característicos medidos en la cartela donde ocurrió la falla, t

Elemento	V_{agr}	V_u	V_{clos}	V_{nTA}^{**}
TASC α 0-R0-c	8.78	12.61	12.06	9.94
TASC α 1-R0-c	4.41	4.41	4.41	8.58
TASC α 2-R0-c	5.97	6.08	4.21	6.69
TASC α 3-R0-c	3.83	3.85	4.37	5.98
TASC α 4-R0-c	1.61	2.76	3.41	4.67

** Tena-Colunga *et al.* (2007)

En la tabla 3 se presentan los cortantes asociados a los tres estados característicos descritos en este trabajo. Los resultados muestran la tendencia que, al aumentar el acartelamiento en las trabes, se reduce el cortante que produce el primer agrietamiento diagonal y falla. Este resultado era de esperarse, ya que al aumentar el acartelamiento se reduce el volumen de concreto, y por ende, la capacidad resistente. Como ya se ha comentado, una vez que ocurrió la falla por cortante se continuó la prueba con la finalidad de observar la capacidad remanente de las trabes. Se observó que al instante de terminar la prueba, la resistencia final fue en el peor de los casos un 70% de V_u (TASC α 2-R0-c). Aunque en las curvas mostradas en la figura 9 se observan resistencias mayores a las señaladas como V_u , éstas no se consideraron como tal, debido a: 1) se presentaron después de la primera grieta diagonal importante (figura 8b), y 2) esas resistencias se asocian a un daño excesivo (figura 8c). El aumento en la capacidad de carga también se asocia a la redistribución del daño en las cartelas, así como al mecanismo predominante de arco (aportado por la geometría de las trabes), que proporciona reservas de resistencia. En Wang y Salmon (2002), se detalla este mecanismo en elementos de sección constante.

Degradación de rigidez

El diseño por estados límite exige utilizar valores adecuados de la rigidez de los elementos estructurales de un edificio de concreto. Por ejemplo, para vigas (prismáticas) las NTCC-04 recomiendan una reducción en las propiedades iniciales del 50% para la revisión del estado límite de falla. La literatura técnica indica que la reducción de rigidez se asocia a varios factores, entre otros: 1) el agrietamiento, 2) fluencia del refuerzo longitudinal, 3) deslizamiento del refuerzo longitudinal y, 4) predominio de los efectos de cortante o *pinching* (Brown y Jirsa 1971, Popov *et al.* 1972, Wight y Sozen 1975, Lee y Watanabe 2003). Debido a la importancia de la rigidez, se estudió este parámetro; para tal efecto se utilizó la “rigidez pico a pico” de cada ciclo completo de carga (figura 10).

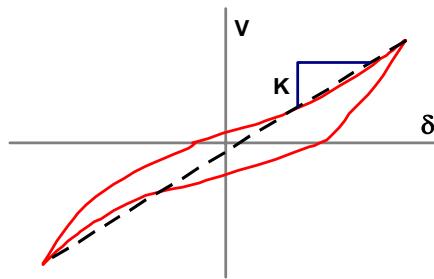


Figura 10. Definición de la rigidez pico a pico

En la figura 11 se compara la rigidez pico a pico normalizada por la rigidez inicial de los ciclos positivos, K_0 , la cual es la rigidez promedio de los ciclos de histéresis hasta el primer agrietamiento

diagonal. Asimismo, en la tabla 4 se resumen los valores de la rigidez normalizada asociada a los estados de primer agrietamiento diagonal, falla y colapso (K_{agr} , K_u y K_{clps}). Como se esperaba, la rigidez inicial tiende a disminuir al aumentar el acartelamiento debido a la menor cantidad de concreto.

Al ocurrir el primer agrietamiento diagonal la degradación de rigidez no fue considerable; de hecho, el elemento que exhibió una mayor degradación fue el TASC α 1-R0-c, que perdió el 15% de su rigidez inicial; como se ha comentado previamente, este elemento presentó una falla prematura y un comportamiento atípico. El resto de los especímenes exhibió aproximadamente una pérdida del 5% de las propiedades iniciales (tabla 4).

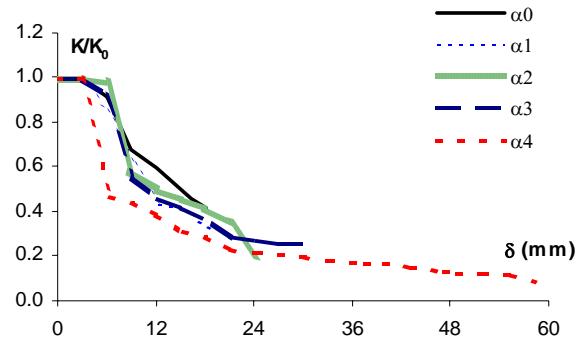


Figura 11. Rigidez pico a pico normalizada

La degradación de rigidez al momento de la falla tiende a aumentar con el aumento del acartelamiento. Son notorios dos casos: 1) de cero a nueve grados de acartelamiento la rigidez remanente es del orden del 60% de la inicial y, 2) en el elemento con doce grados de acartelamiento la degradación de rigidez es mayor, ya que solamente se conserva un 30% de las propiedades elásticas. La degradación de rigidez al primer agrietamiento y falla es comparable a la observada en la rigidez secante de ensayos monotónicos en TACR con y sin estribos (Archundia *et al.* 2005).

Los resultados experimentales muestran una clara correlación entre K_{clps} y el ángulo de acartelamiento, ya que al aumentar este último, la rigidez de colapso disminuye. La rigidez observada en este estado puede ser hasta de una quinta parte de la inicial. Estos valores son un claro indicativo de que las TACR pierden la mayor parte de sus propiedades iniciales toda vez que han disipado una cantidad nada despreciable de energía histerética. Evidentemente, una degradación tan excesiva en la rigidez elástica, es un indicio de que los elementos ya no son reparables desde el punto de vista práctico y económico.

Tabla 4. Rigidez normalizada

Elemento	α	K_0 (t/mm)	K_{agr}/K_0	K_u/K_0	K_{clps}/K_0
TASC α 0-R0-c	0°	1.46	0.92	0.60	0.42
TASC α 1-R0-c	3.07°	0.72	0.85	0.61	0.31
TASC α 2-R0-c	6.12°	0.95	0.98	0.58	0.20
TASC α 3-R0-c	9.13°	0.64	0.92	0.55	0.25
TASC α 4-R0-c	12.10°	0.57	0.98	0.28	0.18

Efecto de la repetición de ciclo en la rigidez

En la figura 12 se muestran la evolución de la rigidez para los ciclos primeros y los de repetición. Aunque ambas respuestas tienen la misma tendencia, es notoria una degradación de la rigidez en los ciclos de repetición, principalmente a partir del primer agrietamiento diagonal. Este fenómeno se asocia con el agrietamiento del concreto, el cual, al no tener una plasticidad perfecta, pierde sus propiedades cuando éste se presenta. Debido a que el nivel de agrietamiento es difícil de cuantificar, se han utilizado otros parámetros para considerar este fenómeno, también conocido como ablandamiento. Dos de los parámetros que se han utilizado para estimar el ablandamiento del concreto son la resistencia a compresión (Nielsen, 1999), y los esfuerzos de tensión perpendiculares a los campos de compresión (Collins *et al.* 1996).

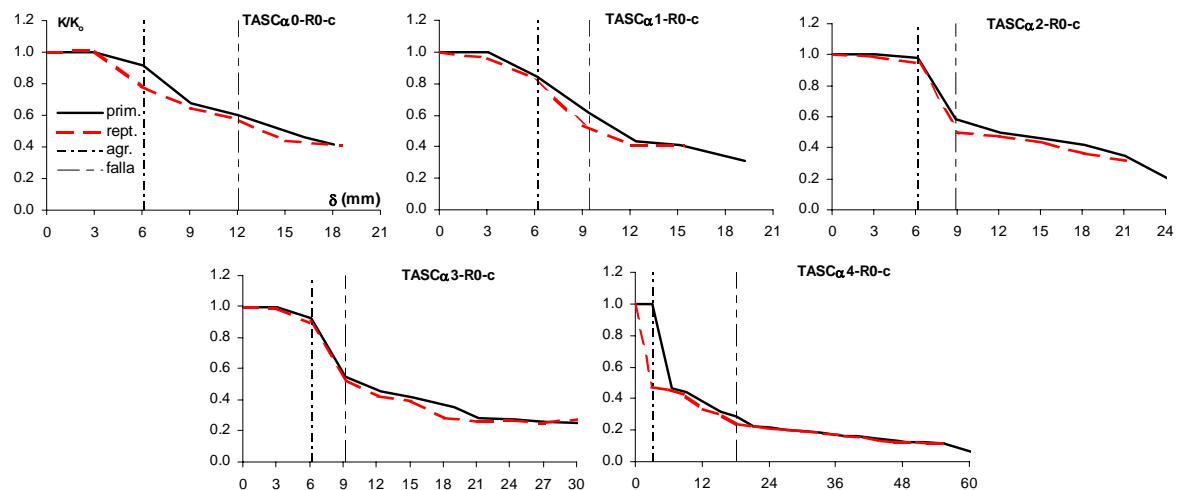


Figura 12. Efecto de la repetición de demandas en la rigidez

Disipación de energía

Debido a que las demandas sísmicas se convierten en demandas de energía en una estructura sismorresistente, es de suma importancia conocer la capacidad energética de los diferentes elementos que la forman. Por definición, la capacidad energética de un elemento estructural sometido a demandas reversibles se cuantifica con el área dentro de cada uno de los lazos de histéresis de la respuesta. En el caso de elementos de sección constante dominados por los efectos del cortante, es bien sabido que la disipación de energía se reduce debido al adelgazamiento de los lazos de histéresis (Brown y Jirsa 1971, Lee y Watanabe 2003).

En la figura 13 se muestra la energía disipada en cada ciclo, E_h , donde se ha separado la respuesta para los ciclos primeros y los de repetición. En la misma figura 13 se observa que, salvo el elemento TASCα0-R0-c (prismático), la energía en los ciclos primeros y de repetición es prácticamente la misma hasta la aparición del primer agrietamiento diagonal, lo que confirma la linealidad de las propiedades hasta este estado. El hecho de que el elemento prismático haya presentado un menor consumo de energía en los ciclos de repetición antes del primer agrietamiento diagonal, coincide con lo observado en la rigidez de ciclo (figura 12). Este resultado podría estar relacionado con una grieta interior y no visible en el desarrollo de la prueba.

Una vez ocurrido el primer agrietamiento diagonal, y hasta poco antes de la falla, la tendencia es que la energía requerida para cumplir la demanda de desplazamiento es mayor en los ciclos primeros que en los ciclos de repetición. Este comportamiento es congruente con el concepto de ablandamiento del concreto, además que también explica lo observado en los experimentos, es decir, que durante los ciclos de repetición no se generara más agrietamiento o se extendiera el ya existente, sino que más bien, solamente se ensancharan las grietas ya formadas. Asimismo, es notorio en algunos elementos, un súbito incremento de energía en el instante en se formó la grieta de falla. El hecho de que una vez ocurrida la falla las TACR admitan más ciclos de histéresis con una considerable capacidad de energía, se debe a la ya comentada manera de distribuir el daño de estos elementos, situación contraria a la del elemento prismático (TASC α 0-R0-c), que fue el que menos ciclos admitió después de presentarse el agrietamiento asociado a la falla.

Aunque los comentarios anteriores son aplicables también al elemento TASC α 4-R0-c, es notable que la diferencia entre la energía desarrollada en los ciclos primeros y los de repetición es mínima, lo que permitió que este elemento exhibiera una extraordinaria capacidad energética total (figura 14).

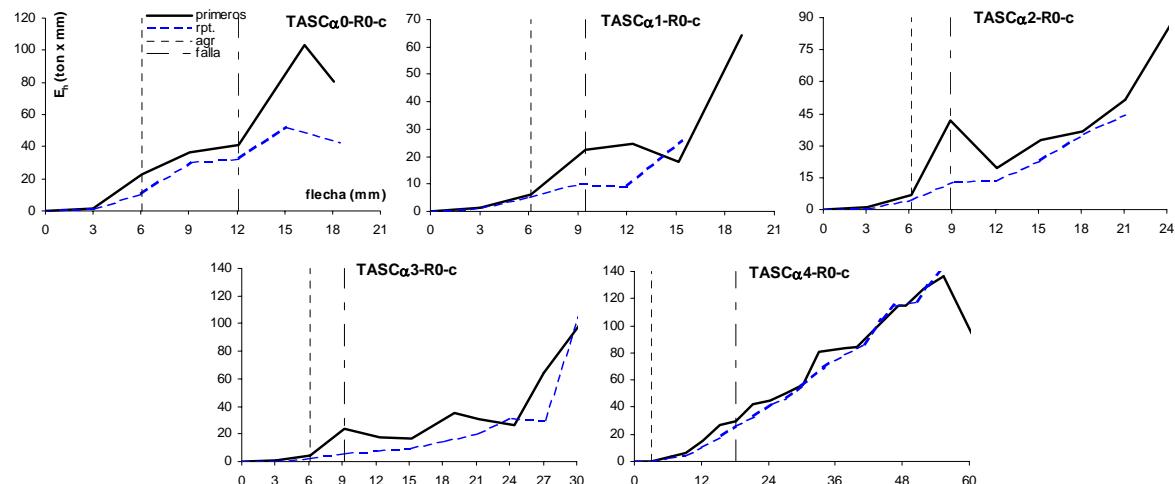


Figura 13. Energía histerética por ciclo, E_h

En la figura 14 se muestra la energía histerética acumulada, E_H , y en la tabla 5 se indican los valores asociados a los estados de primer agrietamiento diagonal, falla y colapso, así como el ciclo en el que se presentaron. En la tabla 5 se nota que las TACR requirieron mucho menos energía que la trabe prismática para presentar el primer agrietamiento diagonal. Para este estado se observa que prácticamente no existió diferencia en los ciclos requeridos para un intervalo de cero a nueve grados de acartelamiento. Al momento de presentarse la falla, los elementos con tres, seis y nueve grados de acartelamiento disiparon menos energía que el elemento prismático, pero sin mostrar una disminución drástica de los ciclos admitidos. Por otra parte, el elemento con mayor acartelamiento disipó al instante de la falla una cantidad de energía comparable con la del elemento prismático, pero aceptando el mayor número de ciclos de todos los elementos.

Al instante del colapso, las trabes con seis y nueve grados de acartelamiento presentaron una disipación de energía comparable a la de la trabe de sección constante. La mayor disipación de energía al colapso se observó en el elemento con mayor acartelamiento, el cual presentó una capacidad energética

total del orden de cinco veces la medida en el elemento prismático. Por otra parte, la falla prematura del elemento TASCa1-R0-c permitió que éste exhibiera la menor capacidad energética de la serie.

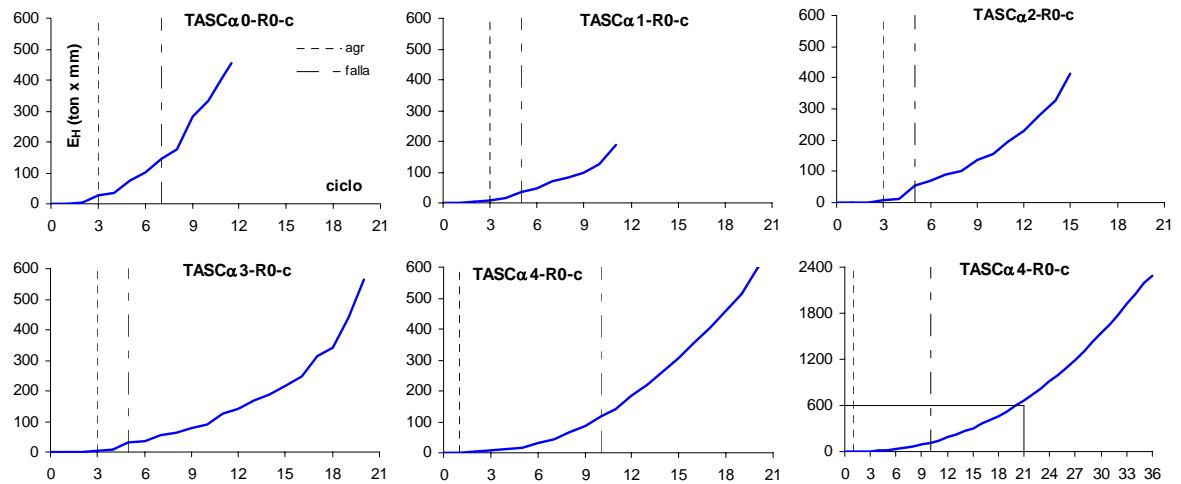


Figura 14. Energía histerética acumulada, E_H

Estas observaciones experimentales son importantes, pues de presentarse una falla frágil por cortante, las TACR permiten acomodar un mayor número de ciclos y desarrollar la capacidad energética de una tráve prismática que tenga un peralte igual al peralte mayor del tramo acartelado, en otras palabras, una tráve que posea mayor volumen de concreto.

Tabla 5. Energía histerética acumulada, t-mm

Elemento	α	Agrietamiento		Falla		Colapso	
		E_H	ciclo	E_H	ciclo	E_H	ciclo
TASCa0-R0-c	0°	26.53	3	144.55	7	455.59	11.5
TASCa1-R0-c	3.07°	8.99	3	36.78	5	189.15	11
TASCa2-R0-c	6.12°	8.66	3	55.37	5	413.88	15
TASCa3-R0-c	9.13°	4.94	3	30.69	5	564.20	20
TASCa4-R0-c	12.10°	0.39	1	116.21	10	2291.85	36

Amortiguamiento viscoso equivalente

El amortiguamiento viscoso es un parámetro que permite simplificar el cálculo de la respuesta dinámica de una estructura. Matemáticamente representa la disminución de la respuesta debido a la incursión en el intervalo inelástico, la cual, en una estructura convencional, se debe fundamentalmente a la histéresis (amortiguamiento histerético). El amortiguamiento viscoso equivalente, ξ_{eq} , es una cantidad artificial que permite simular la disminución de la respuesta de un sistema inelástico en uno elástico equivalente que experimenta la misma deformación máxima y consumo de energía por ciclo. Este parámetro se calcula con las curvas carga-deformación de ensayos reversibles con cargas estáticas (Clough y Penzien 1993, Chopra 1995).

En la figura 15 se muestra el amortiguamiento viscoso equivalente de las tráves ensayadas. Como se ha mostrado con otros parámetros, las gráficas separan la respuesta para los ciclos primeros y de

repetición. Asimismo, y como referencia, se señala cuando $\xi_{eq} = 5\%$, ya que este valor es el que comúnmente se utiliza para el modelado de estructuras de concreto y en la construcción de espectros de respuesta para diseño sísmico.

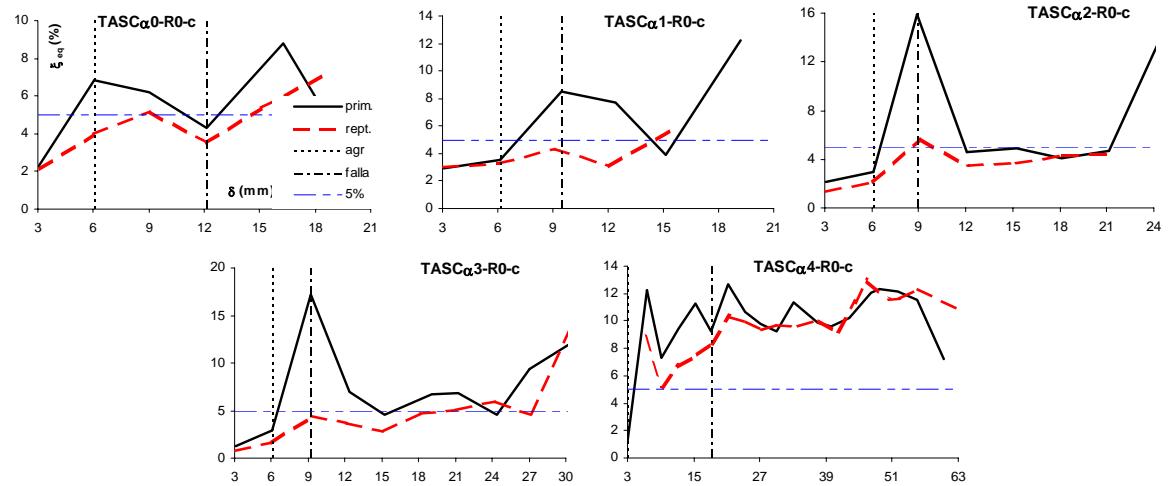


Figura 15. Amortiguamiento viscoso equivalente, ξ_{eq}

De las gráficas de la figura 15 se observa que en los elementos con tres, seis y nueve grados de acartelamiento, el mayor valor del amortiguamiento se presentó en la falla. Para este estado se observa que los valores son superiores al 5% de referencia, pero al continuar la prueba este valor disminuye, y como en el caso de los elementos TASC α 2-R0-c y TASC α 3-R0-c, se estabiliza en valores cercanos al 5%. En el elemento prismático se presentó un mayor amortiguamiento en la aparición del primer agrietamiento y no en la falla, pero, por otro lado, se ve que entre estos dos estados el amortiguamiento en los ciclos de repetición no sigue el patrón de los ciclos primeros, sino que más bien, tiende a incrementarse hasta que decrece un poco antes de la falla. El comportamiento del elemento prismático se complementa con lo observado en la rigidez antes del primer agrietamiento diagonal (figura 12), donde antes del primer agrietamiento diagonal, los ciclos de repetición exhibieron una rigidez considerablemente menor que la de los ciclos primeros. A pesar de lo comentado, se confirmó que un valor de $\xi_{eq} = 5\%$ es adecuado para trabes de sección constante.

Al igual que con otras propiedades comentadas en secciones anteriores, el elemento TASC α 4-R0-c presentó un comportamiento que no sigue las tendencias de los demás elementos provistos con cartelas. Este espécimen presentó un amortiguamiento mayor a la referencia del 5% en prácticamente toda la prueba. Además, las diferencias entre los ciclos primeros y los de repetición son menores a las observadas en los otros elementos, lo que se relaciona con la también poca diferencia de la energía histerética disipada en las repeticiones de la demanda de desplazamiento (figura 13).

EVALUACIÓN DEL DAÑO

Se sabe que la energía histerética disipada, la distorsión máxima, y el número de ciclos admitidos no son, por sí solos, criterios óptimos para evaluar el desempeño y daño en estructuras de concreto reforzado sometidas a demandas reversibles. La literatura técnica ofrece diversos métodos para cualificar y cuantificar el comportamiento y daño de estructuras sometidas a cargas reversibles; con el tiempo estos

esfuerzos se han denominado índices de daño. Una buena guía sobre la evolución y variedad de los índices de daño, se presenta en Williams y Sexsmith (1995).

Índice de daño de Park y Ang

Park y Ang (1985) propusieron un índice de daño, ID_{PA} , que combina linealmente la deformación máxima y energía histerética (ecuación 1). Este índice ha sido el más utilizado para estructuras dúctiles de concreto debido a su simplicidad, además que en su formulación se consideraron diversos tipos de fallas observadas en elementos dúctiles.

$$ID_{PA} = \frac{\delta_M}{\delta_u} + \frac{\beta}{Q_y \delta_u} \int dE \quad (1)$$

En la ecuación 1 los términos δ_M y $\int dE$ son, para cada ciclo de respuesta, la deformación pico y la energía histerética acumulada respectivamente. El término Q_y es la resistencia de fluencia monótonica, la cual se sustituye por la resistencia máxima Q_u , si ésta es menor a Q_y ; δ_u es la deformación máxima monótonica, y el término β es una cantidad positiva que representa el efecto de la carga cíclica en el daño estructural.

El índice está calibrado de tal manera que (Williams y Sexsmith 1995):

$ID_{PA} < 0.1$	Sin daño (agrietamiento pequeño localizado)
$0.1 \leq ID_{PA} < 0.25$	Daño menor (agrietamiento ligero en todo el elemento)
$0.25 \leq ID_{PA} < 0.4$	Daño moderado (agrietamiento severo, desprendimiento localizado)
$0.4 \leq ID_{PA} < 1.0$	Daño severo (aplastamiento del concreto, refuerzo expuesto)
$ID_{PA} \geq 1.0$	Daño total o colapso

En términos generales, cuando $ID_{PA} > 0.4$ se considera que el daño es irreparable (Park *et al.* 1985b, Park *et al.* 1987). Esta clasificación es debatible, y junto con el valor asignado a β representan las mayores controversias en el uso del ID_{PA} (Williams y Sexsmith 1995).

En este trabajo se utilizó el ID_{PA} considerando los parámetros de la respuesta monótonica según lo siguiente:

1. Como las trabes no mostraron fluencia, se utilizó el término Q_u , al cual se le asignó la resistencia a cortante esperada a la falla, V_{nTA} , utilizando las propiedades reales de los materiales (tabla 3).
2. A la deformación última, δ_u , se le asignó el valor de la deformación de colapso, δ_{clps} , de los ensayos monótonicos realizados por Archundia *et al.* (2004).

En el caso de elementos donde se esperan fallas dúctiles, se ha recomendado utilizar un valor de $\beta=0.15$ (por ejemplo, Consenza *et al.* 1993). Este valor ha mostrado buena correspondencia con el daño observado en estructuras tridimensionales sometidas a cargas reversibles (Silva y López 2001). En la situación de estructuras de concreto que presenten una falla frágil, por ejemplo cortante, los autores desconocen una recomendación tan puntual en la asignación del valor de β . Por otra parte, y a partir de un estudio analítico, Consenza *et al.* (2003) sugieren que en elementos donde la falla sea frágil o esté gobernada por el consumo de energía, y no por grandes incursiones en el intervalo plástico, un valor adecuado de β se ubica en el intervalo de 0.6 a 0.8.

Debido a la falta de una recomendación para fallas frágiles, el valor de β se evaluó con la propuesta original de Park y Ang (1985):

$$\beta = \left(-0.447 + 0.073 \frac{l}{d} + 0.24n_0 + 0.314\rho_t \right) \times 0.7^{\rho_w} \quad (2)$$

En la ecuación 2, $\frac{l}{d}$ es la relación entre el claro de cortante y el peralte efectivo, (si $\frac{l}{d} < 1.7$, sustituir por este valor); n_0 la carga axial normalizada, (si $n_0 < 0.2$, sustituir por este valor); ρ_t la cuantía del acero longitudinal a tensión en porcentaje, (si $\rho_t < 0.75\%$, sustituir por este valor), y ρ_w , la cuantía volumétrica en porcentaje.

La aplicabilidad de la ecuación 2 tiene las siguientes limitantes: $1 < \frac{l}{d} < 6.6$; $0.2 < \rho_w < 2.0$; $0.04 < q = \rho_t \frac{f_y}{f'_c} < 0.45$; $0 \leq n_0 < 0.52$, y $165 \text{ kg/cm}^2 < f'_c < 425 \text{ kg/cm}^2$.

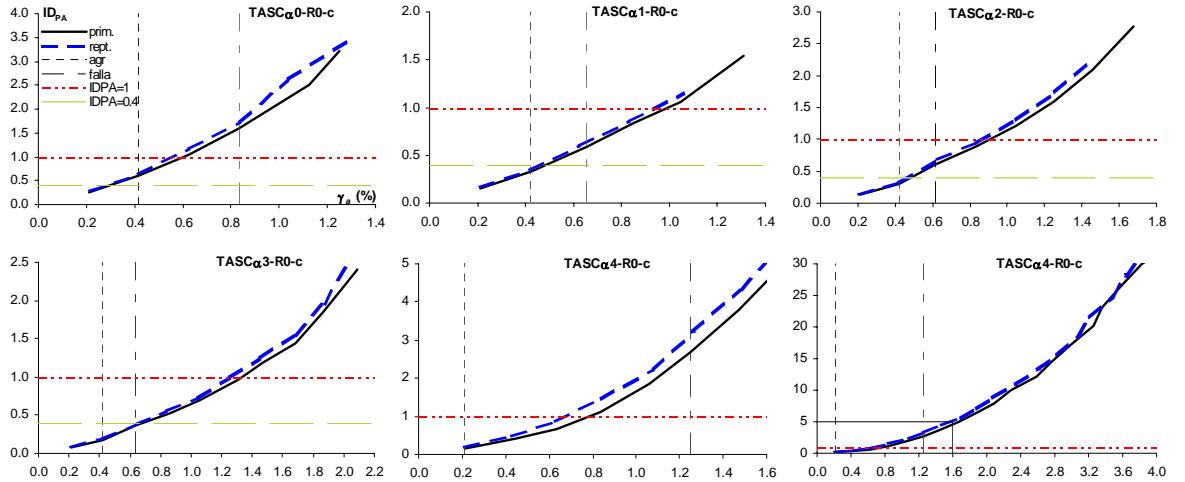
Los valores obtenidos de β se muestran en la tabla 6, donde para todos los elementos $l=108.3 \text{ cm}$ y $\rho_w = 0$. Aunque el utilizar una cuantía volumétrica nula viola uno de los límites de aplicabilidad de la ecuación 2, se debe recordar que ésta es la condición realista de las trabes, además que representa un aumento en el valor de β , lo que incrementa la tasa de crecimiento del ID_{PA} debido al consumo de energía, lo que es congruente con una falla de cortante en elementos de concreto reforzado. En la tabla 6 el valor d_{crit} , es el peralte crítico de las cartelas para evaluar la resistencia a cortante, V_{nTA} (ver Apéndice).

De la tabla 6 se observa que β aumenta con el incremento del acartelamiento, esto principalmente debido al aumento de la cuantía en d_{crit} . Asimismo, es evidente que los valores calculados de β son mayores a 0.15, pero, y a partir de la sugerencia de Consenza y colaboradores, pueden considerarse representativos para cuantificar el daño de una falla por cortante utilizando el ID_{PA} .

En la figura 16 se muestra la evolución de ID_{PA} en la historia de carga y se compara contra la distorsión angular, γ_a , la cual se define con la ecuación 3, donde L es el claro entre apoyos de las trabes ($L=2899 \text{ mm}$), y δ la deflexión medida al centro del claro. Es de llamar la atención que el ID_{PA} en los ciclos de repetición no es considerablemente mayor al de los ciclos primeros; este resultado redondea los resultados comentados con otros parámetros, es decir, que el mayor daño se originó en los ciclos primeros y que en las repeticiones solamente ocurrió un ensanchamiento de las grietas.

Tabla 6. Valores calculados de β

Elemento	α	d_{crit} (cm)	l/d_{crit}	ρ_t (%)	q	β
TASC α 0-R0-c	0°	41	2.64	2.25	0.22	0.50
TASC α 1-R0-c	3.07°	38.61	2.80	2.38	0.24	0.55
TASC α 2-R0-c	6.12°	35.49	3.05	2.59	0.32	0.64
TASC α 3-R0-c	9.13°	31.64	3.42	2.90	0.32	0.76
TASC α 4-R0-c	12.10°	27.08	3.99	3.39	0.41	0.96


 Figura 16. Evolución del ID_{PA}

$$\gamma_a = \frac{2\delta}{L} \quad (3)$$

En la tabla 7 se resumen los valores puntuales del ID_{PA} asociados a los estados del primer agrietamiento diagonal, falla y colapso de los especímenes estudiados. Asimismo, en las figuras 17 a 21 se presentan los croquis de daño para los mismos tres estados característicos con el ancho de grieta máximo medido para cada uno de estos estados.

Al realizar la evaluación del daño con el ID_{PA} , y observando el daño en los elementos para los estados del primer agrietamiento diagonal, falla y colapso de los elementos, es posible realizar algunos comentarios considerando las recomendaciones para reparación de elementos de concreto reforzado (Iglesias *et al.* 1992), y de muros de mampostería que han fallado por cortante (Alcocer 1999).

Tabla 7. Índice de daño en los estados característicos

Elemento	α	ID_{PA}		
		Agr.	Falla	Colapso
TASC α 0-R0-c	0°	0.60	1.59	3.21
TASC α 1-R0-c	3.07°	0.33	0.58	1.54
TASC α 2-R0-c	6.12°	0.33	0.61	2.78
TASC α 3-R0-c	9.13°	0.18	0.36	2.41
TASC α 4-R0-c	12.10°	0.16	2.67	32.97

Primer agrietamiento diagonal

Para este estado, se observó que la extensión del daño fue más grande en los elementos TASC α 0-R0-c y TASC α 4-R0-c que en resto de los especímenes. En general, el ancho de grieta fue típico (0.3-0.5 mm) y atendiendo los demás resultados, los elementos son perfectamente reparables utilizando técnicas de inyección de resina o mortero, o en su defecto encamisado.

Aunque en el elemento prismático se obtuvo un $ID_{PA}=0.6>0.4$, lo que indicaría un daño no reparable, se puede pensar que en fallas a cortante en tráves con nula o poca cuantía de refuerzo transversal, el límite fijado por Park y Ang es conservador. Los elementos acartelados presentaron en algunos casos un ID_{PA} ligeramente inferior a 0.40, lo que es congruente con el daño y las propiedades estructurales medidas para este estado. De la figura 16 y de manera muy generalizada, se puede decir que para tráves con nula o poca cuantía de refuerzo transversal que fallan a cortante, un $ID_{PA}=0.4$ representa el límite para caracterizar el daño del primer agrietamiento diagonal, esto asociado a una distorsión angular del 0.4%.

Falla

El ancho de grieta típico fue de 5 mm a excepción del elemento TASC α 4-R0-c, en el cual se observó un agrietamiento con 10 mm de ancho. En todos los elementos se notó aplastamiento y desprendimiento del concreto, por lo que el daño en este estado se considera como grave.

El elemento prismático prácticamente perdió su capacidad de carga y deformación, por lo que recurrir a la reparación podría ser un criterio temerario. Como el $ID_{PA}=1.59>1$, se acepta el criterio de no reparación de este índice de daño.

A excepción del elemento TASC α 4-R0-c, los elementos acartelados presentaron un ID_{PA} mayor o ligeramente inferior a 0.4 pero menor a la unidad, por lo que la falla por cortante se puede caracterizar dentro de estos límites. El elemento más acartelado (TASC α 4-R0-c), presentó un ID_{PA} mayor a la unidad ($ID_{PA}=2.67$), pero también presentó un ancho de grieta dos veces mayor a los otros elementos. A juzgar por las observaciones hechas a lo largo de este documento sobre las propiedades de las TACR, y a pesar del daño acumulado en este estado, es adecuado, si se acepta como alternativa, realizar la rehabilitación y refuerzo con inyección de resinas o mortero y un encamisado obligatorio.

De la figura 16 e intentando adoptar un criterio de evaluación robusto, parece razonable establecer que la falla por cortante en tráves con poca o nula cuantía de acero transversal se puede asociar a una distorsión del 0.6% relacionada a un $ID_{PA}=1$ para tráves de sección constante y un $ID_{PA}=0.6$ para tráves acarteladas.

Colapso

Al terminar las pruebas, el daño en los elementos era muy severo con ancho de grietas mayores a 7 mm con un desprendimiento excesivo del concreto que expuso al refuerzo longitudinal. Para este estado cualquier intento de reparación es inadecuado desde el punto de vista económico, aunque técnicamente es factible y obtener respuestas favorables (Hernández, 2007).

En el elemento prismático el ID_{PA} creció pero ya no representa nada excepcional en comparación con el asociado a la falla, pues en ese estado se descartó su utilidad estructural.

Respecto a los elementos acartelados, el ID_{PA} superó la unidad, pero atendiendo al comportamiento observado, un ID_{PA} igual a la unidad representa aproximadamente una distorsión del 1%. Para este nivel de distorsión, y a pesar del daño acumulado, las TACR aún no habían perdido su capacidad de carga, deformación ni la de disipar energía, por lo que, y según los resultados presentados en la tabla 7, asignar un $ID_{PA}=2$ para el colapso parece razonable, aunque muy conservador para el elemento más acartelado. Este último elemento presentó un ID_{PA} desproporcionadamente grande en comparación con los demás

Comportamiento cíclico de trabes acarteladas de concreto reforzado sin refuerzo transversal que fallan por cortante

elementos; este hecho se asocia a la mayor capacidad de deformación y de absorción de energía observada.

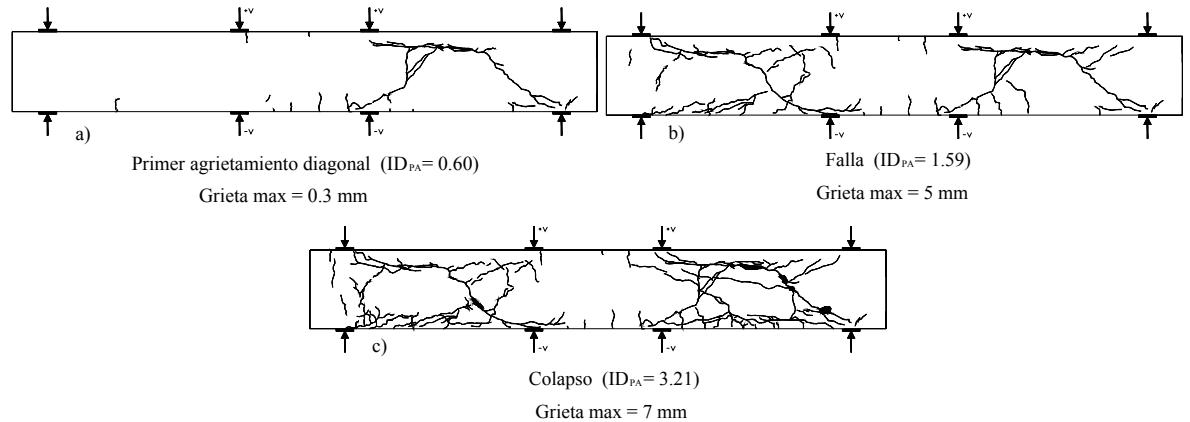


Figura 17. Agrietamiento evolutivo del elemento TASCa0-R0-c

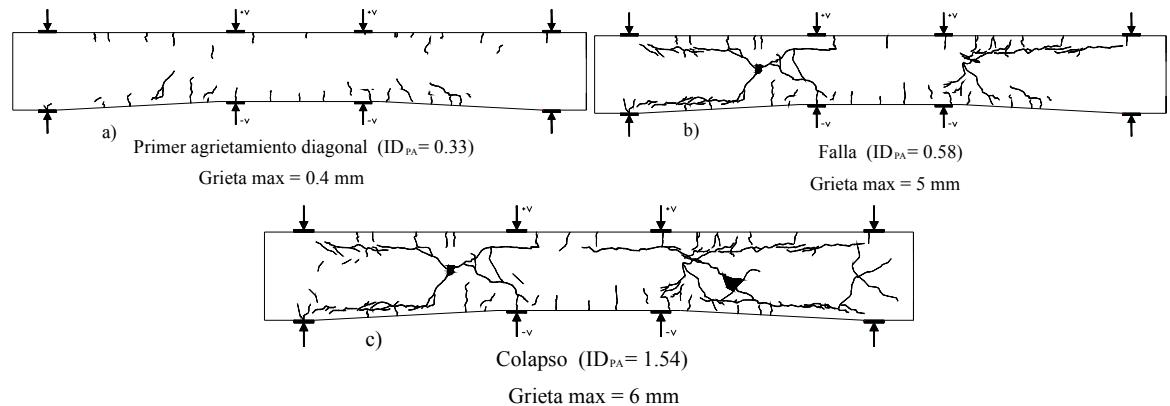


Figura 18. Agrietamiento evolutivo del elemento TASCa1-R0-c

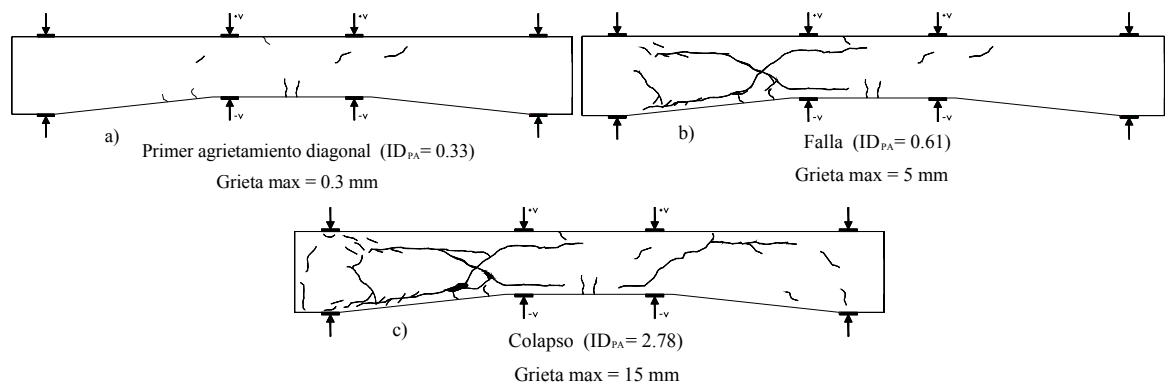


Figura 19. Agrietamiento evolutivo del elemento TASCa2-R0-c

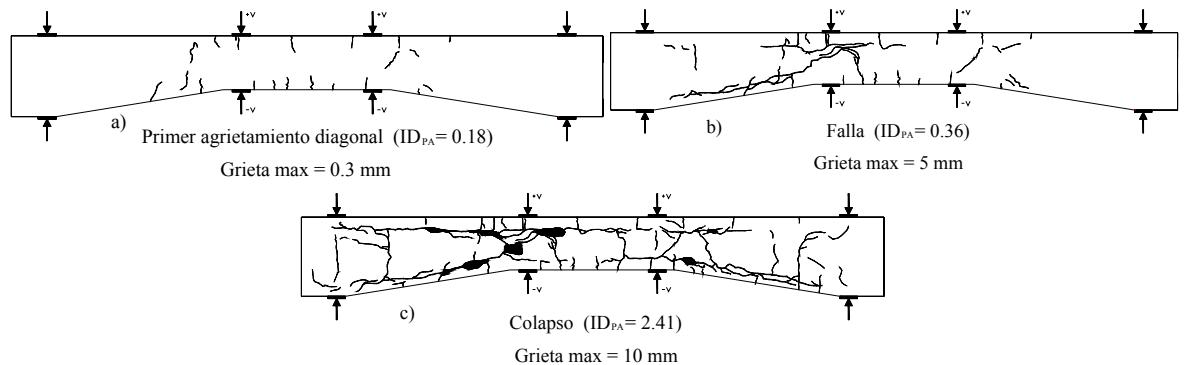


Figura 20. Agrietamiento evolutivo del elemento TASCa3-R0-c

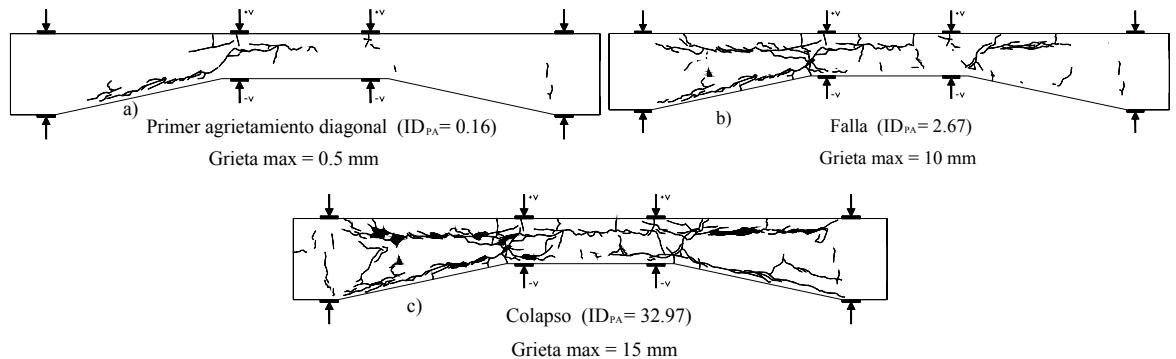


Figura 21. Agrietamiento evolutivo del elemento TASCa4-R0-c

CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

Se presentaron y comentaron los resultados experimentales de cinco tráves acarteladas de concreto reforzado sin refuerzo transversal, diseñadas para fallar a cortante y sometidas a carga cíclica reversible. La geometría de las tráves es típica de lo observado en la práctica mexicana.

Los resultados mostraron que la geometría de las tráves modifica el desempeño estructural en comparación con lo ampliamente observado en elementos de sección constante, en resumen: el aumento del acartelamiento modifica la falla frágil del agrietamiento diagonal, incrementa la capacidad de deformación al colapso, permite acomodar un mayor número de ciclos y por consiguiente se mejora la capacidad de absorber energía.

La resistencia a cortante para estos elementos (contribución del concreto), en la falla, es en promedio un 20% menor a la esperada para carga monotónica, pero esta diferencia disminuye gracias a la reserva que proporciona el mecanismo de falla de las TACR. La disminución de la resistencia, se asocia la degradación del concreto magnificada por las cargas reversibles (Stevens *et al.* 1991).

Los resultados experimentales del elemento con acartelamiento de doce grados, muestran que, a pesar de la gran disipación de energía que mostró, pierde rápidamente sus propiedades iniciales, por lo que, y a falta de mayor evidencia, proponer acartelamientos de hasta nueve grados es lo más recomendable. Para el intervalo de acartelamientos sugerido, es adecuado modelar el estado límite de falla con las recomendaciones de las NTCC-04 para trabes de sección constante, es decir, con el 50% de las propiedades iniciales.

Al emplear el índice de daño de Park y Ang (en su formato original), para calificar el daño en vigas sin refuerzo transversal que presentan falla frágil, se observó que, en términos generales, los límites propuestos para daño reparable y no reparable son adecuados para elementos de sección constante. En el caso de las TACR se recomiendan los siguientes valores: 0.4 para el primer agrietamiento diagonal, 0.6 para la falla por cortante (elemento reparable) y 2 para el colapso (elemento no reparable). Finalmente, se reconoce la necesidad de mayores calibraciones de β para el caso de fallas frágiles.

AGRADECIMIENTOS

Los autores agradecen a la Dirección de Obras del Gobierno del Distrito Federal por su patrocinio parcial; al Téc. Acad. Leopoldo Quiroz, Téc. Rubén Barrera, Sr. José Luis Caballero y Sr. Juan Mateos por su ayuda en la ejecución de los experimentos, y a los ingenieros Artemio Juárez y Víctor Salinas su apoyo en las actividades relacionadas con el laboratorio.

La ejecución de la parte experimental de este trabajo contó con la ayuda de alumnos que cursaron los talleres de Ingeniería Civil en la UAM-A: José Ramón Águila, José Manuel Alonso, Misael Bahena, Arturo de la Cruz, César Carpio, Eder Gudiño, Efraín Joaquín Diego, Gerardo Ibarra, Sergio López, Daniel Miranda, Miguel Ángel Mendoza, Elías Josué Moral, Roberto Moreno, Rosaura Ramírez, y Marco Antonio Rico.

También se agradece a los revisores anónimos sus valiosos comentarios hechos al manuscrito original.

APÉNDICE

En este anexo se muestra la metodología propuesta por Tena-Colunga *et al.* (2007) para calcular la resistencia a cortante de TACR sometidas a carga monotónica. Esta formulación mejora la predicción al comparar con otras propuestas realizadas a partir de evidencia experimental (Debaiky y El-Niema 1982, Stefanou 1983, El-Niema 1988, MacLeod y Houmsi 1994, Archundia *et al.* 2004,2005), o formuladas de consideraciones puramente analíticas (Dilger y Langohr, 1997, Park y Paulay 1997, Nielsen, 1999, Nilson 2004, MacGregor y Wight 2005).

La resistencia nominal a cortante de las TACR, V_{nTA} , es la contribución de concreto, V_c , y la del refuerzo transversal, V_s (ecuación A.1)

$$V_{nTA} = V_c + V_s \quad (\text{A.1})$$

La contribución del concreto se calcula con las ecuaciones A.2 a A.6

$$V_c = V_{pc} - \frac{M_{cr}}{d_{cr}} \tan \alpha \quad (\text{A.2})$$

En la ecuación A.2, α es positivo cuando el peralte crece en la dirección del apoyo, y M_{cr} tiene el signo del momento actuante en el peralte crítico, d_{cr} .

$$V_{pc} = \left(0.5\sqrt{f'_c} + 176\rho_w \frac{V_u d_{cr}}{M_u} \right) b d_{cr} \quad (\text{A.3})$$

Para la ecuación A.3, V_u y M_u son el cortante y momento actuantes en d_{cr} , y ρ_w es la cuantía de refuerzo longitudinal a tensión

$$d_{cr} = d_{min} [1 + 1.35 \tan \alpha] \leq \left[\left(\frac{h_{max} h_{min} - h_{max}^2}{2l_c} + h_{max} \right) - r \right] \quad (\text{A.4})$$

Para vigas sin refuerzo transversal

$$M_{cr} = M_n (1 - 2.5 \tan \alpha) \quad (\text{A.5})$$

Para vigas con refuerzo transversal

$$M_{cr} = M_n (1 - 1.6 \tan \alpha) \quad (\text{A.6})$$

En las ecuaciones A.5 y A.6 M_n es la resistencia nominal a flexión en d_{cr}

La contribución del refuerzo transversal se calcula con la ecuación A.7

$$V_s = \frac{A_v f_{yv} d_{cr}}{s \tan(45 - \alpha)} \quad (\text{A.7})$$

En la ecuación A.7, A_v es el área de las ramas de los estribos separados una distancia, s , y f_{yv} el esfuerzo de fluencia de este refuerzo. El resto de los términos de las ecuaciones A.1 a A.7 ya han sido definidos en el cuerpo principal de este trabajo.

REFERENCIAS Y BIBLIOGRAFÍA

- Alcocer, S (1999), Capítulo 10: Rehabilitación de estructuras de mampostería, *Edificaciones de Mampostería para Vivienda*, Fundación ICA, México.
- Archundia, H I, A Tena y O M González (2005), “Estudio experimental del cortante estático en trabes acarteladas de concreto reforzado”, *Reporte de Investigación No. 453*, Universidad Autónoma Metropolitana Azcapotzalco, México.
- Archundia, H I, A Tena y O M González (2004), “Mecanismos de resistencia y deformación de trabes acarteladas de concreto reforzado diseñadas para fallar a cortante”, *XIV Congreso Nacional de Ingeniería Estructural*, Acapulco, Gro. México, CDROM.

- Brown, R H y O J Jirsa (1971), “Reinforced concrete beams under load reversals”, *ACI Journal*, Vol. 68, No. 5, pp. 380-390.
- Chopra, A K (1995), *Dynamics of structures*, Prentice Hall, EUA.
- Clough, R W y J Penzien (1993), *Dynamics of structures*, 2 ed. edition, McGraw-Hill, EUA.
- Collins, M P, D Mitchell, P Adebar y F J Vecchio (1996), “A general shear design method”, *ACI Structural Journal*, Vol. 93, No. 1, pp 36-45.
- Consenza, E, G Manfredi y R Ramasco (1993), “The use of damage functional in earthquake engineering: A comparison between different methods”, *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, Vol. 22, pp 855-868.
- Debaiky S Y y E I El-Niema (1982), “Behavior and strength of reinforced concrete haunch shear”, *ACI Journal*, Vol. 79, No. 3, pp 184-194.
- Dilger W H y P Langohr (1997), “Shear design of haunched concrete box girders of the Confederation Bridge”, *Canadian Journal of Civil Engineering*, Vol. 24, No. 6, pp 898-907.
- El-Niema, E I (1988), “Investigation of concrete haunched beams under shear”, *ASCE Structural Journal*, Vol. 114, No. 4, pp 917-930.
- Gosain, N K, R H Brown y O J Jirsa (1977), “Shear requirements for load reversals on RC members”, *ASCE Journal of Structural Engineering*, Vol. 103, No. 7, pp 1461-1476.
- Grande, A (2005), “Comportamiento a cortante de trabes acarteladas de concreto reforzado sujetas a cargas cíclicas”, *Proyectos Terminales I y II de Licenciatura*, Universidad Autónoma Metropolitana, México, julio.
- Grande, A, H I Archundia, A Tena y O M González (2005), “Diseño sismo-resistente de trabes acarteladas de concreto (cuarta etapa)”, *Reporte UAM-A/DMAE-2005/01*, Departamento de Materiales, Universidad Autónoma Metropolitana Azcapotzalco, diciembre.
- Hernández, O (2007), “Reparación de trabes acarteladas de concreto reforzado con encamisado de malla electrosoldada y mortero”, *Proyectos terminales I y II de Licenciatura*, Universidad Autónoma Metropolitana, México, abril.
- Iglesias, J, F Robles, J De la Cera y O M González (1992), “Reparación de estructuras de concreto y mampostería”, *Serie Ingeniería Sísmica*, Vol. 1, Universidad Autónoma Metropolitana Azcapotzalco, México.
- Lee, J Y y F Watanabe (2003), “Shear deterioration of reinforced concrete beams subjected to reversed cycling loading”, *ACI Structural Journal*, Vol. 100, No. 4, pp 480-489.
- MacGregor J G y J K Wight (2005), *Reinforced concrete: Mechanics and design*, 4 ed., Pearson-Prentice Hall, EUA.
- MacLeod, I A y A Houmsi (1994), “Shear strength of haunched beams without shear reinforcement”, *ACI Structural Journal*, Vol. 91, No. 1, pp 79-89.
- Nielsen, M P (1999), *Limit analysis and concrete plasticity*, 2 ed., CRC Press LLC, Boca Raton, Florida, EUA.
- NTCC-2004 (2004), “Normas Técnicas Complementarias para Diseño y Construcción de Estructuras de Concreto”, *Gaceta Oficial del Gobierno del Distrito Federal*, octubre.

- Popov, E V, V V Bertero y H Krawinkler (1972), "Cyclic behavior of three R.C. flexural members with high shear", *Reporte de Investigación No. EERC 72-5*, Earthquake Engineering Research Center, Universidad de California, Berkeley, EUA.
- Park R, y T Paulay (1997), *Estructuras de concreto reforzado*, Limusa, México, D.F.
- Park, Y J, A H Ang y Y K Wen (1987), "Damage-limiting aseismic design of buildings", *Earthquake Spectra*, Vol. 3, No. 1, pp 1-26.
- Park, Y J y A H Ang (1985), "Mechanistic seismic damage model for reinforced concrete", *ASCE Journal of Structural Engineering*, Vol. 111, No. 4, pp 722-739.
- Park, Y J y A H Ang (1985b), "Seismic damage analysis of reinforced concrete buildings", *ASCE Journal of Structural Engineering*, Vol. 111, No. 4, pp 740-757.
- Park, Y J, A H Ang, y Y K Wen (1984), "Seismic damage analysis and damage-limiting design of R.C. buildings", *Reporte de Investigación No. 516, Structural Research Series*, Universidad de Illinois, Urbana-Champaign, EUA.
- Silva, H y O López (2001), "Estudio experimental sobre índices de daño en estructuras de concreto reforzado sujetas a cargas laterales", *XIII Congreso Nacional de Ingeniería Sísmica*, Guadalajara, Jal. México, CDROM.
- Stefanou, G D (1983), "Shear resistance for reinforced concrete beams with nonprismatic sections", *Engineering Fracture Mechanics*, Vol. 18, No. 3, pp 643-667.
- Stevens, N J, S M Uzumeri y M P Collins (1991), "Reinforced concrete subjected to reversed cyclic shear-experiments and constitutive model", *ACI Structural Journal*, Vol. 88, No. 2, pp 135-146.
- Tena-Colunga A, H I Archundia-Aranda y O M González-Cuevas (2007), "Behavior of reinforced concrete haunched beams subjected to static shear loading", *Engineering Structures*, doi: 10.1016/j.engstruct.2007.04.017 (en prensa)
- Wang, C K y C G Salmon (2002), *Reinforced concrete design*, 6 ed., John Wiley and Sons, EUA.
- Wight, J K y M A Sozen (1975), "Strength decay of RC columns under shear reversals", *ASCE Journal of Structural Engineering*, Vol. 101, No. 5, pp 1053-1065.
- Williams, M S y R G Sexsmith (1995), "Seismic damage indices for concrete structures: A state-of-the-art review", *Earthquake Spectra*, Vol. 11, No. 2, pp 319-349.