



Revista Mexicana de Ingeniería Química

ISSN: 1665-2738

amidiq@xanum.uam.mx

Universidad Autónoma Metropolitana Unidad

Iztapalapa

México

Jiménez-Islas, H.; González-Calderón, L. M.; Botello-Alvarez, J. E.; Navarrete-Bolaños, J. L.
ESTUDIO NUMERICO DE LA ESTERILIZACION TERMICA DE ALIMENTOS LIQUIDOS
ENLATADOS QUE CONTIENEN PARTICULAS EMPLEANDO EL ENFOQUE DE MEDIO POROSO
Revista Mexicana de Ingeniería Química, vol. 4, núm. 1, 2005, pp. 1-23
Universidad Autónoma Metropolitana Unidad Iztapalapa
Distrito Federal, México

Disponible en: <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=62040102>

- ▶ Cómo citar el artículo
- ▶ Número completo
- ▶ Más información del artículo
- ▶ Página de la revista en redalyc.org

redalyc.org

Sistema de Información Científica

Red de Revistas Científicas de América Latina, el Caribe, España y Portugal
Proyecto académico sin fines de lucro, desarrollado bajo la iniciativa de acceso abierto

**ESTUDIO NUMERICO DE LA ESTERILIZACION TERMICA DE ALIMENTOS
LIQUIDOS ENLATADOS QUE CONTIENEN PARTICULAS EMPLEANDO EL
ENFOQUE DE MEDIO POROSO**

**NUMERICAL STUDY FOR THERMAL STERILIZATION IN CANNED LIQUID FOOD
CONTAINING PARTICLES USING POROUS MEDIA APPROACH**

H. Jiménez-Islas*, L. M. González-Calderón, J. E. Botello-Alvarez y J. L. Navarrete-Bolaños

Departamento de Ingeniería Bioquímica, Instituto Tecnológico de Celaya, Av. Tecnológico y García Cubas s/n, Celaya, Gto. C. P. 38010.

Recibido 14 Junio 2004; Aceptado 3 Enero 2005

Resumen

Se realizó un estudio numérico de la dinámica de calentamiento de alimentos enlatados que contienen partículas sólidas, para analizar el efecto del número de Darcy, aspecto geométrico y propiedades termodinámicas de un alimento sobre la ubicación del punto frío y el tiempo de esterilización requerido. El modelo matemático se desarrolló a partir de la Ley de Darcy con la extensión de Brinkman y el balance de energía para medios multifásicos. Las ecuaciones gobernantes se discretizaron espacialmente usando colocación ortogonal con polinomios de Legendre con mallas de 21x21 a 43x43, mientras que el tiempo fue discretizado usando el método de Euler implícito. El sistema algebraico obtenido se resuelve mediante Relajación no Lineal. Con todo lo anterior, se desarrolló un código en lenguaje FORTRAN 90 que permite calcular la dinámica de calentamiento y posición del punto frío en la esterilización en autoclave estacionaria de alimentos que contienen sólidos en suspensión. Las corridas computacionales se hicieron con datos proximales y termodinámicos de diversos alimentos enlatados como atún en agua, frijoles tipo tradicional y chícharos en salmuera. Se observa que el tiempo requerido para obtener esterilidad comercial es prácticamente el mismo si se considera la viscosidad del líquido intersticial como función de la temperatura o con un valor promedio. Por otro lado, al aumentar el número de Darcy disminuye el tiempo de tratamiento térmico. En el caso de chícharo en salmuera envasado en latas de 300x407, se predice un tiempo de tratamiento de 17 minutos para obtener una esterilidad comercial equivalente de $F_0 = 2.52$ minutos, cuando el vapor de servicio de la autoclave está a 121° C.

Palabras clave: medio poroso, esterilización de alimentos, punto frío, colocación ortogonal.

Abstract

A numerical study was performed about heating dynamic on canned foods that contain solid particles, analyzing the effect of the Darcy number, geometric aspect and thermodynamical properties on the loci of cold spots and the sterilization time required. The mathematical model was developed from the Darcy law using Brinkman extension and an energy balance for the multiphase media. The governing equations were spatially discretized using orthogonal collocation with Legendre polynomials, with mesh 21x21 and 43x43; the time was discretized using and implicit Euler scheme. The resulting set of algebraic equations was solved via nonlinear relaxation. With this information, a computer code was developed using FORTRAN 90, that allows to estimate the dynamic heating and position of cold spots in particulate-food sterilization in still retort. The computer runs were performed with nutritional and thermodynamic data obtained for diverse canned foods as tuna in water; traditionally-baked beans and peas in brine. We observed that the required time for obtaining commercial sterility is practically the same if the viscosity of interstitial fluid is considered as temperature function or it is assumed at constant value. Furthermore, if Darcy number is increased, the required sterilization time decreases. In the case of peas in brine packed in 303x407 cans, a thermal processing time of 17 minutes is predicted for obtaining commercial sterility equivalent to $F_0 = 2.52$ minutes, when the steam in the retort remains at 121° C.

Keywords: porous medium, food sterilization, cold point, orthogonal collocation.

*Autor para la correspondencia: *E-mail: hugo@ite.mx*
Tel. (46) 16117575 Ext. 209

1. Introducción

Para asegurar la esterilidad en la producción de alimentos enlatados, es necesario conocer la dinámica de calentamiento del punto frío de la lata (National Canners Association, 1979; Ghani y col., 1999). Si el tratamiento térmico es excesivo, el alimento pierde valor nutritivo, debido a la disminución de su contenido vitamínico (Mankad y col., 1995; Ghani y col., 2001) y puede adquirir características sensoriales indeseables, tales como aroma y sabor a quemado, además del consiguiente deterioro de proteínas y carbohidratos. En caso contrario, si no se esteriliza adecuadamente el alimento, existe el peligro de que se desarrollen microorganismos anaerobios como *Clostridium botulinum*, productor de la toxina botulínica, que es letal para el ser humano en dosis del orden 10^{-9} g/kg de peso corporal, por lo que el tiempo requerido para la destrucción de este microorganismo generalmente se toma como base en el diseño de procesos térmicos de alimentos de baja acidez (National Canners Association, 1979).

La dinámica del punto frío de la lata, usualmente se determina de manera experimental, colocando termopares en varios sitios cuidadosamente seleccionados del recipiente, posteriormente la lata se somete al tratamiento térmico en autoclave y durante todo el proceso se registra la temperatura contra el tiempo, lo que permite inferir la ubicación del punto frío que es el que va a determinar el tiempo de tratamiento para asegurar la esterilidad comercial (Zechman y Pflug, 1989). En la literatura ya ha sido reportado que la medición con termopares origina distorsión en los perfiles de temperatura (Kumar y col., 1990; Mongkhonsi y col., 1992; Zhang, 2002), ya que esta técnica implica hacer orificios en las latas para colocar los termopares y éstos restringen el libre movimiento del líquido (Ghani y col., 2001), lo que origina una

variación en las lecturas de temperaturas, ya que en el proceso real de esterilización las latas se encuentran totalmente cerradas. También Mongkhonsi y col., (1992) sugieren que la distorsión se origina por la pérdida de calor en la superficie del recipiente debido a la presencia de los termopares, los cuales proporcionan un área de transferencia de calor adicional, ya que tienen el mismo efecto que una aleta de enfriamiento en un intercambiador de calor.

Además, que un fenómeno preponderantemente bidimensional, se convierte en uno tridimensional, haciendo su interpretación más compleja. Zhang (2002), en un estudio experimental con termopares Eklund^{MR}, reporta que su inserción en la lata, tiende a aumentar la tasa de penetración de calor y, por lo tanto, a subestimar los tiempos de tratamiento térmico (5% aproximadamente). La situación anterior causa que se presente incertidumbre sobre la ubicación del punto frío, con el consiguiente riesgo de que el alimento no sea procesado adecuadamente, lo cual es más crítico si se manifiestan mecanismos de convección-conducción.

La convección natural origina que la zona de más lento calentamiento se desplace hacia el fondo de la lata, generalmente sobre el eje axial de la lata (Potter y Hotchkiss, 1999), aunque algunos estudios recientes (Kumar y Bhattacharya, 1991; Ghani y col., 1999; Ghani y col., 2002) demuestran que, en el caso de alimentos líquidos, el punto frío no se mantiene fijo y sigue una trayectoria desde una región localizada entre $0 < r < R$ y $0 < z < L/5$, desplazándose hacia el eje axial y luego hacia el centro de la lata (Jiménez-Islands y col., 2003). Al respecto, se han publicado trabajos sobre la modelación de la dinámica del calentamiento durante la esterilización de alimentos altamente viscosos, utilizando las ecuaciones de momentum y energía propias para un fluido (Datta y Teixeira, 1988; Kumar y col., 1990; Teixeira y col., 1997; Ghani y col., 1999 Ghani y col., 2001; Ghani

y col., 2002; Ghani y col., 2003; Farid y Ghani, 2004), lo que en un momento dado, no podrían aplicarse con precisión para alimentos que contienen partículas en suspensión, que constituyen una parte importante del mercado. Por otro lado, los alimentos, que se consideran sólidos y que, tradicionalmente, han sido modelados con mecanismos puramente conductivos, contienen agua, aceite, salsa, salmuera, entre otros componentes, como fluido intersticial, lo que evidentemente, hace que se presenten mecanismos de convección-conducción. Entonces, es importante conocer la ubicación y trayectoria del punto frío para determinar si un procesamiento térmico es adecuado en función del tiempo equivalente de esterilización F_0 . En la literatura existen algunos reportes sobre la transferencia de calor en alimentos con fase sólido-líquido: Cacace y col., (1994) estimaron la letalidad en alimentos que contienen partículas grandes analizando un cubo de papa que se mantuvo inmóvil en una solución de NaCl, empleando en su modelación el transporte conductivo de calor con resistencia interfacial. Mankad y col. (1995) analizaron un sistema de esterilización continua para alimentos que contienen sólidos en suspensión, reportando que las partículas y el líquido se mueven a diferentes velocidades. Liu y Zuritz (1995) presentan un enfoque Lagrangiano para predecir las trayectorias de las partículas en un sistema de esterilización continua. Estos autores concluyen que las partículas tienen una influencia significativa en el flujo del fluido. Por otra parte, Wang y col. (2000) calculan numéricamente los patrones de velocidad, la distribución de temperaturas y el punto frío de alimentos líquidos que contienen partículas, empleando la suposición de un fluido hipotético con propiedades termodinámicas promedio. Como se puede observar, la modelación de un alimento líquido que contiene sólidos en suspensión, ha sido muy diversa y, en la mayoría de los casos, se requiere conocer el coeficiente de

transferencia de calor entre el sólido y el líquido o monitorear la trayectoria de las partículas, lo cual dificulta su aplicación práctica en el diseño de procesos de esterilización.

Después de conocer la ubicación del punto frío y su dinámica de calentamiento, se calcula la letalidad del proceso con el Método General de Bigelow (Heldman y Lund, 1992) o el de la Fórmula de Ball (National Canners Association, 1979). El primero es la técnica más versátil para calcular procesos térmicos, ya que se aplica a cualquier tipo de situación de procesamiento y hace uso directo de la dinámica de calentamiento en el punto frío de la lata, ya sea que se haya obtenido mediante un análisis de penetración de calor o calculada a partir de simulación numérica.

1.1. El medio poroso

El estudio de los fenómenos de convección natural en medios porosos implica la inclusión de fenómenos de transporte en dos fases. Carbonell y Whitaker (1984) desarrollaron un modelo matemático para el transporte de calor en medios porosos, utilizando el método del Promedio Volumétrico para obtener expresiones para un medio efectivo, es decir, el medio que conjuga tanto el efecto de la fase sólida como la fase constituida por el fluido (Whitaker, 1986, 1999). Dos de las principales ventajas del método del Promedio Volumétrico, aplicadas al problema de transferencia de momento y calor en la esterilización de alimento son que no es necesario conocer los coeficientes locales de transferencia de calor entre el fluido intersticial y las partículas, los cuales son difíciles de medir experimentalmente (Gadonna y col., 1996) y que las Ecs. de transporte resultantes son similares a las empleadas para sistemas homogéneos (Jiménez-Islands, 1999).

Con base en lo anterior, el objetivo del presente trabajo es desarrollar un código computacional para determinar

numéricamente la dinámica y la ubicación del punto frío en las latas, durante su tratamiento térmico en autoclaves estacionarias, para alimentos líquidos que contengan partículas, empleado el enfoque de medio poroso, el cual es aplicable a alimentos que contienen sólidos en suspensión. Este criterio tiene como límite a un fluido si la permeabilidad del medio tiende a infinito, mientras que si la permeabilidad tiende a cero, el medio tendrá un comportamiento termodinámico como sólido (Jiménez-Islands, 1999). Además de obtener la posición y la dinámica de calentamiento del punto frío, el simulador permitirá la estimación de tiempos equivalentes de esterilización (valores F_0) para productos alimenticios enlatados conociendo sus propiedades termodinámicas y las condiciones de operación de la autoclave. Además, se evalúa el efecto de la viscosidad del líquido, el aspecto geométrico de la lata y el número de Darcy sobre la ubicación y valor del punto frío y su correspondiente relación con el tiempo equivalente de proceso térmico.

2. Desarrollo del modelo matemático

En la modelación, se considera una lata individual de radio R y altura L (ver Fig. 1), la cual se encuentra a una temperatura inicial T_0 , la cual contiene un alimento constituido por partículas sólidas y un fluido intersticial. Esta lata se esterilizará en una autoclave estacionaria a una temperatura de operación T_r y con un coeficiente de transferencia de calor por convección h_c . Por otro lado, se considera que las direcciones dominantes de transporte de calor son la radial y la axial. Además, las propiedades termodinámicas se calculan con base en el método reportado por Choi y Okos (1986). Las Ecs. que gobiernan el transporte para un medio bifásico han sido reportadas por Carbonell y Whitaker (1984), quienes utilizaron el Método del Promedio Volumétrico y el concepto de propiedades efectivas para su deducción. Para el caso de

la Ec. de momento se propone utilizar la ley de Darcy (Whitaker, 1986) con la extensión de Brinkman para incluir el efecto del medio poroso con números de Darcy entre $10^{-10} < Da < 10^{-1}$ (Jiménez-Islands y col., 1999). Las principales consideraciones para la modelación fueron:

- Medio efectivo isotrópico, con propiedades termodinámicas constantes, en donde la viscosidad y la densidad corresponden a la del fluido y la conductividad térmica es la efectiva del medio poroso. Además se utilizó la aproximación de Boussinesq que considera a la densidad constante, excepto en el término de fuerzas volumétricas de la ecuación de momento (Nield y Bejan, 1992).
- Se considera que las latas están acomodadas ordenadamente en la canastilla, por lo que el vapor circula libremente entre las latas, lo que origina que todas y cada una de ellas reciban un mismo tratamiento térmico. El efecto del calentamiento inicial de la autoclave no ha sido considerado en la modelación, ya que depende del flujo másico de vapor inyectado, la masa total de latas y las condiciones ambientales de la autoclave; aunque su eventual inclusión sería solamente en la condición de frontera de las latas. El período de estabilización de la autoclave dura entre 5-8 minutos y su aporte térmico en la letalidad del proceso es despreciable (National Canners Association, 1979).
- Es una cavidad con fronteras rígidas e impermeables y, por lo tanto no se presenta deslizamiento. Además, como la conductividad térmica de las latas es del orden de $45 \text{ W/m}^{\circ}\text{C}$, que es mucho mayor que la conductividad térmica de los alimentos y el espesor de la lámina metálica es del orden de 0.8 mm, la resistencia térmica del envase puede despreciarse.
- El fluido intersticial es newtoniano y está en régimen laminar. En este caso se propone analizar el efecto de la viscosidad

como función de la temperatura (Kumar y col., 1990; Ghani y col., 1999).

Al aplicar las Ecs. que gobiernan el transporte para un medio bifásico en coordenadas cilíndricas, seguido de la utilización del rotacional para eliminar el gradiente de presión, la adimensionalización

de parámetros, la utilización posterior del criterio de función corriente ψ para satisfacer la ecuación de continuidad y la definición de vorticidad ω que engloba a $\nabla \times \mathbf{v}$ (Roache, 1972), se obtiene el siguiente modelo matemático (Jiménez-Islas y col., 1999):

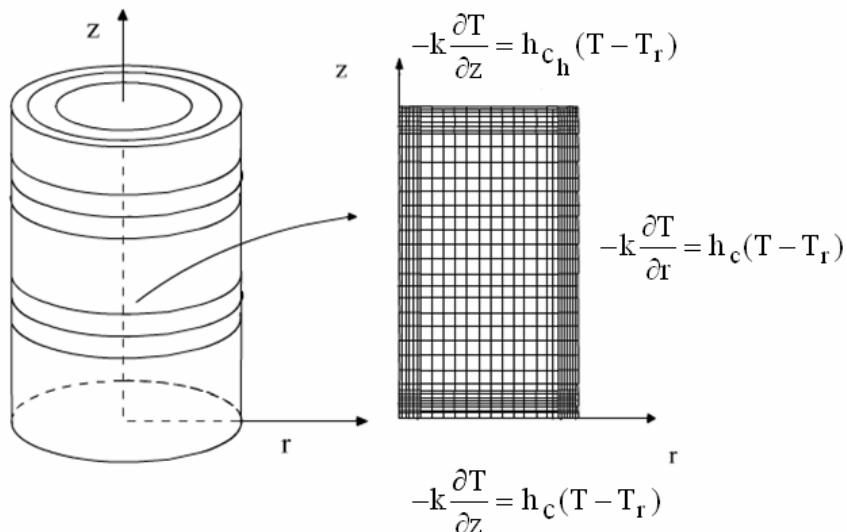


Fig. 1. Sistema geométrico estudiado y su dominio computacional 2-D.

Vorticidad:

$$\omega = \frac{A^2}{\xi} \frac{\partial^2 \psi}{\partial \xi^2} - \frac{A^2}{\xi^2} \frac{\partial \psi}{\partial \xi} + \frac{1}{\xi} \frac{\partial^2 \psi}{\partial \zeta^2} \quad (1)$$

Momentum combinado con extensión de Brinkman:

$$\frac{\partial \omega}{\partial \tau} = -\frac{Pr}{Da} \omega + Pr \left[\frac{\partial^2 \omega}{\partial \xi^2} - \frac{1}{\xi} \frac{\partial \omega}{\partial \xi} + \frac{1}{A^2} \frac{\partial^2 \omega}{\partial \zeta^2} - \frac{\omega}{\xi^2} \right] + Ra Pr A \frac{\partial \theta}{\partial \xi} \quad (2)$$

Energía:

$$\frac{\partial \theta}{\partial \tau} = -\frac{1}{\xi} \frac{\partial \psi}{\partial \zeta} \frac{\partial \theta}{\partial \zeta} + \frac{1}{\xi} \frac{\partial \psi}{\partial \zeta} \frac{\partial \theta}{\partial \xi} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial \xi^2} + \frac{1}{\xi} \frac{\partial \theta}{\partial \xi} + \frac{1}{A^2} \frac{\partial^2 \theta}{\partial \zeta^2} \quad (3)$$

Las velocidades adimensionales U_r y U_z están definidas en términos de la función corriente ψ .

$$U_r = -(1/\xi) \frac{\partial \psi}{\partial \zeta} \quad U_z = (A^2/\xi) \frac{\partial \psi}{\partial \xi}$$

Siendo:

$$\xi = r/R \quad \zeta = z/L \quad \theta = (T - T_o)/(T_r - T_o) \quad \tau = \frac{\alpha t}{R^2}$$

Las condiciones de frontera son:

$$@ \xi = 0 \quad -\partial\theta/\partial\xi = 0 \quad \psi = 0 \quad (4a)$$

$$@ \xi = 1 \quad -\partial\theta/\partial\xi = Bi(\theta-1) \quad \psi = 0 \quad (4b)$$

$$@ \zeta = 0 \quad +\partial\theta/\partial\zeta = BiA(\theta-1) \quad \psi = 0 \quad (4c)$$

$$@ \zeta = 1 \quad -\partial\theta/\partial\zeta = Bi_hA(\theta-1) \quad \psi = 0 \quad (4d)$$

Las condiciones de frontera para la vorticidad se tomaron en función de la aproximación de Wood's (Roache, 1972), mientras que en $\zeta = 1$ se ha tomado en cuenta el efecto del espacio de cabeza de la lata (las latas no se llenan completamente de alimento), que ocasiona una menor transferencia de calor (Kumar y col., 1990).

Condiciones iniciales:

$$@ \tau = 0 \quad \theta = 0 \quad \psi = 0 \quad (5)$$

En el modelo anterior, el número de Rayleigh (Ra) representa la magnitud del efecto convectivo en el transporte de calor, el cual puede tomar valores de hasta 10^{11} , llegando a ser considerado turbulento cuando $Ra > 10^9$. El número de Darcy (Da) representa la resistencia a la convección del medio poroso, puede tomar valores positivos desde cero hasta infinito y, a menor Da, mayor es la resistencia que ofrece la matriz porosa al movimiento del fluido. Cuando $Da < 10^{-8}$ el medio poroso se puede modelar con la ley de Darcy (Jiménez-Islands, 1999), si $10^{-4} > Da > 10^{-8}$, se requiere incluir la extensión de Brinkman (Jiménez-Islands y col., 1999) y si $Da > 10^{-4}$, los efectos inerciales se hacen cada vez mas importantes por lo que se requeriría algún otro modelo como el de Forchheimer. (Nield y Bejan, 1992). Evidentemente, si $Da \rightarrow \infty$, la Ec. de movimiento tiende a la ecuación de Navier-Stokes mientras que el fluido sea newtoniano y se encuentre en régimen laminar.

2.1 Método numérico de solución

El modelo matemático representado por las Ecs. (1) a (5) se resolvió por discretización espacial mediante colocación ortogonal con polinomios de Legendre (Finlayson, 1980). Los nodos de colocación definidos por las raíces de los polinomios seleccionados se concentran en las fronteras, que es donde se espera que se presenten cambios abruptos en los perfiles de temperatura, por lo que se garantiza una buena precisión del método de colocación ortogonal en comparación de otros métodos, como el de diferencias finitas (Finlayson, 1980; Jiménez-Islands y López-Isunza, 1996; Jiménez-Islands, 2001).

Por otro lado, la discretización del tiempo se hizo con diferencias finitas para formar un esquema implícito de integración tipo Euler. El sistema de ecuaciones algebraicas no lineales que se obtiene en cada etapa de integración, se resuelve usando el Método de Relajación no Lineal (Vemuri y Karplus, 1981) representado por la ecuación (6) con una aproximación inicial de $x^0 = [0, 1000, 0.5]^t$ para el inicio de la dinámica, y para las etapas restantes se toma la solución de la etapa $i-1$ como aproximación inicial con un error permitido de 10^{-5} en la convergencia, fijando los valores del factor de relajación λ entre 0.5 y 0.1, dependiendo de la rigidez del problema.

$$x_{i+1} = x_i - \lambda \frac{f}{f'|_{x_i}} \quad (6)$$

Con todo lo anterior, se desarrolló el código computacional denominado LATA-IMP usando lenguaje FORTRAN 90. Los resultados se representaron en términos de patrones de flujo e isotermas cuya precisión se verificó usando mallaos de 15×15 a 50×50 y etapas de integración entre 100 y 3000.

Las simulaciones se efectuaron en una computadora Pentium IV^{MR} a 3.06 GHz y bus de 533 MHz, 1 Gb de memoria RAM con sistema Windows XP^{MR} y compilador Digital Visual Fortran v. 6.6c^{MR}.

2.2 Cálculo del tiempo de tratamiento térmico necesario para la esterilización de alimentos enlatados.

El objetivo del procesamiento térmico en los alimentos enlatados es la eliminación de los microorganismos presentes. *Clostridium botulinum* es el microorganismo principal que se toma como referencia para valorar si un proceso térmico es efectivo. Debido a que la velocidad de muerte térmica de los microorganismos presenta una cinética de primer orden, el tiempo de tratamiento en minutos a una temperatura T, que es preciso aplicar a una población microbiana para destruir el 90% de la misma se conoce como valor D (National Canners Association, 1979). Al intervalo de temperatura en el cual D presenta un cambio de orden 10 en su magnitud, se le representa con la letra Z. El valor experimental de D para *Clostridium botulinum* es de 0.21 minutos a una temperatura de autoclave (T_r) de 121.1 °C (250 °F) y el valor Z correspondiente es de 10 °C (18 °F). El tiempo de proceso térmico necesario para obtener el mismo efecto letal que un proceso térmico en donde el alimento adquiriese instantáneamente la temperatura de la autoclave (usualmente 121.1 °C), está definido por Heldman y Lund, (1992):

$$F_0 = \int_0^t 10^{\frac{(T - T_r)}{Z}} dt \quad (7)$$

En donde F_0 es el tiempo equivalente de un proceso en minutos (conocido también como letalidad acumulada) a la temperatura de autoclave T_r , que produce el mismo grado de esterilización que el proceso considerado a una temperatura T como función del tiempo.

Se considera que un alimento se encuentra estéril cuando la carga microbiana se reduce en un factor de 10^{12} (Potter y Hotchkiss, 1999). Entonces, el valor de F_0 para el cual el tratamiento térmico es adecuado se define como $F_0 = 12D$ como mínimo, aunque existen diferentes valores de F_0 y Z recomendados para cada alimento y para cada microorganismo de interés que dependen de la composición y del pH del alimento (National Canners Association, 1979; Heldman y Lund, 1992; Ghani y col., 1999b).

2.3 Datos experimentales

Para evaluar el código computacional con información real, se seleccionaron tres alimentos enlatados de amplio consumo con diferente concentración de partículas, los cuales fueron: Atún en agua, frijoles enteros en caldillo cocinados de manera tradicional y chicharos en salmuera. Estos productos se adquirieron en una tienda de autoservicio local, seleccionando una marca líder para cada uno. A cada alimento se le determinó dimensiones de la lata, espacio de cabeza, tamaño de partícula, peso neto, peso drenado, peso del líquido intersticial, número de partículas (para el frijol y el chicharo), mientras que la composición proximal se dedujo a partir de la información de la etiqueta. Los datos utilizados en las simulaciones fueron el promedio de tres repeticiones. Además, se midió la viscosidad en el rango de temperaturas entre 20 °C a 90 °C del líquido intersticial para el caso de los frijoles y los chicharos, empleando un reómetro Brookfield Modelo DVIII (Brookfield Engineering Labs, Middleboro, USA). Para el agua, se tomaron datos de viscosidad en función de la temperatura reportados por Bird y col. (2002). Para los tres casos, los datos se ajustaron mediante regresión no lineal a un modelo tipo Arrhenius, que se empleó en las simulaciones de la esterilización para evaluar el efecto de

la viscosidad constante y como función de la temperatura sobre la letalidad del proceso.

Por otro lado, la densidad, calor específico y conductividad térmica del alimento se estimaron con el método reportado por Choi y Okos (1986) a partir de su composición proximal a una temperatura promedio, mientras que la permeabilidad del alimento se estimó a partir del tamaño promedio de partícula, empleando la ecuación reportada por Xiao y Bruce (2001). El coeficiente de transferencia de calor en la pared lateral y fondo de la lata se fijó en un valor de 2000 W/m² °C mientras que en la parte superior de la lata (efecto del espacio de cabeza), se tomó un valor de 60 W/m² °C (Kumar y col., 1990). Con toda la información anterior, se calcularon los números adimensionales Ra_f , Da , Pr , A , Bi y Bi_h que, a su vez, se emplean en el código LATA-IMP para efectuar la simulación numérica, cuyos resultados se graficaron en patrones de flujo e isotermas.

3. Resultados y discusión

Se presentan tres casos de alimentos enlatados que son: atún en agua, frijoles en caldillo y chícharos en salmuera. A medida que aumenta la permeabilidad del medio poroso, se incrementa la dificultad de convergencia y el número de iteraciones requeridas, principalmente en la zona que rodea al punto frío (Ghani y col., 1999), por lo que es necesario fijar un malleo más fino en esta región, lo que se logra con los polinomios de Legendre. En las simulaciones que se presentan se emplearon malleos desde 21x21 a 43x43 puntos de colocación ortogonal. A manera de comparación, Ghani y col. (1999) emplean un malleo no uniforme de 51x69 con el método de volumen finito en la simulación del calentamiento de una solución viscosa de carboximetil celulosa (CMC). En las simulaciones numéricas se observa que el modelo matemático presenta rigidez al principio de la dinámica, ya que es

necesario emplear entre 100 a 1000 etapas de integración para avanzar a $\tau = 0.1$, requiriéndose un mayor número de etapas de integración a medida que se va incrementando el número de Darcy, ya que el producto $Ra_f Da$ está relacionado con la intensidad de los efectos convectivos, lo que produce que se aumente la inestabilidad numérica, que hace que se requiera un malleo más fino (Jiménez-Islands y col., 1999). Ghani y col., (1999) reportan un comportamiento similar en la simulación del calentamiento de carboximetil celulosa (CMC), por lo que efectúan integración implícita escalonada.

Por otro lado, a medida que aumenta Da , el tiempo de esterilización requerido disminuye, debido al incremento de las fuerzas de flotación. En la Fig. 2 se muestran las isotermas adimensionales, en donde se observa que la región fría se va desplazando hacia el extremo inferior de la lata y el valor del punto frío se incrementa también a medida que aumenta el número de Darcy. En alimentos con mayor concentración de sólidos, la región fría se ubica abajo del centro geométrico de la lata y a medida que disminuye la concentración de partículas, la región fría se va desplazando hacia la parte inferior de la lata teniendo como límite la posición observada en el calentamiento de líquidos que es aproximadamente a 1/10 de la altura de la lata (Datta y Teixeira, 1988; Ghani y col., 1999; Ghani y col., 2002). Si la convección natural es importante ($Ra_f Da > 100$, Jiménez-Islands, 1999), la región que contiene al punto frío no se mantiene fija, sino que se origina en la parte inferior de la lata y se va desplazando hacia el eje axial de la lata, y si el calentamiento continúa, esta región se va desplazando hacia el centro geométrico de la lata, a medida que la intensidad de la convección disminuye aunque, en los casos analizados, la esterilidad comercial se alcanza antes de que ocurra este último desplazamiento. Un comportamiento similar en el calentamiento de líquidos

enlatados ha sido reportado por Ghani y col., (1999).

La Fig. 3 muestra el efecto de la viscosidad promedio y de la viscosidad como función de la temperatura sobre las isotermas para una colección de datos típicos de un alimento que origina convección natural en su calentamiento ($Ra = 2.71 \cdot 10^7$, $Da = 2.576 \cdot 10^{-5}$, $Pr = 118.18$, $A = 2.51$, $Bi = 119.67$, $Bi_h = 3.59$), observándose que el efecto es apreciable solamente en la zona en donde se encuentra el punto frío. A tiempos

iguales, se predice una temperatura de punto frío ligeramente mayor ($\approx 2.4\%$) con $\mu = F(T)$, debido a que la viscosidad disminuye con la temperatura en los líquidos, originando que se incremente el efecto convectivo, por lo que la región del punto frío es más definida. Al respecto Ghani y col., (1999) reportan que la velocidad de calentamiento es más rápida cuando la viscosidad se considera como función de la temperatura, observación que concuerda con los resultados de este trabajo.

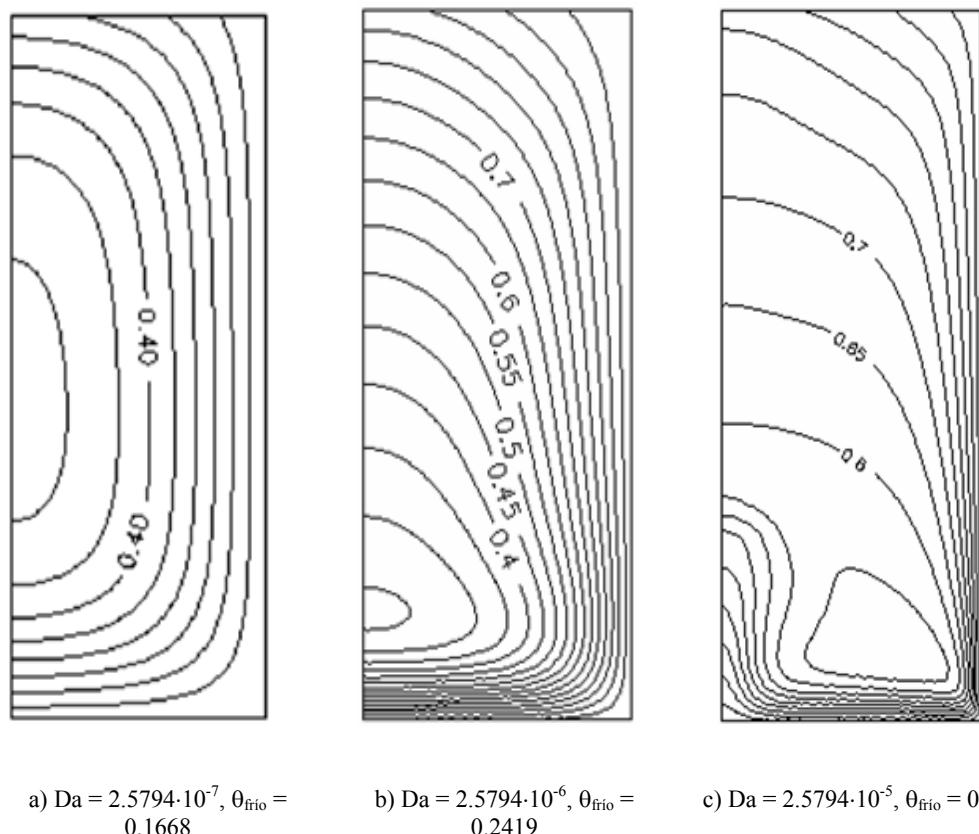


Fig. 2. Efecto del número de Darcy sobre la ubicación y el valor de la temperatura adimensional θ en el punto frío para $Ra_f = 2.76 \cdot 10^7$, $A = 2.5$, $\tau = 0.1$ (14.26 minutos).

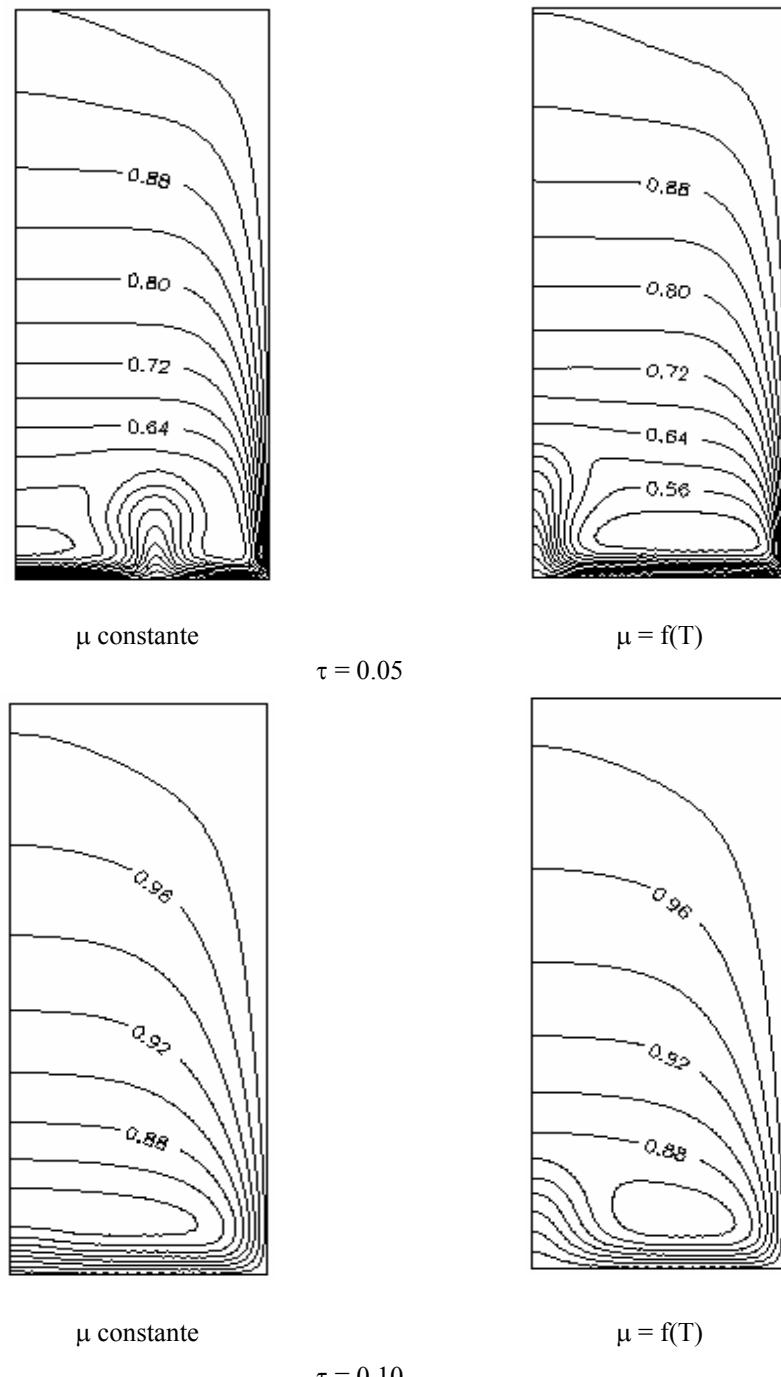


Fig. 3. Efecto de la viscosidad como constante y como función de la temperatura sobre las isoterma adimensionales para $\text{Ra}=2.71 \cdot 10^7$, $\text{Da}=2.576 \cdot 10^5$, $\text{Pr}=118.18$, $A=2.51$, $\text{Bi}=119.67$, $\text{Bi}_h=3.59$.

Tabla 1. Propiedades termodinámicas y cálculo de parámetros en la esterilización de atún en agua.

Parámetro	Valor	Unidad
Temperatura de la retorta	121.1	°C
Temperatura inicial	60.0	°C
Radio de la lata	0.042	M
Altura de la lata	0.035	M
Peso neto	0.174	kg
Peso drenado	0.130	kg
Diámetro promedio de partícula	0.001	m
Volumen efectivo de la lata	0.000144	m ³
Densidad de las partículas	1073.74741	kg/m ³
Volumen de las partículas	0.00012	m ³
Porosidad	0.15973	
Aspecto Geométrico	0.61905	m/m
Permeabilidad K	3.20656·10 ⁻¹¹	m ²
Temperatura promedio	90.55	°C
Calor específico efectivo	3578.83184	J/kg °C
Conductividad térmica efectiva	0.55625	J/m s °C
Densidad efectiva	1030.00830	kg/m ³
α del medio poroso	1.50899·10 ⁻⁷	m ² /s
Número de Prandtl (Pr)	1.75735	
Número de Darcy (Da)	1.81778·10 ⁻⁸	
Número de Rayleigh del fluido	3.05130·10 ⁹	
Número de Biot general	151.01203	
Número de Biot en espacio de cabeza	4.53036	
Equivalencia de 0.1τ	19.48326	minutos

3.1 Simulación de la esterilización de atún en agua enlatado

En la Tabla 1 se presentan los principales datos termodinámicos para atún en agua envasado en latas de 309x107 con un espacio de cabeza de 5 mm. La composición proximal del alimento es: Agua, 70.2%; proteína, 25.0 %; grasa, 4.2 %; carbohidratos, 0.0 %; fibra, 0.0 %; cenizas, 0.6 %. La temperatura inicial del producto es de 60 °C, la temperatura de la retorta es de 121.1 °C, El

modelo de la viscosidad del agua en función de la temperatura es:

$$\mu = 9.905 \times 10^{-4} \exp \left[\frac{17001.3475}{R(T + 273.15)} \right] \quad (8)$$

En donde μ es la viscosidad del agua en cp, $R = 8.3184 \text{ kJ kg mol}^{-1} \text{ K}^{-1}$ y T es la temperatura en °C. La malla empleada fue de 21x21 puntos de colocación ortogonal y se hizo una integración implícita desde $\tau = 0$ a $\tau = 0.5$, empleando 100 etapas. El sistema de 1587 Ecs. no lineales se resolvió con

relajación no lineal (Vemuri y Karplus, 1981) con un factor de relajación $\lambda = 0.5$. El tiempo de CPU fue de 1306.16 s. El punto frío se forma ligeramente abajo del centro geométrico de la lata, debido a que el mecanismo dominante de transporte de calor es el conductivo, ya que el número de Rayleigh para el medio poroso $Ra_f Da = 55.46 < 100$ (Jiménez-Islas, 1999) y a la mayor resistencia a la transferencia de calor que se tiene en el espacio de cabeza de la lata.

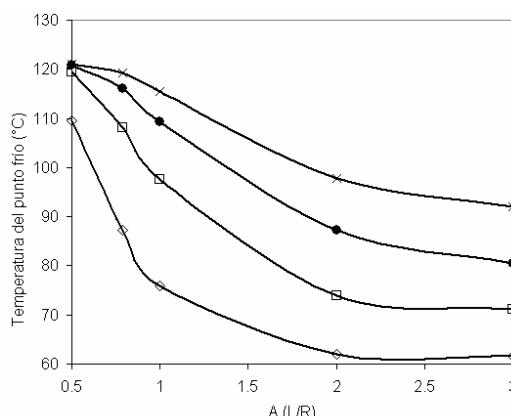


Fig. 4. Efecto del aspecto geométrico en la dinámica de calentamiento del punto frío en la esterilización de atún enlatado para a) $\tau = 0.052$ (Δ), b) $\tau = 0.104$ (\square), c) $\tau = 0.152$ (\bullet), d) $\tau = 0.200$ (\times).

La Fig. 4 muestra el efecto del aspecto geométrico A sobre la temperatura del punto frío, en donde se observa que al incrementar A , la temperatura del punto frío disminuye asintóticamente, alcanzando un valor límite cuando $A \geq 2.5$, debido a que la mayor distancia que recorre el flux axial de calor desde las tapas de la lata hacia su centro, se compensa con la mayor área expuesta a la transferencia de calor. Con relación a la dinámica de calentamiento, el efecto de la viscosidad como función de la temperatura con respecto a la viscosidad constante es casi imperceptible en las isoterma. Al respecto, Lucatero-Chávez (2000) estudió la dinámica de esterilización de atún, tomando en cuenta

la funcionalidad de la temperatura sobre la densidad, calor específico y conductividad térmica, empleando un modelo de transporte conductivo en un sólido, comparándola con la dinámica obtenida con propiedades termodinámicas evaluadas a una temperatura promedio. El autor concluye que, aunque las isoterma de la dinámica de calentamiento, son ligeramente diferentes entre si, la letalidad acumulada del proceso calculada en el punto frío, prácticamente es la misma en ambos casos. La Fig. 5 muestra el tiempo equivalente de esterilización (F_0) en función de la temperatura del punto frío, en donde se observa que el efecto de la viscosidad como función de la temperatura no es significativo.

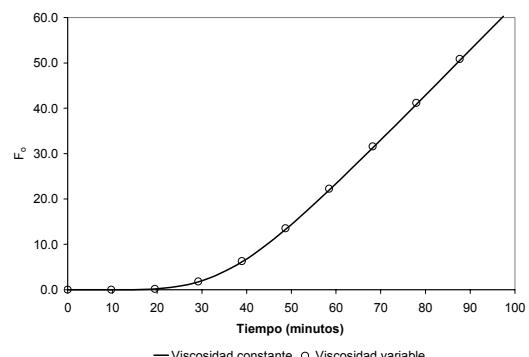


Fig. 5. Efecto de la viscosidad sobre el tiempo de proceso equivalente en el punto frío del atún enlatado.

Si se diseña el proceso de esterilización del atún enlatado tomando como criterio el valor recomendado de $F_0 \geq 5$ minutos para *Clostridium botulinum* (López-Chaverri, 1999), el atún debe permanecer en la autoclave durante 37 minutos. A manera de comparación, López-Chaverri (1999) reporta un tiempo de 40 minutos para atún en agua envasado en latas de 66 mm de diámetro y 40 mm de altura, el cual está en concordancia con el valor estimado numéricamente, teniendo en cuenta la diferencia de tamaño en las latas.

Tabla 2. Propiedades termodinámicas y cálculo de parámetros en la esterilización de frijol cocinado de manera tradicional.

Parámetro	Valor	Unidad
Temperatura de la retorta	121.1	°C
Temperatura inicial	65.5	°C
Radio de la lata	0.04	m
Altura de la lata	0.104	m
Peso neto	0.560	kg
Peso drenado	0.305	kg
Aceleración de la gravedad (g)	9.810	m/s ²
Diámetro promedio de partícula	0.0108	m
Volumen efectivo de la lata	0.00049	m ³
Densidad de las partículas	1009.67760	kg/m ³
Volumen de las partículas	0.000302	m ³
Porosidad	0.38045	
Aspecto Geométrico	2.425	m/m
Permeabilidad K	9.28339·10 ⁻⁸	m ²
Temperatura promedio	93.3	°C
Calor específico efectivo	3800.03792	J/kg °C
Conductividad térmica efectiva	0.62327	J/m s °C
Densidad efectiva	1148.54083	kg/m ³
α del medio poroso	1.60678·10 ⁻⁷	m ² /s
Número de Prandtl (Pr)	164.79590	
Número de Darcy (Da)	5.80212·10 ⁻⁵	
Número de Rayleigh del fluido	2.23899·10 ⁷	
Número de Biot general	151.01203	
Número de Biot en espacio de cabeza	4.53036	
Equivalencia de 0.1 τ	16.59634	minutos

3.2 Dinámica de la esterilización de frijol enlatado

En la Tabla 2 se presentan los principales datos termodinámicos para frijoles en caldillo envasado en latas de 303x407 con un espacio de cabeza de 7 mm. La composición proximal del alimento es: Agua, 82.692 %; proteína, 3.846 %; grasa, 1.154 %; carbohidratos, 11.538 %; fibra, 0.769 %; cenizas, 0.004 %. La temperatura

inicial del producto es de 65.5 °C, la temperatura de la retorta es de 121.1 °C.

El modelo de la viscosidad del caldo de frijol en función de la temperatura es:

$$\mu = 0.43206 \exp \left[\frac{12467.4837}{R(T + 273.15)} \right] \quad (9)$$

En donde μ es la viscosidad del caldo en cp, $R = 8.3184 \text{ kJ kg mol}^{-1} \text{ K}^{-1}$ y T es la temperatura en °C. En este caso, la malla

empleada fue de 35x35 y se hizo una integración implícita en dos fases, ya que el sistema comienza a tener rigidez ($Ra_fDa = 1299.08$). La primera se hizo desde $\tau = 0$ a $\tau = 0.1$ empleando 1000 etapas y la segunda fase se hizo de $\tau = 0.1$ a $\tau = 0.5$ empleando 100 etapas. El sistema de 4107 ecuaciones no lineales se resolvió con relajación no lineal con $\lambda = 0.1$ para la primera fase y $\lambda = 0.5$ en la segunda. El tiempo total de CPU fue de 13.01 h.

La Fig. 6 presenta la dinámica de los patrones de flujo, en donde el signo negativo de la función corriente indica que el sentido del flujo es contrario al de las manecillas del reloj. Las fuerzas de flotación originadas por el gradiente de temperatura entre la pared y el centro de la lata producen un flujo ascendente cerca de la pared lateral, el cual se enfriá en la parte superior formando la recirculación principal de líquido. A tiempos pequeños se presentan flujos secundarios en la parte inferior de la lata con sentido contrario, debido al elevado gradiente de temperatura que se presenta en esta región. A medida que avanza el tiempo, la intensidad del flujo va disminuyendo, tendiendo a formar un flujo unicelular cada vez más lento. El comportamiento multicelular al inicio de la dinámica también es observado por Datta y Teixeira (1988) con un líquido modelo y por Ghani y col. (1999) en la simulación numérica del calentamiento de CMC y de agua. Por lo tanto, cabría esperar que se manifieste un comportamiento de flujo en el medio poroso similar al de medios líquidos, solamente con menor intensidad, dependiendo de la permeabilidad del medio.

La Fig. 7 muestra la evolución de las isotermas calculadas con viscosidad promedio, en donde se aprecia que, a tiempos pequeños, una distorsión apreciable en la zona en donde se localiza el punto frío, inducido por el gradiente elevado de temperatura existente entre esta región y la

superficie situada en $z = 0$, lo cual produce el flujo multicelular mencionado previamente (Jiménez-Islands y col., 1999). Este fenómeno produce inestabilidad numérica, debido a que, inicialmente la lata se encuentra a una temperatura constante y cuando se inicia el calentamiento, la transferencia de calor cambia abruptamente de régimen conductivo a convectivo, por lo que se requiere un malla fino en esta región para su modelación, lo que se consigue con el incremento de puntos de colocación ortogonal con polinomios de Legendre y etapas de integración más pequeñas (Ghani y col., 1999). A medida que continúa el calentamiento, la región más fría se va definiendo, tomando una forma pseudo-toroidal, la cual se va desplazando hacia el eje axial de la lata a aproximadamente a un 10-15 % de la altura del envase y, posteriormente hacia el centro geométrico de la misma. Este movimiento característico de la región más fría también es reportado por Zechman y Pflug (1989), mientras que Datta y Teixeira (1988) reportan una ubicación de esta región ligeramente más alta (15 % a partir del fondo). Estas observaciones tienen concordancia con los resultados de este trabajo y con los reportes de Kumar y Bhattacharya (1991).

En la Fig. 8 se muestra la dinámica de calentamiento del punto frío y el tiempo de esterilización equivalente o letalidad acumulada para el fríjol enlatado considerando viscosidad promedio. Si se determina un tiempo de esterilización equivalente a 12 valores D ($F_0 = 2.52$ minutos para *C. botulinum*), se requiere que las latas estén en la autoclave durante 19 minutos. También en este caso, el efecto de la viscosidad $\mu = f(T)$ sobre la letalidad del proceso es despreciable.

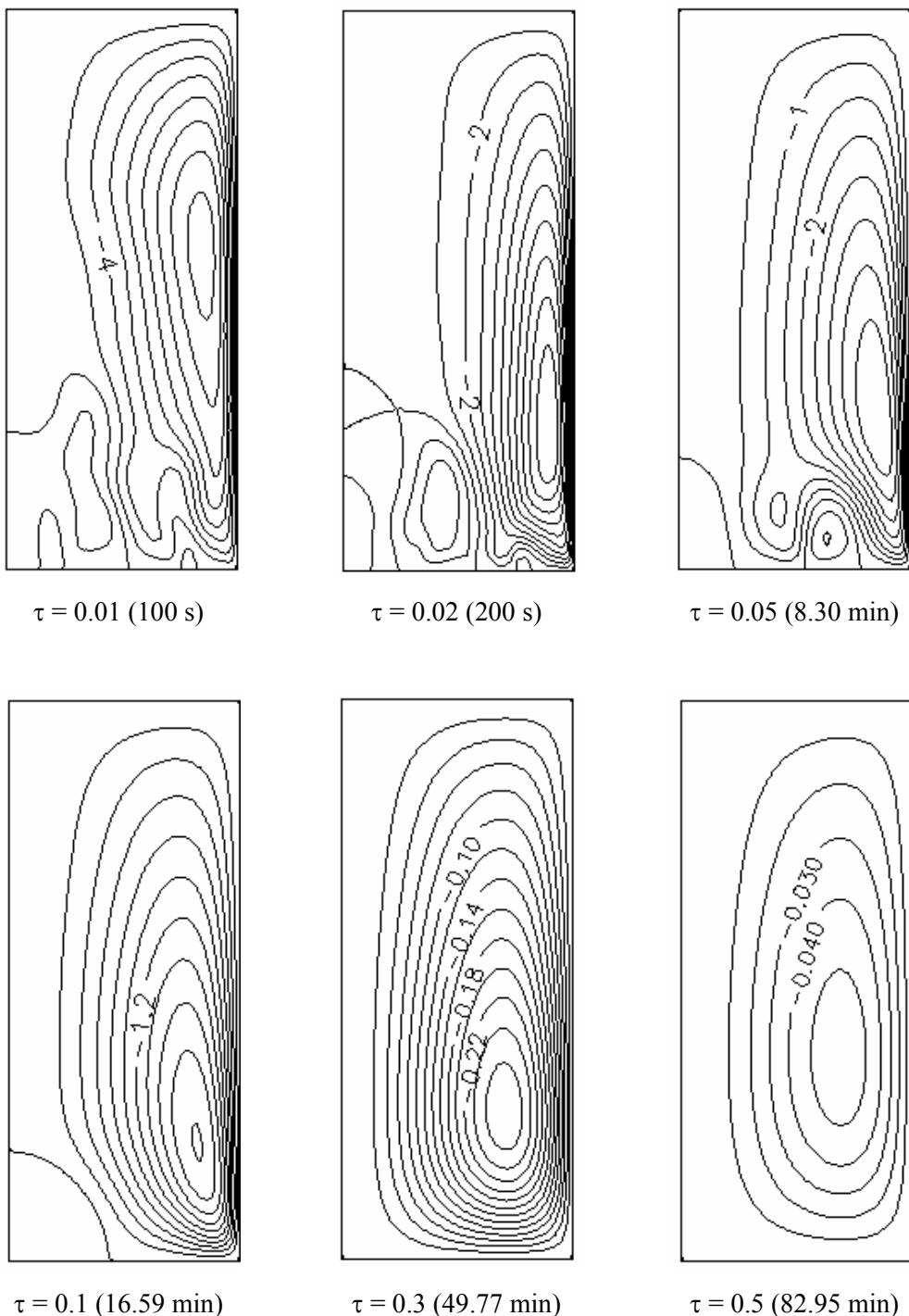


Fig. 6 Patrones de flujo adimensional en el fríjol enlatado para viscosidad constante

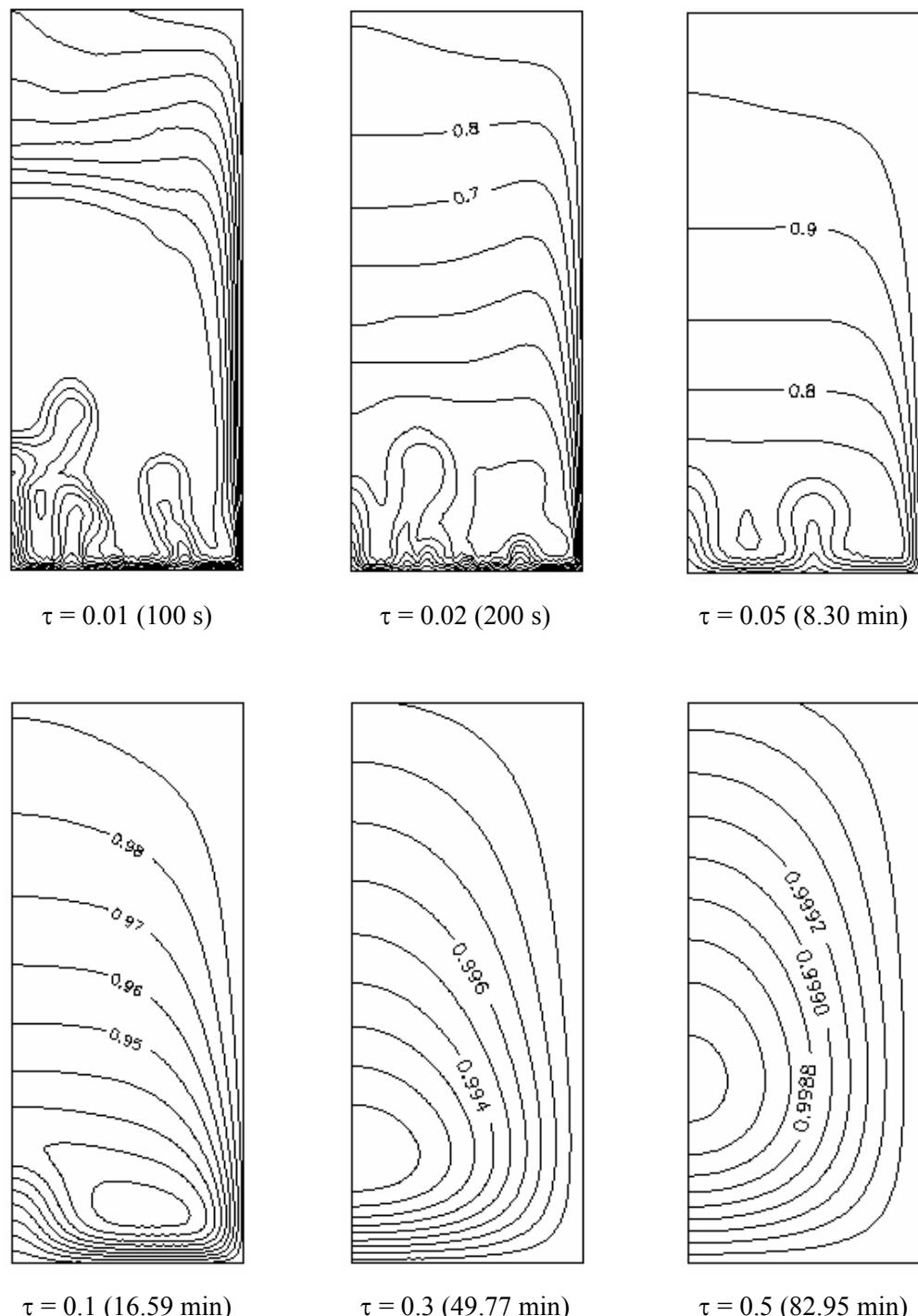


Fig. 7. Dinámica de las isotermas adimensionales en el fríjol enlatado para viscosidad constante

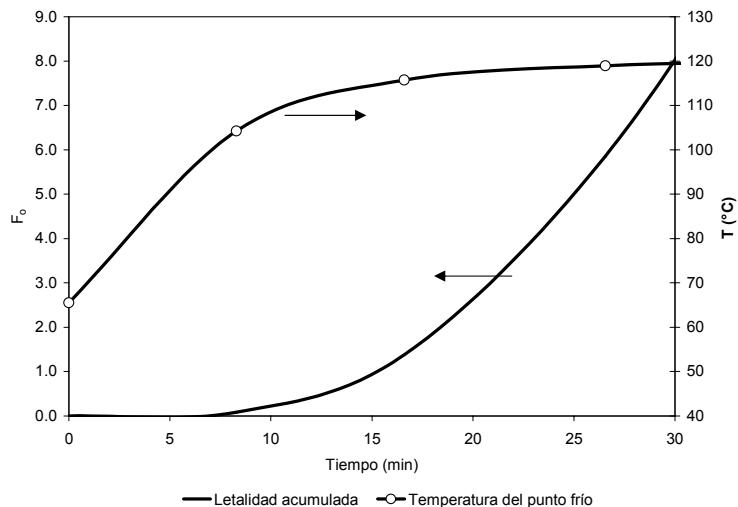


Fig. 8. Temperatura adimensional del punto frío y tiempo de proceso equivalente en el frijol tradicional envasado en latas de 303x409.

3.3 Dinámica de calentamiento de la esterilización del chícharo en salmuera.

En la Tabla 3 se presentan los principales datos termodinámicos para chícharos en salmuera envasados en latas de 300x407 con un espacio de cabeza de 7 mm. La composición proximal del alimento es: Agua, 79.885 %; proteína, 5.130 %; grasa, 0.270 %; carbohidratos, 12.150 %; fibra, 2.025 %; cenizas, 0.540 %. La temperatura inicial del producto es de 65.5 °C, la temperatura de la autoclave es de 121.1 °C, el coeficiente de transferencia de calor en las paredes es de 2000 W/m² °C y en el espacio de cabeza es de 60 W/m² °C (Kumar y col., 1990). El modelo de la viscosidad de la salmuera del chícharo en función de la temperatura es:

$$\mu = 1.15969 \exp \left[\frac{8552.9919}{R(T + 273.15)} \right] \quad (10)$$

En donde μ es la viscosidad de la salmuera en cp, $R = 8.3184 \text{ kJ kg mol}^{-1} \text{ K}^{-1}$ y T es la temperatura en °C. En este caso se requirió una malla de 43x43 puntos de

colocación, debido a que $R_a \Delta t = 1975$ por lo que los efectos convectivos son más intensos que en los dos casos anteriores; además de que la integración implícita se hizo en tres fases, ya que el sistema presenta una elevada rigidez. La fase inicial se hizo desde $\tau = 0$ a $\tau = 0.01$ empleando 200 etapas; la segunda fase se hizo de $\tau = 0.01$ a $\tau = 0.03$ empleando 600 etapas y la última fase se hizo desde $\tau = 0.03$ a $\tau = 0.3$ empleando 900 etapas. El sistema de 6075 Ecs. no lineales se resolvió con relajación no lineal con $\lambda = 0.1$ para la primera y segunda fases y $\lambda = 0.5$ en la última. El tiempo total de CPU fue de 28.36 h. A manera de comparación aproximada, Ghani y col., (1999) reportan un tiempo de CPU (UNIX IBM RS6000) del orden de 63 horas en la simulación de la dinámica de calentamiento de la solución de CMC, lo da una idea del fenómeno altamente no lineal de la convección natural. Una forma de subsanar este inconveniente ha sido propuesta por Farid y Ghani (2004), quienes desarrollan una correlación para predecir el punto frío para alimentos líquidos a partir de los resultados numéricos.

Tabla 3. Propiedades termodinámicas y cálculo de parámetros en la esterilización de chícharos en salmuera.

Parámetro	Valor	Unidad
Temperatura de la retorta	121.1	°C
Temperatura inicial	65.5	°C
Radio de la lata	0.038	m
Altura de la lata	0.1016	m
Peso neto	0.490	kg
Peso drenado	0.266	kg
Diámetro promedio de partícula	0.009	m
Volumen efectivo de la lata	0.000425	m ³
Densidad de las partículas	1071.9338	kg/m ³
Volumen de las partículas	0.000248	m ³
Porosidad	0.415586	
Aspecto Geométrico	2.4632	m/m
Permeabilidad K	9.4569·10 ⁻⁸	m ²
Temperatura promedio	93.3	°C
Calor específico efectivo	3823.304	J/kg °C
Conductividad térmica efectiva	0.6344	J/m s °C
Densidad efectiva	1153.9929	kg/m ³
α del medio poroso	1.6218·10 ⁻⁷	m ² /s
Número de Prandtl (Pr)	102.4927	
Número de Darcy (Da)	6.51916·10 ⁻⁵	
Número de Rayleigh del fluido	3.02954·10 ⁷	
Número de Biot general	119.79727	
Número de Biot en espacio de cabeza	3.5939	
Equivalecia de 0.1 τ	14.8392	minutos

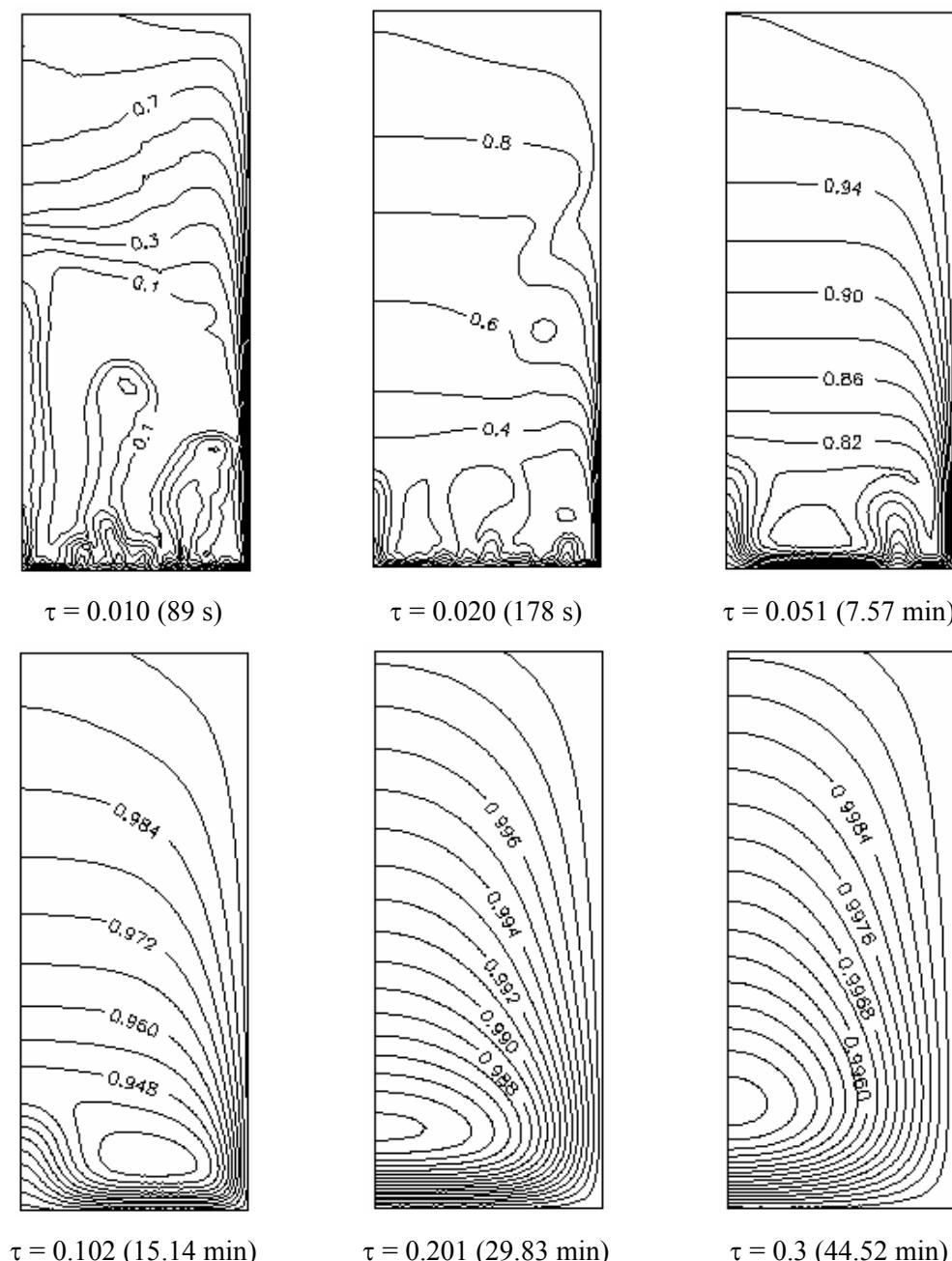


Fig. 9. Dinámica de las isotermas adimensionales para el chicharo en salmuera envasado en latas de 300x407 para viscosidad constante.

La Fig. 9 presenta la dinámica del calentamiento de la lata, en donde se observa que a tiempos pequeños se manifiesta una intensa perturbación en las isotermas en la zona del punto frío, debido al flujo multicelular que se presenta. A medida que la lata se calienta, los gradientes de temperatura van siendo menores y a partir de los 8 minutos de calentamiento, la zona del punto frío se va definiendo y comienza a desplazarse hacia el eje axial.

En la Fig. 10 se ilustra la temperatura del punto frío y la letalidad equivalente con viscosidad constante, en donde se observa que el punto frío se calienta más rápido que en el caso de los frijoles enlatados, debido al mayor valor de R_a/D que se obtiene para los chicharos. Si se fija un valor para el tiempo de esterilización igual a 12 valores D ($F_0 = 2.52$ minutos), que equivale a 17 minutos de tratamiento térmico a 121.1°C . A manera de comparación, Potter y Hotchkiss (1999) reportan un tiempo de tratamiento térmico de 16 minutos, valor que está en concordancia con el tiempo estimado numéricamente en este trabajo.

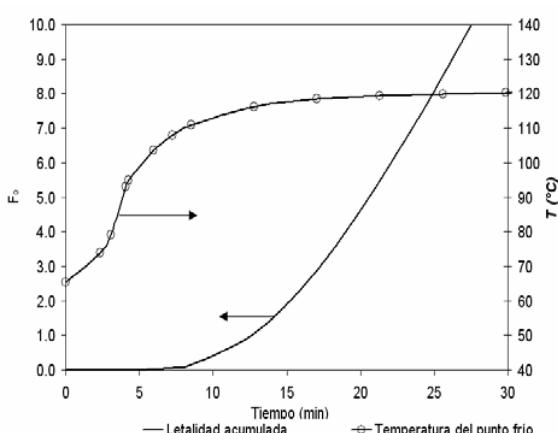


Fig. 10. Temperatura en el punto frío y grado letal acumulado en el chicharo envasado en latas de 300x407.

Conclusiones

Se ha propuesto un modelo matemático con base en el enfoque para medios multifásicos, que explica la transferencia de momentum y calor por convección natural que ocurre en la esterilización en autoclave estacionaria de alimentos envasados en latas cilíndricas. Los métodos de colocación ortogonal y de relajación no lineal resultaron adecuados para la discretización y solución numérica de las ecuaciones gobernantes, respectivamente. A medida que R_a/D aumenta, se incrementan los gradientes de temperatura en la zona del punto frío, por lo que es necesario mallaos más finos para evitar inestabilidad numérica. El tiempo de esterilización disminuye al aumentar el número de Darcy o al disminuir el aspecto geométrico de la lata. El efecto de la viscosidad como función de la temperatura y como valor promedio sobre la predicción del tiempo de esterilización equivalente es prácticamente indistinguible, por lo que es adecuado considerar únicamente la viscosidad promedio del fluido intersticial para el cálculo de F_0 . En la simulación de la esterilización de chicharos en salmuera, se predice un tiempo de residencia en la retorta de 17 minutos, lo que está en concordancia con lo reportado en la literatura. Con este trabajo se ha establecido una metodología para estimar tiempos de esterilización F_0 en alimentos que contengan partículas en suspensión, conociendo únicamente las dimensiones de la lata, composición proximal del alimento, tamaño de partícula, fracción de huecos del medio poroso, temperatura inicial del alimento y la temperatura de operación de la autoclave, lo que es útil para predicciones de tiempos de esterilización en alimentos de baja acidez. Este modelo puede expandirse a las situaciones en donde se presenten variación de la densidad o el peso neto de un mismo alimento.

Agradecimientos

Los autores agradecen el apoyo financiero del Consejo del Sistema Nacional de Educación Tecnológica (CoSNET) mediante el Proyecto 2521-p.

Nomenclatura

A	Aspecto geométrico, L/R
Bi	Número de Biot, $h_c R/k_{eff}$
Bi _h	Número de Biot en el espacio de cabeza de la lata, $h_{ch} R/k_{eff}$
Cp	Calor específico del alimento, $J \ kg^{-1} \ ^\circ C^{-1}$
D	Tiempo para reducir el 90 % de la población de microorganismos a temperatura constante, min
Da	Número de Darcy, K/R^2
F ₀	Tiempo equivalente de esterilización, min
h _c	Coeficiente convectivo de transferencia de calor, $W \ m^{-2} \ ^\circ C^{-1}$
K	Permeabilidad del medio poroso, m^2
k _{eff}	Conductividad térmica de medio poroso, $W \ m^{-1} \ ^\circ C^{-1}$
L	Altura de la lata, m
Pr	Número de Prandtl, $Cp \ \mu/k_{eff}$
R	Radio de la lata, m
Ra	Número de Rayleigh para medio poroso, Ra_{Da}
Ra _f	Número de Rayleigh para fluido homogéneo, $\rho \beta g (T_r - T_0) R^3 / \mu \alpha$
r	Coordenada radial, m
T	Temperatura, $^\circ C$
t	Tiempo, s
U	Velocidad adimensional
Z	Rango de temperatura para que D cambie en un orden de magnitud, $^\circ C$
z	Coordenada axial, m

Letras griegas

α	Difusividad térmica, $k_{eff}/\rho Cp$
β	Coeficiente de expansión volumétrica, $1/T$, K^{-1}
λ	Factor de relajación, adimensional.
μ	Viscosidad del líquido intersticial, $kg \ m^{-1} \ s^{-1}$
θ	Temperatura adimensional, $(T - T_0)/(T_r - T_0)$
ρ	Densidad del alimento, $kg \ m^{-3}$
τ	Tiempo adimensional, at/R^2
ω	Vorticidad adimensional
ξ	Coordenada radial adimensional, r/R

ψ	Función corriente adimensional
ζ	Coordenada axial adimensional, z/L

Subíndices

0	Temperatura inicial del alimento, $^\circ C$
r	Temperatura de operación de la autoclave o retorta, $^\circ C$

Referencias

- Bird, R. B., Stewart, W. E. y Lightfoot, E. N. (2002). *Transport Phenomena*. 2^a Ed, John Wiley & Sons, Inc. EUA.
- Cacace, D., Palmieri, L., Pirone, G. y Dipollina, G. (1994). Biological validation of mathematical modeling of the thermal processing of particulate food: the influence of heat transfer coefficient determination. *Journal of Food Engineering* 23, 51-68.
- Carbonell, R. G. y Whitaker, S. (1984). Heat and mass transport in porous media. En: *Mechanics of Fluid in Porous Media*. (J. Bear y Corapcioglu, M. Y., eds.) Pp 121-198, Martinus Nijhoff, Bruselas.
- Choi, Y. y Okos, M. (1986). Effects of temperature and composition on thermal properties of foods. En: *Food engineering and process applications, Vol I. Transport Phenomenon*. (L. Maguer y P. Jelens, eds.) Pp 93-101, Elsevier, Nueva York.
- Datta, A. K. y Teixeira, A.A. (1988). Numerically predicted transient temperature and velocity profiles during natural convection heating of canned liquid foods. *Journal of Food Science* 53, 191-195.
- Farid, M. y Ghani, A. G. (2004). A new computational technique for the estimation of sterilization time in canned food. *Chemical Engineering and Processing* 43, 523-531.
- Finlayson, B. A. (1980). *Nonlinear Analysis in Chemical Engineering*. McGraw-Hill Book Co. EUA.
- Gadonna, J. P., Pain, J. P. y Barigou, M. (1996). Determination of the convective heat transfer coefficient between a free particle and a conveying fluid in a horizontal pipe. *Food and Bioproducts Processing* 74 (C1), 27-39.

- Ghani, A. G., Farid, M. M., Chen, X. D., y Richards, P. (1999). Numerical simulation of natural convection heating of canned food by computational fluid dynamics. *Journal of Food Engineering* 41, 55-64.
- Ghani, A. G., Farid, M. M., Chen, X. D. y Richards, P. (1999b). An investigation of deactivation of bacteria in a canned liquid food during sterilization using computational fluid dynamics (CFD). *Journal of Food Engineering* 42, 207-214.
- Ghani, A. G., Farid, M. M., Chen, X. D. y Richards, P. (2001). Thermal sterilization of canned food in a 3-D pouch using computational fluid dynamics. *Journal of Food Engineering* 48, 147-156.
- Ghani, A. G., Farid, M. M. y Chen, X. D. (2002). Theoretical and experimental investigation of the thermal inactivation of *Bacillus stearothermophilus* in food pouches. *Journal of Food Engineering* 51, 221-228.
- Ghani, A. G., Farid, M. M. y Zarrouk, S. J. (2003). The effect of can rotation on sterilization of liquid food using computational fluid dynamics. *Journal of Food Engineering* 57, 9-16.
- Heldman, D. R. y Lund, D. B. (1992). *Handbook of Food Engineering*. Marcel Dekker, Inc.
- Jiménez Islas, H. (1999). *Modelamiento Matemático de la Transferencia de Momentum, Calor y Masa en Medios Porosos*. Tesis Doctoral. Universidad Autónoma Metropolitana, México D. F.
- Jiménez-Islas, H. (2001). Natural convection in a cubical porous cavity: solution by orthogonal collocation. In: *Computational Fluid Dynamics*. Proceedings of the Fourth UNAM Supercomputing Conference. Pp 173-180. World Scientific Publishing Co. Singapur.
- Jiménez-Islas, H., González-Calderón, L. M., Botello-Álvarez, J. E. y Navarrete-Bolaños, J. L. (2003). Efecto del número de darcy y el aspecto geométrico sobre el punto frío y el grado letal en la esterilización de alimentos que contienen partículas. XXIV Encuentro Nacional de AMIDIQ. Ixtapa-Zihuatanejo, Gro. México.
- Jiménez-Islas, H. y López-Isunza F. (1996). PARCOL2: Programa para resolver sistemas de ecuaciones diferenciales parciales parabólicas no lineales, por doble colocación ortogonal. *Avances en Ingeniería Química* 6 (2), 168-173.
- Jiménez-Islas, H., López-Isunza, F. y Ochoa-Tapia, J. A. (1999). Natural convection in a cylindrical porous cavity with internal heat source: a numerical study with Brinkman-extended Darcy model. *International Journal of Heat and Mass Transfer* 42, 4185-4195.
- Kumar, A. y Bhattacharya, M. (1991). Transient temperature and velocity profiles in a canned non-newtonian liquid food during sterilization in a still-cook retort. *International Journal of Heat and Mass Transfer* 34 (4-5), 1083-1096.
- Kumar, A., Bhattacharya, M. y Blaylock, J. (1990). Numerical simulation of natural convection heating of canned thick viscous liquid food products. *Journal of Food Science* 55, 1403-1411.
- Liu, Y. y Zuritz, C. (1995). Mathematical modeling of solid-liquid 2-phase tube flow. an application to aseptic processing. *Journal of Food Process Engineering* 18 (2), 135-163.
- López-Chaverri, R. (1999). *Development of Environmental Performance Indicators: The Case of Fish Canning Plants*. M.S. Thesis. Lund University. Suecia.
- Lucatero-Chávez, S. (2000). *Estudio Numérico de la Transferencia de Calor en la Esterilización de Alimentos*. Tesis de Licenciatura. Instituto Tecnológico de Celaya. México
- Mankad, S., Branch, C.A., Fryer, P. J. (1995). The effect of particle slip on the sterilization of solid-liquid food mixtures. *Chemical Engineering Science* 50, 1323-1336.
- Mongkhonsi, T., López-Isunza, H. F. y Kershenbaum, L. S. (1992). The distortion of measured temperature profiles in fixed bed reactors. *Transactions of IchemE* 70, Part A, 255-264.
- National Canners Association. Research Laboratories. (1979). *Laboratory Manual for Food Canners and Processors*. Volume I. Microbiology and Processing. The AVI Publishing Company 3^a Ed. Inc. Westport, Connecticut.

- Nield, D.A. y Bejan, A. (1992). *Convection In Porous Media*. Springer-Verlag, EUA.
- Potter, N. N. y Hotchkiss, J. H. (1999). *Food Science*. Academic Kluwer Publishers. 5^a Ed.
- Roache, P. J. (1972). *Computational Fluid Dynamics*. Hermosa Publishers. Albuquerque, N. M., EUA.
- Teixeira, A., Welt, B., Chau, K., Balaban, M. y Hintenlang, D. (1997). Explicit finite difference methods for heat transfer simulation and thermal process design. *Journal of Food Science* 62, 230-236.
- Vemuri, V. y Karplus, W. J. 1981. *Digital Computer Treatment of Partial Differential Equations*. Prentice Hall. Englewood, Cliffs, N.J., EUA.
- Wang, Q., Sakai, N. y Hanzawa, T. (2000). Numerical analysis of heat transfer of canned liquid foods containing fibers or particles during sterilization. *Journal of Chemical Engineering of Japan* 33 (5), 703-708.
- Whitaker, S. (1986). Flow in porous media I: a theoretical derivation of Darcy's law. *Transport in Porous Media* 1, 3-25.
- Whitaker, S. (1999). *The Method of Volume Averaging*. Kluwer Academic Publishers. Dordrecht, Holanda.
- Xiao-Yan-L. y Bruce, E. L. (2001). Permeability of fractal aggregates. *Water Research* 35, 3373-3380
- Zhang, Z. (2002). The effect of thermocouple and receptacle type on observed heating characteristics of conduction-heating foods packaged in small metal containers. *Journal of Food Process Engineering* 25, 323-335.
- Zechman, L.,G. y Pflug, I. J. (1989). Location of the slowest heating zone for natural-convection-heating fluids in metal containers. *Journal of Food Science* 54, 205-210.