



European Journal of Musicology
E-ISSN: 2504-1916
ejm-submissions@musik.unibe.ch
Universität Bern
Suiza

Thies, Wolfgang
Akustische Beobachtungen an großen Klangschalen
European Journal of Musicology, vol. 17, núm. 1, 2018, pp. 1-30
Universität Bern
Bern, Suiza

Erhältlich in: <https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=664172711001>

- Wie zitieren
- Komplette Ausgabe
- Mehr Informationen zum Artikel
- Zeitschrift Homepage in redalyc.org

Akustische Beobachtungen an großen Klangschalen

Wolfgang Thies

1 Einleitung

Klangschalen sind einfach spielbare Instrumente mit großer Klangvielfalt. Sie sind weitverbreitet und recht beliebt. Es gibt zahlreiche praxisorientierte Veröffentlichungen; sie behandeln die Auswahl von Klangschalen, die Anwendung für sich selbst und für andere, die Wirkung auf das Befinden und andere Themen. Im Vordergrund steht die Entspannung durch Schalenklänge sowie durch feine Vibrationen, die von schwingenden Klangschalen auf den menschlichen Körper übergehen. Die Anzahl wissenschaftlicher Studien zur Wirkung von Klangschalen auf den Menschen ist wesentlich kleiner. Einen Überblick über die Klangschalenliteratur vermitteln frühere Aufsätze (Thies 2010, S. 38–39; Thies 2016, S. 39–41).

Physikalisch-akustische Merkmale von Klangschalen sind in einer Reihe wissenschaftlicher Veröffentlichungen beschrieben. Die Literatur enthält vornehmlich Aussagen über ausgewählte Eigenschaften weniger Schalen, ferner statistische Kenngrößen für eine größere Schalenauswahl oder lediglich Einzelangaben, beispielsweise zur Schwebung einer Teilschwingung. Untersucht wurden vor allem die Frequenzen der Teilschwingungen (s.u.) und die Dämpfung (Aarts, Ouweltjes u. Bulut 2014; Inácio 2008; Inácio, Henrique u. Antunes 2006; Meyer, Portalska u. Portalski 2008; Meyer u. Portalski 2013; Pawłowski, Portalska u. Portalski 2013; Portalscy 2008). Weitere Themen sind: Schwebungsfrequenzen (s.u.); Abstrahlcharakteristik (Inácio 2008; Inácio, Henrique u. Antunes 2006; Meyer, Portalska u. Portalski 2008; Meyer, Portalska, Portalski, Konieczka u. Balcerk 2008; Portalscy 2008); Schallvarianten durch verschiedenartige Schlägel (Inácio 2008; Inácio, Henrique u. Antunes 2006; Meyer, Portalska u. Portalski 2008; Portalscy 2008); Verformung der Schale beim Schwingen (Collin, Keefer u. Moore 2015; Inácio 2008; Inácio, Henrique u. Antunes 2006; Rossing 2000); Interaktion von Schlägel und Schale beim Anschlagen und beim Reiben (Collin, Keefer u. Moore 2015; Inácio 2008; Inácio, Henrique u. Antunes 2006). Teilschwingungsfrequenzen bzw. Intervalle zwischen den Teilschwingungen für eine bis zehn Schalen nennen Aarts, Ouweltjes u. Bulut (2014, S. 16); Collin, Keefer u. Moore (2015, S. 121); Inácio (2008, S. 184–185); Inácio, Henrique u. Antunes (2006, S. 640–641 [Onlinefassung S. 5–6]); Pawłowski, Portalska u. Portalski (2013, S. 188); Rossing (2000, S. 160); Thies (2000, S. 212, Messwerte näherungsweise aus Grafik ablesbar); Wilkerson, Serafin u. Ng (2002, S. 220). Den Arbeiten von Aarts et al., Inácio, Inácio et al., Pawłowski et al. sowie von

Thies sind für eine bis zehn Schalen die Schwebungsfrequenzen der einzelnen Teilschwingungen zu entnehmen. Detaillierte Angaben für eine größere Zahl von Klangschalen enthält ein eigener Beitrag (Thies 2011, S. 30–35): An 47 mittelgroßen Schalen wurden die Intervalle zwischen den ersten fünf Teilschwingungen sowie die Schwebungsfrequenzen gemessen und durch Messergebnisse aus der Literatur für fünf Schalen ergänzt. Portalska u. Portalski nennen aufgrund einer Stichprobe von mehr als 50 Klangschalen (deren Durchmesser sie nur in einem Fall mitteilen) statistische Kenngrößen für die Frequenzen der ersten drei Teilschwingungen und für die Intervalle zwischen ihnen (Portalscy 2008, S. 20–24). Die Verfasser äußern sich zu Schwebungsfrequenzen von vier Schalen (S. 34–37), die Zuordnung der Angaben zu den Teilschwingungen ist jedoch nicht ersichtlich. Glorian u. Beer (1996, S. 323), Smutný u. Pazdera (2014, S. 42) sowie Terwagne u. Bush (2011, S. R56) zeigen relative bzw. absolute Teilschwingungsfrequenzen in Form von Diagrammen, die der Übersicht dienen und keine zuverlässigen Aussagen über die Messwerte ermöglichen; die von Smutný u. Pazdera (S. 41) genannten Zahlenwerte sind auf 10 Hz gerundet.

Im Folgenden wird die erwähnte Untersuchung mittelgroßer Schalen (Durchmesser 14 bis 18 cm) auf größere Schalen (Durchmesser 22 bis 33 cm) ausgedehnt. Wie seinerzeit dargestellt, bilden physikalische Eigenschaften von Klangschalen sowie verschiedene Spielweisen die Grundlage für eine große Klangvielfalt (Thies 2011, S. 26). Diese Studie konzentriert sich – wie damals begründet (Thies 2011, S. 27) – auf jene Schallmerkmale, die allein durch die Schale bestimmt sind: Grundfrequenz, Frequenzverhältnisse der Teilschwingungen, Schwebungsfrequenzen. Von den verschiedenen Schalentypen ist allein die „tibetische“ Klangschale berücksichtigt. Die Messergebnisse werden auf die früher für mittelgroße tibetische Schalen gewonnenen Daten bezogen. Der Text setzt die Kenntnis der grundsätzlichen akustischen Eigenschaften von Klangschalen voraus (beschrieben in Thies 2010, S. 41–44).

2 Einbezogene Klangschalen

Unter den verschiedenen Klangschalentypen sind die „tibetischen“ Schalen besonders beliebt. Sie sind aus einer Legierung mehrerer Metalle handgeschmiedet, haben meist eine hohe Form und werden vor allem in Nepal und Nordindien gefertigt. Große Schalen klingen nach dem Anschlagen sehr lang. Sie werden zum Entspannen wegen ihres tiefen Klangs oft gegenüber kleineren Schalen bevorzugt; ein gepolsterter Schlägel und sanfter Anschlag sind für diesen Zweck vorteilhaft. Wenn Entspannung nicht im Vordergrund steht, bieten sich weitere Spielweisen an, um die Klangvielfalt großer Schalen auszukosten. Je nach der Stärke des Schalenrandes können mehr Teiltöne als bei kleineren Schalen hörbar sein. (Der Rand schwingt am stärksten, deswegen haben seine Schwingungseigenschaften besondere Bedeutung.) Mit zunehmender Schalengröße verteilen sich die Schwingungsbäuche und -knoten über einen größeren Umfang, entsprechend leichter können hohe Teilschwingungen mit ihrer Unterteilung des Randes in viele Schwingungsbäuche auftreten. Ein dünner Rand fördert diese Schwingungsmoden. Die Variabilität des

Klangs durch Anschlagen der bereits schwingenden Schale ist bei einer größeren Anzahl hörbarer Teiltöne ebenfalls größer. Ein leichter Anschlag mit einem harten, schlanken Schlägel bringt vorzugsweise die hohen Teiltöne zum Klingen, ohne dass der Klang aufdringlich wird. Dabei treten andere Intervalle als bei kleineren Schalen in den Vordergrund.

In den folgenden Aufnahmen sind zwei der untersuchten Klangschalen mit unterschiedlicher Randstärke zu hören. Sie sind nach ihrem Durchmesser mit „279“ und „288“ bezeichnet. Der Rand ist bei der kleineren Schale etwa 9 mm stark, bei der größeren etwa 2,5 mm. Die Schalen wurden zuerst sehr sanft mit einem gepolsterten Holzschlägel angeschlagen (Durchmesser 58 mm, 1,5 mm starker Lederbezug), dann mehrmals schwach mit einem ungepolsterten Holzschlägel (Durchmesser 13 mm) an verschiedenen Stellen (Abb. 1). Bei der Schale „279“ mit dickerem Rand sind fünf Teiltöne über längere Zeit hörbar, bei der anderen acht (Klangbeispiele 1 und 2). Die Mikrofone waren auf die Schalenwand etwas unterhalb des Randes gerichtet; hier ist der Grundton besonders gut hörbar. Die Aufnahmen zeigen, wie breit die Palette von einem weichen, dunklen Klang bis zu hell schimmernden Klängen ist. Für die Wiedergabe dieser Beispiele ist eine dezente Lautstärkeinstellung angemessen.



Abbildung 1: Zwei der untersuchten Klangschalen: „279“ (links) und „288“ mit den für die Klangbeispiele 1 und 2 benutzten Schlägeln

 **Klangbeispiel 1:** Schale „279“, verschiedene Anschläge

 **Klangbeispiel 2:** Schale „288“, verschiedene Anschläge

Für diese Studie wurden Teilschwingungsfrequenzen und Schwebungsfrequenzen von 45 tibetischen Klangschalen mit einem Durchmesser zwischen 22 und 33 cm gemessen. Zwei der einleitend genannten Veröffentlichungen enthalten weitere Einzeldaten, die eindeutig an tibetischen Schalen dieser Größe erhoben wurden: Thies (2000, S. 212–213) zeigt Ergebnisse für eine Schale mit 243 mm Durchmesser näherungsweise in grafischer Form; hier sind die genauen Werte einbezogen (Schale „243 b“). Inácio (2008, S. 185) sowie Inácio, Henrique u. Antunes (2006, S. 641 [Onlinefassung S. 6]) nennen Messwerte für eine Schale mit 262 mm Durchmesser (hier aufgenommen als „262“). Die aus ihren Angaben berechneten Intervalle zwischen den Teilschwingungen liegen im Rahmen der eigenen Befunde, die Schwebungsfrequenzen sind nicht ersichtlich. Insgesamt stehen somit Teilschwingungsfrequenzen von 47 Schalen und Schwebungsfrequenzen von 46 Schalen zur Verfügung.

Die Schalen haben hohe Form und verschiedene Wandstärke, der Rand ist unterschiedlich dick. Die Schalenwand verläuft nahe am Rand annähernd senkrecht oder leicht nach innen bzw. außen geneigt. Die rechte Schale in Abb. 1 und die Schalen in Abb. 2 zeigen die stärksten Abweichungen vom senkrechten Verlauf.



Abbildung 2: Zwei der untersuchten Klangschalen: „241“ (links) und „306“

3 Frequenzmessungen

Die Teilschwingungsfrequenzen lieferte eine FFT-Analyse mit einer Fensterlänge von 11,9 s. Das Audiosignal war in den meisten Fällen ein Ausschnitt von 10 s nach einem Anschlag, die restlichen 1,9 s wurden mit Nullen aufgefüllt. Bei zwölf Schalen war der Ausschnitt zum Messen der höchsten Teilschwingung auf 5 s verkürzt, um höhere Amplituden nutzen zu können; zweimal betraf dies auch die zweithöchste Teilschwingung. Dieses Verfahren ermöglicht eine recht genaue Frequenzbestimmung. Bei je 52 Probemessungen an synthetisierten Schalenschwingungen von 10 s bzw. 5 s Dauer traten Fehler von höchstens 0,05 Hz auf. Wenn man einen Maximalfehler von 0,1 Hz annimmt, weichen die ermittelten Intervalle zwischen den Teilschwingungen höchstens um 2,8 Cent von den tatsächlichen Werten ab, die Schwebungsfrequenzen höchstens

um 0,2 Hz. (Grundlage der Intervallberechnung sind die Mittelwerte jener Frequenzen, die man für die in zwei Komponenten aufgespaltenen Teilschwingungen erhält.)

Die Grundfrequenz nahezu aller Schalen liegt zwischen 84 und 163 Hz, ein Exemplar liegt mit 181 Hz darüber.

Abb. 3 zeigt für alle Schalen den Durchmesser (am Rand gemessen) und die Intervalle zwischen den ersten fünf bis acht Teilschwingungen. Einbezogen wurde jeweils die höchste Teilschwingung, die beim zarten Anschlagen mit einem harten Holzschlägel (Durchmesser 12 mm) in der Nähe der Schale mehrere Sekunden hörbar war, so dass man ihre Schwebung wahrnehmen konnte. Diese ist für den Klang weit weniger bedeutsam als die Schwebungen der niedrigen Teilschwingungen, aber bei sehr hoher Schwebungsfrequenz kann sie den Klang für kurze Zeit etwas trüben. Jede Schale wurde – ähnlich wie in den Klangbeispielen 1 und 2 – individuell so angeschlagen, dass sich hohe Teilschwingungen entfalten konnten, ohne einen aufdringlichen Klang zu verursachen. Die Aufnahmen für die Frequenzmessungen erforderten einen kräftigeren Anschlag, um auch die hohen Teilschwingungen über eine hinreichend lange Zeitspanne analysieren zu können.

Die Abb. 4 bis 11 zeigen die Schwebungsfrequenzen der einbezogenen Teilschwingungen (ausgenommen ist die Schale 262 wegen fehlender Angaben von Inácio et al.).

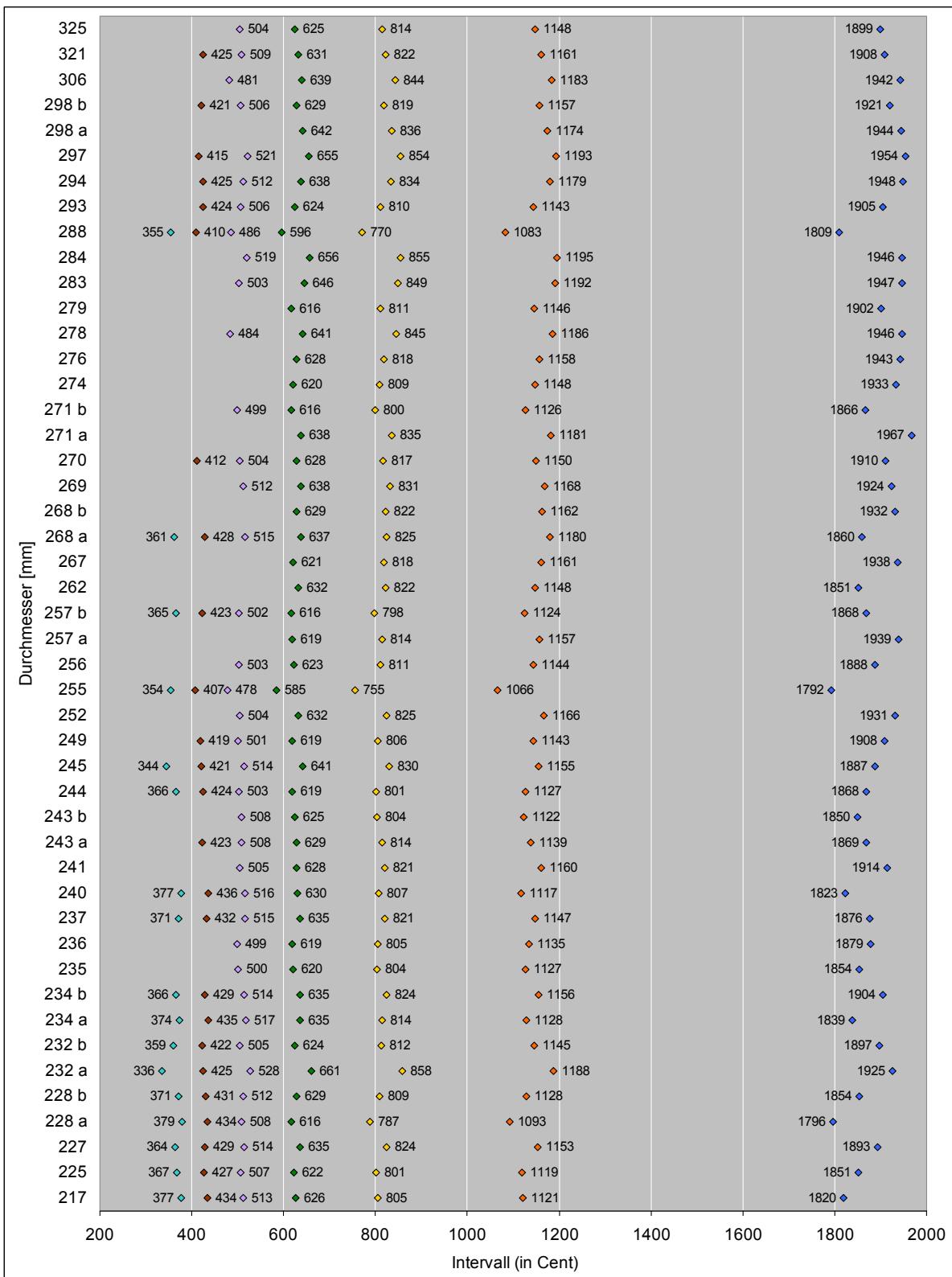


Abbildung 3: Intervalle der Teilschwingungen 8●, 7●, 6●, 5●, 5●, 4●, 4●, 3●, 3●, 2● zur nächsttieferen Teilschwingung bei 47 Klangschalen

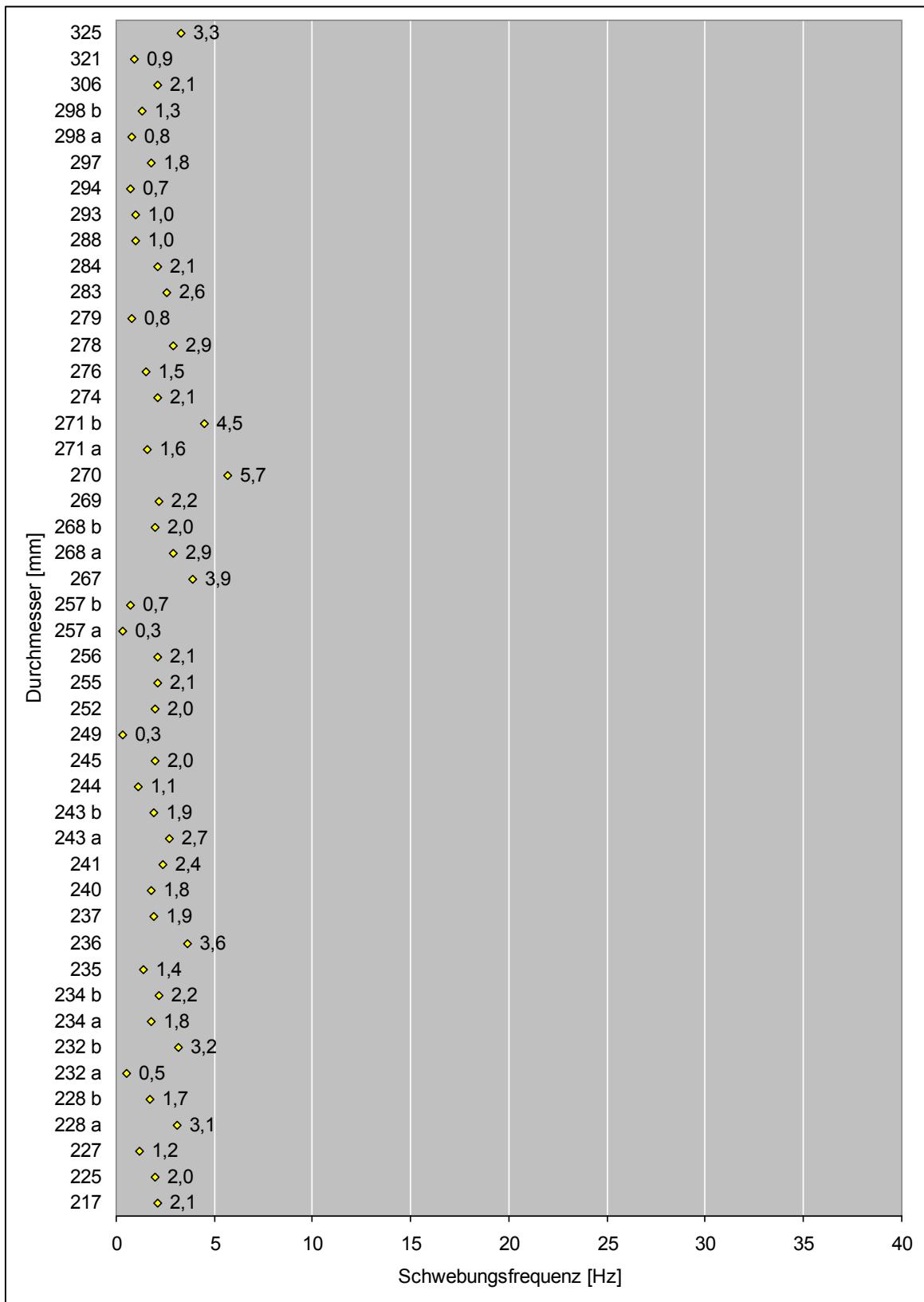


Abbildung 4: Schwebungsfrequenz der ersten Teilschwingung bei 46 Klangschalen

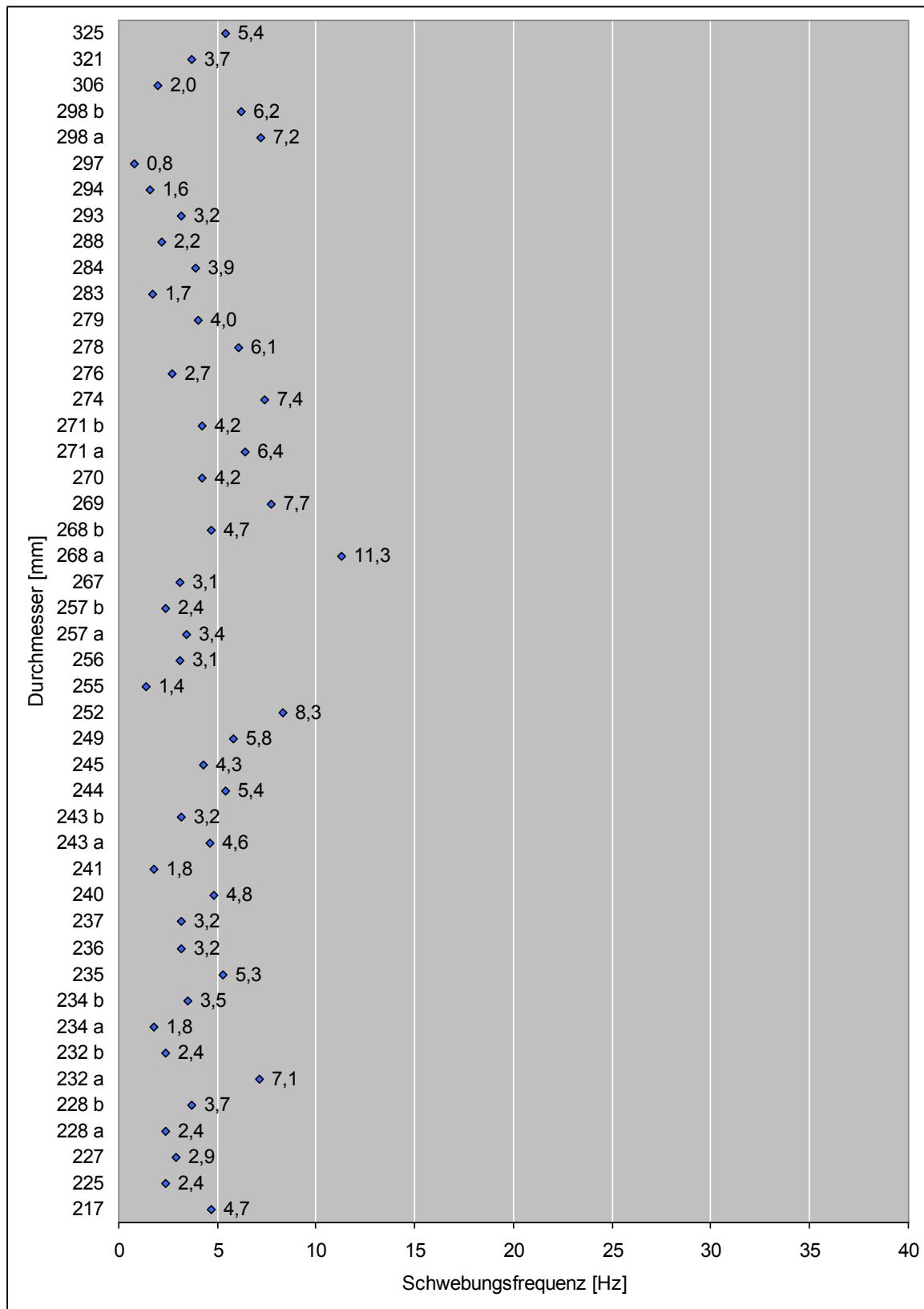


Abbildung 5: Schwebungsfrequenz der zweiten Teilschwingung bei 46 Klangschalen

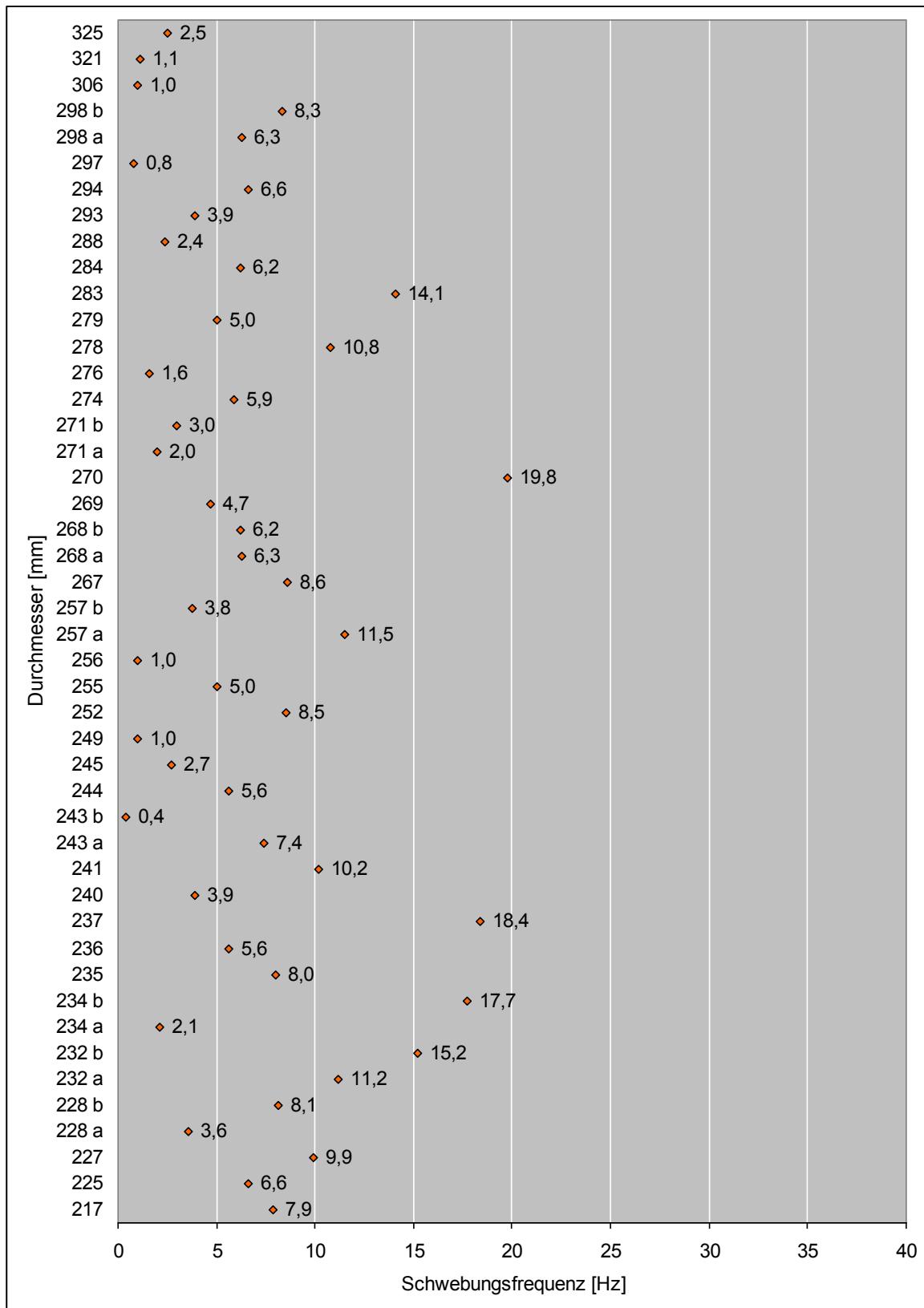


Abbildung 6: Schwiegungsfrequenz der dritten Teilschwingung bei 46 Klangschalen

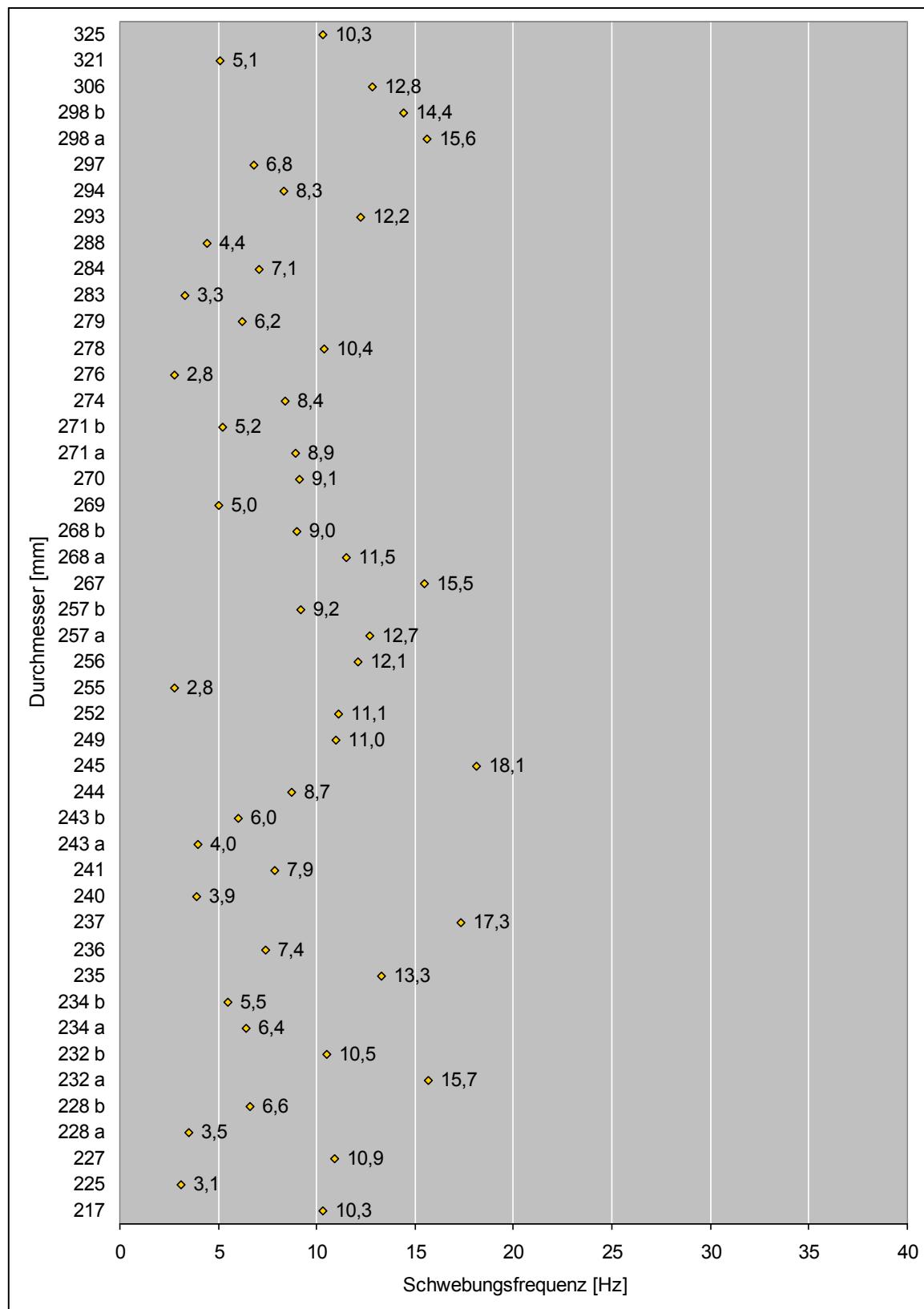


Abbildung 7: Schwebungsfrequenz der vierten Teilschwingung bei 46 Klangschalen

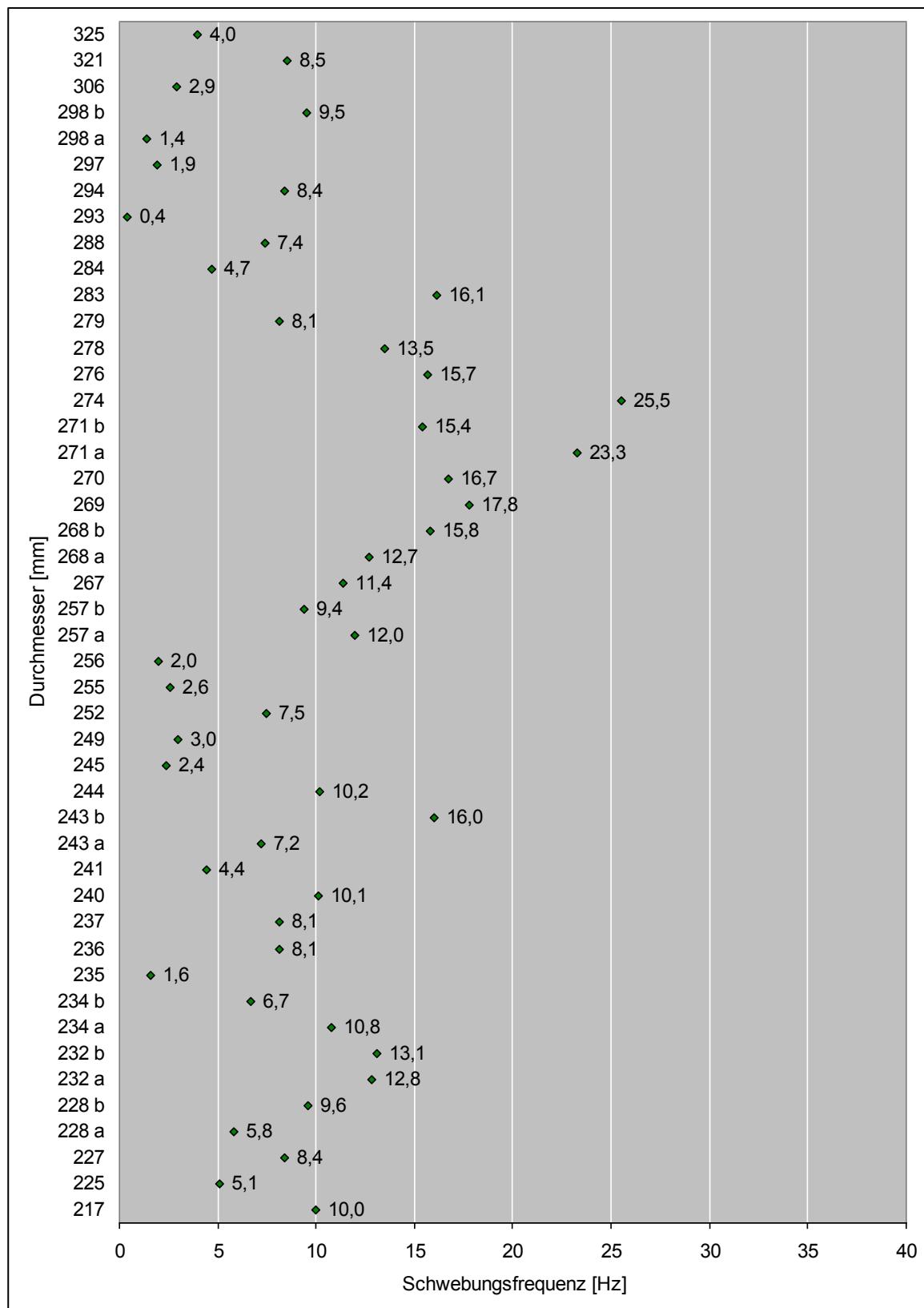


Abbildung 8: Schwebungsfrequenz der fünften Teilschwingung bei 46 Klangschalen

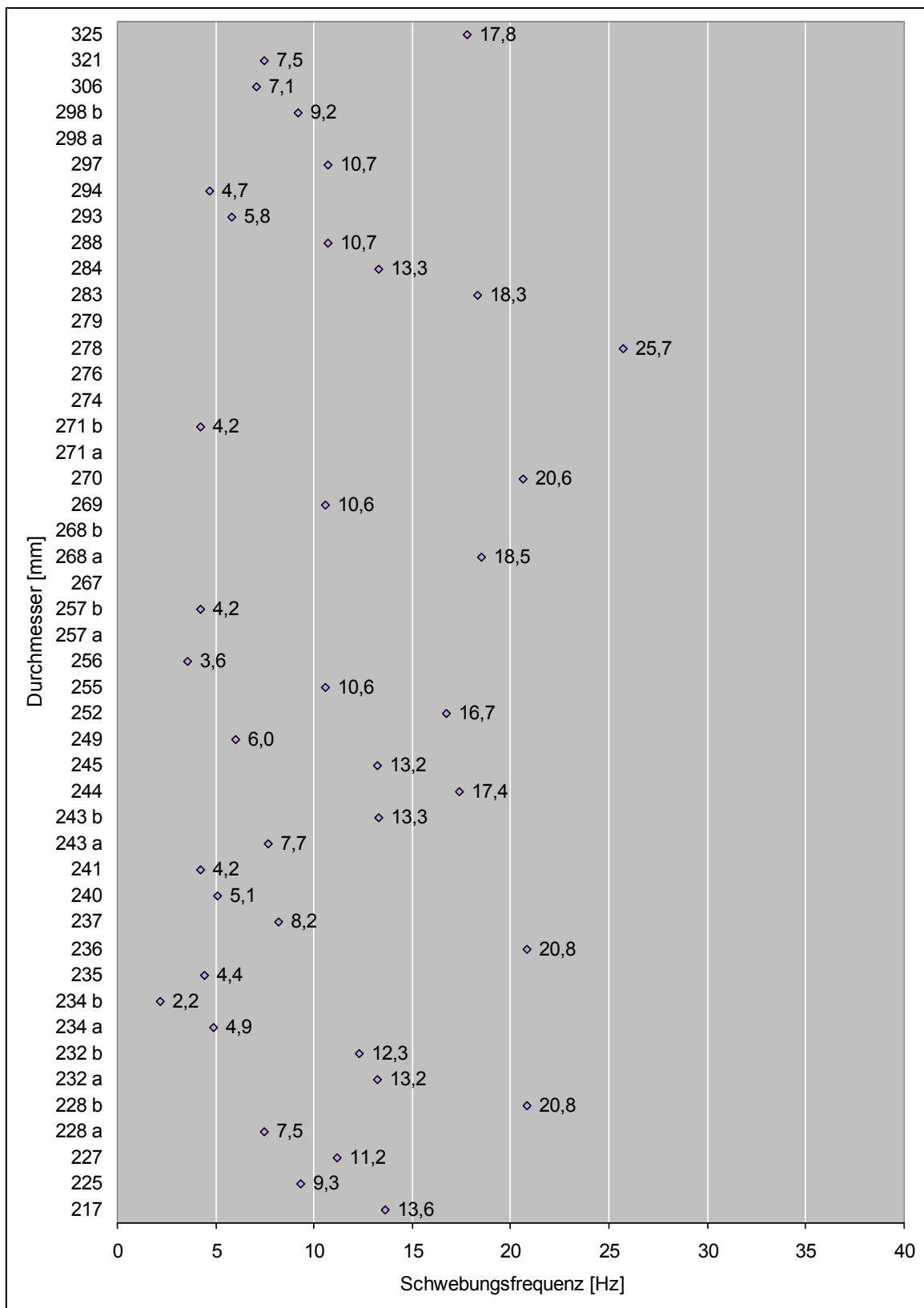


Abbildung 9: Schwingsfrequenz der sechsten Teilschwingung bei 38 Klangschalen

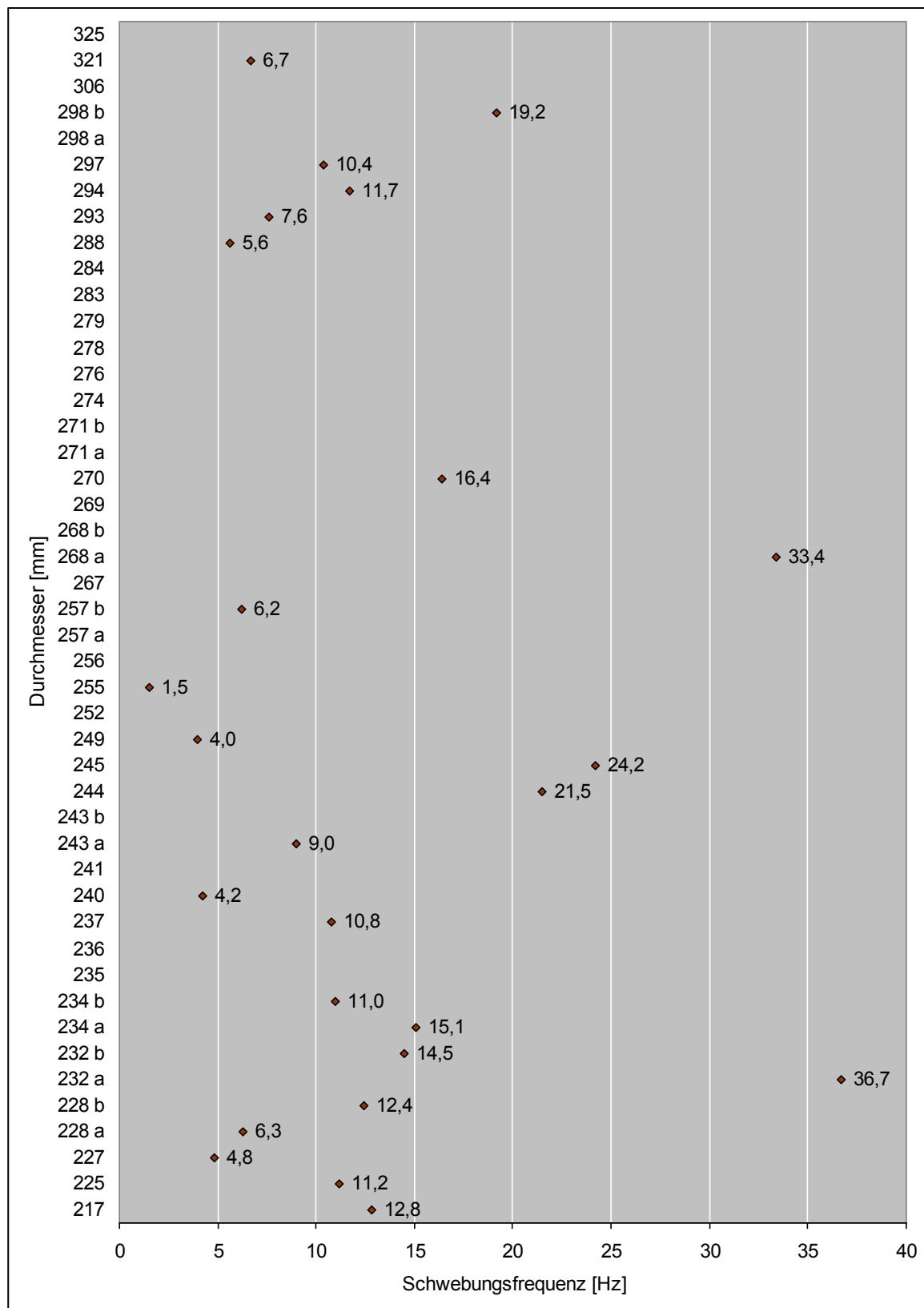


Abbildung 10: Schwebungsfrequenz der siebten Teilschwingung bei 25 Klangschalen

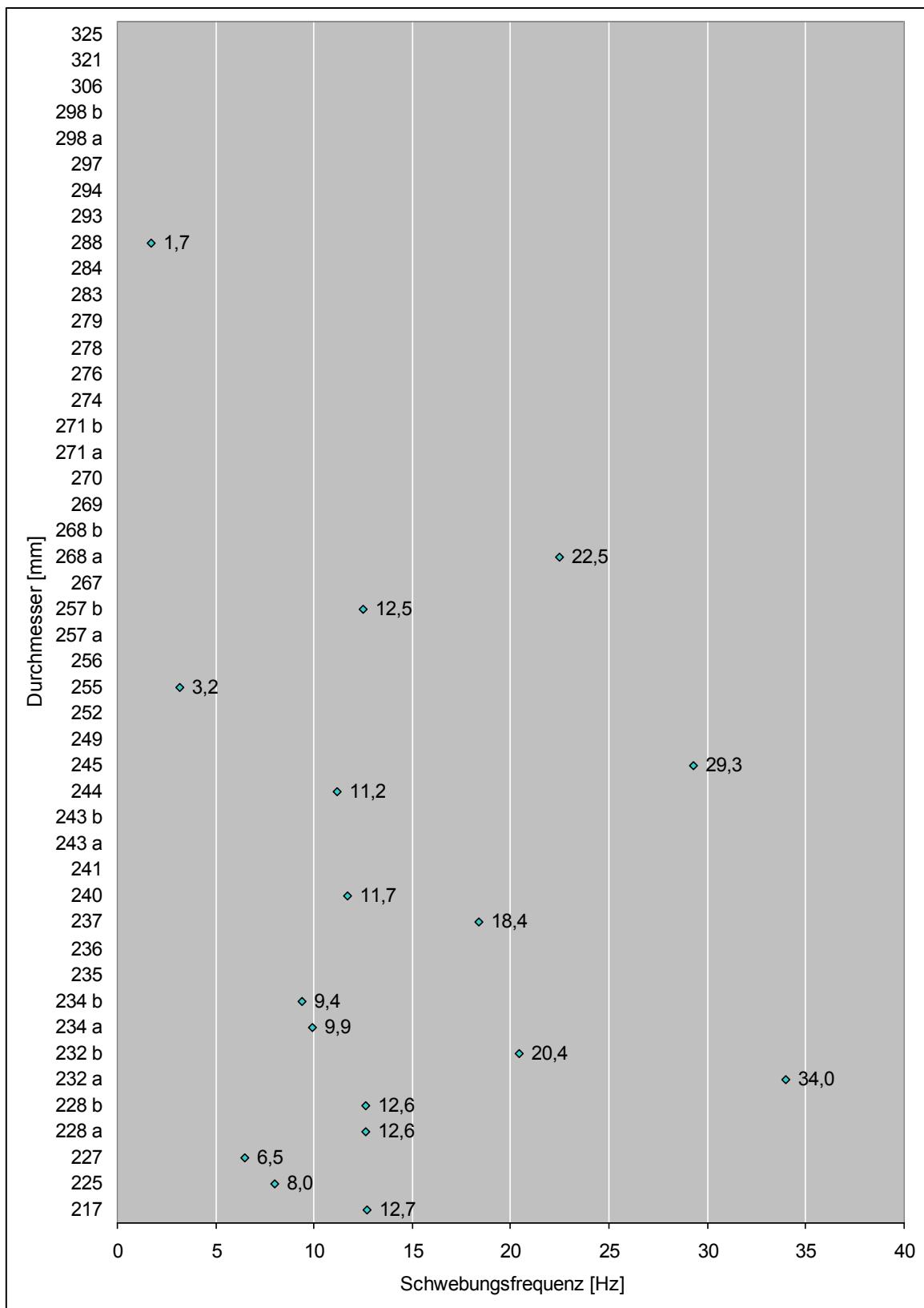


Abbildung 11: Schwingsfrequenz der achten Teilschwingung bei 17 Klangschalen

Abb. 3 zeigt die größte Wertespanne beim Intervall zwischen den ersten beiden Teilschwingungen. Die Werte erstrecken sich von 1792 Cent bis 1967 Cent, die Spanne beträgt 175 Cent. Bei den übrigen Intervallen reicht die Spanne von 29 bis 129 Cent.

Die Schwebungsfrequenzen (Abb. 4–11) variieren erheblich mehr als die Intervalle: Sie reichen von 0,3 Hz bis 36,7 Hz, wobei die höheren Teilschwingungen zu höheren Schwebungsfrequenzen tendieren. Ähnliches ergab eine frühere Untersuchung mittelgroßer Klangschalen (Thies 2011, S. 31–36). Bei höheren Teilschwingungen sind die Schwebungen klanglich weniger bedeutsam, weil zu den hohen Teilschwingungen hin die Amplitude abnimmt und die Dämpfung zunimmt. Große Klangschalen sind allerdings schwächer gedämpft als mittelgroße, sodass man die Schwebungen länger hört.

Größere Unterschiede als beim Vergleich der Schwebungsfrequenzen treten zutage, wenn man die Intervalle zwischen benachbarten Teilschwingungen bei mittelgroßen und großen tibetischen Klangschalen einander gegenüberstellt. Die Abb. 12 bis 15 zeigen die Intervalle zwischen den ersten fünf Teilschwingungen; die Messwerte für die 38 mittelgroßen tibetischen Schalen aus einer früheren Untersuchung (Thies 2011, S. 30) sind hier einbezogen. Die *y*-Achse umfasst jeweils 300 Cent.

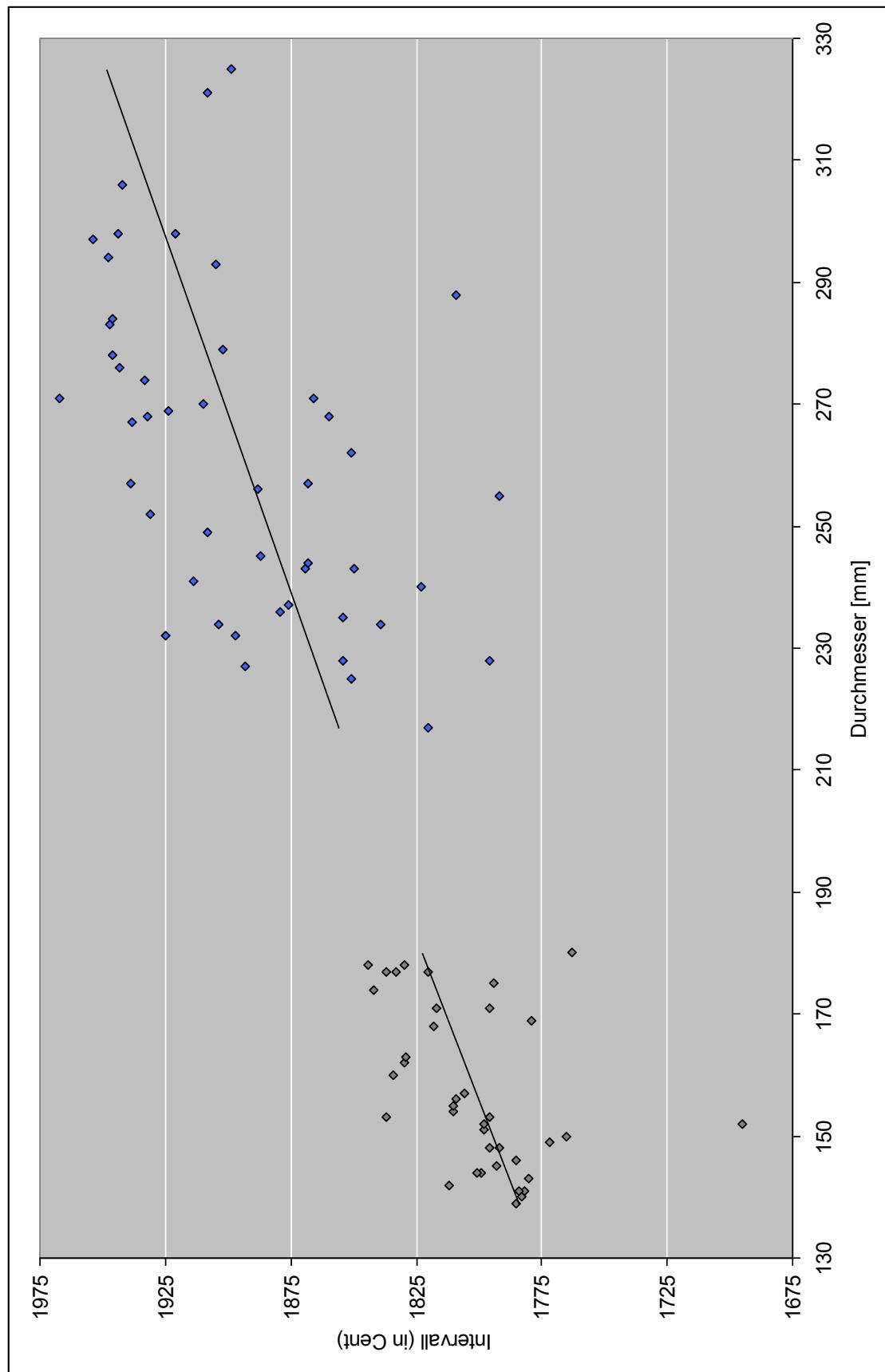


Abbildung 12: Intervall zwischen den Teilschwingungen 1 und 2 bei 38 mittelgroßen und 47 großen Klangschalen

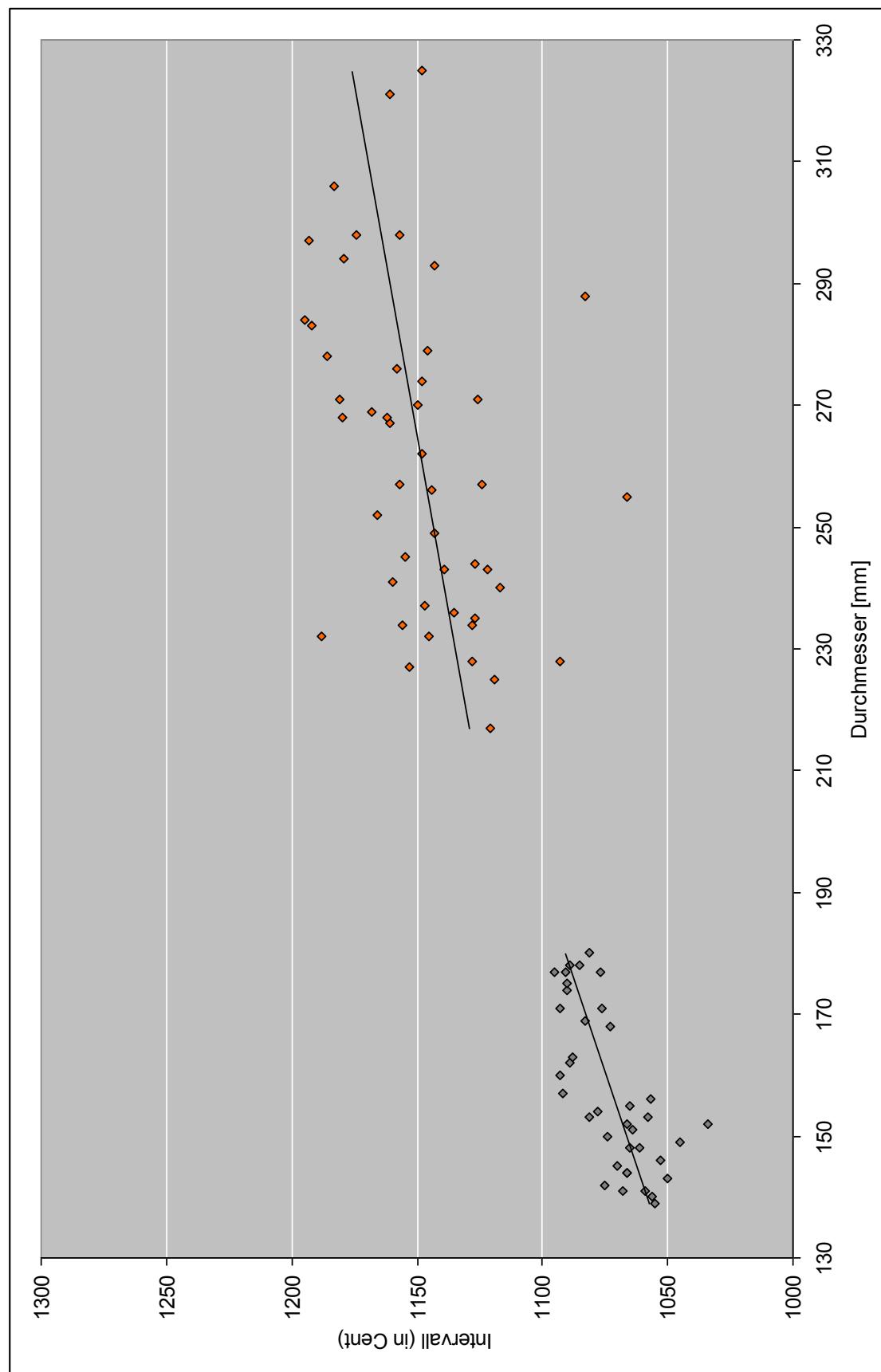


Abbildung 13: Intervall zwischen den Teilschwingungen 2 und 3 bei 38 mittelgroßen und 47 großen Klangschalen

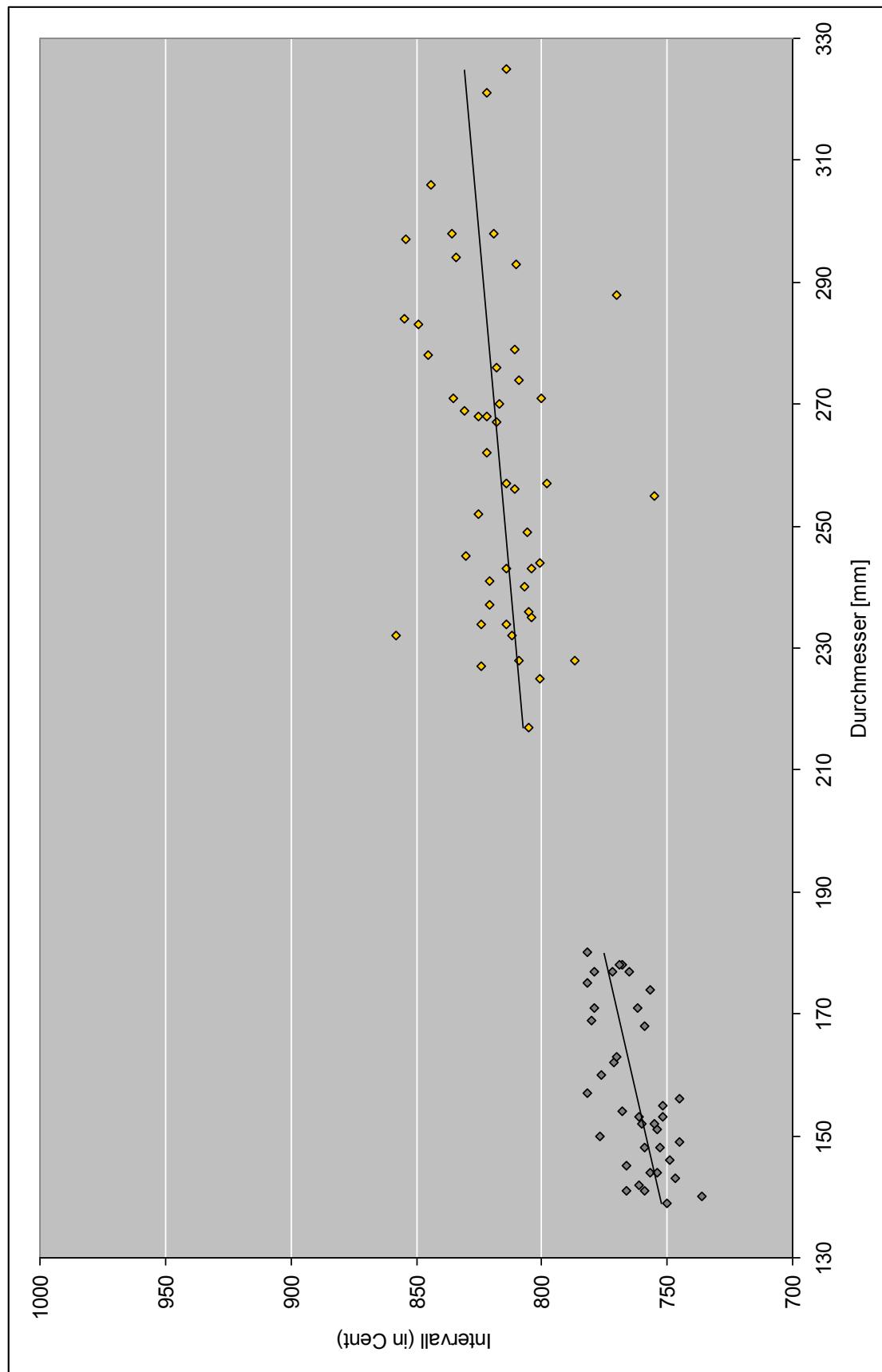


Abbildung 14: Intervall zwischen den Teilschwingungen 3 und 4 bei 38 mittelgroßen und 47 großen Klangschalen

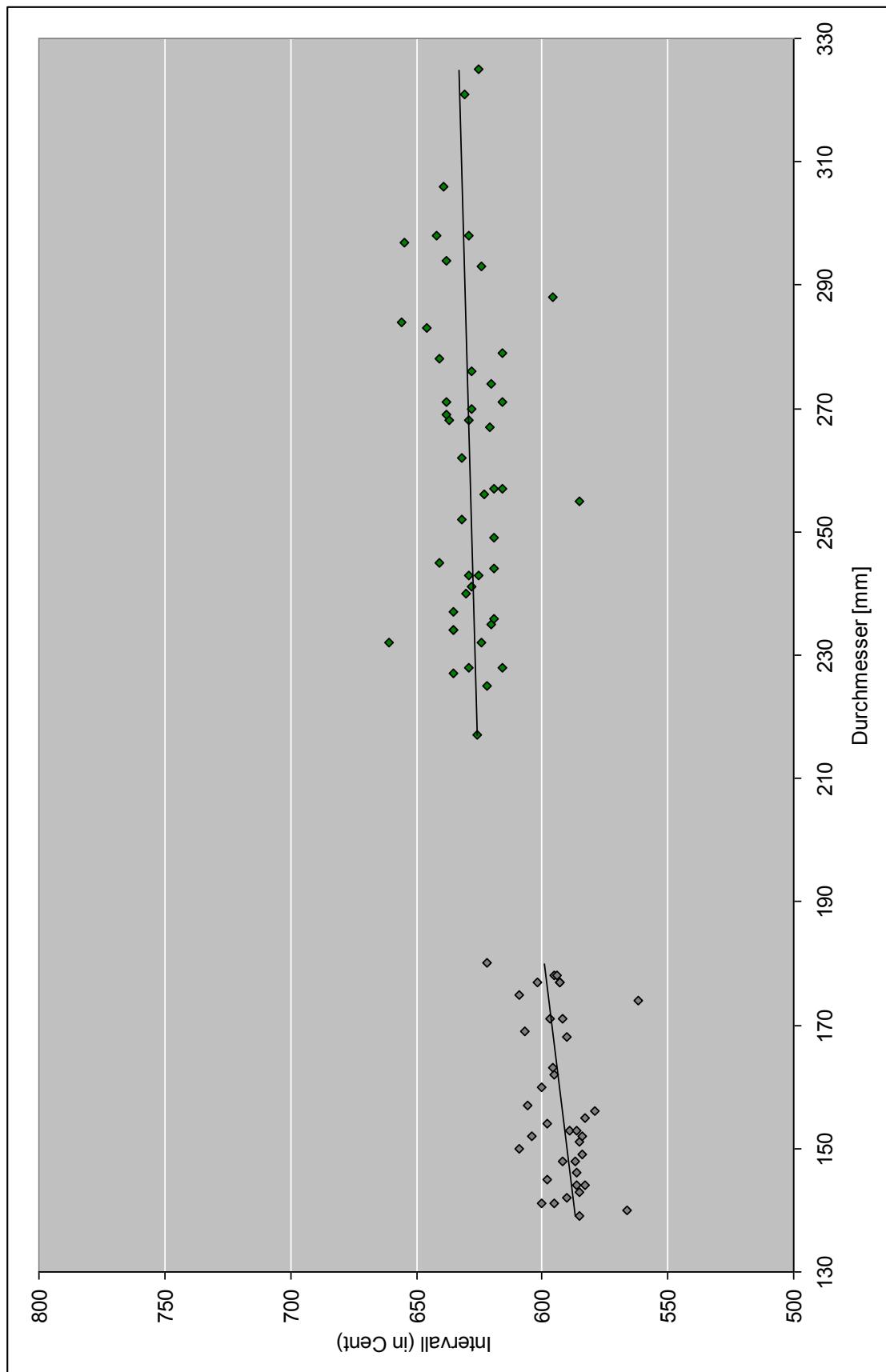


Abbildung 15: Intervall zwischen den Teilschwingungen 4 und 5 bei 38 mittelgroßen und 47 großen Klangschalen

Für alle Intervalle sind die Mittelwerte bei den großen Schalen größer als bei den mittelgroßen Schalen. Der Wilcoxon-Rangsummentest ergibt, dass sich die Mittelwerte signifikant unterscheiden (alle $p < 0,001$, Tab. 1).

	Intervall zwischen Teilschw. 1 und 2	Intervall zwischen Teilschw. 2 und 3	Intervall zwischen Teilschw. 3 und 4	Intervall zwischen Teilschw. 4 und 5
mittelgroße Schalen	$\mu = 1801$ Cent	$\mu = 1072$ Cent	$\mu = 763$ Cent	$\mu = 592$ Cent
große Schalen	$\mu = 1894$ Cent	$\mu = 1149$ Cent	$\mu = 817$ Cent	$\mu = 629$ Cent
	$W(38, 47) = 1703$ ($p < 0,001$)	$W(38, 47) = 1751$ ($p < 0,001$)	$W(38, 47) = 1748$ ($p < 0,001$)	$W(38, 47) = 1732$ ($p < 0,001$)

Tabelle 1: Mittelwerte von Intervallen und Ergebnisse des Wilcoxon-Rangsummentests

Am größten ist der Unterschied der Mittelwerte beim Intervall zwischen den Teilschwingungen 1 und 2: 93 Cent. Bei mittelgroßen Schalen hat dieses Intervall durchschnittlich die Größe Oktave + Tritonus, bei großen Schalen die Größe Oktave + Quinte. Größer als der Unterschied der Mittelwerte sind allerdings die Wertespannen innerhalb der beiden Gruppen (mittelgroße Schalen: 149 Cent, große Schalen: 175 Cent, s. Abb. 12). Wegen der großen individuellen Unterschiede zwischen einzelnen Schalen erlauben die Mittelwerte nur eine ungefähre Orientierung. Beim Klangvergleich einer mittelgroßen und einer großen Schale fällt die unterschiedliche Tonlage wesentlich mehr auf als abweichende Intervalle zwischen den Teilschwingungen.

Neben dem Unterschied der Mittelwerte zeigen die Abb. 12 bis 15 in beiden Schalengruppen die Tendenz, dass die Intervallgröße mit dem Schalendurchmesser zunimmt. Mit einer Ausnahme (große Schalen, Teilschwingungen 4 und 5) ist dieser Zusammenhang statistisch signifikant (alle $p \leq 0,021$, Tab. 2).

	Intervall zwischen Teilschw. 1 und 2	Intervall zwischen Teilschw. 2 und 3	Intervall zwischen Teilschw. 3 und 4	Intervall zwischen Teilschw. 4 und 5
mittelgroße Schalen	$r_s(36) = 0,51$ ($p = 0,001$)	$r_s(36) = 0,72$ ($p < 0,001$)	$r_s(36) = 0,62$ ($p < 0,001$)	$r_s(36) = 0,38$ ($p = 0,021$)
große Schalen	$r_s(45) = 0,57$ ($p < 0,001$)	$r_s(45) = 0,50$ ($p < 0,001$)	$r_s(45) = 0,37$ ($p = 0,011$)	$r_s(45) = 0,19$ ($p = 0,196$)

Tabelle 2: Korrelation von Schalengröße und Intervallen (Rangkorrelationskoeffizienten r_s nach Spearman)

Die signifikante Korrelation zwischen Schalendurchmesser und Intervallgröße sollte nicht dazu verleiten, grundsätzlich bei einer größeren Schale größere Intervalle anzunehmen. Die weit unter dem Wert 1 liegenden Korrelationskoeffizienten zeigen lediglich eine Tendenz an, ein größerer Schalendurchmesser kann auch mit einem kleineren Intervall verknüpft sein. Bei den Teilschwingungen 1 und 2 beispielsweise (Abb. 12) hat die größte der mittelgroßen Schalen das zweitkleinste Intervall; die großen Schalen zeigen mehrere Messergebnisse, die unter den hohen Werten der mittelgroßen Schalen liegen.

Beim Betrachten der Intervalle sollte man ferner die Bedeutung der Schwebungsfrequenzen für den Klang berücksichtigen. Klangbeispiele in einem früheren Aufsatz zeigen, dass die bei einer Stichprobe von 50 Schalen ermittelten Unterschiede der Schwebungsfrequenzen den Klang stärker beeinflussen als die Unterschiede der Intervalle zwischen den Teilschwingungen (Thies 2011, S. 36–43). Gleichwohl ist die Korrelation zwischen Schalendurchmesser und Intervallgröße physikalisch interessant.

4 Nichtlinearität

Für den Klang wichtiger als die festgestellten Unterschiede der Intervalle zwischen den Teilschwingungen ist ein Phänomen, das besonders bei großen Klangschalen auffällt. In manchen Veröffentlichungen erscheinen Frequenzen von Teilschwingungen, die nicht zu den oben mitgeteilten Intervallen passen. Beispielsweise kann eine Teilschwingung auftreten, die ungefähr um einen Halbton über der dritten Teilschwingung liegt (so etwa bei Pawłowski, Portalska u. Portalski 2013, S. 188, Tab. 2). Ein kleineres Intervall als 736 Cent zwischen der dritten und der vierten Teilschwingung zeigt jedoch keine der hier einbezogenen 85 Schalen (Abb. 14). Darüber hinaus können zu den beiden eng benachbarten Komponenten, in die die einzelnen Teilschwingungen aufgespalten sind, weitere Komponenten hinzutreten. Pawłowski, Portalska u. Portalski (2013, S. 188, Tab. 2) nennen z. B. die Werte 608,70, 617,31 und 626,23 Hz. Portalska u. Portalski berichten von „Paaren (seltener Dreien oder Vieren, nur ausnahmsweise Fünfen) von Spektrallinien mit wesentlicher Energie, deren Frequenzunterschied typischerweise einige Hz beträgt“ (Portalscy 2008, S. 17). Charakteristisch für nicht genau rotationssymmetrische Schalen ist aber die Aufspaltung der Teilschwingungen in zwei Komponenten und nicht mehr.

Bei näherem Hinsehen zeigt sich, dass die in einigen Arbeiten zusätzlich aufgeführten Frequenzen rechnerisch aus anderen Frequenzen ableitbar sind (geringfügige Abweichungen von den genauen Werten lassen sich durch die Auflösung der Frequenzmessung erklären). Wenn man die Frequenzen des Grundschwingungspaares mit f_{0a} und f_{0b} bezeichnet und die Frequenzen des ersten Oberschwingungspaares mit f_{1a} und f_{1b} , kann man die von Aarts, Ouweltjes u. Bulut (2014, S. 16) über die „regulären“ Werte hinausgehenden Frequenzen als $2f_{0a}$, $f_{0a} + f_{1b}$ sowie $2f_{1b}$ beschreiben. Pawłowski, Portalska u. Portalski (2013, S. 188) nennen in Tab. 2 Werte, die als $2f_{1a}$, $2f_{1b}$, $f_{1a} + f_{2a}$, $2f_{2a}$, $f_{1a} + f_{3b}$ und $f_{2a} + f_{3b}$ erklärbar sind. Die Werte $2f_{1a}$ und $2f_{1b}$ (424,44

und 426,58 Hz) bilden mit den Werten f_{2a} und f_{2b} (396,49 und 398,28 Hz) den oben erwähnten Halbtonschritt (118 Cent). Die oben genannte Dreiergruppe besteht aus den Frequenzen $f_{1a} + f_{2a} = 608,70$ Hz, $f_{3a} = 617,31$ Hz und $f_{3b} = 626,23$ Hz. Tab. 3 enthält die Werte $f_{0a} + f_{1a}$, $f_{0b} + f_{1b}$, $2f_{1a}$ und $2f_{1b}$.

Die durch Verdopplung und durch Summation gebildeten Frequenzwerte weisen klar auf nichtlineares Verhalten hin. Dadurch können auch die Vierer- und Fünfergruppen von Teilschwingungen entstehen, über die Portalska u. Portalski berichten (s.o.). Dennoch enthalten die in den vorangegangenen Absätzen genannten Veröffentlichungen keinen Hinweis auf Nichtlinearität. Man könnte argwöhnen, dass durch technische Unzulänglichkeit der benutzten Geräte oder fehlerhafte Anwendung nichtlineare Verzerrungen aufgetreten sind; gegen diese Vermutung spricht, dass schon bei einer live angeschlagenen Schale je nach Anschlagsweise zusätzliche Töne, Klangtrübungen oder Rauigkeit hörbar sein können.

Die Ursache für nichtlineares Verhalten liegt demnach in den Klangschalen selbst. In erster Linie ist an eine Amplitudenabhängigkeit der Biegesteife zu denken. Bei höherer Amplitude sind dann stärkere nichtlineare Prozesse zu erwarten. Schalen mit dünnem Rand sind leichter verformbar, erreichen also eher große Amplituden als Schalen mit dickem Rand; mithin müsste sich die Nichtlinearität deutlicher zeigen.

Nur drei der in Kap. 1 genannten Veröffentlichungen enthalten einen Hinweis darauf, dass durch Nichtlinearität zusätzliche Schallanteile entstehen können. Collin, Keefer u. Moore (2015, S. 121) teilen mit: „Some harmonics of this frequency [Grundfrequenz] are evident in the spectrum, however, these are a product of the non-sinusoidal deflection shape at large amplitudes and do not represent resonances of the bowl.“ Glorian u. Beer (1996, S. 322) schreiben: „Je härter der Klöppel, desto stärker werden höhere Schwingungsformen oder durch nichtlineare Verzerrungen ganzzahlige Vielfache der Resonanzfrequenzen angeregt.“ In einer eigenen Arbeit heißt es: „[...] durch nichtlineare Vorgänge in der schwingenden Schale treten auch ganzzahlige Vielfache der [...] Eigenfrequenzen auf. Sie sind [...] aber so viel schwächer als die anderen Schallkomponenten, dass sie für das Hören keine Rolle spielen“ (Thies 2000, S. 216, Anm. 13). Diese Aussage ist durch die damalige Auswahl der Klangschalen (nur eine mit mehr als 18 cm Durchmesser, kein dünner Rand) und durch Zurückhaltung beim Anschlagen zu erklären, muss aber bei erweitertem Untersuchungsrahmen differenziert werden.

Bei allen für diese Studie untersuchten großen Klangschalen ist Nichtlinearität mess-technisch nachweisbar. Auch das Auftreten der von Portalska u. Portalski (Portalscy 2008, S. 17) erwähnten Vierer- und Fünfergruppen von Teilschwingungen lässt sich bestätigen. Als Beispiel zeigt Tab. 3 Messergebnisse für die Schalen „228 b“ und „232 a“. Beim untersuchten Anschlag der Schale „228 b“ war die Komponente mit der Frequenz f_{1b} schwach ausgeprägt, daher trat keine Komponente mit der Frequenz $f_{1a} + f_{1b}$ auf.

Schale 228 b		Schale 232 a	
f_{1a}	305,2 Hz	f_{1a}	297,6 Hz
f_{1b}	308,9 Hz	f_{1b}	304,7 Hz
f_{2a}	585,2 Hz	f_{2a}	592,6 Hz
f_{2b}	593,3 Hz	$2 f_{1a}$	595,2 Hz
$2 f_{1a}$	610,4 Hz	$f_{1a} + f_{1b}$	602,3 Hz
$2 f_{1b}$	617,8 Hz	f_{2b}	603,8 Hz
		$2 f_{1b}$	609,4 Hz

Tabelle 3: Gruppen von mehr als zwei Teilschwingungen bei zwei Klangschalen

Oft sind die messbaren durch Nichtlinearität entstandenen Komponenten zu schwach, um den Klang zu beeinflussen. Wenn sie hörbar werden, können sie den Klang trüben oder aufrauen. Beim Erproben vieler Klangschalen stellt sich heraus, dass die zusätzlichen Komponenten umso mehr ins Gewicht fallen, je größer die Schale, je dünner der Schalenrand und je kräftiger der Anschlag ist.

Der Einfluss von Randstärke und Anschlagsenergie zeigt sich beispielsweise, wenn man die für die Klangbeispiele 1 und 2 schwach angeschlagenen Schalen (ähnliche Größe, Randstärke etwa 9 mm und etwa 2,5 mm, Abb. 1) stark anschlägt. Um den Einfluss der Randstärke zu erkunden, wurden beide Schalen für eine weitere Aufnahme gleich stark angeschlagen (Klangbeispiele 3 und 4). Für diesen Zweck war der in Abb. 1 gezeigte Holzschlägel (Durchmesser 58 mm, 1,5 mm starker Lederbezug) an einem Stativ aufgehängt und mit einem Faden um einen festgelegten Betrag aus der Ruhelage ausgelenkt (Abb. 16). Die Freigabe des Fadens löste den Anschlag aus. Unmittelbar nach dem Anschlag wurde der Schlägel festgehalten, um erneute Berührung der Schale zu vermeiden. Kontrollmessungen ergaben eine gute Reproduzierbarkeit der Anschlagsstärke. Um sicherzustellen, dass keine nennenswerten Artefakte durch die Aufnahme entstehen, wurden die Schalen mit professionellen Kondensatormikrofonen und einem semiprofessionellen Rekorder weit unterhalb der Vollaussteuerung aufgenommen.

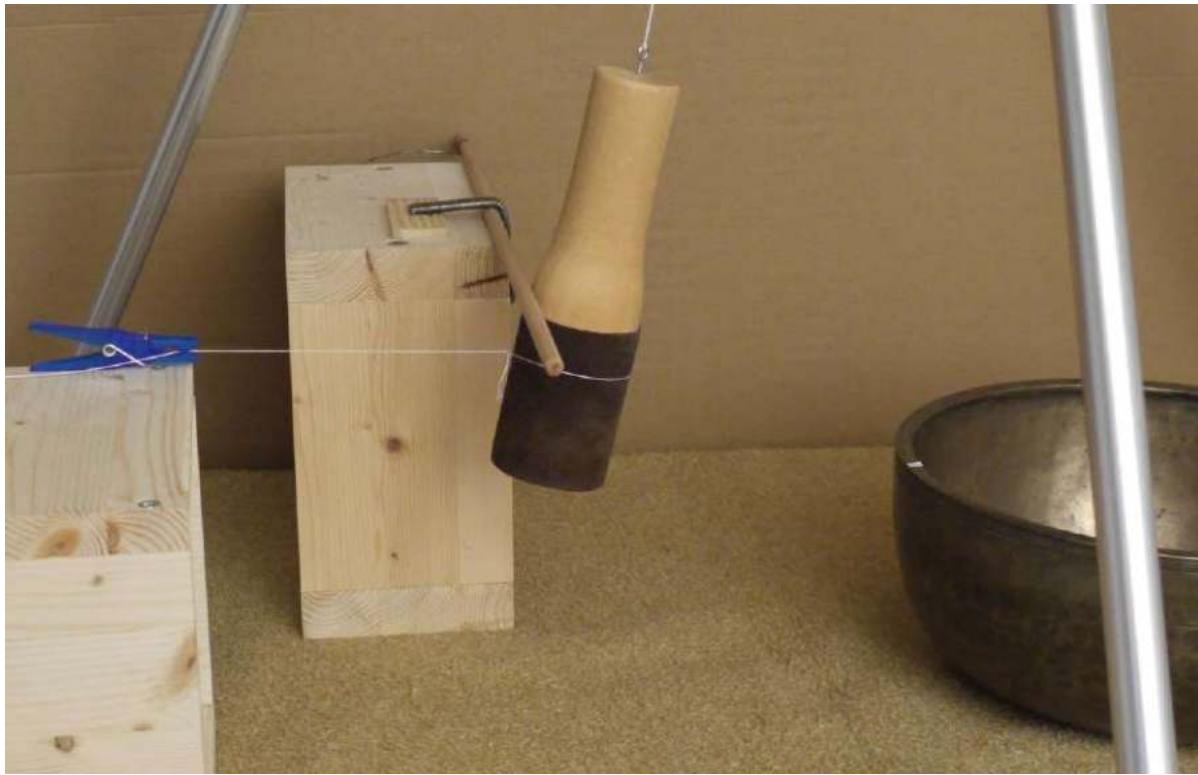


Abbildung 16: Versuchsaufbau für Anschlag mit reproduzierbarer Stärke



Klangbeispiel 3: Schale „279“, starker Anschlag



Klangbeispiel 4: Schale „288“, gleich starker Anschlag wie in Klangbeispiel 3

Komponenten, die durch Nichtlinearität entstehen, sind bei der Schale „279“ im Amplitudenspektrum zu sehen, aber nicht hörbar. Die Schale „288“ mit dünnerem Rand klingt dagegen deutlich rauer als bei schwachem Anschlag. Um den Einfluss der Nichtlinearität auf den Klang genauer zu zeigen, sind in den folgenden Beispielen verschiedene Teile des Spektrums durch Filter isoliert bzw. entfernt. Die gefilterten Abschnitte wechseln mit dem unbearbeiteten Signal ab.

Klangbeispiel 5 bringt zweimal für eine Sekunde ausschließlich die zweite Oberschwingung (480,9 und 483,4 Hz) gemeinsam mit der oktavierten ersten Oberschwingung (513,6 und 518,0 Hz), die auf Nichtlinearität zurückgeht. In Klangbeispiel 6 ist die oktavierte erste Oberschwingung viermal für eine Sekunde aus dem Gesamtsignal entfernt; an diesen Stellen klingt der zweite Oberton glatt. Die anschließenden Klangbeispiele folgen demselben Muster (Tab. 4). Hörbare durch Nichtlinearität entstandene Komponenten mit Frequenzen bis 2 kHz sind in der Tabelle einzeln aufgeführt, Komponenten mit Frequenzen über 2 kHz sind zusammenfassend isoliert bzw. entfernt. Das Adjektiv „hörbar“ bezieht sich auf die hier ausgewertete Aufnahme mit einer bestimmten Mikrofonposition. An verschiedenen Orten im Schallfeld kann das

Amplitudenverhältnis der Teilschwingungen und damit auch die wahrgenommene Rauigkeit sehr unterschiedlich sein. Jene Aufnahmen, die (bei gleicher Anschlagsstelle und -stärke) mit verschiedenen Mikrofonpositionen entstanden, klingen teils rauer, teils glatter als die für die Klangbeispiele gewählte Aufnahme.

Frequenzen der zweimal für 1 s isolierten Komponenten [Hz]	Frequenzen der viermal für 1 s entfernten Komponenten [Hz]
<i>Klangbeispiel 5</i> 480,9 483,4 (f_{2a} , f_{2b}) 513,6 518,0 (2 f_{1a} , 2 f_{1b})	<i>Klangbeispiel 6</i> 513,6 518,0 (2 f_{1a} , 2 f_{1b})
<i>Klangbeispiel 7</i> 961,8 966,8 (2 f_{2a} , 2 f_{2b}) 1057,6 1064,9 (f_{4a} , f_{4b})	<i>Klangbeispiel 8</i> 961,8 966,8 (2 f_{2a} , 2 f_{2b})
<i>Klangbeispiel 9</i> 1399,6 1410,2 (f_{5a} , f_{5b}) 1500,1 1508,9 (2 f_{3a} , 2 f_{3b}) 1538,4 ($f_{2a} + f_{4a}$) 1541,0 ($f_{2b} + f_{4a}$) 1545,8 ($f_{2a} + f_{4b}$) 1548,3 ($f_{2b} + f_{4b}$)	<i>Klangbeispiel 10</i> 1500,1 1508,9 (2 f_{3a} , 2 f_{3b}) 1538,4 ($f_{2a} + f_{4a}$) 1541,0 ($f_{2b} + f_{4a}$) 1545,8 ($f_{2a} + f_{4b}$) 1548,3 ($f_{2b} + f_{4b}$)
<i>Klangbeispiel 11</i> 1777,6 1783,2 (f_{6a} , f_{6b}) 1807,6 ($f_{3a} + f_{4a}$) 1812,0 ($f_{3b} + f_{4a}$) 1815,0 ($f_{3a} + f_{4b}$) 1819,4 ($f_{3b} + f_{4b}$)	<i>Klangbeispiel 12</i> 1807,6 ($f_{3a} + f_{4a}$) 1812,0 ($f_{3b} + f_{4a}$) 1815,0 ($f_{3a} + f_{4b}$) 1819,4 ($f_{3b} + f_{4b}$)
<i>Klangbeispiel 13</i> $f > 2$ kHz (durch Nichtlinearität entstandene Komponenten)	<i>Klangbeispiel 14</i> $f > 2$ kHz (durch Nichtlinearität entstandene Komponenten)

Tabelle 4: Inhalt der Klangbeispiele 5 bis 14



Klangbeispiel 5: Original im Wechsel mit gefiltertem Signal, s. Tab. 4



Klangbeispiel 6: Original im Wechsel mit gefiltertem Signal, s. Tab. 4



Klangbeispiel 7: Original im Wechsel mit gefiltertem Signal, s. Tab. 4



Klangbeispiel 8: Original im Wechsel mit gefiltertem Signal, s. Tab. 4



Klangbeispiel 9: Original im Wechsel mit gefiltertem Signal, s. Tab. 4



Klangbeispiel 10: Original im Wechsel mit gefiltertem Signal, s. Tab. 4



Klangbeispiel 11: Original im Wechsel mit gefiltertem Signal, s. Tab. 4



Klangbeispiel 12: Original im Wechsel mit gefiltertem Signal, s. Tab. 4



Klangbeispiel 13: Original im Wechsel mit gefiltertem Signal, s. Tab. 4



Klangbeispiel 14: Original im Wechsel mit gefiltertem Signal, s. Tab. 4

In Klangbeispiel 15 sind sämtliche hörbaren durch Nichtlinearität verursachten Komponenten viermal für eine Sekunde aus dem Gesamtsignal entfernt.



Klangbeispiel 15: Original im Wechsel mit gefiltertem Signal (hörbare durch Nichtlinearität verursachte Komponenten entfernt)

In Klangbeispiel 16 sind die hörbaren durch Nichtlinearität verursachten Komponenten dauerhaft entfernt. Durch den Vergleich mit Klangbeispiel 4 lässt sich der Einfluss der Nichtlinearität beobachten, ohne dass der Klang im Sekundentakt wechselt.



Klangbeispiel 16: wie Klangbeispiel 4, aber ohne hörbare durch Nichtlinearität verursachte Komponenten

Bei etwas schwächerem Anschlag ist die Rauigkeit geringer, weil die Amplitude der durch Nichtlinearität entstehenden Komponenten stärker abnimmt als die Amplitude der übrigen Komponenten (Klangbeispiel 17; für dieses Beispiel wurde die in Abb. 16 gezeigte Auslenkung des Schlägels verkleinert). Entsprechend weniger ändert sich der Klang, wenn man die auf Nichtlinearität beruhenden Komponenten zeitweilig entfernt (Klangbeispiel 18).



Klangbeispiel 17: Schale „288“, etwas schwächerer Anschlag als in Klangbeispiel 4



Klangbeispiel 18: wie Klangbeispiel 15, aber etwas schwächerer Anschlag

In Klangbeispiel 19 sind die hörbaren durch Nichtlinearität verursachten Komponenten dauerhaft entfernt. Durch den Vergleich mit Klangbeispiel 17 kann man den Einfluss der Nichtlinearität beobachten, ohne dass sich der Klang im Sekundentakt ändert.



Klangbeispiel 19: wie Klangbeispiel 17, aber ohne hörbare durch Nichtlinearität verursachte Komponenten

Klangänderungen durch Nichtlinearität fallen vor allem bei großen Klangschalen auf. Bei kleineren Schalen sind die Schwingungsbäuche auf engerem Raum verteilt, die Verformung beim Schwingen erfordert mehr Kraft. Entsprechend schwieriger ist es, große Amplituden zu erreichen; die Nichtlinearität ist weniger ausgeprägt. Zum Vergleich wurde eine Schale mit 12 cm Durchmesser einbezogen, deren Rand ähnlich stark ist (etwa 2,5 mm) wie bei der für die vorangegangenen Klangbeispiele benutzten Schale mit 29 cm Durchmesser. Bei gleichem Anschlag wie in den Klangbeispielen 4 bis 16 waren nur schwache zusätzliche Teiltöne hörbar, ohne den Klang nennenswert aufzurauen.

5 Empfehlungen für das Anhören großer Klangschalen vor dem Kauf

Wie in Abschnitt 2 beschrieben, bieten große Klangschalen eine reiche Vielfalt möglicher Klänge. Um einen Eindruck von der Klangpalette zu gewinnen, sollte man viele verschiedene Schlägel und Anschlagsstärken erproben. Weil der Klang von der Position im Schallfeld abhängt, empfiehlt es sich, die Schale aus verschiedenen Richtungen und Entfernungen anzuhören.

Ein dünner Schalenrand fördert das Entstehen hoher Teilschwingungen. Dies ermöglicht Klangvielfalt durch verschiedene Teiltonkonstellationen. Die Dynamik ist jedoch deutlich begrenzt, weil der Klang bei stärkerem Anschlag durch nichtlineares Verhalten der Schale getrübt oder aufgeraut wird (Abschnitt 4). Eine Schale mit dickem Rand erlaubt Klangvielfalt durch große Dynamik, ohne dass die Klangreinheit bei kräftigem Anschlag leidet. Die Anzahl der Teiltöne ist allerdings geringer. Somit haben Schalen mit dünnem Rand und Schalen mit dickem Rand charakteristische Vor- und Nachteile. Auch hierauf sollte man achten, wenn man eine Klangschale auswählt.

Zusätzlich gilt der Rat aus einer früheren Untersuchung (Thies 2011, S. 43), auf die Schwebungen zu achten. Je nach Anschlagsstelle sind die Schwebungen verschieden stark ausgeprägt, so dass der Klang ruhiger oder bewegter erscheint, bei hoher Schwebungsfrequenz auch aufgeraut. Daher ist es ratsam, viele verschiedene Anschlagsstellen zu erproben und sich nacheinander auf die einzelnen Teiltöne zu konzentrieren.

6 Zusammenfassung

Große Klangschalen klingen tiefer und länger als kleinere Schalen, außerdem können Teiltöne höherer Ordnung hörbar sein. Ein dünner Rand fördert diese Teiltöne. In diese Studie sind Teilschwingungsfrequenzen von 47 tibetischen Klangschalen mit einem Durchmesser zwischen 22 und 33 cm einbezogen, von 46 dieser Schalen auch die Schwebungsfrequenzen der Teilschwingungen. Höhere Teilschwingungen tendieren zu höheren Schwebungsfrequenzen.

Je nach Hörbarkeit wurden die Intervalle zwischen den ersten fünf bis acht Teilschwingungen bestimmt. Beim Vergleich der Ergebnisse für die ersten fünf Teilschwingungen mit entsprechenden Messwerten für 38 mittelgroße tibetische Schalen aus einer früheren Untersuchung (Thies 2011, S. 30) zeigt sich: Die Mittelwerte der Intervalle bei den großen Schalen sind

signifikant größer als jene der mittelgroßen Schalen. Am größten ist der Unterschied beim Intervall zwischen den Teilschwingungen 1 und 2. Seine durchschnittliche Größe beträgt bei mittelgroßen Schalen Oktave + Tritonus, bei großen Schalen Oktave + Quinte. Größer als der Unterschied der Mittelwerte sind jedoch die Wertespannen innerhalb der beiden Gruppen. Vergleicht man den Klang einer mittelgroßen und einer großen Schale, so fällt die unterschiedliche Tonlage wesentlich mehr auf als abweichende Intervalle zwischen den Teilschwingungen. Neben dem Unterschied der Mittelwerte zeigt sich in beiden Schalengruppen die Tendenz, dass die Intervallgröße mit dem Durchmesser zunimmt. Mit einer Ausnahme (große Schalen, Teilschwingungen 4 und 5) ist dieser Zusammenhang statistisch signifikant. Wichtiger für den Klang sind allerdings Unterschiede der Schwebungsfrequenzen.

Das Spektrum aller für diese Studie untersuchten großen Klangschalen enthält Komponenten, deren Frequenzen durch Verdopplung oder Summation von gemessenen Teilschwingungsfrequenzen erklärbar sind. Diese Komponenten, die als zusätzliche Töne, Trübung des Klangs oder Rauigkeit hörbar sein können, weisen auf nichtlineares Verhalten hin. Die zusätzlichen Komponenten fallen umso mehr ins Gewicht, je größer die Schale, je dünner der Schalenrand und je kräftiger der Anschlag ist.

Große Klangschalen mit dünnem Rand bieten den Vorteil, dass mehr Teiltöne klingen als bei Schalen mit dickem Rand. Dadurch ist auch eine größere Variabilität des Klangs durch Anschlagen der bereits schwingenden Schale möglich. Große Klangschalen mit dickem Rand erlauben hingegen eine deutlich größere Dynamik, ohne dass der Klang durch nichtlineares Verhalten rau wird.

Vor einer Kaufentscheidung sollte man eine Klangschale ausgiebig erproben. Es empfiehlt sich, viele verschiedene Schlägel, Anschlagsstärken und Anschlagsstellen zu nutzen. Ratsam ist ferner, die Schale aus verschiedenen Richtungen und Entfernungen anzuhören. Dabei sollte man auch auf die Schwebungen achten, die den Klang beleben, bei hoher Schwebungsfrequenz aber aufrauen.

Danksagung

Dr. Walter Roland Gruber (Universität Salzburg) half tatkräftig bei der statistischen Auswertung. Emily und Peter Hess (Peter Hess Institut, Bruchhausen-Vilsen) stellten großzügig Klangschalen für die Studie zur Verfügung. Petar Milosavljevic (Klanghaus Gandharva Loka, Salzburg) ermöglichte zahlreiche Fotos sowie Tonaufnahmen und ertrug geduldig die für die akustischen Messungen nötigen starken Anschläge. Allen danke ich für die freundliche Unterstützung.

Literatur

(Weitere Literatur ist verzeichnet in Thies 2010 und in Thies 2016.)

- Aarts, Ronald M.; Ouweltjes, Okke; Bulut, Murtaza (2014): *An electro-acoustic implementation of Tibetan bowls: Acoustics and perception*. In: Noise & Vibration Worldwide 45, No. 1, S. 12–23; <https://doi.org/10.1260/0957-4565.45.1.12>, eingesehen am 10.02.2017.
- Collin, Samantha R.; Keefer, Chloe L.; Moore, Thomas R. [2015]: *The etiology of chatter in the Himalayan singing bowl*. In: Proceedings of the 3rd Vienna Talk on Music Acoustics, „Bridging the gaps“, September 16–19 2015. Hrsg. v. Alexander Mayer, Vasileios Chatzioannou u. Werner Goebel. Wien: Universität für Musik und darstellende Kunst, S. 120–123; http://viennatalk2015.mdw.ac.at/?page_id=13002&pap=64, eingesehen am 27.09.2016.
- Glorian, Friedrich; Beer, Rainer (1996): *Die Akustik von Klangschalen und ihr Einsatz in der Therapie*. In: *Fortschritte der Akustik: Plenarvorträge und Fachbeiträge der 22. Deutschen Jahrestagung für Akustik/DAGA 96, Bonn*. Hrsg. v. Thomas Portele u. Wolfgang Hess. Oldenburg: Deutsche Gesellschaft für Akustik, S. 322–323.
- Inácio, Octávio José Patrício Fernandes (2008): *A modal method for the simulation of nonlinear dynamical systems with application to bowed musical instruments*. Southampton, University, thesis (Ph. D.); <http://eprints.soton.ac.uk/65914/1/P2509.pdf>, eingesehen am 10.02.2017.
- Inácio, Octávio; Henrique, Luís L.; Antunes, José (2006): *The dynamics of Tibetan singing bowls*. In: Acta Acustica united with Acustica 92, S. 637–653 [Onlinefassung, nicht völlig übereinstimmend: <http://projects.itn.pt/BellTune/File3.pdf>, eingesehen am 10.02.2017].
- Meyer, Andrzej; Portalska, Halina; Portalski, Marek (2008): *Research of the anisotropy of the sound bowls*. In: NTAV/SPA 2008. New Trends in Audio and Video – Signal Processing: Algorithms, Architectures, Arrangements, and Applications. Conference Proceedings. Poznan, 25–27th September 2008. Piscataway, NJ: IEEE, S. 97–102.
- Meyer, Andrzej; Portalska, Halina; Portalski, Marek; Konieczka, Adam; Balcerk, Julian (2008): *Visualization of sound bowl acoustic field*. In: NTAV/SPA 2008. New Trends in Audio and Video – Signal Processing: Algorithms, Architectures, Arrangements, and Applications. Conference Proceedings. Poznan, 25–27th September 2008. Piscataway, NJ: IEEE, S. 103–108.

- Meyer, Andrzej; Portalski, Marek (2013): *The method of multitone parameters determining selected idiophones*. In: 2013 Signal Processing: Algorithms, Architectures, Arrangements, and Applications (SPA 2013). Poznan, Poland, 26–28 September. Piscataway, NJ: IEEE, S. 191–194.
- Pawlowski, Paweł; Portalska, Halina; Portalski, Marek (2013): *Nonharmonic multitone of singing bowls and digital signal generators*. In: 2013 Signal Processing: Algorithms, Architectures, Arrangements, and Applications (SPA 2013). Poznan, Poland, 26–28 September. Piscataway, NJ: IEEE, S. 186–190.
- Portalscy, Halina u. Marek [H. Portalska u. M. Portalski] (2008): *Klangschalen: Klang. Unterstützung der Diagnose, der Therapie und ...* Poznań: Prodruk.
- Rossing, Thomas D. (2000): *Science of percussion instruments*. Singapore [u. a.]: World Scientific.
- Smutný, Jaroslav; Pazdera, Luboš (2014): *Acoustic vibration analysis of a Tibetan singing bowl – Akusticko-vibrační analýza tibetské mísy*. In: Akustika 22, S. 37–43.
- Terwagne, Denis; Bush, John W. M. (2011): *Tibetan singing bowls*. In: Nonlinearity 24, S. R51–R66.
- Thies, Wolfgang (2000): *Teiltonstrukturen tibetischer Klangschalen*. In: *Musikwissenschaft – Musikpraxis: Festschrift für Horst-Peter Hesse zum 65. Geburtstag*. Hrsg. v. Kai Bachmann u. Wolfgang Thies. Anif/Salzburg: Mueller-Speiser, S. 208–218.
- Thies, Wolfgang (2010): *Stereofone Synthese von Klangschalenschwingungen*. In: Frankfurter Zeitschrift für Musikwissenschaft 13, S. 38–54; <http://www.european-musicology.eu/2010-13-jahrgang>, eingesehen am 14.10.2016.
- Thies, Wolfgang (2011): *Variabilität von Klangschalenschwingungen: Beobachtungen mithilfe von Analyse und Synthese*. In: Frankfurter Zeitschrift für Musikwissenschaft 14, S. 26–45; <http://www.european-musicology.eu/2011-14-jahrgang>, eingesehen am 14.10.2016.
- Thies, Wolfgang (2016): *Entspannung durch das Hören einer Klangschale: Bevorzugte Klangmerkmale*. In: European Journal of Musicology 15, S. 39–70; <http://www.european-musicology.eu/2016-1-15-jahrgang>, eingesehen am 12.01.2017.
- Wilkerson, Carr; Serafin, Stefania; Ng, Carmen (2002): *Physical model synthesis and performance mappings of bowl resonators*. In: *Proceedings of the International Computer Music Conference (ICMC-02), Göteborg, Sweden, September 16–21*, S. 219–221; <https://ccrma.stanford.edu/~carmenng/250b/icmc2002.pdf>, eingesehen am 10.02.2017.