



EccoS Revista Científica

ISSN: 1517-1949

eccos@uninove.br

Universidade Nove de Julho

Brasil

Carvalho Borba, Marcelo; Santos, Silvana C.
Educação matemática: propostas e desafios
EccoS Revista Científica, vol. 7, núm. 2, julho-dezembro, 2005, pp. 291-312
Universidade Nove de Julho
São Paulo, Brasil

Disponível em: <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=71570204>

- ▶ [Como citar este artigo](#)
- ▶ [Número completo](#)
- ▶ [Mais artigos](#)
- ▶ [Home da revista no Redalyc](#)

redalyc.org

Sistema de Informação Científica

Rede de Revistas Científicas da América Latina, Caribe, Espanha e Portugal
Projeto acadêmico sem fins lucrativos desenvolvido no âmbito da iniciativa Acesso Aberto

EDUCAÇÃO MATEMÁTICA: PROPOSTAS E DESAFIOS

Marcelo Carvalho Borba*

Silvana C. Santos**

*Pós-doutora em Educação Matemática – Universidade de Auckland [Nova Zelândia]; Doutora em Educação Matemática – Universidade Cornell [Estados Unidos]; Professor livre-docente – Unesp-Rio Claro. mborba@rc.unesp.br, Rio Claro [Brasil]

**Mestranda em Educação Matemática – Unesp-Rio Claro ssantos@rc.unesp.br, Rio Claro [Brasil]

A
R
T
I
G
O
S

Neste artigo, discutimos alguns aspectos da educação matemática, vista como uma região de inquérito, e mostramos os laços que esse campo estabelece tanto com a matemática quanto com a educação e outras áreas. Buscamos também ilustrar – por meio de um exemplo relacionado à pesquisa sobre educação matemática a distância – como a matemática se transforma quando diferentes mídias passam a integrar processos de produção de conhecimento. Finalmente, são tecidas considerações sobre como pesquisa e reflexões geram novos projetos de pesquisa.

PALAVRAS-CHAVE: Educação a distância. Educação matemática. Seres-humanos-com-mídias. Tecnologias da informação e comunicação.

EccoS – Revista Científica, São Paulo, v. 7, n. 2, p. 291-312, jul./dez. 2005.

291

1 Introdução

Educação matemática, o que é isso? A resposta a esta pergunta está além do escopo deste artigo, embora tanto aqui quanto em artigos como o de Kilpatrick (1996) possam ser encontrados traços de resposta. Por outro lado, é interessante que essa região de inquérito seja apresentada em diversos fóruns, no momento em que a comunidade científica é sacudida por discussões, entre as quais a referente à nova tabela de áreas do Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq), para que se consolide um diálogo com a educação de modo geral. Neste artigo, pretendemos apresentar algumas facetas do que denominamos uma região de inquérito, com a visão de que devemos manter laços estreitos com a educação, que debate problemas comuns e de natureza diferente daqueles debatidos pela educação matemática. Além disso, procura-se mostrar os motivos pelos quais a educação matemática não deve ser vista como “metodologia do ensino de matemática”, embora reconheçamos ser essa uma parte importante de suas preocupações que, inicialmente, atrai professores. Em particular, vamos apresentar parte de uma pesquisa que se encontra em desenvolvimento, para ilustrar como a educação matemática se alimenta (e esperamos que a relação seja recíproca) da matemática e da educação.

2 Educação matemática

Os diversos relatos em dissertações e teses do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da Universidade Estadual Paulista “Júlio Mesquita Filho” (Unesp), *campus* de Rio Claro, mostram que grande número de professores de Matemática opta por fazer pós-graduação em educação matemática por se preocupar com questões ligadas “ao fracasso do ensino da matemática” (BALDINO, 1999). Essa preocupação inicial, caracterizada muitas vezes

como ingênua em algumas dissertações, transforma-se depois em pesquisas voltadas para linhas específicas de programas de pós-graduação.

A visão de educação matemática como uma “prática de ensino” em nível de pós-graduação parece também habitar o imaginário de diversos colegas com quem o primeiro autor deste artigo debateu, informalmente, questões ligadas ao tema, durante reuniões anuais da Associação Nacional de Pós-Graduação e Pesquisa em Educação (Anped). Além disso, a idéia dessa prática talvez seja igualmente recorrente na mente do leitor. Embora existam, de fato, teses e dissertações que têm como foco o ensino e aprendizagem de geometria (MARTINS, 2003; BATISTELA, 2005) ou de funções (SOUZA, 1996; BENEDETTI, 2003), a educação matemática não se restringe a isso, pois várias das pesquisas que focam ensino e a aprendizagem abarcam discussões de pedagogia em sentido amplo, discutem filosofia da educação, história da matemática e muitos outros aspectos que circundam a educação matemática.

Recentemente, no *Bolema*,¹ n. 24, um dos periódicos mais importantes dessa região de inquérito, D'Ambrosio publicou artigo em que afirma:

A palavra democracia, que se tornou a justificativa para atos reprováveis, é a governabilidade através da capacidade do povo influir nas decisões. Longe de estar presente nos países. O terrorismo sectário tem como resposta o terrorismo dos estados. O estado do mundo é deplorável! Contradicoriatamente, as realizações científicas e tecnológicas são surpreendentes. Penetra-se na maior intimidade do corpo humano e da matéria, viagens interplanetárias são possíveis, está-se conseguindo comunicação instantânea, praticamente sem limitações. O estado da matemática, da ciência e da tecnologia é de maravilhar! (D'AMBROSIO, 2005, p. 99).

Nesse artigo, esse expoente da educação matemática manifesta preocupações com o papel da matemática na sociedade, entrelaçando-a com as

¹ Disponível em: <<http://www.rc.unesp.br/igce/matematica/bolema>>.

ciências e com a tecnologia que permeia nosso cotidiano atual. Sua preocupação não é isolada e tem sido a tônica em livros (SKOVSMOSE, 2001) e teses (JACOBINI, 2004). Autores como Vianna (2003) acreditam que

[...] a educação matemática não sobreviverá se não admitir essa múltipla interação [entre a Educação, Matemática e sociedade], correndo o risco de se ver reduzida a uma didática da matemática ou, o que é pior, ao ensino da matemática e que ela é instituída pela sociedade e como, reciprocamente, atua sobre os indivíduos permeando relações de poder, crenças, visões de mundo. (VIANNA, 2003, p. 53).

A educação matemática é uma região de inquérito que mantém interseções em educação e matemática, na busca de sua identidade própria; por isso, não se justifica seu distanciamento nem da educação nem da matemática. Decorre daí a tensão vivida por essa região de inquérito. No entanto, a relação da educação matemática não se dá apenas com as duas áreas das quais toma os nomes emprestados e os justapõe; vai mais além, pois sintetiza questões filosóficas, sociais, culturais e históricas, entre outras.

Dessa forma, por exemplo, na educação matemática, há uma tendência denominada filosofia da educação matemática que busca respostas a perguntas como “De que forma se deve lidar com as múltiplas significações do objeto matemático em sala de aula?”, “Como se dá a relação entre a língua materna e a matemática?”, “Qual o papel da matemática na sociedade em geral?” ou, ainda, “Por que ensinar matemática na escola?” Artigos e livros têm sido publicados nessa área (BICUDO; GARNICA, 2001), não apenas para discutir essas perguntas de modo geral, mas também para buscar uma articulação com questões cotidianas da sala de aula.

A interação entre a educação matemática e a antropologia talvez tenha gerado a tendência mais original em educação matemática. Em geral, os ma-

temáticos não têm sido críticos da ciência que desenvolvem; por essa razão, áreas correlatas têm assumido a responsabilidade de mostrar que a matemática também apresenta uma dimensão cultural.

O termo etnomatemática, cunhado por D'Ambrosio (2001) há mais de duas décadas, realça o fato de que diferentes grupos culturais produzem expressões matemáticas diversas e que a matemática acadêmica, normalmente conhecida como matemática (sem adjetivos), é aquela praticada também por um grupo cultural (BORBA; VILLARREAL, 2005). Não se trata de negar o papel relevante dessa ciência, e sim de resgatar expressões matemáticas daqueles que não têm o poder de dizer o que é matemática.

Garnica (1999) explica que a educação matemática pode ser vista como um “movimento”, o que implica aceitar que, desde o primeiro instante que se decidiu ensinar a alguém alguma coisa chamada “matemática”, uma ação de educação matemática começou a manifestar-se. Estando a instituição “universidade” imersa no mundo, esse “movimento” inscreve-se também, posteriormente, na prática da pesquisa acadêmica formal. As formalizações conceituais surgem, como sabemos, movidas por preocupações e perplexidades que, nas universidades, constituem centros de pós-graduação em educação matemática, ora ligados a departamentos de matemática, ora ligados a departamentos ou faculdades de educação. Nesse percurso, um discurso específico, cujo objeto é interdisciplinar, começa a ser delineado num diálogo interáreas.

De forma semelhante, a educação matemática, em diferentes momentos de sua história, tem-se situado institucionalmente em várias instâncias nas agências de fomento. Já esteve vinculada à área de matemática tanto no CNPq quanto na Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (Capes). Atualmente está associada ao Comitê de Assessoramento (CA) de Educação no CNPq e em dois comitês na Capes: Educação e Ensino de Ciências e Matemática.

Outro tipo de movimento pode ser visto, na medida em que se apresentam diferentes questões, entre as quais a possibilidade de a informática

² Disponível em: <<http://www.rc.unesp.br/igce/pgem/gpimem.html>>.

ser utilizada na educação, objeto de investigação de pesquisas do Grupo de Pesquisa em Informática, outras Mídias e Educação Matemática (Gpimem),² ao qual pertencem os autores deste artigo. Diversos trabalhos têm sido realizados tanto para debater a possibilidade da utilização da informática em sala de aula e os dilemas postos para os professores (PENTEADO; BORBA, 2000) quanto para tratar de questões que relacionam as tecnologias da informação e da comunicação à epistemologia.

Borba e Villarreal (2005) apresentam a noção de seres-humanos-com-mídias como sujeito da produção de conhecimento, ou seja, o conhecimento não é produzido somente por humanos; ele tem um co-ator não humano, uma tecnologia da inteligência (oralidade, escrita ou a “nova linguagem” multimídia que está sendo desenvolvida em mídias informáticas).

Essas tecnologias da inteligência permeiam o ser cognitivo de tal forma que o pensamento é sempre influenciado por diferentes mídias. O ser cognitivo não tem uma fronteira que coincida com a nossa pele. Nossa pensamento é reorganizado à medida que novas tecnologias da inteligência são incorporadas a coletivos pensantes. Diversos exemplos são apresentados no livro citado no início deste parágrafo, para dar cor a esta noção e, ao mesmo tempo, permitir que visões alternativas sejam elaboradas.

Para este artigo é importante realçar que pesquisas feitas sobre aprendizagem da matemática, como no caso do uso de informática em sala de aula, geram também reflexões de caráter epistemológico. Nesse sentido, as tecnologias informáticas deixaram evidente que não só elas transformam a produção do conhecimento, mas também as mídias que têm trajetória mais longa na história, como o lápis e papel (variações desta mídia) e a oralidade.

Recentemente, com a popularização, mesmo que limitada, da internet, temos estudado diversas dimensões da educação a distância (EAD) *on-line*, desde os componentes sociais até a questão da produção do conhecimento, analisando como a produção matemática se transforma à medida que diferen-

tes interfaces informatizadas (materializadas nos ambientes virtuais para tais fins) são utilizadas.

3 Educação matemática a distância

Alguns pesquisadores (BAIRRAL, 2002; MORGADO, 2003; GRACIAS, 2003; BORBA, 2004, entre outros) têm investigado especificidades da educação matemática a distância, que evidenciam as transformações que a Internet vem promovendo na produção matemática.

Nos cursos de extensão universitária a distância sobre “Tendências em Educação Matemática” (GRACIAS, 2003) oferecidos a professores de Matemática, desde 2000, pelo Instituto de Geociências e Ciências Exatas (IGCE), da Unesp de Rio Claro, Borba (2005) vem observando que a natureza da discussão matemática que ocorre a distância, via *chat*, tem reorganizado a maneira de se produzir o conhecimento matemático, devido à simbologia característica da linguagem matemática (letras gregas e operadores, por exemplo) e à impossibilidade de compartilhamento, simultâneo, de gráficos e construções geométricas durante a discussão. Por essa razão, educadores matemáticos passaram a repensar as especificidades da educação matemática, quando de sua ocorrência em um contexto baseado na internet (BORBA, 2005).

O coletivo formado por humanos e a internet, no que diz respeito ao cenário educacional, criam uma nova forma de lidar com o conhecimento, diferente daquela desenvolvida na sala de aula presencial, já que, durante a interação, gestos e olhares – próprios da comunicação – não são explicitados.

Há investigações de caráter mais filosófico (ou epistemológico) inseridas na temática da educação matemática a distância que procuram responder a perguntas como: qual a natureza da reorganização do pensamento em um curso a distância? (GRACIAS, 2003). Diante disso, um aspecto que nos parece pertinente discutir são as diferentes concepções de espaço, uma vez que

ao falarmos em EAD, via internet, o espaço em que as interações ocorrem é desterritorializado, ou seja, é possível que estejamos, simultaneamente, em um determinado espaço e em vários outros. Para Castells (2003), a internet tem uma geografia própria e ainda redefine distâncias, mas não cancela a geografia. Novas configurações territoriais emergem de processos simultâneos de concentração, descentralização e conexão espaciais, incessantemente elaborados pela geometria variável dos fluxos de informação.

Além de considerar as dimensões sociais e culturais deste novo espaço, outro aspecto que deve ser mencionado é o educacional. Torna-se importante refletir acerca do potencial do ambiente telemático, enquanto um espaço pedagógico, ou, com base em Lévy (2000), um “espaço do saber”. Para esse autor,

[...] como criação antropológica em curso, ele [o espaço do saber] é um plano vivo, qualitativamente diferenciado, desenvolvido pelas metáforas e navegações dos intelectuais coletivos que o percorrem. Não deve ser confundido com uma espécie de recipiente abstrato de todos os saberes possíveis: ele produz, pelo contrário, uma forma bem específica de saber, e reorganiza, hierarquiza, insere no meio ativo – que é o seu – os modos de conhecimento resultantes dos outros espaços antropológicos. (LÉVY, 2000, p. 127).

Com o crescimento da comunicação baseada na internet, em particular da EAD, uma reorganização torna-se relevante. Quando o processo educativo ocorre de maneira híbrida, ou seja, divide-se em presencial e a distância, as dúvidas de qualquer natureza que surgem durante a interação podem ser esclarecidas nos momentos presenciais. Por outro lado, se a interação se dá totalmente a distância, torna-se necessário repensar as práticas educacionais. Nesse aspecto, a revolução digital transformou o espaço edu-

cacional. Trata-se de um outro espaço, mesmo que ainda indefinido, com características próprias.

Comparando educação presencial e a distância, Kenski (2003) lembra que,

[...] nas épocas anteriores, a educação era oferecida em lugares física e “espiritualmente” estáveis: nas escolas e nas mentes dos professores. O ambiente educacional era situado no tempo e no espaço. O aluno precisava deslocar-se regularmente até os lugares do saber [...] para aprender. Na era digital, é o saber que viaja veloz nas estradas virtuais da informação. (KENSKI, 2003, p. 32).

Consideramos de extrema importância discutir as questões culturais, os desafios e, sobretudo, as possibilidades de produção matemática no ambiente *on-line*. Essa nova modalidade de ensino possibilita que pessoas localizadas fisicamente em diversos lugares possam trocar idéias, experiências e elaborar projetos conjuntos que, sem essa flexibilidade da EAD, tornar-se-iam bem mais difíceis.

4 Um exemplo de educação matemática a distância

O curso a distância, mencionado na seção anterior, tem sido oferecido a professores de diversos lugares do país e da América Latina e se tornado cenário de pesquisas que visam a identificar as diversas facetas da educação matemática no contexto da internet, pelo fato de constituir-se realidade na sociedade atual. Esse curso ilustra como a educação matemática se transforma quando mudanças sociais ocorrem, evidenciando o porquê de pesquisas nesta área estarem em movimento (BICUDO; BORBA, 2004).

³ Disponível em: <<http://www.teleduc.nied.unicamp.br/teleduc>>.

⁴ Disponível em: <<http://www.nied.unicamp.br>>.

Para a realização desse curso, até 2005 foi utilizado o ambiente gratuito Teleduc,³ criado pelo Núcleo de Informática Aplicada à Educação (Nied) da Universidade Estadual de Campinas (Unicamp),⁴ constituindo-se num “espaço” destinado à participação e administração de cursos via internet, com a finalidade de formar professores especializados em informática educativa. O Teleduc vem sendo muito utilizado em pesquisas sobre educação matemática a distância (GRACIAS, 2003; BELLO, 2004; LOPES, 2004; MISKULIN; AMORIN; SILVA, 2005), como um ambiente alternativo ao da aula presencial em algumas disciplinas, em cursos a distância para formação continuada de professores, em projetos que visam a criar um ambiente colaborativo para os professores discutirem questões relacionadas à sua prática escolar e trocarem experiências (PENTEADO, 2004).

As interações no curso a distância sobre “Tendências em Educação Matemática” sempre foram semanais e síncronas (em tempo real). Procurava-se capacitar professores a discutir criticamente algumas das tendências em educação matemática, tais como modelagem matemática, informática e educação matemática, educação matemática de jovens e adultos e história da matemática; habilitar os professores para o entendimento, de forma inicial, sobre o que é pesquisa em educação matemática. Ainda nesse contexto, em 2005, passou-se também a discutir atividades de matemática (geometria espacial).

Este último objetivo é tema de pesquisa de mestrado (em andamento) da segunda autora deste artigo, no qual procura analisar as possibilidades de produção matemática a distância, ou seja, investigar como os participantes discutiram, no *chat*, as conjecturas formuladas durante as construções geométricas, realizadas no Wingeom,⁵ a partir do desenvolvimento das atividades de geometria espacial propostas. Diante disso, dos 11 encontros do curso, três foram destinados às discussões matemáticas. Além dos encontros síncronos, previamente agendados, também havia interações assíncronas que ocorriam por meio de portfólios, fórum de discussão e correio eletrônico.

⁵ O Wingeom é software gratuito – traduzido para o português e outras línguas –, que permite fazer construções geométricas em duas ou três dimensões e que, por meio de animação, possibilita verificar diversas propriedades geométricas. Ele foi desenvolvido pelo professor Richard Parris, da Philips Exeter Academy. Disponível em: <<http://www.math.exeter.edu/rparris>>.

As atividades de geometria que eram desenvolvidas ao longo do curso foram elaboradas cuidadosamente, para possibilitar aos alunos-professores a investigação. Desse modo, notamos que, pelo fato de os participantes não terem familiaridade com o Wingeom e de não haver encontros presenciais, essas atividades deveriam ter *design* diferenciado e ser direcionadas à construção, de modo que a principal preocupação fosse a investigação. A maior parte das atividades de geometria era enviada, com antecedência, direcionando os participantes para a discussão.

A seguir, no Quadro 1, apresentaremos uma das atividades, exatamente como foi proposta no quarto encontro síncrono do curso, no intuito de ilustrar como a produção matemática a distância ocorreu. Trazemos, ainda, a construção geométrica realizada com o Wingeom e recortes da discussão na aula *on-line* referentes a essa atividade, buscando mostrar especificidades do discurso matemático no *chat*. Essa atividade foi escolhida por não possuir muitas questões e simbologias específicas da matemática.

Atividade 1.3

Insira um tetraedro regular de aresta 1;
Marque o ponto médio M da aresta AC desse tetraedro;
Marque, na aresta reversa BD, o ponto médio N;
Marque um ponto P, de coordenada #, na aresta CD;
Trace os segmentos MP e NP;
Meça as distâncias de cada um desses segmentos;
Meça a distância MP + NP;
Movimento o ponto P sobre a aresta CD, usando o menu Anim/Variação de #;
Qual é a menor medida, pela superfície do tetraedro, de M até N? Justifique.
E se você estivesse utilizando apenas lápis e papel, como você faria?

Quadro 1: Atividade discutida no quarto encontro *on-line* do curso

Fonte: Os autores.

Os alunos-professores apresentaram diversos indícios de produção matemática na discussão dessa atividade, em particular, e utilizaram vários métodos para se expressarem no chat. Na discussão, apresentamos a hora em que a mensagem foi enviada, com o nome de cada participante, antes de sua “fala”. O primeiro autor deste artigo é o professor do curso, que aparece como “mborba” no texto transscrito; nele, o leitor poderá localizar participantes que se referem a “Silvana”, também professora do curso e a segunda autora deste artigo. Foram mantidos os erros de digitação e de outra ordem, característicos da comunicação em uma sala de bate-papo.

A construção (Ilustração 1) obtida pelos participantes no Wingeom bem como a discussão sobre o seu desenvolvimento são as seguintes:

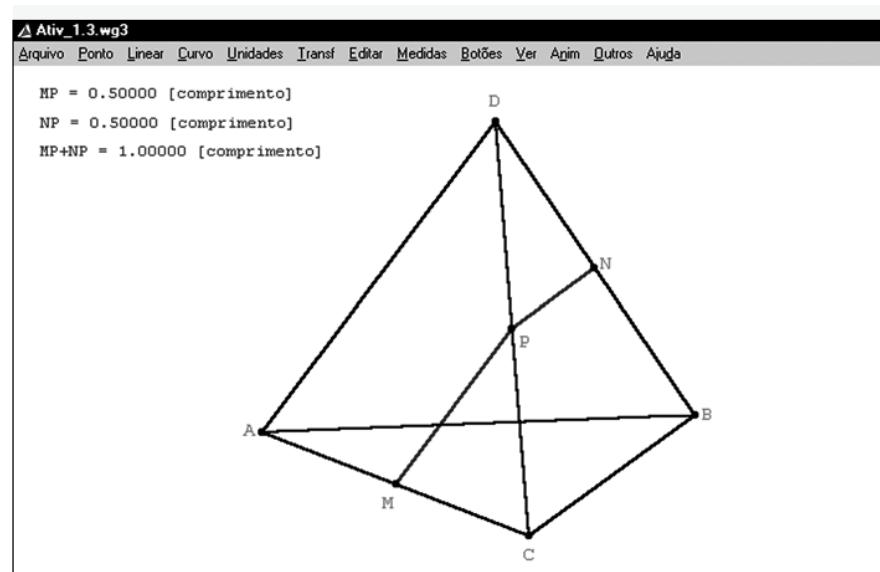


Ilustração 1: Construção realizada no Wingeom, referente à atividade acima
Fonte: Os autores.

- <(20:51:12) Marie> Eu descobri uma coisa muito legal nessa atividade 3.
- <(20:52:56) Carlos> Na atividade 3, fiz questão de observar com um tetraedro que tenho de papel. Usei uma borracha de dinheiro para conferir minhas idéias, foi legal.
- <(20:53:39) Maria> *Yo hice lo mismo, y cuando desplegué el papel se me vino la respuesta a la mente!*
- <(20:54:25) Keila> Pelo *software* na atividade 3, foi fácil ver qual é a menor medida, mas quando tive que passar para o papel. Foram até engraçadas algumas dúvidas. Não soube escrever o que faria.
- <(20:54:50) Marie> Bem, eu construí um tetraedro de papel, com um envelope usado. vocês já construíram um assim? A Keila já conhece esse truque. Não é, Keila?
- <(20:55:56) Carlos> Achei, então, que deveria passar pelo ponto médio da aresta CD para passar de M para N por P. Aí vi que todos tinham a mesma medida.
- <(20:56:13) Marie> É legal, mas só falando aqui não vai dar pra ter idéia. você teria de ter um envelope já usado (colado) nas mãos agora.
- <(20:56:22) Maria> *Esa misma respuesta encontre.*
- <(20:56:54) Taís> Que tamanho? Quer um?
- <(20:57:44) Carlos> Fiquei intrigado, pois, quase sempre, o menor percurso está associado a perpendicularidade, mas dessa vez tinha ligação com está paralelo a uma aresta. O que acham?
- <(20:57:47) Marie> O mais legal, além de descobrir que era no ponto médio, com o tetraedro de papel na mão descobri que se o achasse os pontos M e N ficavam... O quê? Como vocês acham que eles ficariam?
- <(20:58:18) Marcia Lobo> Marquei o ponto médio de DC.
- <(20:58:29) Taís> Eles coincidem?
- <(20:58:34) Marie> Qualquer tamanho de envelope serve. você tem um aí?
- <(20:58:46) Taís> Tenho.

- <(20:58:51) Maria> *Es la base media de la cara del tetraedro la menor distancia aquí (porque es distância medida sobre superficie).*
- <(20:59:00) Mborba> Marie, a Silvana tinha visto isso planificando, o tetraedro... Uma maneira de amassar!
- <(20:59:06) Marcia Lobo> Será que tem a ver com o fato de ser pela superfície?
- <(20:59:07) Marie> O que vocês acham? Os pontos coincidem?
- <(20:59:42) Claudia> Percebi que a menor distância era quando o ponto p é ponto médio de CD.
- <(20:59:49) Marie> Falei amassando, mas o termo geométrico seria planificando sim.
- <(21:00:03) Mborba> Tem, Márcia [...] e o problema é a surpresa que a Marie viu, quando se planifica o tetraedro.
- <(21:00:22) Mborba> Dá para imaginar. Quem ainda não viu?
- <(21:00:24) Taís> Ficam colineares.
- <(21:01:42) Carlos> E se planificarmos o tetraedro de papel e verificarmos a trajetória o que se poderia ver e entender?
- <(21:01:56) Malu> Ficam colineares.
- <(21:02:11) Mborba> Marie e você conseguiram demonstrar?
- <(21:02:19) Maria> *Porque dos caras adyacentes del tetraedro, marcaría el punto medio M de AC y el punto medio N de BD, y trazaría el segmento que une los puntos M y N (la menor distancia) y quedaría la base media del paralelogramo CADB, donde P sería el punto de intersección de esta base media con la diagonal CD del paralelogramo. Por lo tanto es el punto medio de CD Lástima que no puedo colocar aquí la figura que hice!*
- <(21:02:34) Taís> É que, amassando, eu imaginei que fosse dobrá-lo. Daí, quando se falou em planificar, “caiu a ficha” de que seriam colineares [...]
- <(21:03:31) Mborba> Maria, falou da demonstração que conseguimos fazer, mas queríamos ter uma sem planificar e não conseguimos até agora!

<(21:04:13) Marie> Os pontos M e N ficam colineares na planificação. A menor distância entre dois pontos é sobre a reta que os contém. Neste caso, se estivéssemos no ponto médio de uma aresta um tetraedro e quiséssemos ir até o ponto médio da outra aresta (como indicado no problema), o caminho mais curto seria passando pelo ponto médio da aresta comum as duas faces do tetraedro. Legal, né?

<(21:04:33) Maria> *Hermoso!*

<(21:06:23) Mborba> Marie, claro que fez a demonstração [...] e só detalhara agora [...]

<(21:06:44) Marcia Lobo> E como fica a “necessidade” da demonstração?

<(21:07:14) Marie> Eu só sei demonstrar falando, só em português. Em *matematiques* eu sou ruim pra caramba.

<(21:09:44) Mborba> sobre a pergunta da Marcia: creio também que depende do contexto [sic] educacional, da série que estivermos.

<(21:09:47) Marcia Lobo> E como nos posicionaríamos com nossos alunos sobre essa demonstração?

<(21:10:10) Mborba> contexto [...] é com x... Ai! O cansaço.

<(21:10:42) Maria> *No tengo una clara respuesta. Puedo pensarla para después y la ponemos en el forum, eh?*

<(21:11:07) Marie> Agora que falamos sobre demonstrações, será que cabe um pouco mais desse assunto aqui ou no fórum? Eu sou meio traumatizada por demonstrações desde o tempo do “ginásio”. Como são vocês em relação a esse assunto e seus alunos?

A discussão matemática, nesse espaço, ocorreu por meio da escrita, porém desprovida do simbolismo que a matemática exige. Pode-se dizer que é uma outra oralidade, uma vez que não existe a possibilidade de se expressarem por meio da língua falada, como se faz usualmente. Desse modo, o discurso muitas vezes é informal, e a matemática sofre uma forte impregnação da língua materna (MACHADO, 2001). Por outro lado, o exemplo ilustra como a

escrita desenvolvida na sala de bate-papo exige que o pensamento seja ordenado de forma linear, já que não é possível referir-se a desenhos compartilhados por todos.

No que se refere à informalidade, uma das principais características do discurso no *chat*, é possível notar que os enunciados feitos pelos participantes não seguem o padrão da língua escrita e as regras por ela imposta, o que pode ser facilmente observado na ausência de acentos e nos erros de ortografia na referida discussão. Numa discussão como esta, dificilmente poderemos ser rigorosos, uma vez que a velocidade com que as mensagens são enviadas faz com que detalhes importantes como esses sejam desconsiderados. Autores como Bernardes e Vieira (2005, p. 81) argumentam que “[...] os enunciados produzidos nas salas de bate-papo consistem em um novo estilo da língua.” Nesse tipo de comunicação, o que importa é fazer-se entender. Desse modo, sentimentos como cansaço, alegria e satisfação, muitas vezes, são manifestados por meio de exageros, abreviações e repetições de fonemas, caracterizando, assim, esse novo estilo de escrita.

Em se tratando do discurso matemático propriamente dito, quando ele ocorre no *chat*, é evidenciada forte necessidade de imaginação, pelo fato de que a distância geográfica às vezes impede uma comunicação dotada de imagens explicativas, tais como gráficos, figuras e gestos, mesmo havendo recursos informáticos para auxiliar nesse processo. Notamos que alguns participantes do curso, além de visualizarem no Winggeom a construção da mencionada atividade, optaram por utilizar materiais manipulativos, os quais não estavam disponíveis a todos no momento da discussão. Desse modo, foi necessário imaginar como o outro desenvolveu sua investigação, utilizando-se de diferentes técnicas.

Quando Taís (21:02:34) se manifesta dizendo: “É que, amassando, eu imaginei que fosse dobrá-lo. Daí, quando se falou em planificar, ‘caiu a ficha’ de que seriam colineares [...]”, fica explícita a utilização da imaginação durante a discussão sobre o desenvolvimento da atividade.

Na maioria das vezes, só é possível compreender um processo investigativo realizado por outra pessoa e sua respectiva explicação matemática nesse contexto, usando a imaginação, tendo como base aquilo que está sendo expresso no *chat*.

Nesse sentido, as interações por meio do *chat* exigem dos interlocutores uma sensibilidade e empatia, pois, para compreender a explicação do outro, torna-se importante uma imersão nas condições em que ele se encontra. Da mesma forma, aquele que se propõe emitir uma mensagem tem a preocupação de buscar estratégias para fazer com que, por meio da escrita no *chat*, sua voz apareça e crie-se uma “presença virtual”.

No curso em questão, aqueles que mais “falaram” foram os que mais pareceram presentes, como é o caso da Marie nessa discussão em especial, o que não quer dizer que os demais não estejam participando. Podemos observar a forte presença virtual dessa participante, pois quando “fala” também fomenta a discussão e chama os demais colegas para o debate, como mostra em (20:57:47): “O mais legal, além de descobrir que era no ponto médio, com o tetraedro de papel na mão descobri que, se o achasse, os pontos M e N ficavam... O quê? Como vocês acham que eles ficariam?”

Notamos, a partir dessa experiência, diversas possibilidades de produção matemática, uma vez que, mesmo com a distância física, foi possível estabelecer um debate, rever conceitos matemáticos, discutir diferentes formas de abordar o conteúdo de geometria espacial e ainda “aproximar” professores de diferentes lugares com realidades distintas, para a troca de experiência.

Por outro lado, cabe uma reflexão acerca das limitações evidenciadas nesse curso, quando se trata de discussão matemática em um ambiente *on-line*. Maria (21:02:19), por exemplo, manifesta um sentimento de frustração após apresentar sua justificativa a respeito da conclusão a que havia chegado com a investigação, ao mencionar: “*Lástima que no puedo colocar aquí la figura que hice!*” Neste caso, o desejo de compartilhar com os colegas a figura que havia feito não foi possível em razão das condições do curso (via internet) e do ambiente utilizado.

Em depoimento, próximo ao término da aula *on-line*, durante um momento de avaliação, Marie comenta sobre as dificuldades que teve em discutir matemática a distância, devido à impossibilidade (nem sempre) de debater o desenvolvimento da atividade utilizando materiais manipulativos, uma estratégia pedagógica muito usada por ela em sua prática docente.

<(21:57:57) Marie> Bom, eu gostei da aula, mas queria ter conseguido mostrar mais coisas pra vocês. É difícil falar de Geometria. Quem já teve aula comigo sabe que para cada conceito eu tenho algo para “mostrar” – para as pessoas manipularem – e aqui eu fiquei meio amarrada.

Apresentamos algumas possibilidades e limitações da discussão matemática a distância, com base no contexto do curso a distância “Tendências em Educação Matemática”. No entanto, não podemos dizer se a maneira como ocorreu essa discussão foi melhor ou pior do que aquelas que conhecemos em ambientes presenciais. O que pretendemos é mostrar que se trata de uma nova forma, qualitativamente diferente, de produzir matemática, por utilizar recursos diferentes, em um contexto muito particular.

5 Educação matemática em movimento

Este artigo apresentou reflexões que situem a educação matemática como uma região de inquérito que dialoga com diversas áreas do conhecimento. Não se discutiu a questão de ela ser ou não uma disciplina, mas se buscou demonstrar alguns dos caminhos pelo quais ela se movimenta. Diversos autores nesse campo tratam de exemplos oriundos de pesquisas, não com o intuito de – como na tradição experimental – comprovar pelos dados as teses apresentadas, mas de intensificar a tensão local – a experiência vivida e o geral –, reflexões apresentadas ao longo deste artigo. É nesse sentido que apresen-

tamos um exemplo vinculado às nossas pesquisas voltadas para a educação matemática a distância. Tal exemplo permite que o leitor tenha uma visão de práticas desenvolvidas com professores de todo o país e de países vizinhos, ao esmo tempo que abre caminhos para novas reflexões e interpretações sobre a noção de que o conhecimento é construído por seres-humanos-com-mídias.

Exemplos, respectivas análises e seus entrelaçamentos com outros autores também permitem que a nossa pesquisa se ponha em movimento. É assim que, fruto dessas reflexões, novas práticas em ambientes virtuais vêm sendo desenvolvidas. Por exemplo, um Centro Virtual de Modelagem (CVM)⁶ está sendo criado como um *locus* para que professores que desenvolvem projetos voltados para matemática possam colaborar, na medida em que se ajudam mutuamente. Trabalho empírico, reflexão e novos projetos se articulam de modo incessante em grupos de pesquisa como o nosso Gpimem. Ao mesmo tempo que trabalhamos com a noção de que a matemática é produzida coletivamente por seres-humanos-com-mídias, buscamos, enquanto grupo, ser um exemplo vivo de produção conjunta de educação matemática.

6 Disponível em: <<http://www.tidia-ae02.rc.unesp.br/html>>.

A
R
T
I
G
O
S

MATHEMATICS EDUCATION: PROPOSALS AND CHALLENGES

In this paper, we discuss some aspects of Mathematics education, seen as a realm of inquiry, and we show how this field has strong ties both with mathematics and with education, as well as other areas. We also aim to illustrate – through an example related to research regarding mathematics distance education – how Mathematics is transformed when different media become a part of the processes of knowledge production. Finally, it is presented some ideas about how research and reflections on their findings generate new research projects.

KEY WORDS: Distance education. Humans-with-media.
Information technology and communication. Mathematics education.

Referências

- BAIRRAL, M. A. *Desarrollo profesional docente en geometría: análisis de un proceso de formación a distancia*. 2002. Tese (Doctorado em Didáctica de las Ciencias Experimentales i de las Matemáticas)-Universitat de Barcelona, Barcelona, 2002.
- BALDINO, R. Pesquisa-ação para formação de professores: leitura sintomática de relatórios. In: BICUDO, M. A. V. (Org.). *Pesquisa em educação matemática: concepções e perspectivas*. 1. ed. São Paulo: Ed. Unesp, 1999. p. 221-246.
- BATISTELA, R. F. *Um kit de espelhos planos para o ensino de geometria*. 2005. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática)-Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2005.
- BELLO, W. R. *Possibilidades de construção do conhecimento em um ambiente telemático: análise de uma experiência de matemática em EAD*. 2004. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática)-Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2004.
- BENEDETTI, F. C. *Funções, software gráfico e coletivos pensantes*. 2003. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática)-Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2003.
- BERNARDES, A. S.; VIEIRA, P. M. T. O chat como produção de linguagem. In: FREITAS, M. T. A.; COSTA, S. R. *Leitura e escrita de adolescentes na internet e na escola*. 1. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2005. p. 45-64.
- BICUDO, M. A. V.; BORBA, M. C. (Org.). *Educação matemática: pesquisa em movimento*. 1. ed. São Paulo: Cortez, 2004.
- _____.; GARNICA, A. V. M. *Filosofia da educação matemática*. 1. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2001.
- BORBA, M. C. As dimensões da educação matemática a distância. In: BICUDO, M. A. V.; BORBA, M. C. (Org.). *Educação matemática: pesquisa em movimento*. 1. ed. São Paulo: Cortez, 2004. p. 296-312.
- _____. *The transformation of Mathematics in on-line courses*. In: CONFERENCE OF THE INTERNATIONAL GROUP FOR THE PSYCHOLOGY OF MATHEMATICS EDUCATION, 29., 2005, Melbourne. *Proceedings...* Melbourne: PME, 2005. Disponível em: <<http://www.rc.unesp.br/igce/pgem/home/frames/downloads/artigos/borba/pme29.pdf>>. Acesso em: 30 ago. 2005.

- BORBA, M. C.; VILLARREAL, M. E. *Humans-with-media and the reorganization of mathematical thinking: information and communication technologies, modeling, experimentation and visualization*. 1. ed. Nova York: Springer, 2005. Mathematics Education Library, v. 39.
- CASTELLS, M. *A galáxia da internet: reflexões sobre a internet, os negócios e a sociedade*. 1. ed. Rio de Janeiro: Jorge Zahar, 2003.
- D'AMBROSIO, U. Armadilha da mesmice em educação matemática. *Boletim de Educação Matemática* (Bolema), Rio Claro, ano 18, n. 24, p. 95-110, 2005.
- _____. *Etnomatemática: elo entre as tradições e a modernidade*. 1. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2001.
- GARNICA, A. V. M. Filosofia da educação matemática: algumas ressignificações e uma proposta de pesquisa. In: BICUDO, M. A. V. (Org.). *Pesquisa em educação matemática: concepções e perspectivas*. 1. ed. São Paulo: Ed. Unesp, 1999. p. 59-74.
- GRACIAS, T. A. S. *A natureza da reorganização do pensamento em um curso a distância sobre "Tendências em Educação Matemática"*. 2003. Tese (Doutorado em Educação Matemática)-Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2003.
- JACOBINI, O. R. *A modelagem matemática como instrumento de ação política na sala de aula*. 2004. Tese (Doutorado em Educação Matemática)-Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2004.
- KENSKI, V. M. *Tecnologias e ensino presencial e a distância*. 1. ed. Campinas: Papirus, 2003.
- KILPATRICK, J. Fincando estacas: uma tentativa de demarcar a educação matemática como campo profissional e científico. *Zetetiké*, Campinas, v. 4, n. 5, p. 99-120, 1996.
- LÉVY, P. *A inteligência coletiva: por uma antropologia do ciberespaço*. 3. ed. São Paulo: Loyola, 2000.
- LOPES, A. *Avaliação em educação matemática a distância: uma experiência de geometria no ensino médio*. 2004. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática)-Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2004.
- MACHADO, N. J. *Matemática e língua materna: análise de uma impregnação mútua*. 1. ed. São Paulo: Cortez, 2001.

MARTINS, R. A. *Ensino-aprendizagem de geometria: uma proposta fazendo uso de caleidoscópios, sólidos geométricos e softwares educacionais*. 2003. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática)-Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2003.

MISKULIN, R. G. S.; AMORIN, J. A.; SILVA, M. R. C. As possibilidades pedagógicas do ambiente computacional Teleduc na exploração, disseminação e na representação de conceitos matemáticos. In: BARBOSA, R. M. *Ambientes virtuais de aprendizagem*. 1. ed. Porto Alegre: Artmed, 2005.

MORGADO, M. J. L. *Formação de professores de matemática para o uso pedagógico de planilhas eletrônicas de cálculo: análise de um curso a distância via internet*. 2003. Tese (Doutorado em Educação)-Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, 2003.

PENTEADO, M. G. Redes de trabalho: expansão das possibilidades da informática na educação matemática da escola básica. In: BICUDO, M. A. V.; BORBA, M. C. (Org.). *Educação matemática: pesquisa em movimento*. 1. ed. São Paulo: Cortez, 2004. p. 283-295.

_____ ; BORBA, M. C. *A informática em ação: formação de professores, pesquisa e extensão*. 1. ed. São Paulo: Olho D'Água, 2000.

SKOVSMOSE, O. *Educação matemática crítica: a questão da democracia*. 1. ed. Campinas: Papirus, 2001.

SOUZA, T. A. *Calculadoras gráficas: uma proposta didático-pedagógica para o tema funções quadráticas*. 1996. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática)-Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 1996.

VIANNA, C. R. *Filosofia da educação matemática*. In: BICUDO, M. A. V. (Org.). *Filosofia da educação matemática: concepções e movimentos*. 1. ed. Brasília: Plano, 2003. p. 45-58.

recebido em: 30 ago. 2005 / aprovado em: 30 nov. 2005

Para referenciar este texto

BORBA, M. C.; SANTOS, S. C. Educação matemática: propostas e desafios. *EccoS – Revista Científica*, São Paulo, v. 7, n. 2, p. 291-312, jul./dez. 2005.