



Ingeniare. Revista Chilena de Ingeniería

ISSN: 0718-3291

facing@uta.cl

Universidad de Tarapacá

Chile

Rondón Quintana, Hugo Alexander

EXTENSIÓN DE UNA ECUACIÓN CONSTITUTIVA HIPOPLÁSTICA PARA SIMULAR ENSAYOS
TRIAXIALES CÍCLICOS

Ingeniare. Revista Chilena de Ingeniería, vol. 18, núm. 2, agosto, 2010, pp. 215-227

Universidad de Tarapacá

Arica, Chile

Disponible en: <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=77216407008>

- Cómo citar el artículo
- Número completo
- Más información del artículo
- Página de la revista en redalyc.org

redalyc.org

Sistema de Información Científica

Red de Revistas Científicas de América Latina, el Caribe, España y Portugal

Proyecto académico sin fines de lucro, desarrollado bajo la iniciativa de acceso abierto

EXTENSIÓN DE UNA ECUACIÓN CONSTITUTIVA HIPOPLÁSTICA PARA SIMULAR ENSAYOS TRIAXIALES CÍCLICOS

EXTENSION OF A HYPOPLASTIC CONSTITUTIVE EQUATION TO SIMULATE CYCLIC TRIAXIAL TESTS

Hugo Alexander Rondón Quintana¹

Recibido 28 de junio de 2009, aceptado 8 de junio de 2010

Received: June 28, 2009 Accepted: June 8, 2010

RESUMEN

La ecuación constitutiva hipoplástica es una herramienta matemática que puede simular de manera confiable el comportamiento que experimentan materiales granulares no tratados (GNT) bajo carga estática y monotónica. Sin embargo, para el caso de cargas cíclicas, como las que ocurren en un pavimento, la ecuación sobreestima la acumulación de las deformaciones permanentes. En el presente artículo se presenta una versión extendida de la ecuación constitutiva hipoplástica de Wolffersdorff (1996) (una de las más utilizadas actualmente en el mundo) que intenta mejorar dicha limitación. Adicionalmente se presenta la simulación de ensayos triaxiales cíclicos con presión de confinamiento constante y variable (los cuales son los más utilizados en el mundo para estudiar el comportamiento de GNT en pavimentos) utilizando la versión extendida. Las simulaciones realizadas demuestran la amplia capacidad que tiene la ecuación hipoplástica para reproducir el comportamiento que el material granular experimenta en los ensayos cíclicos.

Palabras clave: Ensayos triaxiales cíclicos, materiales granulares no tratados, hipoplasticidad, presión de confinamiento constante, presión de confinamiento variable.

ABSTRACT

Hypoplastic constitutive equation is a mathematical tool which offers the possibility to reliably simulate unbound granular materials (UGM) behavior under static and monotonic loads. However, such equation overestimates the permanent strain accumulation under cyclic loads (e.g. in a pavement structure). This paper presents an extension of the Wolffersdorff's Hypoplastic constitutive equation (1996) (currently one of the most used equations), aiming for improving its performance under cyclic loads. Beside this, cyclic triaxial tests simulations are presented using the extended version with constant and variable confining pressures. Triaxial tests are the most used when studying UGM behavior in pavements. Simulation results demonstrated the ability of the proposed equation for reproducing the behavior of granular materials under cyclic tests.

Keywords: Cyclic triaxial tests, unbound granular materials, hypoplasticity, constant confining pressure, variable confining pressure.

INTRODUCCIÓN

En el mundo se han desarrollado diversas ecuaciones constitutivas con el fin de intentar simular y predecir el comportamiento que experimentan materiales granulares no tratados (GNT) en un pavimento flexible. En este tipo de estructura cada eje de carga genera en las capas de base y subbase (compuestas por GNT) deformaciones tanto resilientes (recuperables) como permanentes (plásticas). Sin embargo, para el cálculo de esfuerzos y deformaciones gran parte de los métodos de diseño mecanicistas de pavimentos emplean ecuaciones elásticas lineales, las cuales son incapaces de predecir la evolución de la deformación

permanente en el tiempo. Suponer que el comportamiento de materiales granulares es completamente elástico conduce a una respuesta aproximada, correspondiente quizás a muy bajos niveles de esfuerzos. Además en este tipo de ecuaciones elásticas se impide considerar un módulo de rigidez del material dependiente de la magnitud del esfuerzo aplicado como lo demuestra la evidencia experimental (p.e., [1-12]). Por lo anterior, es necesario utilizar otro tipo de ecuaciones con el fin de intentar predecir las deformaciones que pueden ocurrir en estos materiales durante la vida útil del pavimento. Una amplia oportunidad para la formulación de ecuaciones que simulen el comportamiento bajo carga cíclica de

¹ Facultad del Medio Ambiente y Recursos Naturales, Universidad Distrital Francisco José de Caldas. Dirección: Vía Circunvalar Venado de Oro, Bogotá D.C., Colombia. Teléfono: (57-1) 3376906. E-mail: harondonq@udistrital.edu.co

materiales granulares la ofrecen las estructuras de la elastoplasticidad e hipoplasticidad [13-18].

A pesar de que las ecuaciones elastoplásticas son una herramienta interesante para la formulación de ecuaciones en el área de los pavimentos, presentan como principales desventajas [2, 18-20]:

- La estructuración matemática de las ecuaciones es compleja y no es fácil llevar a cabo modificaciones.
- La mayor parte de estas ecuaciones son empleadas en problemas geotécnicos y por lo general las simulaciones son restringidas a muy pocos ciclos de carga.
- Para la aplicación de estas ecuaciones en pavimentos donde el número de ciclos de carga es del orden de 10^3 - 10^7 es necesario realizar sustanciales modificaciones.
- Los parámetros son de difícil determinación experimental.

En el caso de la ecuación hipoplástica, su formulación matemática y la determinación de sus parámetros mecánicos es relativamente simple. Presenta una amplia capacidad para simular el comportamiento que experimentan materiales granulares bajo carga monotónica y estática [21-23]. Sin embargo, su principal limitación es que sobrestima la acumulación de la deformación que experimenta un material granular no tratado bajo carga cíclica (especialmente cuando el número de ciclos de carga es alto) [24].

En esta investigación se utilizó una versión hipoplástica para simular el comportamiento que experimentó un GNT en ensayos triaxiales cíclicos con presión de confinamiento constante (PCC) y variable (PCV). Los anteriores ensayos son los más utilizados para estudiar el comportamiento elastoplástico que experimentan GNT en pavimentos flexibles. Estos ensayos fueron realizados en el Instituto de Investigaciones de Mecánica de Suelos y Cimentaciones de la Ruhr Universität Bochum (Alemania) con el fin de comparar la respuesta que experimenta este tipo de materiales en ambos tipos de prueba y sus resultados son descritos detalladamente en [25]. Inicialmente se realizaron las simulaciones de los ensayos cíclicos empleando las versiones hipoplásticas de Niemunis [24] y Wolffersdorff [26]. De estas simulaciones se evidencia que las versiones actuales de la ecuación sobrestiman la acumulación de las deformaciones permanentes. Por tal motivo uno de los objetivos de la presente investigación fue extender la ecuación con el fin de poder predecir los resultados obtenidos de los ensayos PCC y PCV. La ecuación extendida no debe ser tenida en cuenta como una versión definitiva. Las modificaciones propuestas deben

ser consideradas como una primera aproximación para que otro investigador las tenga en cuenta y pueda generar una versión más elegante y precisa. Los alcances y las limitaciones de la ecuación modificada son expuestos al final del artículo.

Inicialmente se presentan algunas generalidades de la ecuación constitutiva hipoplástica. Luego se presentan de manera resumida los resultados de los ensayos triaxiales cíclicos. Después se evidencia, mediante una simulación, el problema ya mencionado de la ecuación. Por último se presentan las modificaciones realizadas a la ecuación y los resultados de las simulaciones de los ensayos PCC y PCV utilizando la versión hipoplástica extendida. Algunos de los modelos matemáticos desarrollados para simular la respuesta que experimentan estos materiales bajo carga cíclica, los factores que afectan dicha respuesta y el estado del conocimiento del tema pueden ser consultados en [3, 5, 27].

HIPOPLASTICIDAD

Generalidades

Algunas características de la ecuación constitutiva hipoplástica son:

- Permite describir deformaciones inelásticas desde el comienzo del proceso de carga.
- Permite modelar fenómenos de dilatación y contractancia.
- Puede determinar la rigidez y la deformación que se producen en materiales granulares sin recurrir a dos ecuaciones distintas en un ciclo de carga y descarga.
- A diferencia de la elastoplasticidad, la hipoplasticidad no descompone la deformación en una parte elástica y plástica, ni presenta superficies que delimiten el comportamiento elástico o plástico del material.

Para el desarrollo de la ecuación constitutiva se tuvo en cuenta el comportamiento que experimentan materiales granulares en ensayos edométricos, de corte, triaxiales y biaxiales. En este tipo de ensayos se ha demostrado que estos materiales dependiendo de las condiciones de frontera, del nivel de esfuerzos y de la densidad del material presentan rigidez y resistencia al corte diferentes. Además alcanzan estados límites de falla y las curvas esfuerzo-deformación difieren con cambios en la magnitud del confinamiento del material. Todas estas observaciones son tomadas en cuenta por la ecuación hipoplástica y son reproducidas de manera confiable por la misma para el caso de carga monotónica y estática.

Para poder predecir el comportamiento de materiales granulares la ecuación hipoplástica supone que:

- El estado del material es totalmente caracterizado por el tensor de esfuerzos efectivos (\mathbf{T}) y por la relación de vacíos (e) (ver ecuación (1)).

$$\dot{\mathbf{T}} = h(\mathbf{T}, \mathbf{D}, e) \quad (1)$$

h es una función y \mathbf{T} , \mathbf{D} son la velocidad de esfuerzo y de deformación respectivamente.

- El comportamiento mecánico no depende de la velocidad de deformación.
- Los granos son permanentes, por lo tanto la deformación es debida al reacomodo de las partículas durante procesos de carga y descarga (no se tiene en cuenta desgaste ni fractura de partículas).
- Efectos como capilaridad y cementación no son tenidos en cuenta.
- La deformación es homogénea (sin cortante localizado).

Las limitaciones de la ecuación constitutiva son:

- La simulación del comportamiento de materiales granulares bajo carga cíclica no es satisfactoria.
- No predice el comportamiento viscoso de suelos cohesivos. Una extensión de la ecuación para predecir el comportamiento de este tipo de suelos es la viscohipoplasticidad [24].
- Existe dificultad experimental para la obtención de parámetros hipoplásticos sobre materiales granulares con partículas grandes como las gravas.

Ecuación hipoplástica

Entre las diversas versiones de ecuaciones constitutivas hipoplásticas la más empleada es la de Wolffersdorff [26], la cual puede escribirse mediante la siguiente ecuación tensorial no lineal [24, 28-30]:

$$\dot{\mathbf{T}} = \mathbf{L} : \mathbf{D} + f_d \mathbf{N} \|\mathbf{D}\|, \quad (2)$$

$\dot{\mathbf{T}}$ es el tensor de velocidad de esfuerzos, $\mathbf{L}(\mathbf{T}, e)$ y $\mathbf{N}(\mathbf{T}, e)$ son los tensores de rigidez lineal y no lineal, los cuales son función del esfuerzo y la relación de vacíos (e). \mathbf{D} es el tensor de velocidad de deformación y f_d (factor de picnotropía) es una variable de estado que tiene en cuenta cómo la densidad del material granular influye sobre el comportamiento del mismo.

La representación matemática de $\mathbf{L}(\mathbf{T}, e)$ y $\mathbf{N}(\mathbf{T}, e)$ se describe a continuación:

$$\mathbf{L} = f_s \frac{1}{\hat{\mathbf{T}} : \hat{\mathbf{T}}} \left(F^2 \mathbf{I} + a^2 \hat{\mathbf{T}} \hat{\mathbf{T}} \right), \quad (3)$$

$$\mathbf{N} = f_s f_d \frac{Fa}{\hat{\mathbf{T}} : \hat{\mathbf{T}}} \left(\hat{\mathbf{T}} + \hat{\mathbf{T}}^* \right), \quad (4)$$

$$\hat{\mathbf{T}} = \frac{\mathbf{T}}{tr \mathbf{T}}, \quad (5)$$

$$\hat{\mathbf{T}}^* = \hat{\mathbf{T}} - \frac{1}{3} tr \mathbf{T} \mathbf{I}, \quad (6)$$

$$a = \frac{\sqrt{3}(3 - \sin \varphi_c)}{2\sqrt{2} \sin \varphi_c}, \quad (7)$$

$$F = \sqrt{\frac{1}{8} \tan^2 \psi + \frac{2 - \tan^2 \psi}{2 + \sqrt{2} \tan \psi \cos 3\theta}} - \frac{1}{2\sqrt{2}} \tan \psi, \quad (8)$$

$$\tan \psi = \sqrt{3} \|\hat{\mathbf{T}}^*\|, \quad (9)$$

$$\cos 3\theta = -\sqrt{6} \frac{tr(\hat{\mathbf{T}}^* \cdot \hat{\mathbf{T}}^* \cdot \hat{\mathbf{T}}^*)}{[\hat{\mathbf{T}}^* : \hat{\mathbf{T}}^*]^{3/2}}, \quad (10)$$

\mathbf{T} es el tensor de esfuerzos, \mathbf{I} denota el tensor unitario de cuarto orden con componentes $I_{ijkl} = \delta_{ik} \delta_{jl}$, φ_c es el ángulo de fricción crítico y los factores f_s y f_d tienen en cuenta la influencia que ejercen sobre el comportamiento del material, la presión media ejercida (barotropía) y la densidad del mismo (picnotropía). f_s y f_d se describen por medio de las siguientes ecuaciones [31]:

$$f_s = f_e f_b = \left(\frac{e_i}{e} \right)^\beta \frac{h_s}{n} \frac{1 + e_i}{e_i} \left(\frac{-tr \mathbf{T}}{h_s} \right)^{1-n} \left[3 + a^2 - a \sqrt{3} \left(\frac{e_{io} - e_{do}}{e_{co} - e_{do}} \right)^\alpha \right]^{-1} \quad (11)$$

$$f_e = \left(\frac{e_i}{e} \right)^\beta \quad (12)$$

$$f_d = \left(\frac{e - e_d}{e_c - e_d} \right)^\alpha \quad (13)$$

e_{io} es la relación de vacíos máxima alcanzada durante compresión isotrópica, e_{co} es la relación de vacíos crítica y e_{do} es la relación de vacíos mínima cuando el material se encuentra libre de presiones. Estas tres relaciones de vacíos decrecen con la presión media p ejercida al material por medio de la siguiente ecuación [31].

$$\frac{e_i}{e_{io}} = \frac{e_c}{e_{co}} = \frac{e_d}{e_{do}} = \exp \left[- \left(\frac{-tr \mathbf{T}}{h_s} \right)^n \right]^{-1} \quad (14)$$

La ecuación (14) se denomina ley de compresión isotrópica del material y relaciona en una gráfica datos experimentales del cambio que experimenta el suelo cuando éste es sometido a una determinada presión de referencia.

El factor de barotropía (f_b) se obtiene de la ecuación hipoplástica (2) y de la ley de compresión del material (ecuación 14). Para el caso de compresión isotrópica la ecuación constitutiva hipoplástica (2) se convierte en la ecuación (15). Si se conoce la presión media del material $p_s = \text{tr} \mathbf{T} / 3$, y si de la ecuación (14) se calcula el cambio que experimenta p debido a un cambio en la relación de vacíos se obtiene:

$$\dot{T}_1 = f_b f_e \left[3 + a^2 - f_d a \sqrt{3} \right] D_1 \quad (15)$$

$$\dot{p} = - \left(\frac{3p_s}{h_s} \right)^{1-n} \frac{h_s}{3ne_i} \dot{e} \quad (16)$$

Conociendo que $D_{kl} = \frac{\dot{e}}{3(1+e)} \delta_{kl}$, por sustitución se obtiene en la ecuación (15) e igualación en la ecuación (16), el factor de barotropía $f_s = f_b f_e$.

Los parámetros a y F tienen en cuenta el criterio de falla empleado por la ecuación constitutiva hipoplástica, el cual es el de Matsuoka-Nakai (Figura 1, extraída de [24]).

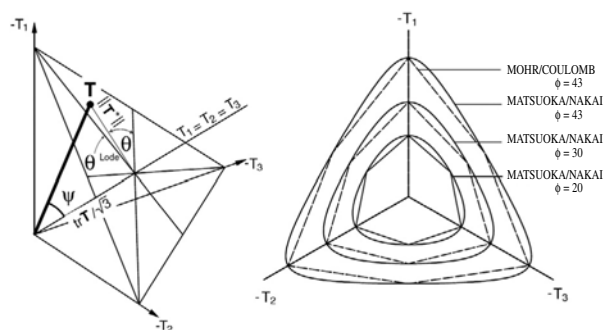


Figura 1. Representación gráfica del criterio de falla de Matsuoka-Nakai.

En la ecuación (7) se puede observar la relación que existe entre ϕ_c y el parámetro a . Esta relación se obtiene de la ecuación constitutiva hipoplástica. Para el caso de una muestra cilíndrica sometida a compresión triaxial, la ecuación (2) se reduce a dos ecuaciones escalares:

$$\dot{T}_1 = f_b f_e \frac{(T_1 + 2T_2)^2}{T_1^2 + 2T_2^2} \left[D_1 + a^2 \frac{T_1 D_1 + 2T_2 D_2}{(T_1 + 2T_2)^2} T_1 + f_d \frac{a}{3} \frac{5T_1 - 2T_2}{T_1 + 2T_2} \sqrt{D_1^2 + 2D_2^2} \right] \quad (17)$$

$$\dot{T}_2 = f_b f_e \frac{(T_1 + 2T_2)^2}{T_1^2 + 2T_2^2} \left[D_2 + a^2 \frac{T_1 D_1 + 2T_2 D_2}{(T_1 + 2T_2)^2} T_2 + f_d \frac{a}{3} \frac{4T_2 - T_1}{T_1 + 2T_2} \sqrt{D_1^2 + 2D_2^2} \right] \quad (18)$$

Si en las ecuaciones (17)-(18) se considera el caso de una elevada deformación monotónica de corte (p. e. triaxial):

$$\begin{aligned} \dot{T}_1 &= \dot{T}_2 = D_1 + 2D_2 = 0, \\ D_1 &\neq 0 \end{aligned} \quad (19)$$

y usando la definición del ángulo de fricción (ϕ),

$$\text{sen} \phi = \max \left(\frac{T_1 - T_2}{T_1 + T_2} \right), \quad (20)$$

se obtiene la relación mencionada entre a y ϕ_c (ecuación (7)).

Los parámetros de la ecuación constitutiva hipoplástica son el ángulo de fricción crítica (ϕ_c), e_{io} , e_{co} y e_{do} , una constante que describe la ley de compresión del material (n), la dureza granular (h_s), el exponente de picnotropía (α) y el de barotropía (β). Los valores que se obtienen al determinar los parámetros hipoplásticos dependen de las características granulométricas del suelo, forma, angularidad, dureza y resistencia de las partículas. Dichos parámetros pueden ser obtenidos de muestras alteradas, es decir, son independientes del estado del material [21-22, 32] y por lo general se calculan de ensayos índices, de compresión isotrópica, edométricos y triaxiales drenados. Algunos parámetros hipoplásticos de diversos materiales granulares encontrados en la literatura de referencia pueden ser consultados en [25]. El significado físico de los ensayos y la forma como son determinados pueden ser consultados en [4, 21-22].

Para visualizar aspectos cualitativos de los tensores \mathbf{L} y \mathbf{N} se pueden utilizar envolventes de respuestas [33]. Las envolventes de respuesta para un estado conocido de esfuerzo T y de relación de vacíos e son definidas como la superficie cubierta para toda tasa de esfuerzo a la cual le corresponden diferentes tasas de velocidad de deformación D con magnitud unitaria (por ejemplo $\|D\| = 1$). Como ejemplo, en la Figura 2 se observa la envolvente de respuesta para un estado de esfuerzo axisimétrico ($T_1, T_2 = T_3$) y coaxial de tasa de deformación ($D_1, D_2 = D_3$). En la envolvente de respuesta se observa que con el tensor \mathbf{L} la rigidez para carga y descarga es la misma. Al introducir el tensor \mathbf{N} en la ecuación, la envolvente se traslada a un punto en el cual para carga y descarga la rigidez es diferente.

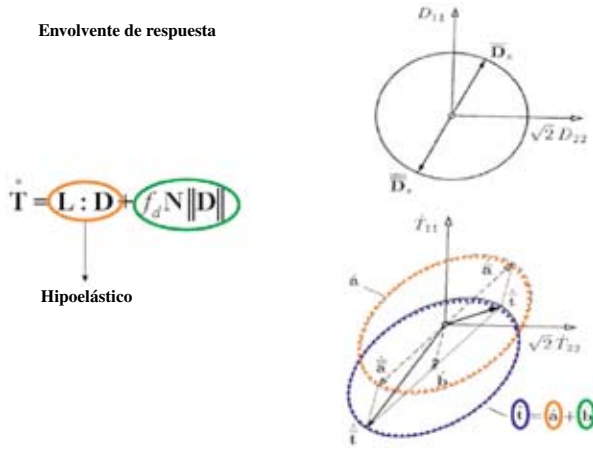


Figura 2. Envlovente de respuesta (extraída de [31]).

Ecuación hipoplástica con deformación intergranular

La ecuación (2) es utilizada con un alto grado de confianza para predecir el comportamiento que experimentan materiales granulares bajo cargas estáticas o monotónicas. Para el caso de cargas cíclicas, la acumulación de la deformación con los ciclos de carga es sobrestimada. Para mejorar esta deficiencia, la ecuación (2) fue modificada por Niemunis y Herle en 1997 [28], introduciendo una nueva variable de estado llamada deformación intergranular (δ). Esta variable tiene en cuenta que un cambio de dirección de la deformación en ciclos de carga y descarga genera un cambio en la rigidez de los materiales granulares. La versión extendida de la ecuación hipoplástica es la siguiente:

$$\dot{\mathbf{T}} = \mathbf{M} : \mathbf{D}, \quad (21)$$

\mathbf{M} es el tensor de rigidez, el cual es calculado de los tensores $\mathbf{L}(\mathbf{T}, e)$ y $\mathbf{N}(\mathbf{T}, e)$ de la ecuación (2). Esta versión del modelo hipoplástico necesita para su utilización la determinación de cinco parámetros adicionales por medio de ensayos triaxiales cíclicos o de columna resonante: m_T , m_R , R , β_r y χ . m_T define el aumento de la rigidez después de un cambio de dirección de la deformación de 90° y m_R después de un cambio de 180° con respecto al valor obtenido bajo deformación monotónica. R es el máximo valor de la deformación intergranular. β_r controla la evolución de la deformación intergranular y χ la rigidez del material después de un cambio de dirección de la deformación. La representación matemática del tensor \mathbf{M} , δ y los parámetros de la ecuación son descritos con mayor detalle en [24, 28].

Esta versión extendida de la ecuación hipoplástica tiene como principales desventajas:

- Sus parámetros son de difícil determinación experimental.
- La predicción de la acumulación de la deformación es sobrestimada cuando el número de ciclos de carga es alto.
- Puede ser utilizada para el caso en el cual el material se encuentre en el rango elástico.

ENSAYOS TRIAXIALES CÍCLICOS

En la Tabla 1 se presenta la información del programa de ensayos triaxiales cíclicos drenados. Las trayectorias de esfuerzos descritas en la Tabla 1 se representan de manera gráfica en la Figura 3. En esta figura se observa que para cada trayectoria PCV existe una PCC con los mismos valores promedios de esfuerzo desviador, presión media (q_{med} , p_{med}) y esfuerzo desviador máximo q_{max} . En la Figura 4 se describe esquemáticamente la notación de la distribución del esfuerzo durante los ensayos. Al igual que en los ensayos monotónicos las muestras eran saturadas después de ser compactadas empleando el contenido de agua óptimo (5,2%) obtenido del ensayo Proctor modificado.

Tabla 1. Programa de ensayos triaxiales cíclicos (p_{min} = presión media mínima, p_{max} = presión media máxima, p_{med} = presión media promedio, p_{ampl} = amplitud de la presión media, q_{min} = esfuerzo desviador mínimo, q_{max} = esfuerzo desviador máximo, q_{med} = esfuerzo desviador promedio, q_{ampl} = amplitud del esfuerzo desviador).

Ensayo	p_{min} [kPa]	p_{max} [kPa]	p_{med} [kPa]	p_{ampl} [kPa]	q_{max} [kPa]	q_{med} [kPa]	q_{ampl} [kPa]
1	20	200,0	110	90	135	67,5	67,5
3	20	100,0	60	40	60	30	30
4	20	100,0	60	40	120	60	60
5	20	200,0	110	90	270	135	135
6	20	200,0	110	90	202,5	101,25	101,25
2, 7	87,5	132,5	110	22,5	135	67,5	67,5
8	50	70,0	60	10	60	30	30
9	40	80,0	60	20	120	60	60
10	65	155,0	110	45	270	135	135
11	76,25	143,8	110	33,78	202,5	101,25	101,25

Las frecuencias de carga (f) fueron de 0,05 Hz y de 1,0 Hz para los ensayos PCV y PCC, respectivamente. Esta diferencia en la frecuencia fue debido a razones técnicas de operación del equipo triaxial ya que la máxima velocidad de carga en el ensayo PCV debe ser de 0,05 Hz. En este estudio fueron realizados ensayos que demuestran que la frecuencia de carga sobre la acumulación de la deformación vertical ϵ_1^p es poco significativa [25].

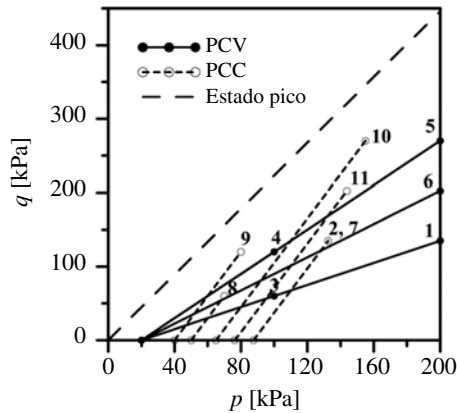


Figura 3. Trayectorias de esfuerzos utilizadas para los ensayos cíclicos.

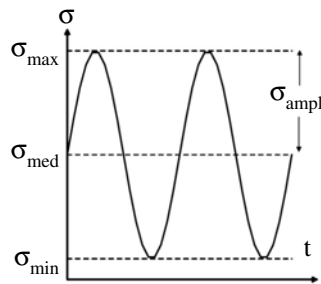


Figura 4. Notación de la distribución del esfuerzo en los ensayos cíclicos.

En las Figuras 5 y 6 se observa la evolución de la deformación permanente vertical (ϵ_1^p) y volumétrica ($\epsilon_v^p = \epsilon_1^p + 2\epsilon_3^p$) con la relación entre el esfuerzo desviador máximo y la presión media de confinamiento $q_{\max}/\sigma_{3\text{med}}$ para el caso de los ensayos PCC. Para el caso de los PCV, los resultados son presentados en las Figuras 7 y 8; sin embargo, en vez de utilizar la relación $q_{\max}/\sigma_{3\text{med}}$, se utilizó el parámetro $L = \sqrt{(q_{\max} - q_{\min})^2 + (p_{\max} - p_{\min})^2}$, ya que en los PCV la presión de confinamiento σ_3 no permanece constante durante el ensayo (varía desde un valor mínimo $\sigma_{3\text{min}}$ a uno máximo $\sigma_{3\text{max}}$).

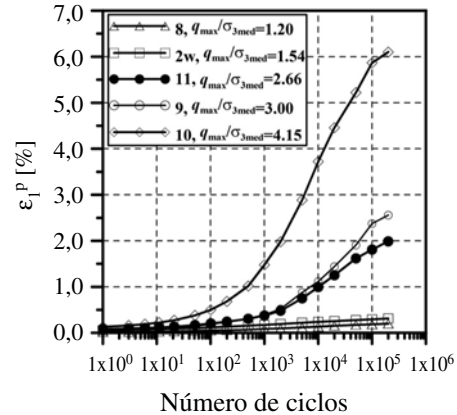


Figura 5. ϵ_1^p vs. N para diferentes $q_{\max}/\sigma_{3\text{med}}$.

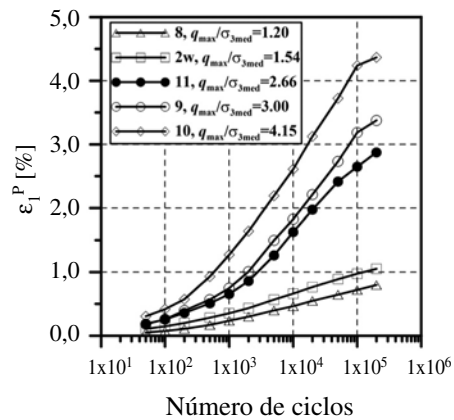


Figura 6. ϵ_v^p vs. N para diferentes $q_{\max}/\sigma_{3\text{med}}$.

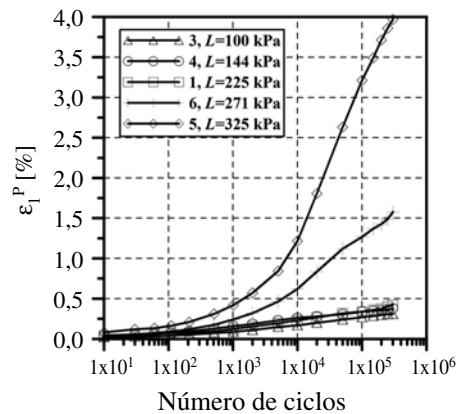
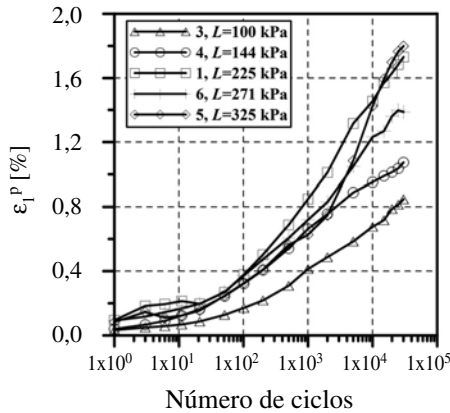


Figura 7. ϵ_1^p vs. N para diferentes L .


 Figura 8. ε_v^p vs. N para diferentes L .

Una descripción más detallada de los objetivos de estos ensayos y sus resultados pueden ser consultados en [25].

SIMULACIÓN DE LOS ENSAYOS CÍCLICOS EMPLEANDO UNA ECUACIÓN HIPOPLÁSTICA EXTENDIDA

Como ya se mencionó, una de las principales limitaciones de la ecuación constitutiva hipoplástica es que sobrestima la deformación que experimentan materiales granulares bajo carga cíclica. Incluso esta limitación es encontrada cuando se emplea la versión extendida con deformación intergranular. Para representar gráficamente esta afirmación, en la Figura 9 se presenta la simulación del ensayo 8 (PCC). Para la simulación empleando el concepto de deformación intergranular se supuso los valores de $m_R = m_T = 5$, $R = 10^{-4}$, $\beta_r = 0,05$ y $\chi = 6,0$. Con estos valores, el material experimenta la mayor rigidez que puede alcanzar durante la simulación. Se observa que la predicción de la deformación utilizando la versión hipoplástica original y extendida es sobrestimada. A pesar de que la introducción del concepto de deformación intergranular en la ecuación remueve parte del exceso de acumulación de la deformación, la predicción de la evolución de la rigidez con el número de ciclos de carga N no es lo suficientemente precisa.

Bauer [31] presenta a través de una envolvente de respuesta (similar a la Figura 2) la forma como el factor de picnotropía f_e (ecuación (11)) influye sobre la evolución de la rigidez en las simulaciones utilizando la ecuación hipoplástica. Bauer [31] muestra que f_e causa una expansión proporcional de la envolvente de respuesta a medida que disminuye la relación de vacíos, es decir, la rigidez en la simulación incrementa conforme disminuye la relación de vacíos del material. De igual forma que f_e , el factor f_b (ecuación (11)) multiplica de manera proporcional los

tensores de rigidez \mathbf{L} y \mathbf{N} , es decir, la rigidez evoluciona también con la presión media. De lo anterior es obvio pensar que ambos factores controlan en gran medida la rigidez durante las simulaciones.

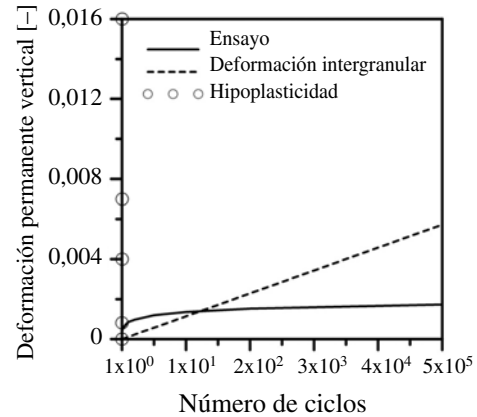


Figura 9. Simulación del ensayo triaxial cíclico N° 8 empleando la ecuación hipoplástica con y sin deformación intergranular.

Para el caso de simulaciones de un material granular bajo carga cíclica el factor f_b evoluciona desde un valor mínimo hasta uno máximo (dependiendo del esfuerzo mínimo y máximo durante la simulación), pero siempre se mantiene en el mismo rango de valores para cada ciclo de carga y descarga. f_e por el contrario evoluciona ya que en cada ciclo de carga y descarga la relación de vacíos cambia; sin embargo, este cambio no es suficiente para describir la forma como evoluciona la rigidez con el número de ciclos de carga. Por lo anterior, para que la ecuación hipoplástica (2) pueda tener en cuenta la evolución de la rigidez con N , se propone multiplicar los factores de barotropía y picnotropía mencionados ($f_s = f_b f_e$) por una función escalar denominada *Factor* que evolucione con N (ecuación (22)). Como el material experimenta rigidización en cada ciclo de carga y descarga, inicialmente se propuso una función lineal de evolución para tal fin (ecuación (23)). Las simulaciones fueron realizadas utilizando el programa MATLAB 7.0.

$$f_s = \text{Factor} \cdot f_e f_b, \quad (22)$$

$$f_s = zN \cdot f_e f_b \quad (23)$$

Con z la ecuación tiene en cuenta la evolución de la rigidez con N y es un parámetro que depende de la relación $q_{\max}/\sigma_{3\text{med}}$ y de L para los ensayos PCC y PCV respectivamente. Como los datos de entrada para las simulaciones son los esfuerzos y los de salida las deformaciones, fue necesario utilizar la solución “inversa”

de la ecuación hipoplástica desarrollada por Niemunis (2003) (ecuaciones 24 y 25).

$$\mathbf{D} = \mathbf{L}^{-1} \mathbf{T}^0 \cdot \mathbf{L}^{-1} \mathbf{N} \|\mathbf{D}\| = \mathbf{A} - \mathbf{B} \|\mathbf{D}\|, \text{ siendo } \mathbf{A} = \mathbf{L}^{-1} \mathbf{T}^0, \mathbf{B} = \mathbf{L}^{-1} \mathbf{N} \text{ y } x = \|\mathbf{D}\| \quad (24)$$

$$x = \|\mathbf{D}\| = \frac{\mathbf{A}^T \mathbf{B}}{\mathbf{B}^T \mathbf{B} - \mathbf{1}} + \sqrt{\left(\frac{\mathbf{A}^T \mathbf{B}}{\mathbf{B}^T \mathbf{B} - \mathbf{1}} \right)^2 - \frac{\mathbf{A}^T \mathbf{A}}{\mathbf{B}^T \mathbf{B} - \mathbf{1}}} \quad (25)$$

Una simulación de los ensayos empleando la ecuación (23) se presenta en las Figuras 10-13. Como dato de entrada para la simulación fue necesaria la introducción del estado inicial de deformación en el primer ciclo de carga y descarga obtenido de los resultados experimentales (debido a que en $z = 0$ la rigidez es nula). Se observa que la predicción de la acumulación de la deformación vertical con N es mejor cuando se emplea esta ecuación en comparación con la versión hipoplástica sin modificar y aquella que utiliza el concepto de deformación intergranular. Sin embargo, la reproducción de la curva de evolución de la deformación con N no es satisfactoria cuando la magnitud del esfuerzo es alta. Para el caso de la deformación volumétrica, la predicción no es buena y por lo general es subestimada.

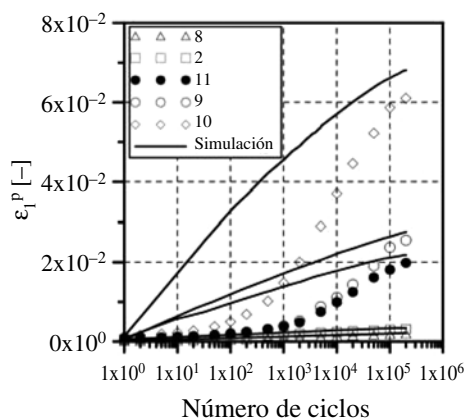


Figura 10. Simulación de los ensayos PCC empleando la ecuación (23) para el caso de ε_1^p .

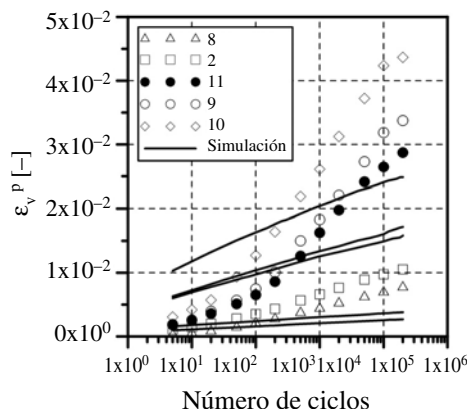


Figura 11. Simulación de los ensayos PCC empleando la ecuación (23) para el caso de ε_v^p .

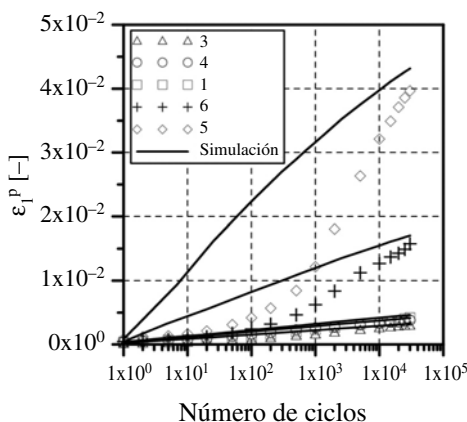


Figura 12. Simulación de los ensayos PCV empleando la ecuación (23) para el caso de ε_1^p .

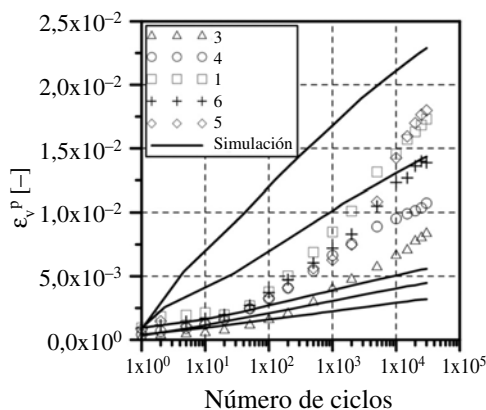


Figura 13. Simulación de los ensayos PCV empleando la ecuación (23) para el caso de ε_v^p .

En la Tabla 2 se presentan los valores de z para cada ensayo y en las Figuras 14 y 15 la representación gráfica de la evolución de z con L y q_{max}/σ_{3med} para los ensayos PCV y PCC respectivamente. Se observa en la Figura 14

que el valor de z y por lo tanto la rigidez en los ensayos PCV aumenta con la magnitud del esfuerzo hasta un valor máximo a partir del cual disminuye. Una evolución similar de z se observa en los ensayos PCC cuando se incrementa q_{max}/σ_{3med} (Figura 15). Estos resultados son acordes con la amplia evidencia experimental reportada sobre la evolución de la rigidez con la amplitud del esfuerzo [5].

Tabla 2. Valores de z .

PCV	L [kPa]	z [-]
1	225	4,6
3	100	3,6
4	144	7,5
5	325	1,0
6	271	2,5
PCC	q_{max}/σ_{3med} [-]	z [-]
2	1,54	5,3
8	1,20	4,8
9	3,00	1,05
10	2,66	0,7
11	4,15	1,0

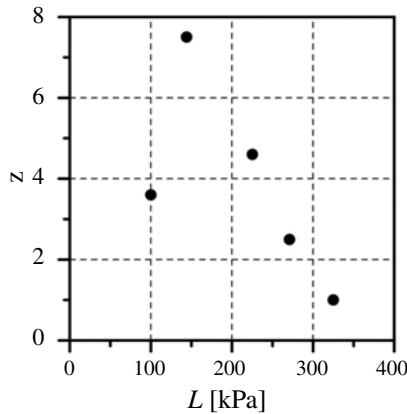


Figura 14. Variación de z con L (ensayos PCV).

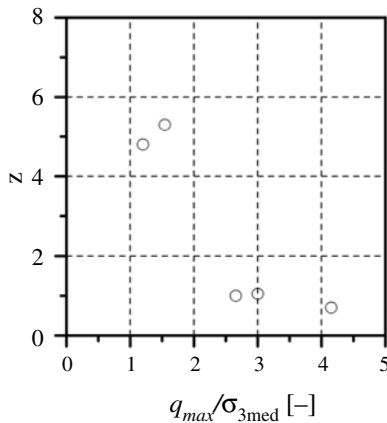


Figura 15. Variación de z con q_{max}/σ_{3med} (ensayos PCC).

Para mejorar la predicción de la deformación a altos niveles de esfuerzo, se plantearon diferentes factores de evolución de la rigidez y mediante un procedimiento de ensayo y error se encontró aquel que reportó los mejores resultados (ver ecuación (26)). Para el caso de la deformación volumétrica es necesario que la ecuación hipoplástica pueda tener en cuenta que la rigidez que experimentan materiales granulares es anisotrópica. Para tal fin se propone multiplicar las componentes L_{2211} , L_{2222} , L_{2233} , L_{3311} , L_{3322} y L_{3333} del tensor de rigidez \mathbf{L} con un factor de anisotropía λ que tenga en cuenta la diferencia que existe entre la rigidez vertical y horizontal. Para el caso de las componentes L_{1111} , L_{1122} y L_{1133} , $\lambda=1$.

$$f_s = \left[A(N)^2 + B \ln(N) \right] \cdot f_e f_b \quad (26)$$

A y B son parámetros que dependen de η .

En las Figuras 16-19 se presenta la simulación de los ensayos utilizando la ecuación (26). Se observa en las figuras una mejor predicción de la deformación permanente vertical y volumétrica cuando se utiliza esta ecuación.

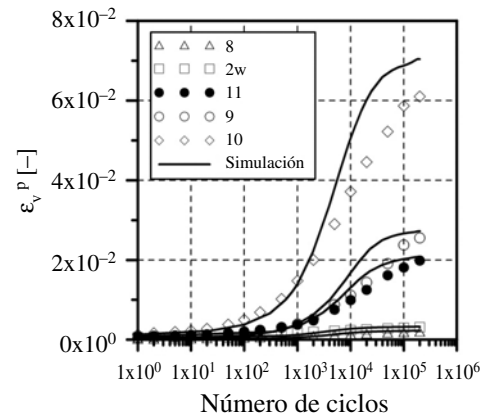


Figura 16. Simulación de los ensayos PCC empleando la ecuación (26) para el caso de ϵ_1^p .

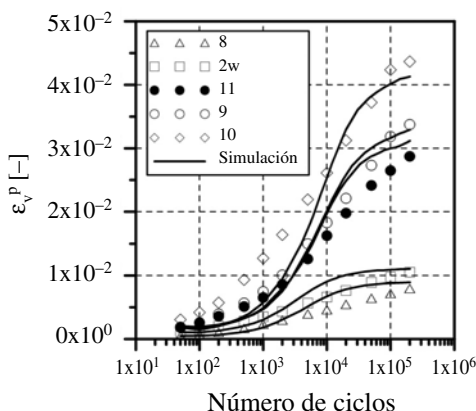


Figura 17. Simulación de los ensayos PCC empleando la ecuación (26) para el caso de ε_v^p .

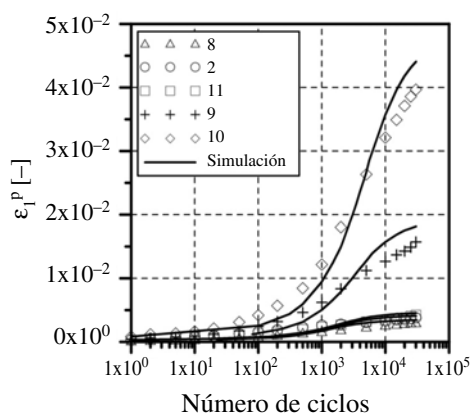


Figura 18. Simulación de los ensayos PCV empleando la ecuación (26) para el caso de ε_v^p .

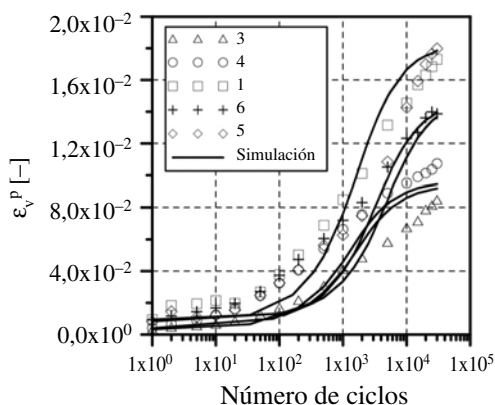


Figura 19. Simulación de los ensayos PCV empleando la ecuación (26) para el caso de ε_v^p .

En la Tabla 3 se presentan los valores de $A(N)^2 + B \ln(N)$ para cada uno de los ensayos (con $N=3 \times 10^4$), y en las Figuras 20-21 la representación gráfica de la evolución de $A(N)^2 + B \ln(N)$ con L y q_{max}/σ_{3med} para los ensayos PCV y PCC respectivamente. Se observa en la Figura 20 una tendencia similar a la presentada y descrita en la Figura 14. Además se observa en la simulación que la rigidez que experimentó el material granular en los ensayos PCV fue mayor en comparación con los PCC.

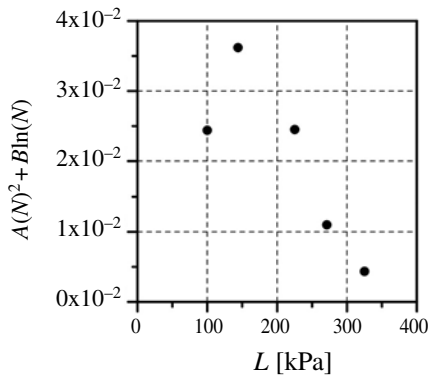
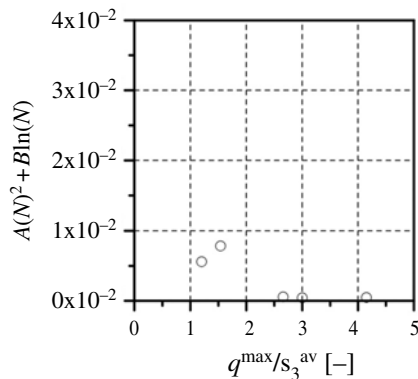
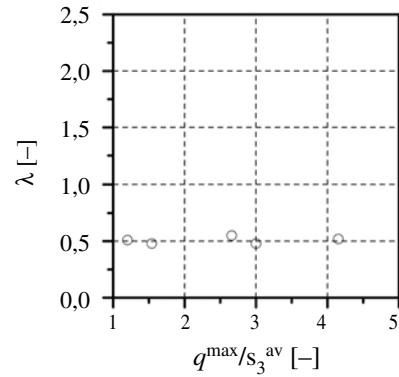
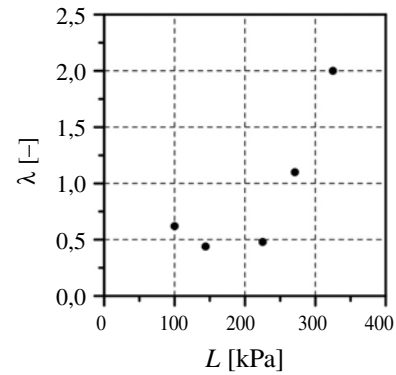
Como ya se mencionó, λ es un parámetro que controla la relación entre la rigidez vertical y horizontal. Para el caso de los ensayos PCC los valores de λ se encuentran en un rango entre 0,48 y 0,55 (Figura 22), lo cual indica que la rigidez vertical es mayor que la horizontal ya que $\lambda=1$ para las componentes L_{1111} , L_{1122} y L_{1133} del tensor \mathbf{L} . Estos valores de λ son acordes con la amplia evidencia experimental reportada en la literatura de referencia. En los ensayos PCV el valor de λ se encuentra en un rango entre 0,48 y 0,62 para $L=100$, 144 y 225 kPa. Cuando la amplitud del esfuerzo incrementa ($L=271$ y 325 kPa), el valor de λ alcanza valores superiores a 1,0 tal como se observa en la Figura 23, lo cual significaría que la rigidez horizontal es mayor que la vertical para este rango de esfuerzo. Tal vez este incremento es debido al cambio de dirección que experimenta la deformación radial cuando la amplitud del esfuerzo es alta. Es decir, λ podría controlar no solamente la diferencia entre la rigidez vertical y horizontal. Para obtener una descripción física más detallada del parámetro λ es necesario realizar un programa de ensayos con trayectorias de esfuerzos adicionales a las que se realizaron en el presente estudio.

Algunas limitaciones de la ecuación (26) son:

- La obtención de los parámetros A , B y λ es de difícil determinación numérica.
- Para obtener un significado físico más preciso del parámetro λ es necesario el desarrollo de otro programa de ensayos.
- El tiempo computacional para simular los ciclos de carga y descarga es alto cuando el número de ciclos es elevado.
- La predicción de la deformación resiliente es subestimada. Una forma de mejorar esta predicción puede estar en la modificación del tensor \mathbf{N} ya que éste controla el comportamiento inelástico del material durante la simulación.

Tabla 3. Valores de A , B , $A(N)^2+B\ln(N)$ y λ .

PCV	L [kPa]	A [10^{-4}]	B [-]	$A(N)^2+B\ln(N)$ [10^5]	λ [-]
1	225	2,7	200	2,45	0,48
3	100	2,7	100	2,44	0,62
4	144	4,0	200	3,62	0,44
5	325	0,46	200	0,43	2,0
6	271	1,1	200	0,92	1,1
PCC	q_{max}/σ_{3med} [-]	A [10^{-5}]	B [-]	$A(N)^2+B\ln(N)$ [10^4]	λ [-]
2	1,54	8,5	200	7,86	0,48
8	1,20	6,0	200	5,61	0,51
9	3,00	0,35	100	0,42	0,48
10	2,66	0,50	100	0,55	0,55
11	0,92	0,40	100	0,46	0,52


 Figura 20. Variación de $A(N)^2+B\ln(N)$ con L (ensayos PCV).

 Figura 21. Variación de $A(N)^2+B\ln(N)$ con q_{max}/σ_{3med} (ensayos PCC).

 Figura 22. Variación de λ con q_{max}/σ_{3med} .

 Figura 23. Variación de λ con L .

CONCLUSIONES

Las simulaciones de los ensayos triaxiales cíclicos fueron realizadas empleando la versión original y una versión modificada de la ecuación constitutiva hipoplástica. Para tal fin se desarrolló un programa Element-test utilizando como herramienta de simulación el MATLAB 7.0. Los parámetros de la ecuación original y modificada fueron obtenidos por medio de ensayos índices, edométricos bajo carga monotónica, y triaxiales bajo carga monotónica y cíclica, con el material en estado denso y suelto. Las simulaciones realizadas muestran la amplia capacidad que tiene la ecuación para reproducir el comportamiento que el material granular experimentó en los ensayos. Para las simulaciones bajo carga cíclica, como el material experimenta rigidización en cada ciclo de carga y descarga, se propuso que los factores de barotropía y picnotropía de la versión original de la ecuación hipoplástica se multiplicaran por un factor escalar que rigidizara la misma.

La ecuación modificada es el primer intento para mejorar la versión original y no debe ser considerada como una versión definitiva. La ecuación modificada subestima los valores de deformación resiliente y requiere la

introducción de un estado inicial de deformación para las simulaciones. Además requiere introducir a la versión original de la ecuación tres parámetros adicionales, los cuales son obtenidos por medio de regresión. Para obtener un significado físico más preciso de los parámetros y una versión más elegante de la ecuación es necesario realizar mayor investigación sobre el tema.

REFERENCIAS

- [1] A.M. Rahim and K.P. George. "Models to Estimate Subgrade Resilient Modulus for Pavement Design". *International Journal of Pavement Engineering*. Vol. 6, Issue 2, pp. 89-96. June, 2005.
- [2] COST 337. "Unbound Granular Materials for Road Pavements". Final Report of the Action. Luxembourg: Office for Official Publications of the European Communities. 2000.
- [3] F. Lekarp. "I. Ulf and A. R. Dawson. State of the art. I: Resilient Response of Unbound Aggregates". *Journal of Transportation Engineering*. Vol. 126, Issue 1, pp. 66-75. 2000.
- [4] H.A. Rondón. "Comportamiento de un material granular en ensayos triaxiales cíclicos con presión de confinamiento constante (PCC) y variable (PCV)". Tesis para optar al grado de doctor en Ingeniería. Universidad de los Andes. Bogotá D.C., Colombia. Abril 2008.
- [5] H.A. Rondón y F.A. Reyes. "Comportamiento de materiales granulares en pavimentos flexibles: estado del conocimiento". Ed. Universidad Católica de Colombia y Pontificia Universidad Javeriana, p. 119. Bogotá D.C., Colombia. 2008.
- [6] H.R. Boyce. "A Non-linear Model for the Elastic Behaviour of Granular Materials Under Repeated Loading". *Proceedings International Symposium on Soils under Cyclic and Transient Loading*, pp. 285-294. Swansea, U.K. 1980.
- [7] M. Karasahin, A.R. Darson and J.T. Holden. "Applicability of Resilient Constitutive Models of Granular Materials for Unbound Base Layers". *Transportation Research Record, Transportation Research Board*, N° 1406. Washington D.C., EEUU. pp. 98-107. 1993.
- [8] L. Tong, S.M. Asce and R.L. Baus. "Nonlinear Parameters for Granular Base Materials from Plate Tests". *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*. Vol. 131, Issue 7, pp. 907-913. July, 2005.
- [9] P. Garnica, J.A. Gómez y J.A. Sesma. "Mecánica de Materiales para Pavimentos". Publicación Técnica, N° 197. Secretaría de Comunicaciones y Transportes (SCI) - Instituto Mexicano del Transporte (IMT). Sanfandila, Querétaro, México. 2002.
- [10] S.F. Brown and J.W. Pappin. "Analysis of Pavements with Granular Bases". *Transportation Research Record, Transportation Research Board*, Issue 810, pp. 17-23. Washington D.C., USA. 1981.
- [11] S. Werkmeister. "Permanent Deformation Behaviour of Unbound Granular Materials in Pavement Constructions". Ph.D., thesis. University of Technology. Dresden, Alemania. 2003.
- [12] S. Werkmeister, A. Dawson and F. Wellner. "Permanent Deformation Behaviour of Granular Materials and the Shakedown Concept". *Transportation Research Record, Transportation Research Board*, Issue 1757, pp. 75-81. Washington D.C., USA. 2001.
- [13] P. Hicher, A. Daouadji and D. Fedghouche. "Elastoplastic Modelling of the Cyclic Behaviour of Granular Materials". In: Gomes-Correia, A. (Ed.). *Unbound Granular Materials - Laboratory Testing, In-situ Testing and Modelling*. A.A. Balkema. Rotterdam, Holanda. pp. 161-168. 1999.
- [14] C. Chazallon. "An Elastoplastic Model with Kinematic Hardening for Unbound Aggregates in Roads". *Unbound Aggregates in Road Construction - UNBAR 5*, Dawson editor. A.A. Balkema. Rotterdam, Holanda. pp. 265-270. 2000.
- [15] A. Gomes-Correia. "Modelling Unbound Granular Materials. Recommendations for Pavement Design". Tech. University of Lisbon-IST. 2000.
- [16] K.W. Hau, G.R. McDowell, G.P. Zhang and S.F. Brown. "The Application of a Three-Surface Kinematic Hardening Model to Repeated Loading of Thinly Surfaced Pavements". *Granular Matter*. Vol. 7, Issues 2-3, pp. 145-156. 2005.
- [17] L. Uthus, I. Hoff and I. Horvli. "A Study on the Influence of Water and Fines on the Deformation Properties of Unbound Aggregates". *Proceedings, 7th International Conference on the Bearing Capacity of Roads, Railways and Airfields*. Trondheim, Norway. 2005.
- [18] R. García-Rojo, F. Alonso-Marroquín and H.J. Hermann. "Characterization of the Material Response in the Granular Ratcheting". *Physical Review E*. Vol. 72, Issue 4. 2005.
- [19] G. Yu-Ning, L. Jacobson, K. Runesson and S. Sture. "Cyclic Behaviour and Elastic Shake-down of Coarse-Sized Granular Materials". *ASCE 14th Eng. Mechanics Conference*. Austin, Texas, EEUU. 2000.
- [20] A. El Abd, P. Hornych, D. Breyse, A. Denis and C. Chazallon. "A Simplified Method of Prediction

- of Permanent Deformations of Unbound Pavement Layers". Proc. of the 6th International Symposium on Pavements Unbound, pp. 179-189. 2004.
- [21] I. Herle. "Hypoplastizität und Granulometrie einfacher Korngerüste". Ph.D., Thesis, Schriftenreihe des Institutes für Bodenmechanik und Felsmechanik der Universität Fridericana in Karlsruhe, Issue 142. 1997.
- [22] I. Herle and G. Gudehus. "Determination of Parameters of a Hypoplastic Constitutive Model from Properties of Grain Assemblies". Mechanics of Cohesive frictional Materials. Vol. 4, Issue 5, pp. 461-486. 1999.
- [23] H.A. Rondón, T. Wichtmann, Th. Triantafyllidis and A. Lizcano. "Hypoplastic material constants for a well-graded granular material (UGM) for base and subbase layers of flexible pavements". Acta Geotechnica. Vol. 1, Issue 2, pp. 113-126. 2007.
- [24] A. Niemunis. "Extended Hypoplastic Models for Soils". Ph.D. thesis. Politechnika Gdńska. Habilitation. Monografía 34. 2003.
- [25] H.A. Rondón, T. Wichtmann, Th. Triantafyllidis y A. Lizcano. "Comportamiento de un material granular no tratado en ensayos triaxiales cíclicos con presión de confinamiento constante y variable". Ingeniare. Revista chilena de ingeniería. Vol. 16 N° 3, pp. 461-472. 2008.
- [26] P.-A. Wolffersdorff. "A Hypoplastic Relation for Granular Materials with a Predefined Limit State Surface". Mechanics of Cohesive-Frictional Materials. Vol. 1, pp. 251-271. 1996.
- [27] F. Lekarp, I. Ulf and A. R. Dawson. "State of the art. II: Permanent Strain Response of Unbound Aggregates". Journal of Transportation Engineering. Vol. 126, Issue 1, pp. 76-83. 2000.
- [28] A. Niemunis and I. Herle. "Hypoplastic Model for Cohesionless Soils with Elastic Strain Range". Mechanics of Cohesive frictional Materials. Vol. 4, Issue 2, pp. 279-299. 1997.
- [29] A. Niemunis, K. Nuebel and Ch. Karcher. "The Consistency Conditions for Density Limits of Hypoplastic Constitutive Law". Task Quarterly 4: 2000, publications of TASK, Gdansk, Polonia. pp. 412-420. 2000.
- [30] D. Kolymbas. "Introduction to Hypoplasticity (Advances in Geotechnical Engineering and Tunnelling)". A.A. Balkema, Rotterdam, Holanda. 1th Edition. 1999.
- [31] E. Bauer. "Calibration of Comprehensive Hypoplastic Model for Granular Materials". Soils and Foundations. Vol. 36, Issue 1, pp. 13-26. 1996.
- [32] I. Herle. "Granulometric Limits of Hypoplastic Models". Institute of Theoretical and Applied Mechanics, Czech Academy of Sciences, Prosecká, Task Quarterly, Scientific Bulletin of Academic Computer Centre in Gdansk. Vol. 4, Issue 3, pp. 389-408. 2000.
- [33] G. Gudehus. "A Comparison of some Constitutive Laws for Soils under Radially Symmetric Loading and Unloading". Proceedings of the 3rd International Conference on Numerical Methods in Geomechanics (Ed.), pp. 1309-1324. Aachen, Germany. 1979.