



Ingeniare. Revista Chilena de Ingeniería

ISSN: 0718-3291

facing@uta.cl

Universidad de Tarapacá

Chile

Navarro López, Eva María
LA NATURALEZA, LAS MATEMÁTICAS, LA INGENIERÍA Y EL CAOS
Ingeniare. Revista Chilena de Ingeniería, vol. 18, núm. 1, 2010, pp. 5-7
Universidad de Tarapacá
Arica, Chile

Disponible en: <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=77218811001>

- Cómo citar el artículo
- Número completo
- Más información del artículo
- Página de la revista en redalyc.org

redalyc.org

Sistema de Información Científica
Red de Revistas Científicas de América Latina, el Caribe, España y Portugal
Proyecto académico sin fines de lucro, desarrollado bajo la iniciativa de acceso abierto

EDITORIAL

LA NATURALEZA, LAS MATEMÁTICAS, LA INGENIERÍA Y EL CAOS

La belleza de lo inesperado

¿Es la Naturaleza predecible? ¿Podemos saber con exactitud la evolución de los sistemas físicos o los sistemas de ingeniería? ¿Acaso la complejidad inesperada tiene su origen en lo más sencillo? Éstas son las inquietudes que nos provoca el descubrimiento de la existencia del caos en el mundo que nos rodea.

Las leyes y los fenómenos de la Naturaleza son descritos mediante ecuaciones diferenciales o en diferencias, una aproximación de la realidad que nos permite conocer, a partir del estado de un sistema en un instante determinado, los estados pasados y los estados futuros del mismo. En los sistemas llamados caóticos la solución de un sistema de ecuaciones diferenciales o en diferencias puede presentar una forma aleatoria, es decir, la medida del estado actual determina una impredecibilidad de los estados futuros y también una incertidumbre (no total) respecto al pasado. Así pues, el caos representa la evolución inesperada de un sistema. De forma general, podemos decir que un sistema caótico es un sistema determinístico, regido por ecuaciones diferenciales o en diferencias no lineales, que presenta un comportamiento dinámico aparentemente aleatorio.

Los modelos que describen una dinámica caótica no son necesariamente complejos; podemos tener comportamientos de tipo caótico en ecuaciones determinísticas no lineales con una estructura extraordinariamente simple. Por lo tanto, es relativamente fácil encontrar una dinámica caótica en sistemas físicos que nos rodean o que hemos construido, estimulándonos a pensar que más que la excepción, el caos puede ser la norma de comportamiento en los sistemas no lineales.

Estamos dentro de un sistema solar cuyo movimiento planetario puede llegar a ser impredecible. Construimos circuitos electrónicos que pueden convertirse, en algunas situaciones en un sistema caótico, como es el caso del circuito de Chua. Observamos el comportamiento de un péndulo que evoluciona de una forma esperada a una inesperada. Los métodos numéricos tampoco escapan a dicho fenómeno, teniendo como ejemplo más claro y sencillo el algoritmo de Newton para el cálculo de raíces de un polinomio de tercer grado. También exhiben este comportamiento irregular los sistemas realimentados o sistemas de control, es decir, los sistemas diseñados para actuar sobre las variables de un sistema con el fin de que éste se comporte como deseamos. Éste es el caso de un controlador integral con un elemento de saturación o un controlador integral con una no linealidad cúbica. Muchos de los fenómenos y sistemas que observamos día a día presentan una dinámica caótica “escondida”: sistemas acústicos, láseres, fenómenos en fluidos, vibraciones mecánicas, reacciones químicas, membranas biológicas, sistema cardíaco, dinámica de poblaciones, corriente iónica en la córnea de nuestros ojos, o modelos económicos.

La complejidad inesperada de lo sencillo

Las manifestaciones del caos en los distintos procesos señalados muestran que la esencia de dicho fenómeno, a pesar de su complejidad, se apoya en unos hechos bien determinados y que se pueden detectar de forma sencilla.

Los rasgos más importantes que presenta una dinámica caótica pueden dividirse en dos grupos: por una parte, las características referidas a su comportamiento y, por otra, aquellas referidas a la geometría o forma que caracteriza su **espacio de estados**. El espacio de estados o **espacio de fases** es el conjunto de todos los posibles estados en que se puede encontrar un sistema.

El comportamiento de un sistema dinámico viene determinado por las denominadas **órbitas** del sistema, que no son más que una representación de la evolución del mismo y que vienen descritas por las soluciones de la ecuación que modela el sistema. Hay tres propiedades fundamentales que caracterizan una dinámica caótica:

1. **Sensibilidad a condiciones iniciales.** Hecho que hace que las órbitas que pasan por puntos próximos se comporten de manera independiente, acercándose y alejándose de forma impredecible. Esto también significa que dos órbitas provenientes del mismo estado del sistema pueden evolucionar de forma muy diferente, aun cuando sus valores iniciales estén muy cercanos.
2. **Aparición de órbitas periódicas de distintos períodos.** Existe una herramienta matemática que muestra de una forma clara esta segunda característica de las dinámicas caóticas, además de ilustrar la transición del determinismo al caos dentro de un sistema. Es el llamado **diagrama de Feigenbaum**, que representa de forma visual el proceso de cómo un sistema se transforma en caótico. En concreto, el diagrama de Feigenbaum muestra cómo cada variable del sistema cambia con respecto a la variación del parámetro del sistema que origina el comportamiento caótico. La aparición de caos en un sistema se asocia, generalmente, a sistemas cuyo modelo matemático posee un parámetro que puede variar. Para un rango determinado de valores de dicho parámetro, el sistema presentará un comportamiento caótico. El punto que marca este cambio se denomina **punto de bifurcación**. El diagrama de Feigenbaum muestra las características de duplicación de período y existencia de períodos múltiples. Además nos da información del valor del parámetro mencionado a partir del cual se origina el caos (esto es, el punto de bifurcación). También, cabe destacar que el diagrama de Feigenbaum tiene una estructura fractal, o sea, dentro de él hay copias semejantes al conjunto total. La presencia de órbitas periódicas de muchos períodos origina que los sistemas caóticos presenten un espectro frecuencial característico, similar al de una señal aleatoria (ruido).
3. **Propiedad de mezcla.** La órbita que comienza en cualquier punto, visita en su recorrido, a casi todos los puntos de una región del espacio de fases, sin “llenar” dicha región. Esto tiene como consecuencia que los sistemas caóticos generen “atractores” con una estructura fractal, como se menciona más adelante.

De una forma muy sencilla y plástica, podemos decir que el caos es fruto de dos operaciones distintas: estiramiento y plegado geométrico del espacio de fases. Si consideramos el espacio de fases como la masa que un panadero deforma, la receta del caos sería, por una parte, estirar dicha masa y, por otra, plegarla. El estiramiento provoca que puntos inicialmente próximos se vean separados en un futuro; esto dado de forma iterativa determina la propiedad de sensibilidad a condiciones iniciales. El doblado o plegado del espacio de fases origina la mezcla de las órbitas futuras, de manera que repitiendo dicha operación de forma sucesiva hace que perdamos información del estado inicial del que se provenía, provocando la incertidumbre sobre el comportamiento pasado que comentábamos con anterioridad.

Finalmente, otra característica propia de los sistemas caóticos es la aparición en su diagrama de fases de estructuras geométricas con forma poco usual y sin ningún parecido a objetos geométricos clásicos. Son los llamados **atractores extraños**, nombre dado a las estructuras asintóticas hacia donde convergen las órbitas de un sistema caótico.

Sistemas sencillos que se usan como paradigma del caos, porque capturan las características esenciales del mismo, son:

1. La curva logística de May, que describe el crecimiento de una población de insectos en un ecosistema cerrado, un sistema discreto unidimensional de extraordinaria importancia en el estudio del caos.
2. El sistema de Lorenz, que da lugar al famoso atractor de Lorenz, modelo matemático del problema de convección térmica, que tiene una gran importancia para la descripción del clima.
3. El sistema de Rössler, que es uno de los sistemas continuos (en el tiempo) autónomos más simples que presenta un atractor caótico, denominado el atractor de Rössler.

Aprovechamiento del caos en sistemas de ingeniería

Son numerosos los sistemas en distintas ramas de ingeniería que explotan las propiedades del comportamiento caótico. Se pueden destacar algunos sistemas de control en las áreas de ingeniería mecánica, mecatrónica, bioelectrónica y comunicaciones móviles.

Dentro de las aplicaciones de control distinguimos dos procesos: el control del caos y el llamado anticontrol del caos.

El control del caos consiste en eliminar el mismo, haciendo que en estado estacionario el sistema caótico converja a un punto de equilibrio o, por otra parte, convirtiendo un atractor caótico (o “extraño”) en una oscilación periódica. Esto es lo que se realiza en sistemas electromecánicos o en sistemas donde aparecen vibraciones. Otra aplicación muy interesante que explota el carácter interdisciplinario de la ingeniería de control y el estudio de sistemas dinámicos es el biocontrol o control de sistemas biológicos, y que en el caso del control de las arritmias cardíacas, además explota la teoría del caos. Se sabe que las arritmias cardíacas presentan un comportamiento caótico, por lo tanto, una forma de llevar dicho comportamiento al de una persona sana es hacer desaparecer dicha dinámica caótica.

En algunos casos, en lugar de querer eliminar el caos en un sistema, podríamos desear producirlo o transformar un tipo de comportamiento caótico en otro, también caótico: es el llamado anticontrol del caos. Se destacan los resultados experimentales que se tienen en este tema en el estudio de enfermedades y trastornos del sistema nervioso. La geometría de las pulsaciones de una persona sana tiene forma de atractor caótico; los trastornos mentales y el estado de ánimo de la persona cambian los patrones de dichos atractores caóticos. Por lo tanto, si somos capaces de identificar un patrón de comportamiento con un atractor caótico, podríamos “llevar al sistema nervioso donde nos interese”. Dichos estudios se realizan de forma experimental en el análisis de desórdenes mentales o enfermedades como la epilepsia.

En el mundo de las comunicaciones las ventajas que el uso del caos puede proporcionar a dicho campo son numerosas. Un ejemplo es la seguridad en la transmisión de datos, conseguida con la transmisión de la voz usando señales caóticas. Otro ejemplo es el aumento del número de usuarios que pueden usar un mismo canal, una característica que resulta altamente beneficiosa en las comunicaciones móviles y que ha sido estudiada para el CDMA (esquema de acceso múltiple por división de códigos en inglés). En el CDMA la generación de los códigos para los usuarios se hace mediante la codificación de una variable caótica, alcanzando una cantidad de códigos muy superior a las que se obtienen con generadores tradicionales.

Un mundo por descubrir

Podemos concluir que el caos es universal, apareciendo en una gran variedad de sistemas y aplicaciones.

La belleza de la teoría del caos radica en su proximidad con la frontera de lo desconocido, que es lo mismo que decir con los procesos que conforman el mundo en que vivimos.

Dra. Eva María Navarro López
School of Computer Science
The University of Manchester
Kilburn Building, Oxford Road, M13 9PL
Manchester, United Kingdom
eva.navarro@cs.man.ac.uk