



Ingeniare. Revista Chilena de Ingeniería

ISSN: 0718-3291

facing@uta.cl

Universidad de Tarapacá

Chile

Sanhueza H., Raúl; Harnisch V., Ildefonso

Formulación de un flujo de potencia óptimo con referencia distribuida para determinar los
precios marginales de localización

Ingeniare. Revista Chilena de Ingeniería, vol. 24, núm. 3, julio, 2016, pp. 392-402

Universidad de Tarapacá

Arica, Chile

Disponible en: <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=77246569004>

- ▶ Cómo citar el artículo
- ▶ Número completo
- ▶ Más información del artículo
- ▶ Página de la revista en redalyc.org

redalyc.org

Sistema de Información Científica

Red de Revistas Científicas de América Latina, el Caribe, España y Portugal
Proyecto académico sin fines de lucro, desarrollado bajo la iniciativa de acceso abierto

Formulación de un flujo de potencia óptimo con referencia distribuida para determinar los precios marginales de localización

Distributed slack optimal power flow formulation for determining locational marginal price

Raúl Sanhueza H.^{1*} Ildefonso Harnisch V.¹

Recibido 6 de noviembre de 2014, aceptado 14 de marzo de 2016

Received: November 6, 2014 Accepted: March 14, 2016

RESUMEN

Este artículo presenta una visión general del cálculo de los precios marginales de localización (LMP) en un sistema de energía eléctrica. Los LMP se obtienen de la formulación de un flujo de potencia óptimo en DC, FPODC, que incluye las pérdidas de transmisión y la capacidad máxima de transmisión de potencia de las líneas. Una característica destacada de la formulación es el rol de una referencia distribuida en los factores de pérdida, así como el impacto de la congestión de la red en la fijación de los precios, lo que se reconoce explícitamente. Se presentan resultados de simulación en una red de seis barras para ilustrar la eficacia del modelo propuesto.

Palabras clave: Precio marginal de localización, flujo de potencia óptimo en DC, congestión, factor de distribución de pérdidas, pérdidas.

ABSTRACT

This paper presents an overview of the marginal location prices calculation (LMP) in the power system. The LMP are obtained from a DC optimal power flow, DCOPF, including transmission losses and transmission capacity lines. A salient feature is the role of the distributed slack bus in the loss factors, as well as, the impact of the network congestion on the price setting, which is explicitly recognized. Simulation results on a six bus system are reported to verify the proposed approach.

Keywords: Locational marginal price, DC optimal power flow, congestion, loss distribution factor, losses.

INTRODUCCIÓN

En las últimas décadas, muchos países han llevado a cabo reformas estructurales en su sector eléctrico. Estas reformas han consistido principalmente en la separación de los segmentos verticales de la industria que son potencialmente competitivos (generación y comercialización), la creación de mercados mayoristas, el uso de esquemas de regulación por incentivos en segmentos monopólicos, la implementación de procesos de privatización en los

casos de industrias operadas por empresas estatales y, en algunos casos, la creación de mercados minoristas. Como resultado, estas reformas han llevado a diversos arreglos institucionales que tratan de establecer un proceso para suministrar con eficiencia la energía eléctrica, optándose por diferentes soluciones, ya sean centralizadas o descentralizadas, mediante mecanismos de mercado [1].

En un mercado reestructurado o en un sistema regulado tradicionalmente, el funcionamiento

¹ Escuela Universitaria de Ingeniería Eléctrica - Electrónica. Universidad de Tarapacá. Casilla postal 6-D. Arica, Chile.
E-mail: sanhueza@uta.cl; harnisch@uta.cl

* Autor de correspondencia

del mercado eléctrico mayorista tiene un efecto directo en la fijación de precios al por menor. En consecuencia, la manera en que los proveedores minoristas adquieren suministro al por mayor y cómo se distribuye el precio de oferta, es un tema importante para los organismos reguladores estatales [11].

Para el mercado mayorista de electricidad se han propuesto variados modelos, aquel basado en precios nodales, obtenidos de un despacho económico con restricciones de seguridad [1-2], y sistemas zonales, donde predomina la tendencia de descentralizar la operación y el mercado, lo que implica que los agentes participan activamente de la valorización de la energía y de los niveles de congestión en el sistema [2]. A pesar de que en ambas posturas se pueden hallar importantes precursores de dichos modelos, en la actualidad, solo variantes del modelo precio marginal de localización nodal (Locational Marginal Pricing, LMP) ha sido implementado con éxito en algunos mercados desregulados, como en la Interconexión PJM, ERCOT, Nueva York y Nueva Inglaterra en los mercados de EE.UU. y en Nueva Zelanda.

El LMP representa el costo marginal de corto plazo del sistema eléctrico, calculado para una condición de funcionamiento específica, y toma en cuenta explícitamente las características de la red, así como, el costo marginal de generación [1]. Técnicamente, los precios marginales locales se basan en la noción económica del bienestar social, y corresponden a los precios sombra de las restricciones activas de un problema de optimización que maximiza una función de bienestar social total, sujeto al balance de las funciones de oferta de los vendedores y de los compradores, respectivamente, para un instante de tiempo específico. En presencia de compradores que no presentan sensibilidad a los precios, el problema de maximización del bienestar es equivalente a la minimización de los costos totales del suministro de energía de los generadores para satisfacer toda la demanda [3-7, 10].

En la operación de los sistemas eléctricos, los LMP proporcionan indicadores económicos importantes que reflejan plenamente la operación de mercado del sistema en un momento determinado. En cada nodo, el LMP corresponde a la variable dual de la ecuación de balance de potencia del flujo de potencia óptimo

(FPO), y tiene un valor que se compone del precio de la energía en la barra de referencia, el impacto por las pérdidas de transmisión, y los efectos de la restricciones de transmisión que resultan de la congestión de la red.

Los LMP juegan un papel importante en la gestión de la congestión de la transmisión, y prácticamente en todos los esquemas las transacciones de energía pagan las tasas de congestión sobre la base de la diferencia entre los valores de LMP en su respectivo punto de consumo y suministro, por el volumen de energía de cada transacción. Todos los usuarios del sistema de transmisión pagan las tasas de congestión, en función de su uso real del sistema de transmisión, creando así un mecanismo equitativo y eficaz para hacer frente al problema de la congestión de la transmisión.

Durante la congestión, la generación de recursos se hace fuera del orden de mérito económico, con el fin de controlar el flujo en las instalaciones, limitándolo a niveles aceptables. Este redespacho crea diferentes LMP en todo el sistema de transmisión.

Las diferencias de los valores de los LMP pueden ser muy significativas en función de los precios de oferta de energía de los generadores, de las ofertas de la demanda, y de la naturaleza de la limitación de la transmisión. En estas circunstancias, las partes involucradas en las transacciones de energía pueden quedar expuestas a riesgos significativos por la volatilidad en los precios de congestión. En la actualidad, la componente de congestión de los LMP se utiliza para el desarrollo e implementación de instrumentos financieros de cobertura adecuada para que los participantes del mercado puedan cubrirse contra los riesgos de precios de congestión. Además, existe la posibilidad de desarrollo de instrumentos financieros de cobertura obtenidos de la componente de pérdida de los LMP [8].

Comúnmente, en una estimación rápida, los LMP se calculan por medio de un FPODC en el que se incluyen las pérdidas del sistema. Precisamente, la necesidad de asignar de manera óptima las pérdidas, conduce a la posibilidad de utilizar diferentes variantes o supuestos para su asignación. Cada variante origina soluciones distintas para el FPODC y, por ende, resultados distintos de los LMP [10], situación que se pretende revisar en este artículo.

Por otra parte, la asignación óptima de las pérdidas, también influye en la tarificación de los sistemas de transmisión. Un claro ejemplo se presenta en Chile, que después de la Ley Corta I (Ley 19.940 del 2004) el pago por servicios de transmisión troncal se reparte en proporción de 70% para las empresas generadoras y 30 % para los consumidores. Esta asignación de uso de sistema es una clara indicación de cómo los agentes del sistema se deben responsabilizar por las pérdidas del sistema de transmisión.

MODELO DEL FPODC

Sin perder generalidad, el problema de FPODC se puede modelar como un problema de programación lineal para minimizar el costo total de generación, sujetos a las restricciones de balance de potencia en cada barra, las restricciones de capacidad de generación y las restricciones de transmisión. El modelo se plantea como el siguiente problema de programación:

$$\begin{array}{ll} \min & C^T P_G \\ \text{sa:} & e^T P_G = e^T P_D \\ & -F^{\max} \leq GSF_r(P_G - P_D) \leq F^{\max} \\ & P_G^{\min} \leq P_G \leq P_G^{\max} \end{array} \quad (1)$$

donde:

- C : vector de costos variables de generación
- P_D : vector de carga en barras
- P_G : vector de generación en barras
- e : vector de unos, $e^T = (1, 1, \dots, 1)$
- r : barra de referencia
- GSF_r : matriz de sensibilidad de flujos de potencia en líneas, con referencia en r
- F^{\max} : vector de flujos de potencia máximos en líneas
- P_G^{\max} : vector de límites de generación máxima
- P_G^{\min} : vector de límites de generación mínima

En este modelo, las variables son las potencias activas generadas y no considera las pérdidas de transmisión.

Normalmente, al trabajar con el FOPDC, las pérdidas de transmisión se incorporan como carga adicional en las barras. Si las pérdidas se calculan previamente, por medio de un flujo de potencia AC, el modelo dado por la ecuación (1) permite reasignar óptimamente la generación para incorporar estas pérdidas. En este caso, el modelo proporciona un resultado directo, no

iterativo, pero requiere ajustar el offset para cumplir con la ecuación del balance de potencia.

Calcular los LMP a partir de este modelo es simple e independiente de la barra de referencia seleccionada; sin embargo, cuando el sistema está congestionado su descomposición si es sensible a la barra de referencia [2, 6].

La dependencia de la barra de referencia en el cálculo de las componentes de los LMP puede eliminarse considerando una barra de referencia distribuida. En este caso, se considera conocida la participación de los generadores en la carga, siendo habitual el uso de factores de distribución de carga [3]. Con estas consideraciones, la inclusión de las pérdidas en el problema permite plantear un nuevo modelo que, además, requiere conocer los factores de pérdidas, ecuación (2).

$$\begin{array}{ll} \min & C^T P_G \\ \text{sa:} & e^T P_G - P_{PERD} = e^T P_D \\ & LF^T P_G - P_{PERD} = \text{offset} \\ & -F^{\max} \leq GSF_r(P_G - P_D) \leq F^{\max} \\ & P_G^{\min} \leq P_G \leq P_G^{\max} \end{array} \quad (2)$$

donde:

- LF : vector con factores de pérdidas
- P_{PERD} : pérdidas de transmisión

MODELO PROPUESTO

De manera similar al modelo presentado en ecuación (2), el modelo que se propone para el FPODC emplea el concepto de barra de referencia distribuida e incluye las pérdidas del sistema. Estas pérdidas se estiman mediante las ecuaciones del flujo de potencia en DC y se incorporan en el problema como una nueva variable que se relaciona con las potencias activas generadas a través de los factores de pérdidas (Anexo I). El modelo de programación propuesto realiza la asignación óptima de la generación mediante un proceso iterativo que no necesita el cálculo del offset para el ajuste de potencia.

La necesidad de asignar de manera óptima las pérdidas, conduce a la posibilidad de hacerlo considerando diferentes supuestos. En general, independiente al

criterio, al trabajar con el FPODC las pérdidas se asignan como carga adicional en las barras del sistema. De esta manera, realizada la repartición de pérdidas en las barras, el empleo de factores de distribución de carga, junto al concepto de barra de referencia distribuida, donde todos los generadores absorben las variaciones de carga es posible deducir la matriz de sensibilidad de flujos, que resulta independiente a la barra de referencia, ecuación (3).

$$\begin{aligned} F &= GSF_r(P_G - P_{D+PERD}) \\ &= GSF_r(I - d_C e^T)P_G \\ &= W P_G \end{aligned} \quad (3)$$

donde:

- d_C : vector de factores de distribución de carga
- W : sensibilidad de los flujos de potencia en las líneas respecto a la potencia generada, con referencia distribuida
- P_{D+PERD} : vector de carga más pérdidas
- I : matriz identidad

Con estas consideraciones, el modelo propuesto resulta un proceso iterativo Figura 1, donde su núcleo central está dado por el siguiente problema de programación, ecuación (4):

$$\begin{aligned} \min \quad & C^T P_G \\ \text{sa:} \quad & e^T P_G - P_{PERD} = P_D \\ & LF^T P_G - P_{PERD} = 0 \\ & W P_G \leq F^{\max} \\ & P_G^{\min} \leq P_G \leq P_G^{\max} \end{aligned} \quad (4)$$

```


$$(P_G, P_D) :=$$


$$\begin{cases} W \leftarrow GSF_r(I - d_C e^T) & \text{ecuación (3)} \\ F \leftarrow W P_G \\ LF^T \leftarrow F^T \text{diag}(R)W \\ P_{PERD} \leftarrow LF^T P_G \\ offset \leftarrow P_{PERD} \\ \text{while}(offset \leq TOL) \\ \quad k \leftarrow k + 1 \\ \quad P_D \leftarrow P_{D+PERD} \\ \quad (P_G, P_{PERD}) \leftarrow FPODC \\ \quad offset \leftarrow P_{PERD}^{k-1} - P_{PERD}^k \\ \quad (W, LF) \leftarrow \text{actualizar} \\ \text{end while} \\ \text{print} \leftarrow \text{resultados} \end{cases}$$


```

Figura 1. Procedimiento iterativo para el FPODC.

PRECIOS MARGINALES DE LOCALIZACIÓN, LMP

La obtención de los LMP a partir del modelo propuesto es directa. Por propiedades de la programación lineal, es posible obtener las variables duales del modelo, ecuación (5).

$$\begin{aligned} \min \quad & C^T P_G \\ \text{sa:} \quad & e^T P_G - P_{PERD} = P_D \rightarrow \lambda \\ & LF^T P_G - P_{PERD} = 0_D \rightarrow \lambda_p \\ & W P_G \leq F_D^{\max} \rightarrow \gamma \\ & P_G^{\min} \leq P_G \leq P_G^{\max} \rightarrow \mu^{\min}, \mu^{\max} \end{aligned} \quad (5)$$

donde

- λ : variable dual que representa el costo marginal de la energía para todo el sistema, $\lambda = -\lambda_p$
- γ : variables dual asociadas a las restricciones de línea.
- μ^{\min} : variables duales asociadas a la capacidad de generación mínima.
- μ^{\max} : variables duales asociadas a la capacidad de generación máxima.

Las variables duales γ y μ son distintas de cero, solo si las restricciones respectiva esta activa.

Los LMP en barra k se obtienen a partir de los términos de energía, pérdidas y congestión, [1]:

$$\begin{aligned} LMP_k &= LMP_{\text{Energía}} + LMP_k^{\text{Pérdidas}} + LMP_k^{\text{Congestión}} \\ LMP_{\text{Energía}} &= \lambda \\ LMP_k^{\text{Pérdidas}} &= (LF_k^T - 1)\lambda \\ LMP_k^{\text{Congestión}} &= \sum_{j=1}^{\text{cong}} W_{j,k} \gamma_j \end{aligned} \quad (6)$$

SIMULACIONES

En este apartado se muestran los resultados obtenidos de las simulaciones del FPODC y cálculo de los LMP, en distintas condiciones de asignación de las pérdidas del sistema.

A. Sistema sin pérdidas de transmisión

En primera instancia y con intención de comparar, se calculan los LMP trabajando con una referencia

única y con referencia distribuida. No se consideran las pérdidas, con lo cual, el modelo del FPODC resulta no iterativo, permitiendo una explicación en mayor detalle.

El sistema empleado es de cuatro barras el que, junto a sus datos se muestra en la Figura 2. La resolución considera los casos, sin restricción de línea, con restricción de línea pero distintas referencias y, por último, referencia distribuida.

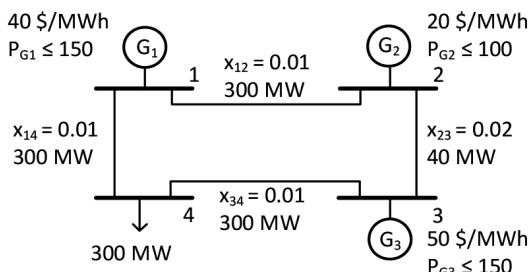


Figura 2. Primer sistema de prueba.

A1. FPODC sin restricción de línea

El planteamiento del FOPDC al primer sistema de prueba, es como sigue:

$$\begin{aligned} \min \quad & 40P_{G1} + 20P_{G2} + 50P_{G3} \\ \text{sa:} \quad & P_{G1} + P_{G2} + P_{G3} = 300 \\ & 0 \leq P_{G1} \leq 150 \\ & 0 \leq P_{G2} \leq 100 \\ & 0 \leq P_{G3} \leq 150 \end{aligned} \quad (7)$$

La solución de este problema se obtiene de manera simple. Los generadores tomarán carga en un orden de costo, hasta completar su capacidad. La solución del problema es, $P_{G1} = 150$ MW, $P_{G2} = 100$ MW y $P_{G3} = 50$ MW, Figura 3.

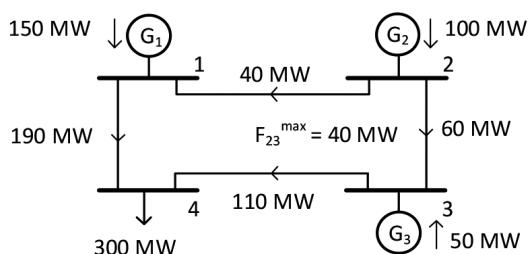


Figura 3. Resultado, FPODC sin pérdidas y restricción de línea.

Los LMP en las barras se calculan a partir de las variables duales de las restricciones activas, ecuación (5).

$$\begin{pmatrix} \lambda \\ \mu_1 \\ \mu_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} 40 \\ 20 \\ 50 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 50 \\ -10 \\ -30 \end{pmatrix} \quad (8)$$

De la ecuación (6), los LMP resultan:

$$\begin{aligned} LMP_1 &= \lambda + \mu_1 = 40 \quad \$/MWh \\ LMP_2 &= \lambda + \mu_2 = 20 \quad \$/MWh \\ LMP_3 &= \lambda_1 = 50 \quad \$/MWh \\ LMP_4 &= \lambda_1 = 50 \quad \$/MWh \end{aligned} \quad (9)$$

Como se observa, las variables duales μ_1 y μ_2 resultan distintas de cero, lo que se debe a que los generadores 1 y 2 se encuentran operando con capacidad máxima, es decir, han salido de la ecuación de coordinación del problema de despacho, por lo tanto, el generador 3 es el que se encuentra marginando e imponiendo el precio de la energía del sistema, λ , en 50 \\$/MWh.

Por otra parte, es necesario destacar que las variables duales, μ_1 y μ_2 , son señales económicas que proporcionan interesante información, por ejemplo, si pudiéramos aumentar la capacidad de generación en las barras uno y dos en 1 MW, estas variables nos indicarían que el costo total de operación del sistema se reduciría en 10 \\$/h y 30 \\$/h, respectivamente. Esta información es de gran valor en la planificación de la redes.

A2. FPODC con restricción de línea y referencia única

En este caso, al considerar la capacidad límite de transmisión en las líneas, es necesario determinar la matriz GSF_r , matriz que se construye en base a los datos de reactancia del sistema y a considerar una barra de referencia, [1].

Barra 1 como referencia

Similar al caso anterior, el problema no es iterativo. La violación de la restricción de flujo en la línea 2-3, introduce una nueva restricción al modelo dado en ecuación (7).

$$\begin{aligned} \min \quad & 40P_{G1} + 20P_{G2} + 50P_{G3} \\ \text{sa:} \quad & P_{G1} + P_{G2} + P_{G3} = 300 \\ & -0.2P_{G2} + 0.4P_{G3} \geq 20 \\ & 0 \leq P_{G1} \leq 150 \\ & 0 \leq P_{G2} \leq 100 \\ & 0 \leq P_{G3} \leq 150 \end{aligned} \quad (10)$$

Reconociendo que en el óptimo, las restricciones uno, dos y cuatro están activas, la solución del problema resulta, $P_{G1} = 100$ MW, $P_{G2} = 100$ MW y $P_{G3} = 100$ MW, Figura 4.

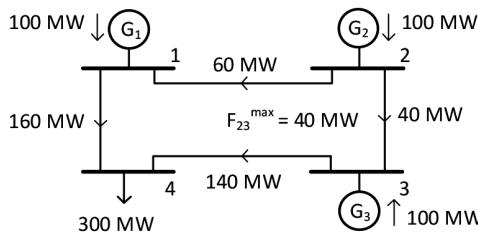


Figura 4. Resultados del FPODC, sin pérdidas y con restricción de línea.

De las restricciones activas, las variables duales asociadas son:

$$\begin{pmatrix} \lambda \\ \gamma_{23} \\ \mu_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & -0.2 & 1 \\ 1 & 0.4 & 0 \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} 40 \\ 20 \\ 50 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 40 \\ 25 \\ -15 \end{pmatrix} \quad (11)$$

Donde los LMP resultan ser:

$$\begin{aligned} LMP_1 &= \lambda = 40 & \$/MWh \\ LMP_2 &= \lambda - (0.2)\gamma_{23} + \mu_2 = 20 & \$/MWh \\ LMP_3 &= \lambda - (-0.4)\gamma_{23} = 50 & \$/MWh \\ LMP_4 &= \lambda - (0.2)\gamma_{23} = 45 & \$/MWh \end{aligned} \quad (12)$$

Barra 2 como referencia

Con esta nueva referencia, la matriz GSF_r cambia respecto al caso anterior, por tanto, la ecuación para la restricción de flujo en la línea 2-3 también cambia, quedando el problema de la siguiente manera.

$$\begin{aligned} \min \quad & 40P_{G1} + 20P_{G2} + 50P_{G3} \\ \text{sa:} \quad & P_{G1} + P_{G2} + P_{G3} = 300 \\ & 0.2P_{G1} + 0.6P_{G2} \geq 80 \\ & 0 \leq P_{G1} \leq 150 \\ & 0 \leq P_{G2} \leq 100 \\ & 0 \leq P_{G3} \leq 150 \end{aligned} \quad (13)$$

Nuevamente, en el óptimo, las restricciones uno dos y cuatro están activas, de donde, $P_{G1} = 100$ MW,

$P_{G2} = 100$ MW y $P_{G3} = 100$ MW, lo mismo que anteriormente. Como se observa, la solución del FPODC es independiente de la barra de referencia seleccionada, Figura 4.

Las variables duales resultan ahora.

$$\begin{pmatrix} \lambda \\ \gamma_{23} \\ \mu_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0.2 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0.6 & 0 \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} 40 \\ 20 \\ 50 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 35 \\ 25 \\ -15 \end{pmatrix} \quad (14)$$

Donde los LMP son:

$$\begin{aligned} LMP_1 &= \lambda - (-0.2)\gamma_{23} = 40 \quad \$/MWh \\ LMP_2 &= \lambda + \mu_2 = 20 \quad \$/MWh \\ LMP_3 &= \lambda - (-0.6)\gamma_{23} = 50 \quad \$/MWh \\ LMP_4 &= \lambda - (-0.4)\gamma_{23} = 45 \quad \$/MWh \end{aligned} \quad (15)$$

Barra 3 como referencia

De igual forma, la ecuación de restricción para el flujo en la línea 2-3 cambia y el problema queda.

$$\begin{aligned} \min \quad & 40P_{G1} + 20P_{G2} + 50P_{G3} \\ \text{sa:} \quad & P_{G1} + P_{G2} + P_{G3} = 300 \\ & 0.4P_{G1} + 0.6P_{G2} \leq 100 \\ & 0 \leq P_{G1} \leq 150 \\ & 0 \leq P_{G2} \leq 100 \\ & 0 \leq P_{G3} \leq 150 \end{aligned} \quad (16)$$

De las restricciones uno, dos y cuatro, que están activas en el óptimo, la solución del problema es, $P_{G1} = 100$ MW, $P_{G2} = 100$ MW y $P_{G3} = 100$ MW, Figura 4.

De estas restricciones activas, las variables duales asociadas son.

$$\begin{pmatrix} \lambda \\ \gamma_{23} \\ \mu_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -0.4 & 0 \\ 1 & -0.6 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} 40 \\ 20 \\ 50 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 50 \\ 25 \\ -15 \end{pmatrix} \quad (17)$$

Para este caso, los LMP en las barras son:

$$\begin{aligned} LMP_1 &= \lambda - (0.4)\gamma_{23} = 40 \quad \$/MWh \\ LMP_2 &= \lambda - (0.6)\gamma_{23} + \mu_2 = 20 \quad \$/MWh \\ LMP_3 &= \lambda = 50 \quad \$/MWh \\ LMP_4 &= \lambda - (0.2)\gamma_{23} = 45 \quad \$/MWh \end{aligned} \quad (18)$$

A3. FPODC con restricción de línea y referencia distribuida

En este caso, al considerar referencia distribuida se debe calcular la matriz W , ecuación (3). Para ello, se necesita definir el vector de factores de distribución de carga d_c .

Empleando igual participación de la generación en la carga, entonces, $d_c = (0,0,0,1)^T$ y $W = GSF_r(I - d_c e^T)$, donde GSF_r puede obtenerse con cualquier barra como referencia.

Finalmente, la ecuación de restricción para el flujo en la línea 2-3 cambia y el problema queda.

$$\begin{aligned} \min \quad & 40P_{G1} + 20P_{G2} + 50P_{G3} \\ \text{sa:} \quad & P_{G1} + P_{G2} + P_{G3} = 300 \\ & 0.2P_{G1} + 0.4P_{G2} - 0.2P_{G3} \leq 40 \\ & 0 \leq P_{G1} \leq 150 \\ & 0 \leq P_{G2} \leq 100 \\ & 0 \leq P_{G3} \leq 150 \end{aligned} \quad (19)$$

De las restricciones activas en el óptimo, la solución del problema es, $P_{G1} = 100$ MW, $P_{G2} = 100$ MW y $P_{G3} = 100$ MW, Figura 4.

De estas restricciones activas, las variables duales asociadas resultan ser.

$$\begin{pmatrix} \lambda \\ \gamma_{23} \\ \mu_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -0.2 & 0 \\ 1 & -0.4 & 1 \\ 1 & 0.2 & 0 \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} 40 \\ 20 \\ 50 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 45 \\ 25 \\ -15 \end{pmatrix} \quad (20)$$

Donde los LMP en las barras son:

$$\begin{aligned} LMP_1 &= \lambda - (0.2)\gamma_{23} = 40 & \$/MWh \\ LMP_2 &= \lambda - (0.4)\gamma_{23} + \mu_2 = 20 & \$/MWh \\ LMP_3 &= \lambda - (-0.2)\gamma_{23} = 50 & \$/MWh \\ LMP_4 &= \lambda = 45 & \$/MWh \end{aligned} \quad (21)$$

Como se observa, de las distintas soluciones del FPODC expuestas, el empleo de una barra de referencia no influye en el valor final de los LMP, pero sí en su descomposición, condición que se elimina al trabajar con referencia distribuida.

B. Sistema con pérdidas de transmisión

En este caso, se pretende observar el efecto de asignar las pérdidas en el FPODC y como esta asignación

influye en el cálculo de los LMP. Para esto se emplea un sistema de 6 barras dado en referencia [9]. Se considera el sistema en congestión, para lo que se limita el flujo en la línea 2-4 a 70 MW. En los siguientes casos, las cargas en barras 4, 5, y 6 son de 120, 140 y 150 MW, respectivamente. Los precios de oferta de los generadores G1, G2 y G3 son de 14,2, 13,5, y 14 \\$/MWh. Las potencia máximas de generación son de 200, 150 y 180 MW, respectivamente y las potencias mínimas de generación son de 50, 37,5 y 45 MW, respectivamente. En los siguientes casos a tratar, la línea 2-4 es el elemento limitante.

Se emplean las siguientes variantes en la asignación de pérdidas para el FPODC: a) pérdidas incluidas como carga en las barras de carga, b) pérdidas incluidas como carga en las barras de generación, c) pérdidas calculadas para cada línea incluidas como carga en las barras de sus extremos, en partes iguales, y d) pérdidas incluidas como carga en las barras de acuerdo a una proporción predefinida, de 70% en barras de generación y 30% en barras de carga.

Es claro que en cada uno de estos supuestos se origina una solución distinta para el FPODC y, por ende, resultados distintos para los LMP, situación que se pretende revisar en este artículo.

Caso a)

En este caso, las pérdidas están incluidas como carga adicional en las barras de carga, en la misma proporción de la carga de la barra a la total del sistema. Esta situación se puede interpretar como que los consumidores son responsables de las pérdidas. Los resultados se presentan en Tabla 1 y Figura 5.

Caso b)

En este caso, el modelo considera que las pérdidas están incluidas como carga en las barras de generación. Esta situación se puede interpretar en que la responsabilidad de las pérdidas recae en los generadores. Se puede observar que los precios de la energía en las barras son más bajos que en el caso a). Los resultados se presentan en Tabla 2 y Figura 6.

Caso c)

En este caso, las pérdidas se calculan para cada línea y se reparten, en partes iguales, como carga en las barras de sus extremos. La responsabilidad es

Tabla 1. Resultados del FPODC, caso a).

Barra	1	2	3	4	5	6
Generación	159,467	150,00	116,899	0	0	0
Carga	0	0	0	120	140	150
Pérdidas	0	0	0	4,79	5,589	5,988
Fact. Pérd.	0,051	0,035	0,025	0,008	-0,007	0
$W_{2-4,k}$	-0,004	0,307	0,211	-0,383	0,097	0,216
LMP	14,2	13,5	14	15,902	14,783	14,356
LMP Energía	14,954	14,954	14,954	14,954	14,954	14,954
LMP Pérd.	-0,766	-0,53	-0,368	-0,118	0,098	0,003
LMP Cong.	0,012	-0,853	-0,586	1,066	-0,269	-0,601

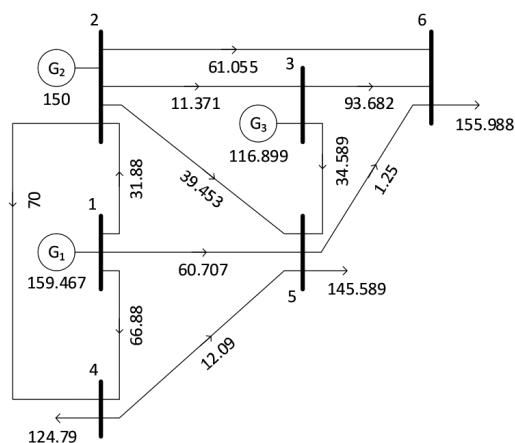


Figura 5. Resultados del FPODC, caso a).

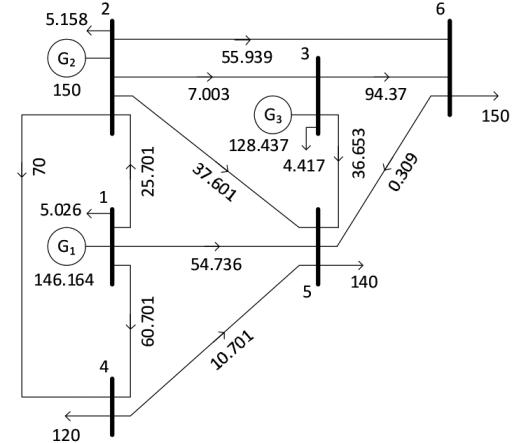


Figura 6. Resultados del FPODC, caso b).

Tabla 2. Resultados del FPODC, caso b).

Barra	1	2	3	4	5	6
Generación	146,164	150,00	128,437	0	0	0
Carga	0	0	0	120	140	150
Pérdidas	5,026	5,158	4,417	0	0	0
Fact. Pérd.	0,044	0,033	0,025	0,005	-0,008	0
$W_{2-4,k}$	-0,01	0,301	0,205	-0,389	0,091	0,211
LMP	14,2	13,5	14	15,631	14,745	14,356
LMP Energía	14,83	14,83	14,83	14,83	14,83	14,83
LMP Pérd.	-0,654	-0,488	-0,372	-0,069	0,117	-0,005
LMP Cong.	0,023	-0,673	-0,458	0,869	-0,203	-0,47

compartida entre los generadores y consumidores. Los precios de la energía en las barras resultan con valores intermedios a los encontrados en los casos a) y b). Los resultados se presentan en Tabla 3 y Figura 7.

Caso d)

En este caso, las pérdidas se reparten como carga en las barras en una proporción predefinida, de 70%

en barras de generación y 30% en barras de carga. Similar al caso c) la situación se interpreta a que la responsabilidad por las pérdidas es compartida entre los generadores y consumidores. Los resultados se presentan en Tabla 4 y Figura 8.

Como era de esperar, se puede observar que los precios de la energía, son más bajos en el caso b),

Tabla 3. Resultados del FPODC, caso c).

Barra	1	2	3	4	5	6
Generación	152,646	150	122,733	0	0	0
Carga	0	0	0	120	140	150
Pérdidas	2,749	3,568	1,675	2,367	2,963	2,057
Fact. Pérd.	0,047	0,034	0,025	0,006	-0,007	0
$W_{2-4,k}$	-0,007	0,304	0,208	-0,386	0,094	0,213
LMP	14,2	13,5	14	15,754	14,764	14,355
LMP Energía	14,866	14,866	14,866	14,866	14,866	14,866
LMP Pérd.	-0,705	-0,505	-0,371	-0,089	0,11	-0,003
LMP Cong.	0,018	-0,753	-0,515	0,957	-0,232	-0,528

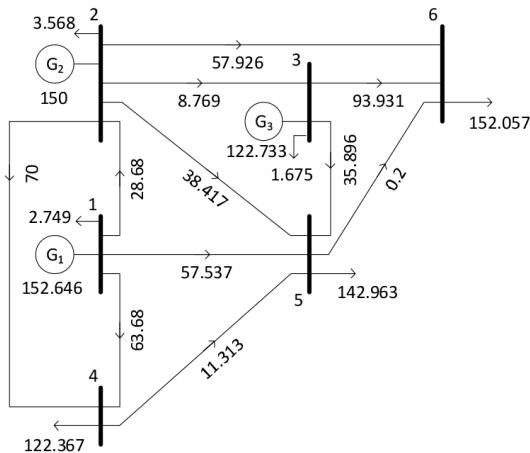


Figura 7. Resultado del FPODC, caso c).

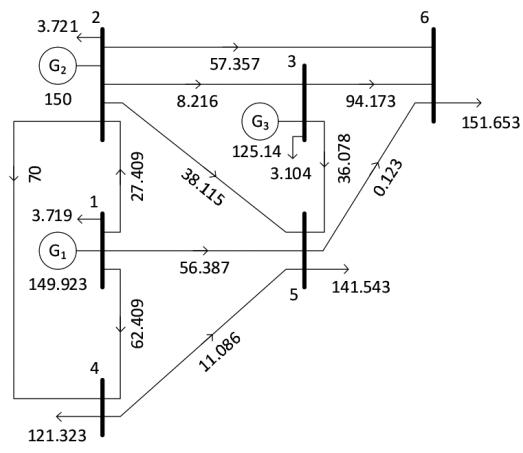


Figura 8. Resultado del FPODC, caso d).

Tabla 4. Resultados del FPODC, caso d).

Barra	1	2	3	4	5	6
Generación	149,923	150	125,14	0	0	0
Carga	0	0	0	120	140	150
Pérdidas	3,719	3,721	3,104	1,323	1,543	1,653
Fact. Pérd.	0,046	0,034	0,025	0,006	-0,008	0
$W_{2-4,k}$	-0,009	0,303	0,207	-0,388	0,093	0,212
LMP	14,2	13,5	14	15,706	14,755	14,356
LMP Energía	14,864	14,864	14,864	14,864	14,864	14,864
LMP Pérd.	-0,684	-0,499	-0,371	-0,082	0,112	-0,002
LMP Cong.	0,021	-0,722	-0,493	0,924	-0,221	-0,506

donde la responsabilidad por las pérdidas recae únicamente en los generadores y van en aumento a medida que la responsabilidad recae en los consumidores (casos c), d) y a).

Por otra parte, de los resultados se desprende además que el impacto de las pérdidas en el modelamiento es mayor en la componente de

pérdidas que en la componente de congestión. Esto ha sido verificado, además, por los resultados de otros sistemas.

CONCLUSIONES

Como se ha comprobado de manera numérica, los LMP resultan independientes de la referencia. Sin

embargo, su descomposición sí es dependiente de la referencia, [1].

El trabajo presenta un nuevo enfoque para la evaluación de los precios marginales de ubicación, donde se hace uso del concepto de barra de referencia distribuida, el que, para el cálculo de los LMP y de sus componentes, resulta completamente independiente de la referencia. Es decir, los factores de distribución y el cálculo de pérdidas propuestos para la obtención de los LMP, solo dependen de la topología y del estado de operación actual del sistema.

Una característica que se destaca en la formulación del modelo es la posibilidad de dar distintos enfoques a la manera de incluir las pérdidas del sistema, así como el reconocimiento de forma explícita del impacto de la congestión en los precios nodales.

El modelo propuesto es de programación lineal. Los tiempos de cálculo, para los sistemas que se han presentado, y otros estudiados, han sido resueltos en forma prácticamente instantánea.

AGRADECIMIENTOS

Los autores agradecen el apoyo de la Universidad de Tarapacá, Proyecto Mayor-UTA N° 8723-06.

REFERENCIAS

- [1] M. Shahidehpour, H. Yamin and Z. Li. “Market operations in electric power systems: Forecasting, scheduling, and risk management”. John Wiley & Sons. New York, USA. ISBN 0-471-22412-X. 2002.
- [2] R. Méndez and H. Rudnick. “Congestion Management and Transmission Rights in Centralized Electric Markets”. IEEE Transactions on Power Systems. Vol. 19, Issue: 2, pp. 889-896. May, 2004.
- [3] E. Litvinov, T. Zheng, G. Rosenwald and P. Shamsollahi. “Marginal loss modeling in LMP calculation”. IEEE Transactions on Power Systems. Vol. 19 N° 2, pp. 880-888. May, 2004.
- [4] L. Fangxing and R. Bo. “DCOPF-Based LMP simulation: Algorithm, comparison with ACOPF, and sensitivity”. IEEE Transaction on Power Systems. Vol. 22 N° 4, pp. 1475-1485. November, 2007.
- [5] Z. Hu, H. Cheng, Z. Yan and F. Li. “An iterative LMP calculation method considering loss distributions”. IEEE Trans. Power Systems. Vol. 25 N° 3, pp. 1469-1477. August, 2010.
- [6] T. Wu, Z. Alaywan and A.D. Papalexopoulos. “Locational marginal price calculations using the distributed-slack power-flow formulation”. IEEE Trans. Power Systems. Vol. 20 N° 2, pp. 1188-1190. May, 2005.
- [7] A.J. Conejo, E. Castillo, R. Minguez and F. Milano. “Locational marginal price sensitivities”. IEEE Trans. Power Syst. Vol. 20 N° 4, pp. 2026-2033. November, 2005.
- [8] J.B. Cardell. “Marginal loss pricing for hours with transmission congestion”. IEEE Trans. Power Syst. Vol. 22 N° 4, pp. 1466-1474. 2007.
- [9] A. Wood and B. Wollenberg. “Power generation operation and control”. John Wiley & Sons. 1984.
- [10] F. Meng and B.H. Chowdhury. “Distribution LMP-based economic operation for future smart grid”. In Power and Energy Conference at Illinois (PECI), pp. 1-5. IEEE. 2011.
- [11] Ministerio de Economía. “Experiencia reguladora de una década”. División Desarrollo de Mercados. Editorial LOM. 2000.

ANEXO I

Pérdidas y factores de pérdidas

De manera general, la pérdida de potencia en una línea está dada por la ecuación (7):

$$P_{PERD_k} = \frac{1}{|Z_k|^2} \left[(V_i^2 + V_j^2) R_k - 2 R_k V_i V_j \cos \theta_{ij} \right] \quad (22)$$

Asumiendo condiciones de voltajes en por unidad y propiedades trigonométricas.

$$\begin{aligned} P_{PERD_k} &= \frac{2 R_k}{|Z_k|^2} \left[1 - \cos \theta_{ij} \right] \\ &= \frac{4 R_k}{|Z_k|^2} \left[\sin \frac{\theta_{ij}}{2} \right]^2 \end{aligned} \quad (23)$$

Además, asumiendo que $R_k \ll X_k$ y que θ_{ij} es muy pequeño, entonces:

$$P_{PERD_k} = \frac{4R_k}{X_k^2} \left[\frac{\theta_i - \theta_j}{2} \right]^2 \quad (24)$$

$$P_{PERD_k} = R_k F_k^2$$

Así, las pérdidas totales de potencia en el sistema se obtienen como la suma de las pérdidas en cada línea

$$P_{PERD} = \sum_k P_{PERD_k} \quad (25)$$

Al mismo tiempo, como se conoce la sensibilidad de los flujos de potencia respecto a la potencia generada, ecuación (3), también se puede conocer la relación entre las pérdidas totales y las potencias generadas. Estas sensibilidades se conocen como factores de pérdidas y son independientes de la barra de referencia.

$$P_{PERD} = F^T \text{diag}(R) W P_G \quad (26)$$

$$= L F^T P_G$$