



Exacta

ISSN: 1678-5428

exacta@uninove.br

Universidade Nove de Julho

Brasil

Perrotta Montenegro, Suzete Gerald; Jahn, Ana Paula
Reflexões sobre simetria em dois contextos: matemática efísica
Exacta, núm. 1, abril, 2003, pp. 129-138
Universidade Nove de Julho
São Paulo, Brasil

Disponível em: <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=81000113>

- Como citar este artigo
- Número completo
- Mais artigos
- Home da revista no Redalyc

redalyc.org

Sistema de Informação Científica

Rede de Revistas Científicas da América Latina, Caribe, Espanha e Portugal
Projeto acadêmico sem fins lucrativos desenvolvido no âmbito da iniciativa Acesso Aberto

REFLEXÕES SOBRE SIMETRIA EM DOIS CONTEXTOS: MATEMÁTICA E FÍSICA

SUZETE GERALDI MONTENEGRO PERROTTA

Mestre em Educação Matemática pela PUC-SP; Professora de Física na Faculdade de Engenharia São Paulo e de Matemática na UNINOVE

ANA PAULA JAHN

Doutora em Educação Matemática pela Universidade Joseph Fourier (Grenoble, França); Professora do curso de pós-graduação em Educação Matemática na PUC-SP

Resumo

O objetivo deste estudo foi investigar as estratégias e procedimentos adotados por professores de Matemática e/ou Física do Ensino Médio, quando da resolução de questões sobre simetria axial e reflexão em espelhos planos. Para tal, foram aplicados questionários que exploravam situações de simetria em contextos matemáticos e físicos. Os resultados mostraram que as estratégias adotadas pelos grupos podem variar de acordo com o contexto (matemático ou físico), ainda que as situações propostas sejam análogas, do ponto de vista dos conhecimentos envolvidos.

Palavras-chave: simetria; reflexão; transferência de conhecimentos

Abstract

The aim of this study is to investigate the strategies and procedures used by high school teachers of mathematics and/or physics when they solve questions about axial symmetry and reflections in plane mirrors. Questionnaires were elaborated in order to explore situations on symmetry in contexts related to both mathematics and physics. The results show that the strategies used within the groups can change with the context (mathematics or physics), even when the situations are similar from the point of view of the knowledge discussed.

Key words: symmetry; reflection; knowledge transfer

I. Introdução

Este trabalho levanta algumas questões sobre a transferência de conhecimentos entre contextos distintos que trabalham com a simetria. O objetivo é comparar as estratégias adotadas, isto é, o conhecimento que é mobilizado na resolução das situações propostas, assim como o tipo de erro cometido, de acordo com as atividades docentes desenvolvidas pelos professores de Matemática e de Física.



A dificuldade em transferir conhecimentos de um contexto para outro, em disciplinas distintas, ou mesmo internamente a uma única disciplina, atinge tanto alunos quanto professores. Optamos por fazer um estudo com o tema Geometria das Transformações, em razão das importantes conexões que a Geometria possibilita com outras áreas do conhecimento, em contextos distintos e em diferentes níveis de ensino – fundamental, médio ou superior.

Dada a abrangência do tema, o presente trabalho limita-se a um estudo envolvendo a simetria¹ axial ou reflexão, em situações pautadas num contexto característico da Física (reflexão da luz em espelhos planos) e em outro nitidamente matemático (simetria axial).

A falta de articulação entre assuntos distintos dentro do próprio componente curricular, no caso a Matemática, e a ausência de conexões entre um mesmo tema abordado em diferentes contextos, por exemplo, Matemática e Física, contribuem para uma visão fragmentada, em que não existe relação entre os conteúdos, nem destes com a realidade. Um exemplo em Geometria das Transformações é a simetria, abordada em Matemática, e a reflexão, estudada em Óptica Geométrica, na Física, geralmente vistas como assuntos que não apresentam nenhuma relação, temas completamente diferentes.

O interesse particular pela simetria, dentro da Geometria das Transformações, refere-se à grande variedade de aplicação dos princípios destas nos mais diversos e diferentes contextos e áreas de conhecimento: Química, Biologia, Física, Matemática, Escultura, Pintura, Música, Arquitetura e outros.

II. Quadro teórico

Este estudo considerou os resultados das pesquisas de Küchmann (1985), Grenier (1985) e Healy (2001) sobre simetria; Mabuchi (2000), sobre Transformações Geométricas, e Boaler (1993), sobre a transferência de conhecimentos.

O projeto inglês *Concepts in Secondary Mathematics and Science – CSMS* realizou, em 1981, uma pesquisa coordenada por Küchmann, com estudantes de 11 a 16 anos de idade, cujo objetivo era a investigação da compreensão sobre 11 temas matemáticos. Neste mesmo projeto, em 1985, 1026 estudantes responderam a questões sobre isometrias (suas reflexões, rotações e composições). Nas questões relativas à reflexão, foram consideradas as influências dos seguintes fatores: a) complexidade da figura (ponto, segmento de reta ou triângulo, ou outra); b) presença ou ausência de malha quadriculada; c) posição do eixo de simetria (horizontal ou vertical); d) distância entre a figura objeto e o eixo de simetria. A pesquisa desenvolvida por Küchmann constitui

uma referência para outros estudos sobre transformações geométricas, pois encontraram-se os mesmos resultados quando estas questões foram aplicadas a outras amostras em diferentes contextos e em diversos países.

Em 1985, Grenier realizou na França um estudo com alunos de 13-14 anos de idade, com o objetivo de comparar suas concepções sobre reflexão antes e depois da aprendizagem em sala de aula. As variáveis didáticas analisadas por Grenier são as mesmas que as da pesquisa de Küchmann. A autora utilizou, entretanto, uma variedade maior de valores para algumas destas variáveis.

Mabuchi (2000) organizou estudo sobre transformações geométricas com um grupo de docentes que participava de um curso desenvolvido pelo Centro de Ciências Exatas e Tecnologia da PUC-SP, para professores com licenciatura curta em Ciências complementarem sua formação em Matemática e, assim, obterem a Licenciatura Plena. O objetivo de sua pesquisa era mostrar a necessidade da incorporação do tema transformações geométricas em cursos de formação de professores.

Os procedimentos, estratégias e erros encontrados nesta pesquisa de Mabuchi são semelhantes àqueles percebidos nas pesquisas realizadas por Grenier, apesar das diferenças entre os grupos que constituíram as duas amostras (faixa etária e formação).

Healy (2001) desenvolveu sua pesquisa sobre simetria com crianças de 12-13 anos, utilizando micromundos como mediadores na relação entre o objeto matemático e o usuário. A pesquisadora ressalta a importância de um equilíbrio entre as representações visuais e os aspectos teóricos formais do conteúdo relativo às transformações geométricas.

As ferramentas simples (espelhos, dobraduras) ou complexas (micromundos) podem ser utilizadas como material de apoio, mas seu uso não elimina certas dificuldades com a formalização dos conceitos e pode originar concepções baseadas exclusivamente em aspectos visuais, com domínios de validade limitados.

Pesquisas em Educação Matemática (NUNES, SCHLIEMANN & CARRAHER, 1993; BOALER, 1993) sugerem que os estudantes apresentam raciocínios matemáticos diferentes quando confrontados com situações formais (escolares) e com aquelas relacionadas a seu cotidiano, ainda que ambas se refiram ao mesmo conhecimento matemático.

Nunes, Schliemann e Carraher (1993) apontam que em situações de prática diária, nas quais o uso da Matemática faz parte da própria sobrevivência dos indivíduos, estes praticamente não apresentam erros (ainda que mostrem uma



formação escolar precária), se comparada a situações escolares com problemas formais, pouco relacionados com sua realidade ou que estejam em contextos distantes de sua vivência e experimentação no dia-a-dia.

III. Procedimentos

Para comparar as estratégias e os tipos de erros cometidos pelos professores, utilizamos, em nossa amostragem, dois questionários: um sobre aspectos relacionados à formação acadêmica e atividade profissional desenvolvida, e outro, sobre questões abordando simetria axial. Os questionários foram respondidos voluntariamente por docentes que participavam de um projeto denominado Pró-Ciências (de Matemática e de Física), realizado na PUC-SP com financiamento da FAPESP.

Para tentar compreender melhor essa questão, aplicamos questionários sobre simetria axial e reflexão em espelhos planos a dois grupos de professores de Física e de Matemática, em exercício nas escolas públicas de Ensino Médio da cidade de São Paulo. O grupo foi convidado a resolver, individualmente, questões postas em contextos próprios da Física e da Matemática.

As questões propostas são semelhantes àquelas apresentadas por Kückmann e Grenier. As variáveis didáticas consideradas foram: a) posição relativa entre objeto e espelho (ou figura-objeto e eixo de simetria); b) inclinação do espelho (ou do eixo de simetria), e c) tipo de papel utilizado. Também foi considerado o uso de espelho ou de eixo de simetria e o emprego de dobradura como técnica de solução.

Os resultados apontaram as estratégias utilizadas e os erros cometidos.

IV. Resultados

Os resultados encontrados apresentam estratégias de solução que envolvem, em geral, eqüidistância, perpendicularidade, conservação de ângulos e dobradura. Fatores como tipo de papel (branco ou quadriculado), complexidade da figura, inclinação relativa eixo-figura também foram considerados.

Uma das questões propostas solicitava aos docentes que determinassem o campo visual do espelho plano retrovisor de um automóvel, em diferentes posições, para um observador situado em O e assinalassem os pontos que poderiam ser vistos, por reflexão, no espelho mencionado. As Figuras 1 e 2, indicadas a seguir, ilustram parte desta questão:

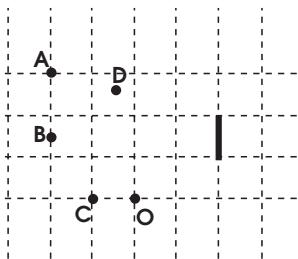


Figura 1

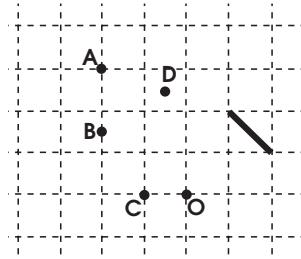


Figura 2

A posição inclinada do espelho foi um fator dificultador para a maioria dos indivíduos dos grupos, tendo provocando um crescimento no número de erros cometidos, tal como Küchmann e Grenier haviam constatado em seus experimentos. Observou-se também um questionamento por parte dos professores sobre a posição de **O** (que não estava diante do espelho) e a possibilidade de que viesse a enxergar as imagens dos pontos no espelho.

Outra questão, indicada nas Figuras 3a e 3b a seguir, solicitava aos docentes que completassem a figura, desenhando a figura simétrica de cada bandeirinha em relação ao segmento de reta indicado.

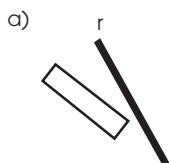


Figura 3a

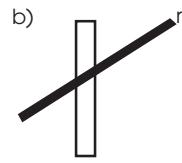


Figura 3b

Em outro item desta mesma questão, a figura estava desenhada sobre malha quadriculada, conforme indicação na Figuras 3c.

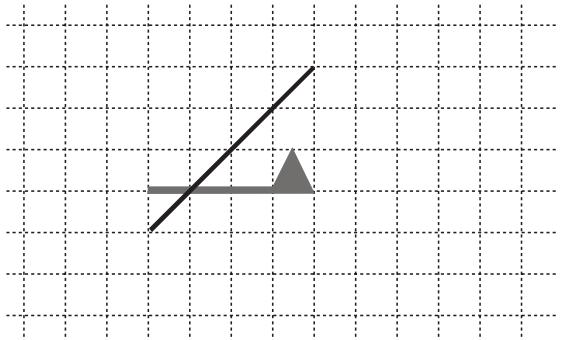


Figura 3c



Este último conjunto de questões apresentou, predominantemente, em suas respostas, a eqüidistância e a perpendicularidade como estratégias de solução. A presença da malha, no caso em que há coincidência entre os vértices da figura e os da própria malha e do eixo de simetria com uma de suas linhas, não constitui um fator dificultador; ao contrário, a malha foi usada como ferramenta para a determinação de pontos eqüidistantes e perpendiculares.

Em outra questão, entretanto, a presença da malha quadriculada constituiu uma dificuldade a mais. A Figura 4 indica este caso:

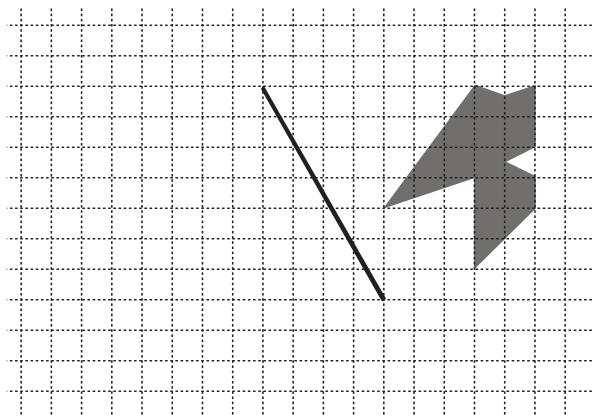


Figura 4

Os vértices da figura nem sempre se localizam sobre os da malha; a figura não é familiar e o eixo está inclinado em relação a ela.

Foram observados erros na determinação da figura simétrica como, por exemplo, o indicado na Figura 5, na qual Hoyles (2001) questiona a possibilidade de uma interpretação em três dimensões (espacial), em que tal representação da figura simétrica estaria correta.

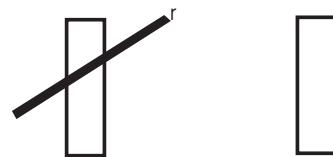


Figura 5

Foi possível observar que alguns dos docentes adotaram, em suas soluções, a estratégia de conservação de ângulos para as questões no contexto físico, o que pode ser associado à segunda lei da reflexão em espelhos. Entretanto, em situações do contexto matemático, adotaram-se, como estratégias de solução, a

eqüidistância e a perpendicularidade, ou ainda a dobradura. As estratégias dos professores, em geral, variavam conforme o contexto. Tal fato parece sugerir que não houve uma transferência direta dos mesmos conhecimentos ou propriedades de uma situação para outra.

Discussão dos resultados

A proposta deste estudo foi investigar e comparar as estratégias e procedimentos adotados pelos professores do Ensino Médio, de Matemática e ou de Física, em situações de resolução de questões sobre simetria e reflexão em espelhos planos, verificando se ocorreu transferência de conhecimentos de um contexto para outro. A palavra ‘transferência’ pode ser usada com diferentes conotações, a depender do pesquisador. Em nosso estudo, consideramos o trabalho de Boaler (1993) sobre a complexidade da transferência de conhecimentos de Matemática para contextos distintos na mesma área. Segundo este pesquisador, a transferência ou não de conhecimentos é fruto do ‘ambiente’² em que o aprendizado de Matemática ocorre e não do contexto escolhido.

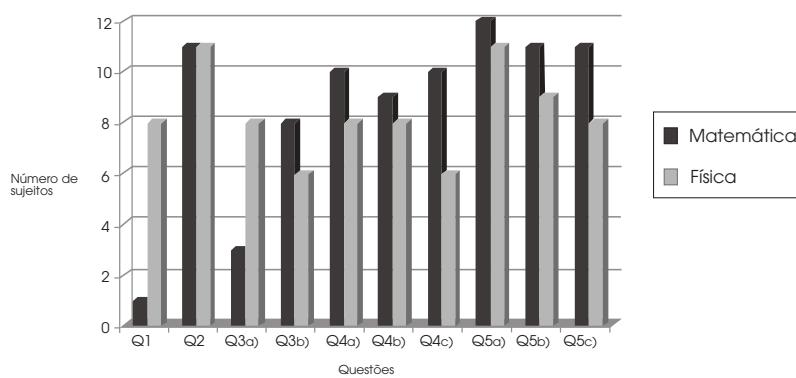
2. Para o autor, ‘ambiente’ refere-se a situações de discussão em sala de aula, com participação ativa dos alunos.

A observação dos resultados obtidos mostrou que os professores responderam às questões de acordo com a atividade que desenvolvem cotidianamente. Assim, alguns professores de Física não tentaram resolver as questões propostas no contexto da Geometria Analítica, enquanto parte dos professores de Matemática apresentou tendência a evitar questões no contexto da Física.

Em parte, tal comportamento pode ser explicado pela atividade profissional desenvolvida pelos grupos. Metade dos professores de Física de nossa amostra leciona Física e também Matemática e os de Matemática lecionam, exclusivamente, Matemática (exceção feita a um dos professores de Matemática que leciona somente Física). É possível que a atividade docente associada a questões usuais de cada disciplina influencie a solução de questões propostas em diferentes contextos.

Como exemplo, apresentaremos a seguir um dos gráficos de nossa pesquisa:

Acertos no Questionário - 2, Parte A

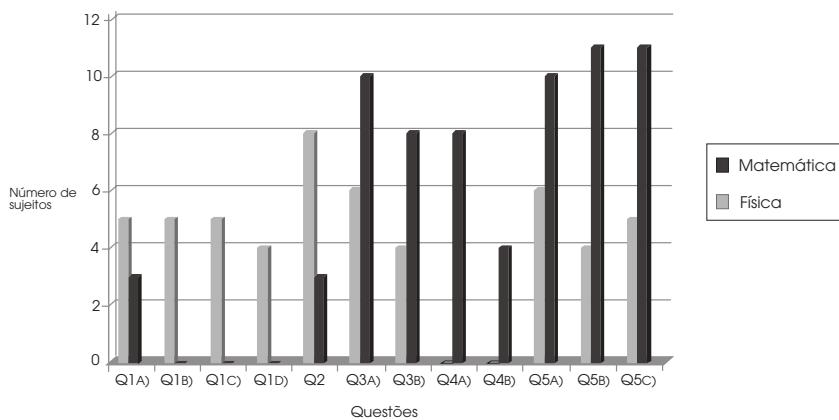




Este gráfico mostra que as questões no contexto de Física (1 e 2) apresentaram índices de acerto mais alto para o grupo de Física que para o de Matemática, assim como os sujeitos de Matemática superaram os de Física nas questões sobre Matemática (3, 4 e 5).

No questionário-2, Parte B, ocorre situação análoga a esta. Além de os acertos estarem relacionados ao contexto e à atividade desenvolvida, as estratégias escolhidas para questões similares modificam-se conforme o contexto.

Acertos no Questionário - 2, Parte B



As questões 1 (itens A, B, C e D) e 2, que apresentam situações típicas de obtenção de imagem em espelho plano, deixaram de ser resolvidas pelos docentes de Matemática (conforme gráfico anterior), enquanto a totalidade dos professores de Física não respondeu à questão 4 (itens A e B), com contexto de Geometria Analítica.

Quanto aos procedimentos e estratégias de solução, foi observado que os professores (principalmente os de Física) adotam a eqüidistância e a perpendicularidade para questões com contexto matemático, e a conservação de ângulos, para aquelas com contexto físico, provavelmente pela influência da segunda lei da reflexão que trata da congruência entre os ângulos de incidência e reflexão em espelhos.

A conservação de ângulos é uma solução que pode ser considerada uma aplicação da segunda lei da reflexão, usada, preferencialmente, por docentes de Física nas questões com contexto físico. Este procedimento não é, em geral, mantido para as demais questões, o que sugere que não há uma transferência de conhecimentos de um contexto para outro, mas uma estratégia específica para cada contexto.

A dificuldade na transferência de conhecimentos matemáticos de uma situação para outra pode ser constatada pelas diferentes abordagens das questões. Comparando-se os dois grupos de professores, pôde-se verificar que há estratégias que são mais freqüentes em determinado grupo, embora seja possível que sua utilização esteja mais ligada ao contexto das situações propostas do que às práticas docentes.

Como já dito, os resultados apontam, dada a não manutenção de uma estratégia única para situações análogas, que não houve uma transferência de conhecimentos de um contexto para outro.

Os resultados deste estudo são semelhantes aos encontrados por Boaler (1993) e outros pesquisadores no que se refere à transferência de conhecimentos. O autor defende a idéia de que o aprendizado em situações contextualizadas pode facilitar a compreensão e a transferência de conhecimentos em razão das conexões que são estabelecidas entre os procedimentos formais da Matemática e os métodos informais dos alunos. No entanto, o aprendizado é uma construção individual e complexa e, portanto, não há garantia de que um aprendizado contextualizado levará, necessariamente, a uma transferência de conhecimentos.

É provável que a forma como os conteúdos de Matemática e de Física são geralmente apresentados possa constituir um fator dificultador da transferência dos conhecimentos. Via de regra, tais conteúdos são definidos e apresentados como verdades inquestionáveis, produtos concluídos, cabendo ao estudante somente o papel de reproduzir os procedimentos indicados pelo professor em situações semelhantes aos modelos.

A questão da formação de professores não foi objeto desta pesquisa, mas constitui, sem dúvida, uma continuidade interessante para este trabalho.

Será que a formação de professores não poderia levar ao desenvolvimento de habilidades de modelização de situações em contextos distintos, valorizando-as e ‘exercitando’ a transferência e a articulação de conhecimentos entre diferentes tópicos dentro de uma mesma área e entre áreas distintas? Será que tal formação não poderia favorecer a transferência de conhecimentos, a princípio, para o próprio professor e, em seguida, para seus alunos?

Referências bibliográficas

BOALER, J. Encouraging the transfer of “school” mathematics to the “real world” through the integration of process and content, context and culture. *Educational Studies in Mathematics*, n. 25 p. 341-373. Kluwer Academic Publishers, 1993.



- BRANSFORD, J.; BROW, A.; COCKING, R. *How people learn: Brain, Mind, Experience, and School*. Disponível em <www.nap.edu/html/howpeople1/ch3.html>. Acessado em 22/03/2003.
- CATALÁ, C. A., GÓMEZ, R.P; GARRIDO, C.R. *Simetria Dinâmica*. Madrid: Sintesis, 1989.
- EDWARDS,L.; ZAZKIS, R. Transformation Geometry: Naive Ideas and Formal Embodiments. *Journal of Computers in Mathematics and Science Teaching*, n.12 (2), p.121-145, 1993.
- GRENIER, D. Quelques aspects de la symétrie Orthogonale pour des élèves de classes de 4ème et 3ème. *Petit x*, n.7, p.54-69, Grenoble, 1985.
- HEALY, L. *Iterative design and comparison of learning systems for reflection in two dimensions*. Tese de Doutorado. 2001. Institute of Education, University of London.
- HOYLES, C.; HEALY, L. Unfolding meanings for reflective symmetry. *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, n. 2, p. 27-59. Kluwer Academic Publishers, London, 1997.
- HOYLES, C.; HEALY, L. Un micro-monde pour la symétrie axiale: une base de co-construction de concepts mathématiques. *Sciences et techniques éducatives*. v. 4, n. 1, p. 67-97, 1997.
- JAHN, A. P. *Des transformations de figures aux transformations ponctuelles: étude d'une séquence d'enseignement avec Cabri-géomètre*. Tese de Doutorado. 1998. Université Joseph Fourier, Grenoble.
- NOSS, R.; POZZI,S.; HOYLES, C. Touching epistemologies: statistics in Education practice. *Educational Studies in Mathematics*. n.40, p.25-51, 2000.
- NUNES, T.; SCHIEMANN, A. D.; CARRAHER, D.W. *Street Mathematics and School Mathematics*. Cambridge. Cambridge University Press, 1993.
- VERGNAUD, G. La théorie des champs conceptuels. *Recherches en Didactique des Mathématiques - RDM*, n.10 (2.3), p.133-169. Grenoble, 1990.
- WEYL, Hermann. *Simetria*. São Paulo: EDUSP, 1980.