



Exacta

ISSN: 1678-5428

exacta@uninove.br

Universidade Nove de Julho

Brasil

Miranda José Rodrigues, Luiz Eduardo

Auto-rotação de helicópteros: um modelo analítico para o traçado do diagrama de altura versus  
velocidade

Exacta, vol. 4, núm. 1, janeiro-junho, 2006, pp. 65-76

Universidade Nove de Julho

São Paulo, Brasil

Disponível em: <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=81040106>

- ▶ Como citar este artigo
- ▶ Número completo
- ▶ Mais artigos
- ▶ Home da revista no Redalyc

re&alyc.org

Sistema de Informação Científica

Rede de Revistas Científicas da América Latina, Caribe , Espanha e Portugal  
Projeto acadêmico sem fins lucrativos desenvolvido no âmbito da iniciativa Acesso Aberto

# Auto-rotação de helicópteros: um modelo analítico para o traçado do diagrama de altura *versus* velocidade

Luiz Eduardo Miranda José Rodrigues

Mestre em Ciência  
[Engenharia Mecânica e Aeronáutica] – ITA;  
Professor na graduação  
[Engenharia Civil/  
Engenharia de Produção Mecânica] – Uninove.  
luizeduardomiranda@uninove.br, São Paulo – SP [Brasil]

Neste artigo, estudam-se os efeitos decorrentes da perda de potência líquida aplicada ao rotor de helicópteros monomotores, que resulta no regime de operação conhecido como auto-rotação. Apresenta-se modelo analítico para o traçado do diagrama de altura *versus* velocidade, que demonstra as regiões em que o vôo da aeronave fica restrito, no caso da auto-rotação. Realizam-se as análises qualitativa e quantitativa do estudo proposto pela comparação dos resultados obtidos neste trabalho com os conseguidos por intermédio de um modelo semi-empírico disponível na literatura.

**Palavras-chave:** Auto-rotação.  
Diagrama de altura *versus* velocidade. Helicópteros.

## 1 Introdução

Todo helicóptero, quando por algum motivo sofre perda de potência, pode entrar no regime de operação conhecido como auto-rotação para efetuar um pouso seguro, sem maiores danos tanto para os tripulantes quanto para a aeronave. Para estabelecer esse regime o comandante, porém, deve tomar atitudes rápidas, tão logo perceba a falha no motor. A experiência do piloto, numa situação como essa, portanto, precisa ser grande, pois, se o intervalo de tempo entre a perda de potência e o comando for longo, torna-se impraticável o estabelecimento de um regime de auto-rotação estável. Nesse caso, o helicóptero poderá sofrer sérios danos, em razão da alta velocidade de queda transformar-se em energia de impacto com o solo/água, o que poderá acarretar iminente risco de morte a tripulantes e/ou passageiros.

Uma importante restrição de operação a ser observada é o chamado diagrama de altura *versus* velocidade, que, obrigatoriamente, deve constar do manual de vôo de qualquer helicóptero e que tem a finalidade de mostrar ao piloto da aeronave regiões em que há restrição para o vôo tanto de altura quanto de velocidade à frente, limitando o envelope de vôo. Uma vez que a perda de potência ocorra no interior dos limites restritivos desse diagrama, estabelece-se uma situação em que o regime de auto-rotação torna-se inviável, em função do reduzido tempo hábil para a aeronave responder ao comando antes de chegar ao solo. Um modelo típico do diagrama de altura *versus* velocidade está demonstrado na Ilustração 1.

O diagrama de altura *versus* velocidade, como se pode observar, exibe uma região de restrição para operação segura da aeronave e se caracteriza por quatro pontos fundamentais. O ponto A representa a altura mínima em relação ao solo na qual, caso haja perda de potência durante o vôo pairado, o piloto tem tempo suficiente para

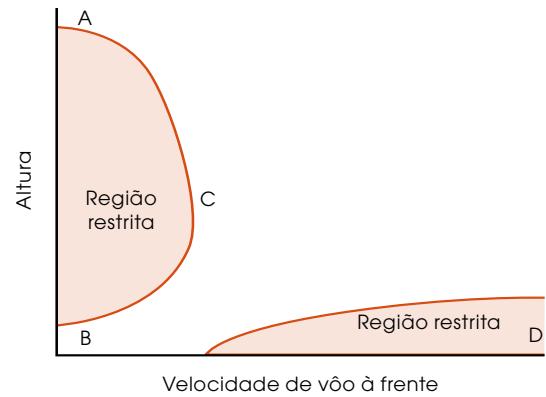


Ilustração 1: Diagrama de altura *versus* velocidade

Fonte: Rodrigues (2001).

comandar o regime auto-rotacional e realizar um pouso com segurança. Já o ponto B representa a altura máxima em relação ao solo, em que, havendo uma perda de potência durante o vôo pairado, o piloto pode deixar a aeronave cair, pois o trem de pouso/esqui é suficientemente resistente para absorver a energia de impacto da queda sem causar maiores danos tanto para a tripulação quanto para a aeronave. O ponto C significa a combinação entre velocidade mínima de vôo à frente e altura, que permite ao piloto realizar um pouso sem perigo, se houver a perda de potência, no regime de auto-rotação. A região delimitada pelo ponto D fornece uma área de operação restrita, pois combina velocidades elevadas e alturas muito pequenas em relação ao solo, o que impossibilita a estabilização do regime de auto-rotação, se necessário, uma vez que o tempo é curto demais para qualquer reação. Diante disso, a aeronave, ao chocar-se com a água, transforma sua elevada energia cinética em energia de impacto com os conseqüentes danos pessoais e materiais.

Como se pode observar, qualquer helicóptero possui uma região de vôo restrita para o estabelecimento do regime de auto-rotação. Este artigo apresenta um modelo que visa a analisar o envelope operacional da aeronave nesse regime particular. Com o intuito de validar o modelo proposto

neste trabalho buscou-se compará-lo com um modelo semi-empírico para o traçado do diagrama de altura *versus* velocidade disponível na literatura.

## 2 Modelo proposto para o traçado do diagrama de altura *versus* velocidade

A capacidade de um helicóptero realizar um pouso seguro em regime de auto-rotação após ocorrer uma perda de potência está limitada, por seu *design* estrutural e aerodinâmico, e por certas combinações de altura do solo e velocidade de vôo à frente. Se essa perda ocorrer no interior da região de vôo restrito, definida pelas citadas combinações, tem-se, como resultado, o alto risco de ocorrência de danos tanto na aeronave quanto em seus ocupantes.

Nesta seção do artigo, é apresentado um modelo analítico que demonstra os efeitos de altitude-densidade e de peso bruto da aeronave no diagrama de altura *versus* velocidade para helicópteros monomotores com características similares.

A idéia central do método baseia-se na constatação que diagramas obtidos, experimentalmente, de diversos helicópteros de configuração convencional (um rotor principal e um rotor de cauda) apresentam formas similares, independentemente da condição de vôo dos aparelhos. Por um processo de adimensionalização aplicado às coordenadas de altura e velocidade, alcançadas pelo método experimental, é possível obter um diagrama adimensional geral, que independe do tipo e da condição de operação do helicóptero para, posteriormente, chegar a um diagrama dimensional pelo processo inverso de dimensionálização proposto neste trabalho.

Esse método possibilita a utilização dos diagramas dimensionais no cálculo de diversas condições de peso, altitude, parâmetros geométricos

(como área do rotor principal e solidez) e configuração da aeronave. Portanto, contando com apenas alguns dados que definem as características da aeronave, obtém-se todo o diagrama e, ao mesmo tempo, pode-se avaliar o efeito da variação de um determinado parâmetro sem a realização de um vôo de teste. Isso permite que, durante as fases iniciais do projeto de um novo helicóptero, seja possível a comparação entre várias configurações propostas para a aeronave, com o intuito de se obter a menor restrição operacional possível.

### 2.1 Adimensionalização do diagrama de altura *versus* velocidade

Pode se obter o diagrama de altura *versus* velocidade apresentado na Ilustração 2 por meio do método de adimensionalização, e verifica-se que sua aparência é similar para qualquer tipo de helicóptero convencional analisado.

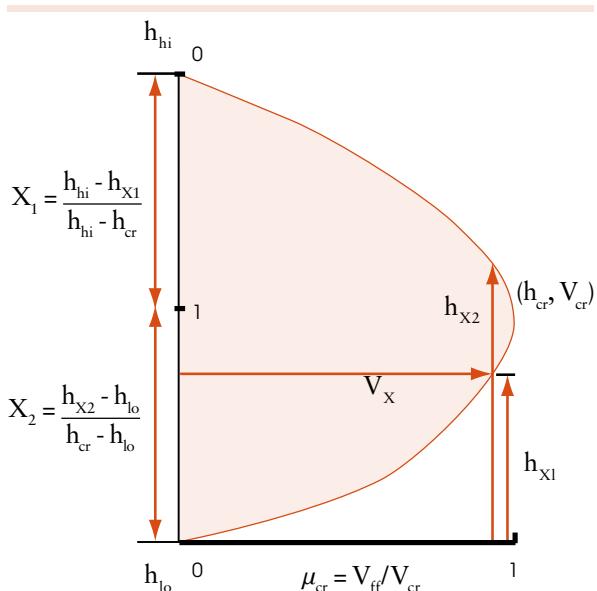
Este processo tem, como base, os resultados dos testes feitos pela Federal Aviation Administration (FAA) e apresentados por Rodrigues (2001), e indicam que, para três combinações de altura e velocidade,  $h_{lo}$ ,  $h_{hi}$  e  $h_{cr}$ ,  $V_{cr}$ , que variam linearmente com a altitude e o peso bruto da aeronave, diagramas similares são obtidos de qualquer tipo de helicóptero convencional testado.

Pelo diagrama adimensional representado na Ilustração 2, pode-se notar que:

- O ponto crítico ( $h_{cr}$ ,  $V_{cr}$ ) adimensionalizado possui coordenadas (1, 1);
- As alturas máxima  $h_{hi}$  e mínima  $h_{lo}$  adimensionalizadas possuem coordenadas (0, 0);
- A velocidade normalizada adimensional de vôo à frente  $\mu_{cr}$  está contida no intervalo  $0 \leq \mu_{cr} \leq 1$ ;
- $X_1$  e  $X_2$  representam, respectivamente, as distâncias verticais superior e inferior ao ponto



- de abscissa de valor unitário  $h_{cr}$  adimensional e estão contidos no intervalo  $0 \leq X \leq 1$ ;
- Duas curvas adimensionais são obtidas, uma do ramo superior ao ponto  $(h_{cr}, V_{cr})$  e outra do ramo inferior ao ponto  $(h_{cr}, V_{cr})$ . Existem, portanto, na análise, dois sistemas de eixos verticais.



**Ilustração 2: Diagrama de altura versus velocidade em sua forma adimensional**

Fonte: Rodrigues (2001).

O primeiro passo para a realização do processo de adimensionalização é encontrar uma relação que forneça uma velocidade normalizada adimensional de vôo à frente  $\mu_{cr}$ , que pode ser obtida dividindo-se a velocidade dimensional de vôo à frente  $V_{ff}$ , pela velocidade crítica  $V_{cr}$ , produzindo a seguinte equação:

$$\mu_{cr} = \frac{V_{ff}}{V_{cr}} \quad (1)$$

O segundo passo do processo é encontrar uma altura adimensional, que pode ser obtida dividindo-se a curva em duas regiões, uma supe-

rior ao ponto  $(h_{cr}, V_{cr})$ , representada pela altura adimensional  $X_1$ , e outra inferior, representada pela altura adimensional  $X_2$ .

Esses parâmetros de adimensionalização são dados por:

$$X_1 = \frac{h_{hi} - h_{x1}}{h_{hi} - h_{cr}} \quad (2)$$

$$X_2 = \frac{h_{x2} - h_{lo}}{h_{cr} - h_{lo}} \quad (3)$$

em que:  $h_{lo}$ ,  $h_{hi}$  e  $h_{cr}$  são fixos e  $h_{x1}$  e  $h_{x2}$  são as alturas do ramo superior e inferior da curva real para um dado  $V_{ff}$ .

## 2.2 Processo de obtenção do diagrama dimensional

Como o diagrama adimensional praticamente não varia de um helicóptero para outro, o que realmente interessa ao projetista da aeronave é, que se possa, a partir dele, calcular o diagrama dimensional levando-se em conta todos os parâmetros de operação e configuração da aeronave.

Neste ponto, é importante ressaltar que para a apresentação das equações do método analítico propostas para a dimensionalização do diagrama, bem como para apresentar os resultados desses estudos, eles não serão expressos no corpo do artigo em medidas do Sistema Internacional de Unidades (SI), mas sim no sistema inglês, ou seja, a altura será representada em pés (em inglês, *feet* [ft])<sup>1</sup>, a velocidade em nós (em inglês, *knot* [kt])<sup>2</sup>, a potência em cavalos (em inglês, *horse power* [HP])<sup>3</sup> e o peso em libras (lb)<sup>4</sup>. Isso ocorre porque a imensa maioria das aeronaves apresenta instrumentos de bordo com mostradores grafados nesse sistema de unidades, além das cartas de navegação aérea de qualquer parte do mundo que contêm indicações de altitude em pés e de velocidade em nós. De ou-

tra feita, a utilização de unidades não equivalentes às do sistema inglês, poderia causar certo desconforto entre profissionais do ramo aeronáutico na interpretação dos resultados, além de interferir, em aspectos de segurança operacional dos controladores de vôo e dos pilotos.

Assim, das Equações 1, 2 e 3 obtidas anteriormente, é possível elaborar as equações que fornecem o diagrama dimensional a partir do diagrama adimensional:

$$V_{ff} = \mu_{cr} V_{cr} \quad (4)$$

$$h_{x1} = h_{hi} - X_1(h_{hi} - h_{cr}) \quad (5)$$

$$h_{x2} = h_{lo} + X_2(h_{lo} - h_{cr}) \quad (6)$$

em que:  $h_{lo}$ ,  $h_{hi}$  e  $h_{cr}$  são fixos e  $X_1$  e  $X_2$  são alturas dos ramos superior e inferior da curva adimensional para um dado valor de  $\mu_{cr}$ .

Os valores de  $X_1$  e  $X_2$  podem ser lidos diretamente da Ilustração 2, não importando qual seja o helicóptero em questão. Nestas condições, fica claro que a solução do problema se resume à obtenção dos valores de  $h_{lo}$ ,  $h_{hi}$  e  $h_{cr}$ ,  $V_{cr}$ .

Com base na análise dos resultados apresentados em Pegg (1990), é possível relacionar os gráficos com expressões matemáticas, visando a encontrar uma solução analítica para o traçado do diagrama de altura *versus* velocidade para determinados valores de peso bruto e altitude, conforme comentado a seguir:

- Para se determinar a variação da altura  $h_{lo}$  em relação a altitude-densidade e ao peso bruto da aeronave, a equação para  $h_{lo}$  deve ser calculada utilizando-se do equilíbrio das forças atuantes no helicóptero;
- Indicações da FAA demonstram que o ponto médio ( $h_{cr}$ ,  $V_{cr}$ ) encontra-se próximo de 95 ft

(cerca de 29 metros [m]). Essa aproximação é determinada pelos resultados obtidos de ensaio em vôo;

- Os dados também demonstram que, pela análise dos diagramas, o valor de  $h_{hi}$  varia segundo o quadrado de  $V_{cr}$ .

Na seqüência, são apresentadas as equações que determinam as combinações críticas de altura e velocidade de vôo à frente, a fim de se aplicar o processo de geração de pontos necessários à definição do diagrama de altura *versus* velocidade dimensional de um helicóptero.

### 2.2.1 Obtenção da altura mínima $h_{lo}$

As equações que fornecem o ponto de altura mínima em relação ao solo são desenvolvidas considerando-se a somatória das forças verticais do helicóptero. Esse método é válido somente como solução de primeira ordem do problema, não sendo utilizado para levantar as características de desempenho em auto-rotação durante o tempo utilizado na análise de trajetórias. Como resultado dessa análise, obtém-se os efeitos do peso bruto e da altitude-densidade da aeronave no ponto de altura mínima em relação ao solo.

Parte-se da hipótese de que a aeronave está pairando a uma certa altura em relação ao solo. A Ilustração 3, representada a seguir, mostra as forças verticais que atuam no helicóptero.

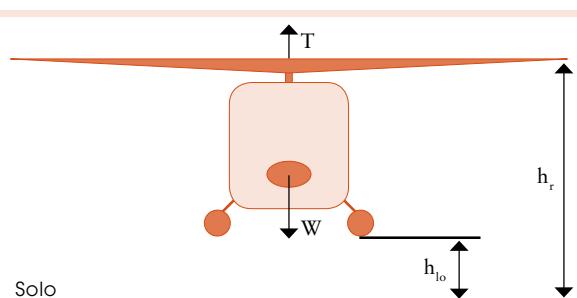


Ilustração 3: Forças atuantes no helicóptero durante a auto-rotação em descida vertical

Fonte: O autor.



A somatória das forças verticais na aeronave fornece as seguintes equações:

$$m\ddot{h} = T - W \quad (7)$$

$$\ddot{h} = g(n - 1) \quad (8)$$

em que:  $n$  é o fator de carga a que está sujeita a aeronave.

Integrando-se a Equação 8, encontra-se a velocidade vertical da aeronave:

$$\dot{h} = \dot{h}_0 + g(n - 1)t \quad (9)$$

O deslocamento vertical do helicóptero é obtido integrando-se a Equação 9:

$$h_{lo} = h = \dot{h}_0 \Delta t + g(n - 1) \frac{\Delta t^2}{2} \quad (10)$$

Se a velocidade vertical de impacto estiver especificada (considerações estruturais do trem de pouso), a partir da Equação 9, tem-se que:

$$n_{avg} = \frac{V_d}{g \Delta t} + 1 \quad (11)$$

em que:  $\Delta t$  representa o tempo decorrido desde a falha do motor até o pouso da aeronave, podendo ser representado do seguinte modo:

$$\Delta t = \left(1 - \frac{\Omega_f}{\Omega_d}\right) \frac{I_r \Omega_d^2}{550 P_{req} \Lambda} \quad (12)$$

em que:  $I_r$  corresponde à inércia do rotor,  $P_{req}$  à potência requerida em HP,  $\Lambda$  é o parâmetro de efeito solo, sendo a relação de velocidade angular  $\Omega_f/\Omega_d$  dada por:

$$\frac{\Omega_f}{\Omega_d} = 2,24 \sqrt{\frac{C_t}{\sigma}} \quad (13)$$

em que:  $\Omega_f$  representa a velocidade angular de rotação do rotor, no momento em que a aeronave toca o solo após a falha do motor, enquanto  $\Omega_d$  representa a velocidade angular de projeto para o rotor principal. A partir das Equações 10, 11, 12 e 13, pode-se obter a Equação 14 que determina o valor de  $h_{lo}$  expresso em pés:

$$h_{lo} = \left[ -\frac{I_r \Omega_d^2 V_d}{1100 P_{req} \Lambda} \left(1 - 2,24 \sqrt{\frac{C_t}{\sigma}}\right) \right] \quad (14)$$

em que:  $V_d$  representa a velocidade de descida vertical da aeronave.

O parâmetro  $\Lambda$ , presente na Equação 14 conhecido como parâmetro de efeito solo, é resultante da relação entre as potências requeridas sob a influência do efeito solo e, de fora, do efeito solo.

## 2.2.2 Obtenção da altura crítica $h_{cr}$

Por meio de vários testes realizados pela FAA, constatou-se que o valor de  $h_{cr}$  é independente da densidade e do peso da aeronave, e praticamente não varia, assumindo um valor constante em torno de 95 ft (cerca de 29 m).

Portanto, pode-se escrever a equação para  $h_{cr}$  da seguinte forma:

$$h_{cr} = 95 \text{ ft} \quad (15)$$

### 2.2.3 Obtenção da velocidade crítica $V_{cr}$

O valor de  $V_{cr}$  é obtido a partir de uma curva experimental que mostra a variação de  $V_{cr}$  em função de  $V_{min}$  e  $C_l/\sigma$ .

A Equação 16 permite o cálculo do valor de  $V_{cr}$  em nós.

$$V_{cr} = 2,84V_{min} + 5,54 \frac{C_l}{\sigma} - 172,3 \quad (16)$$

em que:  $C_l$  representa o coeficiente de sustentação e  $\sigma$ , a solidez do rotor principal, o que indica o quanto da área do disco do rotor é ocupada pelas pás.

Na Equação 16,  $C_l/\sigma$  é um dado do helicóptero e  $V_{min}$  representa a velocidade de vôo à frente que minimiza a potência requerida. Vale ressaltar que, nos testes realizados nos ensaios em vôo, o coeficiente de sustentação é mantido constante por meio de uma relação constante  $m/\rho$ , ou seja, considera-se que a diminuição da densidade do ar com a variação da altitude é compensada pela redução de peso obtida do consumo de combustível pela aeronave.

A fim de determinar o valor de  $V_{min}$ , pode-se utilizar um gráfico de variação da potência requerida em decorrência da velocidade de vôo à frente e, então, observar que:

- A potência induzida é o maior componente da potência total, na condição de vôo pairado, mas ela diminui rapidamente com o aumento da velocidade em vôo à frente;
- A potência de arrasto de perfil apresenta um ligeiro aumento com a velocidade;
- A potência parasita é praticamente desprezível em baixas velocidades, mas aumenta proporcionalmente ao cubo da velocidade; pode passar a ser considerada a parcela dominante

do cálculo da curva de potência em velocidades elevadas.

Pode-se notar, portanto, que a potência total requerida apresenta um alto valor em vôo pairado e possui um valor mínimo em algum ponto  $V_{ff} > 0$ ; e volta a apresentar um valor elevado em altas velocidades devido ao aumento excessivo da potência parasita ou da potência de perfil, decorrente dos efeitos de estol e da compressibilidade. Observa-se que, para um dado peso da aeronave, existe uma velocidade  $V_{min}$  na qual a potência requerida é mínima. Esse ponto é de grande importância, pois, por meio dele é possível calcular  $V_{cr}$ .

A velocidade  $V_{min}$ , na qual a potência requerida é mínima, pode ser facilmente obtida através da curva de potência requerida; para efeito deste trabalho, porém, foi empregado o método analítico apresentado por Johnson (1989), considerando-se, para estimar essa velocidade, a potência em vôo à frente da aeronave, do seguinte modo:

$$C_p = \frac{kC_t^2}{2\mu} + \frac{\sigma C_{d_a}}{8} (1 + 4,6\mu^2) + \frac{1}{2} \frac{f}{A} \mu^3 \quad (17)$$

em que:  $\mu = \frac{V}{\Omega R}$  é a razão de avanço do helicóptero;  $\frac{kC_t^2}{2\mu}$  é o termo devido à potência induzida;  $\frac{\sigma C_{d_a}}{8} (1 + 4,6\mu^2)$  é o termo devido à potência de perfil; e  $\frac{1}{2} \frac{f}{A} \mu^3$  é o termo devido à potência parasita, sendo  $f$  a área equivalente de placa plana.

Pode-se então concluir que o ponto de potência requerida mínima é obtido derivando-se a Equação 17 em relação a  $\mu$ :



$$\frac{\partial C_p}{\partial \mu} = 0 \quad (18)$$

ou seja, os valores de  $m$  procurados são tais que satisfazam a seguinte equação:

$$-\frac{kC_t^2}{2\mu^2} + 1,15C_{d_0}\sigma\mu + \frac{3f\mu^2}{2A} = 0 \quad (19)$$

Uma vez determinado o valor da velocidade em que a potência requerida é mínima  $V_{cr}$  pode ser calculada, a partir da Equação 16, considerando-se a relação  $C_p/\sigma$  para a aeronave em questão. Nota-se que a Equação 18 pode fornecer, como resultados, raízes reais e complexas, positivas ou negativas, porém apenas as raízes reais positivas têm o significado físico de interesse para a determinação da velocidade de vôo à frente, o que minimiza a potência requerida. Assim, desprezam-se as raízes negativas e complexas que se pode obter a partir da solução da Equação 19.

#### 2.2.4 Obtenção da altura máxima $h_{hi}$

A Equação 20, apresentada a seguir, relaciona os valores de  $h_{hi}$  e  $V_{cr}$ . O modelo analítico para a obtenção dessa equação é apresentado por Rodrigues (2001).

$$h_{hi} = 205,1 + 0,18V_{cr}^2 \quad (20)$$

Embora existam gráficos experimentais para a determinação de  $h_{hi}$ , é importante que esse valor numérico seja obtido da Equação 20, pois assim tem-se a possibilidade de se fazer um cálculo analítico, facilitando o trabalho do projetista quando ele não possuir um desses gráficos para exame.

A análise anterior mostra que a forma do diagrama de altura *versus* velocidade está intima-

mente relacionada com os valores dos parâmetros  $h_{lo}$ ,  $h_{hi}$  e  $V_{cr}$ . Portanto, conclui-se que o estudo da diminuição da área de restrição recai na análise de sensibilidade dos valores de  $h_{hi}$ ,  $h_{lo}$  e  $V_{cr}$  levando-se em consideração as restrições que há nas características de projeto e na operação da aeronave. Neste artigo, não será apresentada a análise de sensibilidade dos parâmetros citados, cuja íntegra, no entanto, pode ser encontrada em Rodrigues (2001).

### 3 Apresentação e análise dos resultados

Os resultados alcançados a partir da implementação numérica das equações discutidas anteriormente são apresentados e comparados com os de ensaio em vôo (PEGG, 1990). Para efeito de estudo do comportamento do diagrama de altura *versus* velocidade, testaram-se algumas situações, como, por exemplo: variação de altitude e de peso. Esses testes foram conduzidos utilizando-se diferentes configurações de helicóptero. A Fotografia 1, a seguir mostra os modelos de helicóptero testados. Os parâmetros operacionais para cada um desses aparelhos podem ser encontrados em Rodrigues (2001).

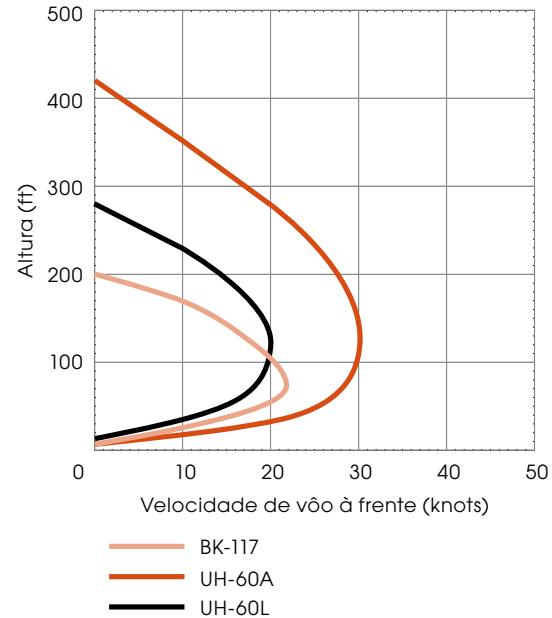
Os Gráficos 1 e 2, a seguir, mostram as formas dimensionais e adimensionais para três helicópteros com características operacionais diferentes. A finalidade principal da análise desses diagramas é demonstrar que, independente do tipo e da configuração da aeronave (convencional), o diagrama de altura *versus* velocidade adimensional apresenta características semelhantes.

O diagrama em sua forma dimensional para os helicópteros BK-117, UH-60L e UH-60A (Gráfico 1), foi traçado para uma condição de vôo ao nível do mar, em atmosfera-padrão. Os três helicópteros são bimotores, o que contribui



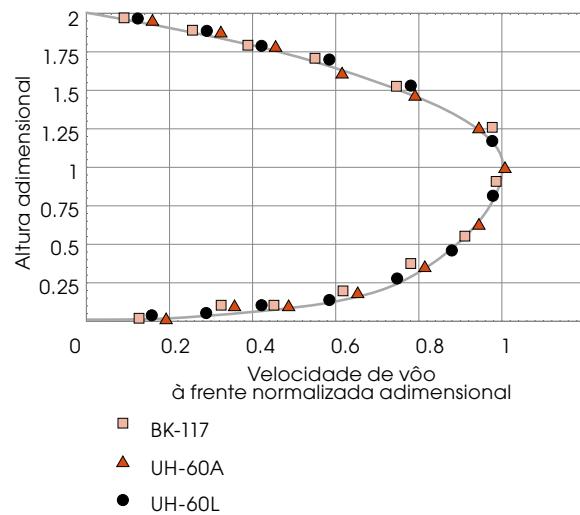
**Fotografia 1: Helicópteros utilizados como modelo para aplicação das equações: Sikorsky UH-60A (a), Sikorsky UH-60L (b), MBB/Kawasaki BK-117 (c), Eurocopter AS 350 B (d)**

Fonte: Kawasaki Aerospace Company (s/d.), Meeker Aviation (s/d.) e Sikorsky (s/d.).



**Gráfico 1: Altura versus velocidade em sua forma dimensional para os helicópteros UH-60A, UH-60L e BK-117**

Fonte: O autor.



**Gráfico 2: Altura versus velocidade em sua forma adimensional para os helicópteros UH-60A, UH-60L e BK-117**

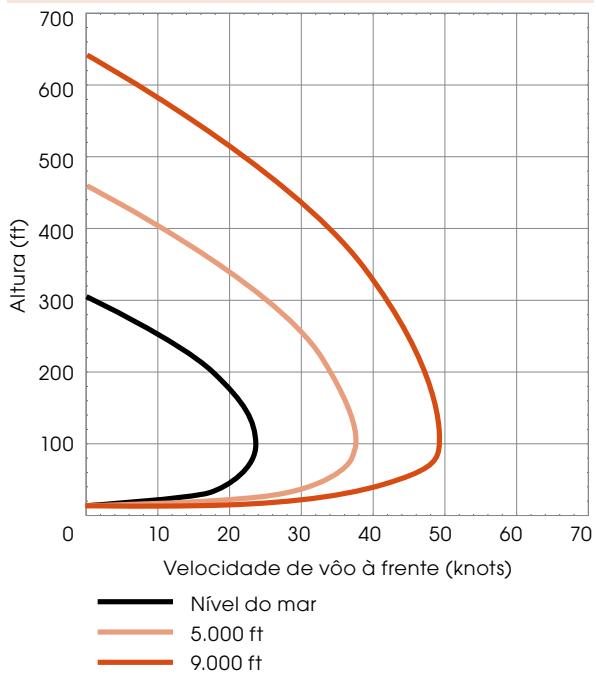
Fonte: O autor.

para a redução da área de restrição imposta pelo diagrama de altura *versus* velocidade. No entanto, as curvas foram traçadas, considerando-se um dos motores inoperante, ou seja, os diagramas são

apresentados com a maior área de restrição operacional. Assim, pode-se notar que o helicóptero BK-117 ocupa uma área de restrição menor em relação aos helicópteros UH-60L e UH-60A, devido ao fato de o peso bruto do BK-117, 7.000 lb (ou 31.136 N [newtons]), ser bem menor que o dos outros dois (20.000 lb ou 88.960 N). Portanto, deduziu-se que, para uma mesma altitude, quanto mais leve é a aeronave, menor é a sua área de restrição operacional.

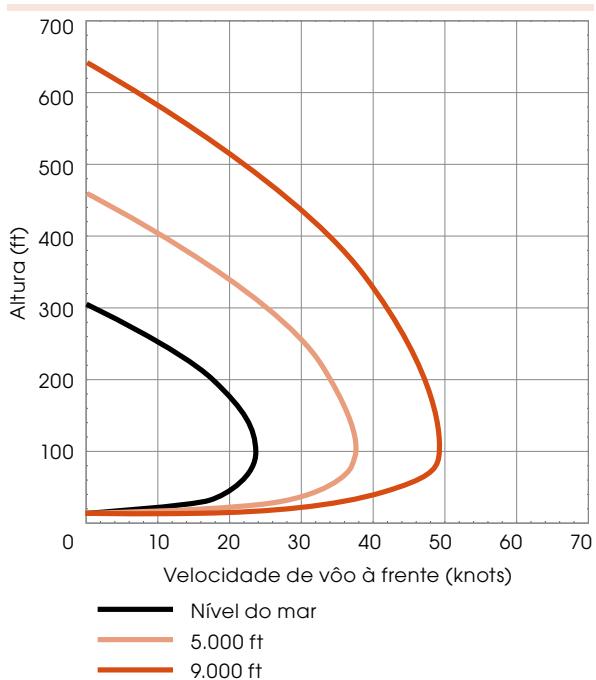
Embora o peso das aeronaves UH-60L e UH-60A seja igual, a área de restrição para o segundo é maior que a do primeiro. A explicação para este fato pode ser creditada à diferença de potência de 1.940 HP (1.446,658 quilowatts [kW]) fornecida pelo motor do UH-60L, em relação aos 1.560 HP (1.163,292 kW) do UH-60A, gerando no primeiro maior velocidade de ponta de pás  $\Omega R$ , o que, consequentemente, resulta, em maior energia cinética de rotação. Pela aplicação do modelo de adimensionalização proposto, obtém-se um diagrama que mostra a forma adimensional para os três helicópteros em questão (Gráfico 2). Observa-se que, independente do tipo e da configuração da aeronave (aeronave convencional), o diagrama adimensional possui características semelhantes, ou seja, as combinações de altura e velocidade de vôo à frente adimensional são as mesmas para qualquer tipo de helicóptero estudado. Conclui-se, portanto, que, durante as primeiras fases do projeto de um novo helicóptero, é possível iniciar a análise da área de restrição imposta pelo diagrama de altura *versus* velocidade por meio de um modelo adimensional como o apresentado anteriormente.

Com a finalidade de validar o método proposto, os Gráficos 3, 4 e 5 mostram os resultados obtidos a partir da aplicação das equações expostas anteriormente neste artigo, considerando-se a variação de altitude para um mesmo peso bruto da



**Gráfico 3: Diagramas dimensionais obtidos da aplicação do método semi-empírico, considerando a variação de altitude**

Fonte: Pegg (1990, p. 29).

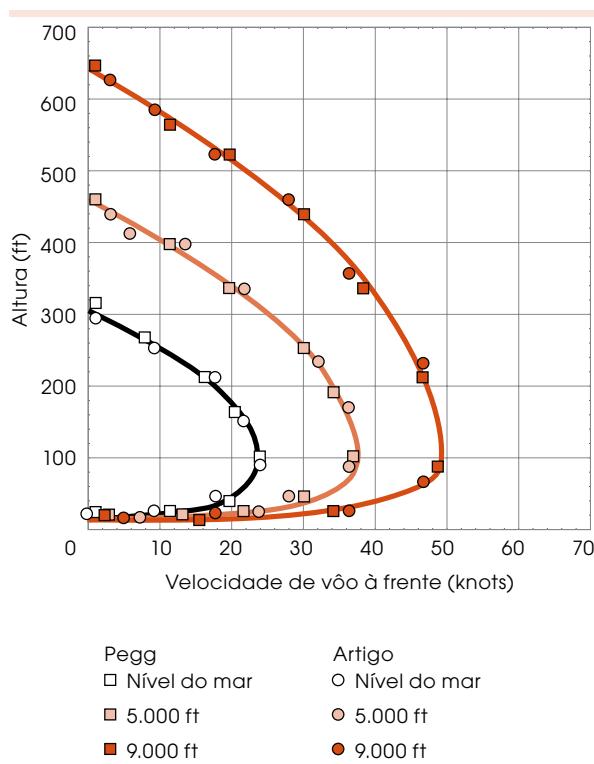


**Gráfico 4: Diagramas dimensionais obtidos da aplicação do método analítico proposto, considerando-se a variação de altitude**

Fonte: O autor.

aeronave. As características propostas são semelhantes às do helicóptero Eurocopter AS-350B.

No Gráfico 3, são observados os resultados numéricos obtidos da utilização do método semi-empírico apresentado por Pegg (1990) para a solução do problema, valendo-se de diversos gráficos resultantes de ensaios em vôo. Já o Gráfico 4 mostra os resultados numéricos alcançados utilizando-se a teoria proposta neste artigo, baseada no processo de dimensionalização pelo uso de uma solução analítica para o problema. Com o intuito de comparar os dois conjuntos de resultados, o Gráfico 5 representa a sobreposição dos dois diagramas anteriores, em que é possível observar que os resultados são praticamente idênticos, indicando que a teoria apresentada é válida e pode ser aplicada em qualquer configuração de helicóptero convencional.



**Gráfico 5: Comparação de resultados da teoria apresentada neste trabalho com os obtidos do método semi-empírico**

Fonte: O autor.

Além de apontar que o método analítico proposto neste artigo pode ser aplicado, fornecendo resultados semelhantes aos encontrados pela adoção do método semi-empírico, a avaliação do Gráfico 5 permite observar que um aumento da altitude de vôo influi, de maneira negativa, no aspecto do diagrama de altura *versus* velocidade. Na análise realizada, o peso bruto da aeronave se manteve constante (3.700 lb ou 16.457 N), assim como as demais características de caráter físico do projeto do rotor.

Na análise do Gráfico 5, nota-se que um aumento na altitude de vôo, do nível do mar (zero ft/zero m) para 5.000 ft (1.524 m), acarreta uma deformação no aspecto do diagrama. Os pontos de controle do diagrama não variam do mesmo modo, ou seja, cada um deles é influenciado diferentemente em relação à variação de altitude. Por exemplo, a velocidade crítica  $V_{cr}$  passa de 23 kt (11,817 m/s) para 38 kt (19,524 m/s), ao se variar a altitude de vôo do nível do mar para 5.000 ft, o que representa um aumento percentual de 65% em relação ao valor inicial. A altura  $h_{hi}$  passa de 300 ft (91,440 m) para 470 ft (143,256 m), representando um aumento percentual de 56% em relação ao valor inicial. Para a altura  $h_{lo}$ , percebe-se que praticamente não existe influência na variação de altitude, pois as diferenças encontradas são muito pequenas quando comparadas aos demais fatores de controle do diagrama. Quando a altitude passa de 5.000 ft (1.524 m) para 9.000 ft (2.743,200 m), pode-se observar que, novamente, os principais fatores que se alteram são  $V_{cr}$  e  $h_{hi}$ . Em termos percentuais, é possível verificar que  $V_{cr}$  passa de 38 kt (19,524 m/s) para 48 kt (24,662 m/s), ou seja, indica um aumento de 26%. No caso da altura  $h_{hi}$ , tem-se uma variação de 470 ft (143,256 m) para 630 ft (192,024 m), o que aponta um aumento de 34%. Portanto, o diagrama de altura *versus* velocidade não se deforma do mesmo modo em relação aos seus parâmetros de controle.



## 4 Considerações finais

Com relação ao estudo, conclui-se que:

- O diagrama adimensional apresentado independe do tipo e da configuração da aeronave e, portanto, possui caráter genérico, podendo ser aplicado a qualquer tipo de helicóptero de estrutura convencional.
- Tal diagrama foi obtido experimentalmente de testes realizados pela FAA, com pilotos de prova experientes, e representam o vôo de helicópteros testados na condição limite de segurança. Daí conclui-se que os diagramas dimensionais resultantes do método exposto por Pegg (1990) são também diagramas-limite, que minimizam a área de restrição e não são aplicáveis a pilotos menos experientes.

A fim de minimizar a área de restrição imposta pelo diagrama de altura *versus* velocidade chega-se à conclusão de que a melhor maneira é diminuir o valor de  $V_{cr}$ , pois, dessa forma, consegue-se tanto uma aproximação da curva em direção ao eixo vertical quanto uma redução no valor de  $h_{hi}$ . Entretanto, limitações físicas ou tecnológicas podem estar presentes, dependendo da combinação de parâmetros escolhidos para minimizar  $V_{cr}$ .

### Helicopters' auto-rotation: an analytical model for the diagram profile of height *versus* speed

This article focuses the effects from the loss of net power in the main rotor of single-engined helicopters that results in the regime of operation usually known as auto-rotation. An analytical model, presented in the article, helps to trace the height *versus* speed diagram, that shows the regions in which the flight remains restricted, in the case of auto-rotation. Qualitative and

quantitative analysis of the study are carried out, by comparing the results obtained in this work and the ones achieved by means of a semi-empirical model available in the literature.

**Key words:** Auto-rotation.  
Height *versus* speed diagram. Helicopters.

### Notas

- 1 N. Ed.: Um pé equivale a 0,3048 metro (m).
- 2 N. Ed.: Um nó equivale a uma milha náutica por hora ou 0,5144 metros por segundo (m/s).
- 3 N. Ed.: Um cavalo equivale a 746 watts (W).
- 4 N. Ed.: Como medida de massa, uma libra equivale a 453,59237 gramas (g). Freqüentemente utilizada como medida de peso equivale a 4,448 newtons (N).

### Referências

JOHNSON, W. *Helicopter theory*. 1. ed. Princeton: Princeton University Press, 1989.

KAWASAKI AEROSPACE COMPANY. BK-117. Helicopters. Tóquio: KHI, s/d. Disponível em: <[http://www.khi.co.jp/aero/helicopters/bk117\\_e.html](http://www.khi.co.jp/aero/helicopters/bk117_e.html)>. Acesso em: 10 mar. 2006.

MEEKER AVIATION. AS-350B3 *side view*. Products. Eurocopter. Pitt Meadows: Meeker Aviation, s/d. Disponível em: <[http://www.meekeraviation.com/images/products/eurocopter/AS-350-B3-SIDE-VIEW\\_W.jpg](http://www.meekeraviation.com/images/products/eurocopter/AS-350-B3-SIDE-VIEW_W.jpg)>. Acesso em: 10 mar. 2006.

PEGG, R. J. An investigation of the helicopter height-velocity diagram showing effects of density altitude and gross weight. *Nasa TN D-4536*, Hampton, 1990.

RODRIGUES, L. E. M. J. *Estudo do desempenho de helicópteros monomotores operando no regime de auto-rotação*. 2001. Dissertação (Mestrado em Ciência [Engenharia Mecânica e Aeronáutica])-Instituto Tecnológico de Aeronáutica, São José dos Campos, 2001.

SIKORSKY. UH-60A. Image gallery. Military aircraft. US army. Stratford: Sikorsky, s/d. Disponível em: <<http://www.sikorsky.com>>. Acesso em: 10 mar. 2006.

Recebido em: 6 jan. 2006 / aprovado em: 10 mar. 2006

#### Para referenciar este texto

RODRIGUES, L. E. M. J. Auto-rotação de helicópteros: um modelo analítico para o traçado do diagrama de altura versus velocidade. *Exacta*, São Paulo, v. 4, n. 1, p. 65-76, jan./jun. 2006.