Industrial Data
ISSN: 1560-9146
iifi@unmsm.edu.pe
Universidad Nacional Mayor de San Marcos
Perú

Revista de la Facultad de Ingeniería Industrial
Vol. 11(1): pp 78-84(2008) UNMSM
ISSN: 1560-9146 (Impreso) / ISSN: 1410-9993 (Electrónico)

Optimización económica de sistemas dinámicos con Stella®: momento óptimo de cosecha en el cultivo del salmón

Recepción: Febrero de 2008 / Aceptación: Mayo de 2008

[1]Sergio Zúñiga

RESUMEN

El presente artículo desarrolla una serie de aplicaciones clásicas del tipo económico-financieras en tiempo continuo basadas en el programa Stella (Isee Systems, Inc.). Los problemas analizados se refieren básicamente al modelamiento de los flujos proyectados de ingresos, costos e inversiones, y su capitalización al presente para estimar el Valor Actual Neto, lo que implica que en muchos casos sea necesario integrar numéricamente. El documento muestra como Stella permite construir un modelo de un modo simple, y a través de él realizar las simulaciones que entregan soluciones gráficas, tales como en el caso de la decisión del momento óptimo de cosecha, o la selección entre proyectos alternativos, entre otros.

Palabras Clave: Valor actual neto, tiempo continuo, decisiones de inversión, simulaciones numéricas.

ECONOMIC OPTIMIZATION OF DYNAMIC SYSTEMS USING STELLA®: OPTIMAL PRODUCTION SCHEDULE IN SALMON CULTURE

ABSTRACT

The present article develops a number of classical economic-financial applications in continuous time based on the software Stella (Isee Systems, Inc.). The problems under analysis basically deal with modeling projected free cash flows and investments, and their Net Present Value estimation, a process which in many cases may require numerical integration. The document shows how Stella allows construction of a model in a simple fashion, and with it to make simulations that give graphical solutions, as is the case of the decision of the optimal harvest time, or the selection between alternative projects, among others.

keywords: Net present value, continuous time, investment decisions, numerical simulations.

INTRODUCCIÓN

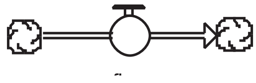
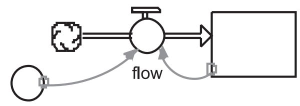
La gestión óptima de recursos y la optimización de los procesos productivos requiere destacar la importancia de las secuencias temporales de producción y el costo de oportunidad del capital, es decir, el valor del dinero en el tiempo, en síntesis, el cálculo de Valor Actual Neto (VAN) en tiempo continuo. Es por esto que en este artículo mostramos la forma en que Stella, un programa de análisis dinámico muy usado en las áreas de análisis de ecosistemas, puede ser también usado en el análisis económico. A pesar de sus ventajas, programas de este tipo no suelen ser usados por economistas, por lo que a través de este artículo ilustramos sus potencialidades más básicas.

Para esto, comenzamos por mostrar los fundamentos de dicho programa definiendo sus principales componentes, luego se ilustra la forma de escribir en Stella el comportamiento de una población de conejos en base a una ecuación de comportamiento y, finalmente, se proporcionan dos aplicaciones en las que se busca estimar el VAN de diferentes opciones de inversión.

EL PROGRAMA STELLA

Stella es un sistema de modelamiento dinámico en el cual pueden construirse modelos relacionales creando diagramas gráficos del sistema, y asignando los valores y funciones apropiadas en él. Las principales herramientas para crear un modelo en Stella son cuatro, y se explican en la Tabla N.º 1. Existen muchos otros componentes y funciones en Stella; sin embargo, con los anteriores es suficiente para ilustrar nuestros cálculos (para mayores referencias véase, por ejemplo, High Performance Systems, 2001).

(1) Docente de la Escuela de Ingeniería Comercial. Universidad Católica del Norte - Chile.
E-mail: sz@ucn.cl

Tabla N.º 1: Componentes básicos de un sistema dinámico en Stella	
Explicación	**Símbolo**
Los montos son llamados stocks, y representan acumulaciones. Estos montos están influenciados por flujos de entrada y/o flujos de salida. Un ejemplo es el saldo en la cuenta bancaria.	
Los Flujos están definidos por una tasa (monto por unidad de tiempo). Los flujos influyen en los Stocks causando acumulaciones y/o agotamientos. Por ejemplo: el interés periódico que gana una cuenta bancaria.	
Los converters son usados para ingresar parámetros o constantes al sistema, o para hacer operaciones aritméticas, conversión de unidades, u otras necesidades matemáticas.	
Los connectors llevan flujos de información entre los componentes, y están representados por una flecha. En el ejemplo de la derecha, un flujo se acumula continuamente en un stock, y el stock usa como información un parámetro de entrada proporcionado por un converter, y la información del mismo stock.	

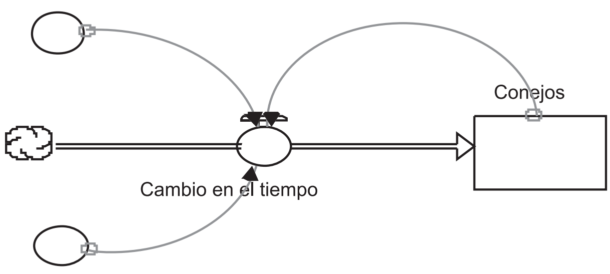
Como ilustración básica de la forma en que una ecuación diferencia o sistema de ecuaciones son escritas en Stella, consideremos que se tiene una ecuación de comportamiento del número de conejos de una población (P) a través del tiempo, en la que la tasa de crecimiento de la población (k) depende de cuan cerca esté dicha población del número máximo capaz de soportar el medio ambiente (máxima capacidad sostenible) de conejos (M), en el sentido de que la tasa de crecimiento cae en la medida de que la población se aproxime a M. La población inicial de conejos es P(0)=10, y la ecuación diferencial es escrita como:

$$\frac{\Delta P}{\Delta t} = k\left(1 - {}^{P}\!/_{M}\right)P$$

$$P(0) = 10$$

Con una población máxima de M=100 conejos y k=30%, el modelo en Stella puede ser representado por el Diagrama 1. En este caso, inicialmente el stock ‘conejos’ contiene el número inicial de 10, mientras que M contiene la capacidad máxima del medio de 100 conejos, y K contiene un componente de la tasa de crecimiento igual a 30%. El flujo contiene la ecuación dada por K*(1-Conejos/M)*Conejos.

Diagrama 1: Modelo básico de una población de conejos en Stella

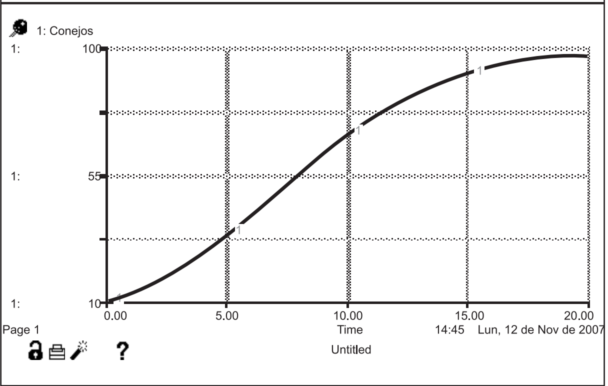


El código matemático subyacente en el modelo es el siguiente:

```
Conejos(t) = Conejos(t - dt) + (Cambio_en_el_tiempo) * dt
INIT Conejos = 10
INFLOWS:
Cambio_en_el_tiempo = k*(1-Conejos/M)*Conejos
k = .3
M = 100
```

Al realizar las iteraciones en Stella, estableciendo previamente un horizonte de tiempo máximo de T=20, el resultado de la simulación, es decir, la solución de la ecuación diferencial, se muestra en el Gráfico N.º 1, apreciándose la forma en que la población de conejos converge al punto de máxima sostenibilidad a través del tiempo.

Gráfico N.º 1: Comportamiento de la población de conejos a través del tiempo



APLICACIONES ECONÓMICO-FINANCIERAS DEL ANÁLISIS DINÁMICO

Si bien Stella puede modelar eficientemente los sistemas dinámicos de diversa índole, en nuestro caso son de interés su aplicación en modelos de decisión económico-financieros en tiempo continuo. Para esto, asumamos que se está analizando la conveniencia de realizar una inversión inicial (I_0), la que consiste en la compra de una máquina, la que generará un flujo o caudal de beneficios continuamente a través del tiempo de acuerdo a la función Y(t), y que también se obtendrá un ingreso al final del horizonte de planeación, dado por V(T), es decir, un valor residual.

Formalmente, el valor actual neto (VAN) del beneficio en este caso es:

$$\text{VAN} = -I_0 + \int_{t=0}^{t=T} Y(t)e^{-it}dt + V(T)\, e^{-iT}$$

donde e^{it} es el factor de capitalización en tiempo continuo (véase, por ejemplo: a Copeland y Weston, 1988; y Reinhardt, 1973, para un desarrollo del VAN en tiempo continuo). Las condiciones cerradas de óptimo están bien documentadas en la literatura (véase, por ejemplo: Clark, 1990; Anderson, 1977; y Wilen, 1985), las que en general se obtienen igualando a cero la derivada parcial de VAN con respecto a T, es decir:

$$\frac{V^1(T) + Y(T)}{V(T)} = i$$

lo que indica que se debe vender la máquina cuando la tasa de rendimiento marginal, dado por la venta del ingreso del final del periodo, V(T), más los ingresos en el momento T, sea igual a la tasa de descuento o costo de oportunidad del capital.

Sin embargo, en muchos casos prácticos, las funciones de comportamiento pueden llegar a ser complejas y muy difíciles de trabajar algebraicamente. En estos casos, basta con obtener resultados a partir de simulaciones numéricas, y en esto Stella cumple un papel valioso. Para ilustrar eso, a continuación se propone y resuelve un ejemplo práctico de un proyecto de inversión acuícola en salmones en el sur de Chile.

SIMULACIÓN DE UN CENTRO DE CULTIVO DE SALMÓN

El caso del cultivo de salmón en Chile es uno de auge explosivo, aumentando desde niveles mínimos de 2000 toneladas en 1987 a 26 000 toneladas en el año 1990, para llegar a ser el segundo productor mundial en el año 2002, con 506 000 toneladas; cifra muy similar a la de Noruega, con 530 000 toneladas. En los últimos cinco años, el país nórdico ha incrementado la producción de salmón cultivado en cerca de 174 000 toneladas, y Chile lo ha hecho en poco más de 178 000, cubriendo un 38% del mercado mundial, apenas 1,5% menos que Noruega. El tercer competidor es el Reino Unido, con un lejano 7,8% del mercado mundial. Dada la magnitud de esta actividad, es comprensible que los resultados de optimizar los procesos en distintas dimensiones tenga un efecto económico y social significativo en el país. De aquí surge el interés por aplicar un programa de simulación como Stella para analizar dicha actividad, y por esta vía sugerir mejoras en sus procesos, a través de un modelo simplificado.

El insumo básico del proceso productivo son las ovas de salmón, las que se obtienen utilizando varias técnicas para el desove (entre abril y julio), siendo la más sencilla la incisión abdominal. Luego de la eclosión de la ova se inicia el alevinaje, debiendo permanecer éstos alevines en incubadoras en agua dulce por un periodo que puede extenderse hasta un año, dependiendo de la especie. Antes de ser trasladados a agua salada pasan por una serie de cambios fisiológicos de adaptación, siendo entonces trasladados a balsas-jaulas metálicas de 15x15 m, 20x20 m, o de 30x30 m con flotadores de poliestireno expandido, introduciéndose recientemente las balsas-jaulas circulares de 30 m de diámetro. A partir de ese momento, los salmones son cultivados en el mar, siendo el alimento uno de los ítemes más relevantes, aplicándose distintas técnicas de alimentación, tal como la manual, cañón, blower/pontón o automático. Después de varios meses, se inicia el proceso de cosecha de los salmones y un proceso de extracción de vísceras con equipos semiautomáticos que succionan los tejidos. Se finaliza con el fileteado, empaque, congelamiento y distribución.

Lo que haremos a continuación es modelar el cultivo de una cohorte estándar de salmón en Chile para una jaula de tamaño estandar, planteando como único problema a resolver el momento óptimo de cosecha, es decir, cuánto tiempo deben ser alimentados los salmones en jaulas.

Froese, R. y D. Pauly (2007) proporcionan estimaciones de las curvas de crecimiento (longitud) para los salmones a través del tiempo, por medio de la siguiente ecuación de von Bertalanffy[2]:

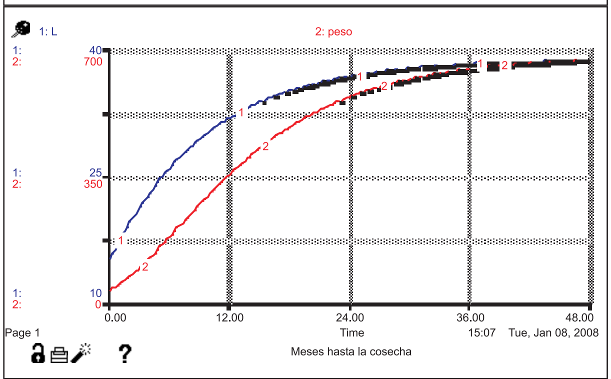
$$\frac{dL_t}{dt} = g\,(L_\alpha - L_t) = 0{,}1\,(38{,}9 - L_t)$$
$$L_o = 15\ mm$$

donde L_t es la longitud de los salmones en mm en el mes t; g es la tasa de crecimiento mensual; L_∞ es la longitud asintótica (máxima) de la especie. L_0 es la longitud de los salmones al inicio del proceso de engorda en mar. Los mismos autores proporcionan una ecuación para transformar longitud (mm) a peso (gr) para los salmones:

$$W_t = 0{,}0044 L_t^{3{,}2635}$$

Ambas curvas se muestran en el Gráfico N.º 2.

Gráfico N.º 2: Evolución de la longitud (mm) y peso (gr) del salmón típico



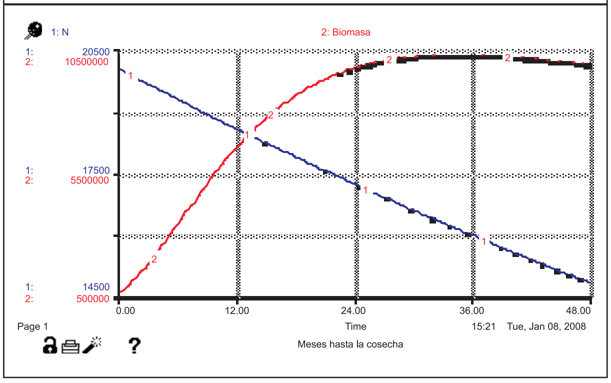
La sobrevivencia de los salmones también puede ser caracterizada por una ecuación diferencial en la que el número de sobrevivientes (N_t) en cualquier momento t > 0 disminuye de acuerdo a la tasa de mortalidad mensual z, es decir:

$$\frac{dN_t}{dt} = -zN_t = 000625\ N_t; \quad N0 = 20.000$$

Se considera, además, un valor inicial de salmones (juveniles) de N_0=20.000 para una jaula de tamaño estándar.

Dadas estas las dos últimas ecuaciones de peso y de sobrevivencia, la biomasa en el momento *t* viene dada simplemente por el peso individual de los salmones en el mes *t*, multiplicado por el número de salmones sobrevivientes en ese mes. Con esto, la biomasa y la sobrevivencia se muestra en el Gráfico N.º 3. Nótese que si bien la biomasa llega a su máximo alrededor del mes 35, este no es el momento óptimo de cosecha desde el punto de vista económico. En efecto, puesto que existe un costo de oportunidad o tasa de interés, dicho óptimo siempre ocurre antes de que se maximice la biomasa.

Gráfico N.º 3: Evolución de los sobrevivientes (N) y de la biomasa (gr)



El consumo de alimentos de los salmones puede ser estimado a través de la siguiente expresión, en que el alimento consumido mensualmente por los salmones, como un % de su propio peso (*F*):

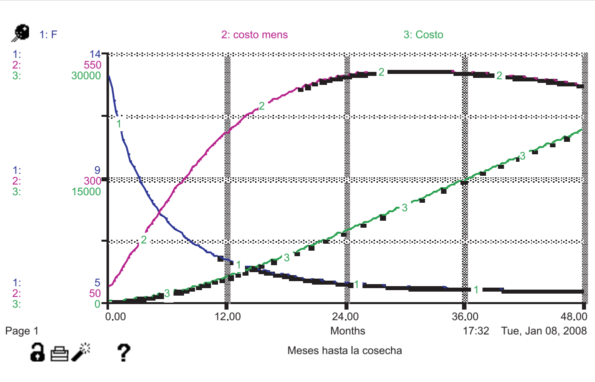
$$F_t = \frac{100\beta\,(C-5.5)_t}{0.0135\,L_t}$$

donde *C* es la temperatura del agua en grados Celcius (aproximadamente, 15º), y β es un parámetro que depende del tipo de alimento (β = 0,0009 para la dieta estándar). *F* disminuye en la medida que los salmones crecen, de acuerdo al Gráfico N.º 4. De la expresión anterior, solo *L* es función del tiempo, de acuerdo a la ecuación de von Bertalanffy, anteriormente descrita. Conociendo, entonces, la biomasa (B), el consumo de alimentos (F) y el precio del alimento, es posible calcular el costo mensual por alimentación. Dicho costo de alimento se estima en US$ 0,001/gr. Con esto, el costo mensual y el costo acumulado se muestran en el Gráfico N.º 4. Obviamente, el costo acumulado es siempre creciente,

(2) Las estimaciones de los parámetros que a continuación se presentan, dependen de la especie de salmón y de las condiciones de cultivo y alimentación, entre otras. Los valores son proporcionados solo como referencia para la ilustración.

por cuando consiste del costo acumulado por alimentación contingente a la cosecha de los salmones en el mes *t*.

Gráfico N.º 4: Consumo de alimentos mensual, como % de su propio peso (F), costo mensual por alimentación (US$)

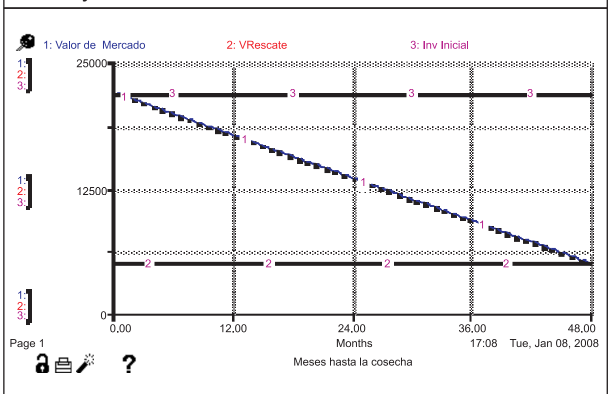


El precio de venta de los salmones se estima en *P*= US$ 0,004 el gramo; y con esto, es posible estimar los ingresos, dependiendo del mes en el cual se haga efectivamente la cosecha de los salmones. El ingreso esperado (*Y*) por la venta de la biomasa de los salmones de la jaula en el mes *t* al precio *P*, puede escribirse como:

$$Y_t = B_t P$$

Respecto a la inversión inicial, esta consiste fundamentalmente en el valor de la balsa, que se estima en US$ 22 000, con un valor residual de US$ 5000 a los 48 meses, lo que implica una depreciación mensual lineal de US$ 354,2. El Gráfico N.º 5 muestra la inversión inicial, el valor residual y el comportamiento del valor de mercado de dicha inversión a través de tiempo, afecta a una tasa de depreciación constante.

Gráfico 5: Valor de mercado de la inversión, inversión inicial y valor de rescate de la inversión. Todos en US$



Finalmente, resta calcular el Valor Actual Neto de la producción de jaula, y sobre esta base determinar el momento óptimo de cosecha. La expresión del VAN para este caso, asumiendo solamente como costos relevantes los relacionados con la alimentación (VAN operacional), viene dada por la ecuación:

$$\text{VAN} = -I_0 + \int_{t=0}^{t=T} C(t)e^{-it}dt + Y(T)e^{-iT} + V(T)e^{-iT}$$

la que contiene cuatro sumandos:

La Inversión Inicial (I_0), dada por US$ 22 000.

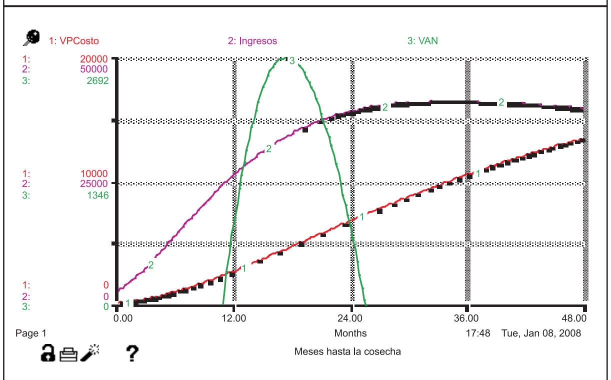
El valor presente de los costos acumulados, es decir, la integral de t=0 a t=T, donde *T* es el momento de la cosecha.

El valor presente de los ingresos (Y).

El valor presente del valor residual (V).

En los tres últimos de ellos, se incluye un factor de descuento en tiempo continuo, para lo cual se ha usado la tasa mensual de 20%/12. El Gráfico N.º 6 muestra el valor presente de los costos, los ingresos y finalmente el VAN. Es decir, se muestran en el gráfico solamente los sumandos b) y c), por cuando los sumandos a) y d) se mostraron en el Gráfico N.º 5.

Gráfico 6: Valor presente de los costos, ingresos por venta y VAN operacional del proyecto acuícola como función del mes de término del proyecto. Todos en US$



El gráfico muestra que hay un periodo de tiempo de cosecha en la que se espera un VAN positivo, y esto ocurre, aproximadamente, si el proyecto finalizara entre los meses 11 y 26. En efecto, analizando la Tabla N.º 2, proporcionada por el propio programa Stella, es posible concluir con mucha claridad el momento exacto en términos que la decisión correcta es cosechar el mes 17, cuando el VAN de una jaula de tamaño estándar es de US$ 2684.

Tabla N.º 2: VAN operacional del cultivo de 1 jaula de salmones, según mes de cosecha (US$)

Mes de cultivo	Valor Actual Neto (US$)
13	1.539,59
14	2.022,39
15	2.368,53
16	2.586,21
17	2.684,54
18	2.673,11
19	2.561,65
20	2.359,82
21	2.076,99
22	1.722,12
23	1.303,66

RESUMEN Y CONCLUSIONES

Este artículo ilustra la forma en que el programa de análisis dinámico Stella permite ser aplicado en problemas de decisiones de inversión financiera en tiempo continuo. El análisis en tiempo continuo es necesario en una gran cantidad de aplicaciones financieras prácticas, especialmente del tipo biológico, forestal, acuícola y ganadero, en los que se desea determinar, por ejemplo el momento óptimo de cosecha. En tales casos, la biomasa a través del tiempo, puede modelarse en base a curvas de crecimiento en longitud y peso de un individuo típico, multiplicado por el número de sobrevivientes de la cohorte en cada momento. A su vez, la mayor parte los costos pueden modelarse en función de esa biomasa, tales como el consumo de alimento, consumo de energía eléctrica, etc., de modo que surgen naturalmente curvas o funciones del tiempo. Sobre esta base, a través de Stella es posible encontrar con relativa sencillez los momentos óptimo de cosecha, mínimo costo, máximo VAN y otros parámetros de interés.

En adición, si bien algunos de los resultados anteriores también pueden ser encontrados a través de un programa de cálculo numérico, Stella tiene como ventaja la sencillez de sus componentes gráficos, los que evitan tener que digitar códigos extensos, y permiten modificar partes del sistema sin tener que revisar algebráicamente en cada paso de un código las implicancias de la modificación. Finalmente, un programa como el mostrado permite implementar grandes y complejos sistemas aplicando las herramientas de sensibilización y criterios del tipo ‘what if ‘que vienen incorporadas, entre otras, por lo que puede ser una herramienta valiosa para investigadores y administradores.

REFERENCIAS

1. Anderson, L. (1977). The Economics of Fisheries Management. The Blackburn Press. New Jersey.
2. Clark, C. (1990). Mathematical Bioeconomics. The Optimal Management of Renewable Resources. John Wiley and Sons, Inc.
3. Copeland, T. y Weston, F. (1988). Financial Theory and Corporate Policy. Addison-Wesley Publishing Co. 3ra. Ed.
4. Froese, R. y Pauly, D. Editors. (2007). FishBase. World Wide Web electronic publication. www.fishbase.org, version (11/2007).
5. High Performance Systems, Inc (2001). Introduction to Systems Thinking, STELLA.
6. Reinhardt, U.E. (1973). Break-Even Analysis for Lockheed’s Tri Star: An Application of Financial Theory. Journal of Finance 32:821-838.
7. Wilen, J. (1985). Bioeconomics of Renewable Resource Use. Handbook of natural Resource and Energy Economics. Vol I, edited by A.V. Kneese and J.L. Sweeney. Elsevier Science Publishers.

ANEXO

Código usado para estimar el momento óptimo de cosecha en Stella

```
Costo(t) = Costo(t - dt) + (Costo_mensual_2) * dt
INIT Costo = 0

INFLOWS:
Costo_mensual_2 = costo_mens
L(t) = L(t - dt) + (crecim) * dt
INIT L = 15

INFLOWS:
crecim = g*(Linf-L)
N(t) = N(t - dt) + (- Sobreviv) * dt
INIT N = 20000
```

```
OUTFLOWS:
Sobreviv = M*N
Valor_de__Mercado(t) = Valor_de__Mercado(t - dt)
+ (- deprec) * dt
INIT Valor_de__Mercado = 22000

OUTFLOWS:
deprec = 354.2
VPCosto(t) = VPCosto(t - dt) + (VPCosto_mensual)
* dt
INIT VPCosto = 0

INFLOWS:
VPCosto_mensual = costo_mens*exp(-tasa*time)
Beta = 0.00009
Biomasa = N*peso
C = 15
costo_mens = Biomasa*F/100*PF
F = (3000*Beta*(C-5.5))/(0.0135*L)
g = 0.1
Ingresos = Biomasa*P
Inv_Inicial = INIT(Valor_de__Mercado)
Linf = 38.9
M = 0.00625
P = 0.004
peso = 0.0044*L^3.2635
PF = 0.001
tasa = .2/12
VAN = -Inv_Inicial - VPCosto + (Ingresos+VRes-
cate)*exp(-tasa*time)
VRescate = ENDVAL(Valor_de__Mercado)
```