Industrial Data
ISSN: 1560-9146
iifi@unmsm.edu.pe
Universidad Nacional Mayor de San Marcos
Perú

Raffo Lecca, Eduardo; Ruiz Lizama, Edgar
Modelo de optimización de la ruta de entrega
Industrial Data, vol. 8, núm. 1, enero, 2005, pp. 75-83
Universidad Nacional Mayor de San Marcos
Lima, Perú

Revista de la Facultad de Ingeniería Industrial
Vol. (8) 1: pp. 75-83 (2005) UNMSM
ISSN: 1560-9146 (impreso) / ISSN: 1810-9993 (electrónico)

MODELO DE OPTIMIZACIÓN DE LA RUTA DE ENTREGA

Recepción: Febrero de 2005 / Aceptación: Junio 2005

[1] Eduardo Raffo Lecca
[2] Edgar Ruiz Lizama

RESUMEN

El artículo propone un modelo para el problema del delivery. Se ha decidido crear un modelo de programación matemática, que responda a las preguntas de cómo realizar las entrega de las mercaderías, desde un punto denominado depósito, hasta los lugares de destino (cumpliéndose con la demanda del cliente); buscando minimizar los costos en el traslado o transporte de bienes o insumos. Los resultados obtenidos por el modelo, para cumplir una demanda promedio de 80 cajas a entregar; requieren de 5 pequeños camiones para la entrega óptima; es decir sólo son necesarias 5 rutas o tours, para cumplir con toda la entrega a los clientes.

Palabras Clave: Modelo matemático de delivery. Problema del agente viajero. Interfaz con MS Excel. Problema de la mochila.

DELIVERY ROUTE OPTIMIZATION MODEL

ABSTRACT

The article proposes one model for the delivery problem. We decided to make a model of mathematic programming that can answer questions on how to realize the delivery of articles from one point named warehouse, to destiny places; looking to minimizing costs when translating or transporting goods or articles. The results obtained for the model, to fulfill an average demand of 80 boxes to deliver, require of 5 small lorries for an optimal delivery; it means only 5 routes or tours are needed to fulfill all delivery to customers.

Key words: Delivery mathematic model. Travel salesman problem. Interface with MS Excel. Rucksack problem.

(1) Ingeniero Industrial. Profesor del Departamento de Ingeniería de Sistemas e Informática, UNMSM.
E-mail: eraffol@unmsm.edu.pe
(2) Ingeniero Industrial. Profesor del Departamento de Ingeniería de Sistemas e Informática, UNMSM.
E-mail: eruizl@unmsm.edu.pe

ESTRUCTURA DEL PROCESO DE MODELACIÓN

El proceso de modelación, como metodología del método científico, corresponde a los siguientes pasos:

1. Determinación de las necesidades del modelo
2. Desarrollo del modelo.
3. Implementación del modelo

Estos pasos no son procesos lineales; existiendo bifurcaciones entre ellos. En todo ambiente de modelación; aparecen algunas cuestiones antes de decidir a modelar; estas son:

a. ¿Son los valores obtenidos desde el modelo, mayores que los costos de desarrollar e implementar el modelo?
b. ¿Es el tiempo oportuno para realizar esta modelación, y qué recomendaciones previas son necesarias?
c. ¿Verdaderamente se hace la construcción de un modelo matemático?

Estas son consideraciones prácticas; que permiten contar con un soporte a la toma de decisiones, en forma eficaz; y que asegura una reducción en los costos totales en la suma de recursos destinados a modelación e implementación.

Detalle y mantenimiento

Cuando el modelo es construido para ejecutarse en un tiempo, o si este es usado con una regularidad; existe alguna influencia en el desarrollo del modelo. Si el modelo es usado con cierta regularidad, se deberá tener en cuenta detalles, como:

“El mundo real cambia rápidamente (precios, costos, demandas, nuevos clientes, etc.). El modelo deberá permitir ser actualizado lo más oportunamente posible”.

Verificación y validación

El término verificación es usualmente aplicado a los procesos de verificación del modelo, que al ser implementado está haciendo lo que se pensaba. De hecho la verificación es chequear el modelo, encontrando algunos errores que son del tipo no intencional. Esta fase, es un contraste con los valores que históricamente se han estado utilizando para la toma de decisiones.

Validación es el proceso de demostrar que todas las aproximaciones a la realidad, fueron intencionalmente incorporadas en el modelo; y son tolerables a la calidad del resultado del modelo. La verificación es concerniente con “la solución correcta de las ecuaciones”. Varios propósitos se recomiendan para la verificación de un modelo:

a. Chequear los resultados del modelo, en casos especiales de solución.
b. Chequear los resultados del modelo, en casos extremos conocidos.
c. Chequear los resultados del modelo, en pequeños ejemplos que pueden ser resueltos con solución manual.
d. Chequear los resultados del modelo, ante cambios de los parámetros de entrada (precio, demanda, oferta, distancia, etc.).
e. Chequear que el modelo maneje casos inválidos o manejo de excepciones, con la finalidad de darle robustez.

Muchos de los métodos usados para la verificación, se encuentran en la calidad del software; y se aplican de la misma manera, a la verificación de pequeños como de grandes modelos. Por ejemplo un concepto útil es la prueba de la calidad de software, en su amplio panorama de pruebas o test. Un buen test para el software, deberá cubrir todas las secciones del código del programa. Análogamente un buen test de software, deberá servir para todas las facilidades del modelo.

Actualmente, la parte referida a la calidad del software, ha sido relegada por la existencia de generadores de matrices, que permiten mediante el uso de lenguajes de modelación, describir exactamente el conjunto de ecuaciones, expresiones y parámetros.

Apropiado nivel de detalle y validación

La validación empieza con la comprensión del modelo real con la modelación real. Un problema es que los analistas de sistemas, que se encuentran conversando con los “autorizados o informados” acerca del proceso a ser modelado, no siempre son los más informados. Una buena regla práctica es siempre chequear los hechos, con una segunda fuente.

Si un detalle no es importante, entonces saldrá del modelo, porque en el modelo no será fácil de modelar, ni tampoco de usar.

El arte de la modelación, requiere de la identificación o aproximación con la realidad; sin sacrificar la precisión del modelo. Las simplificaciones y aproximaciones pueden caer en las categorías siguientes:

1. **Funcional:** usar una función lineal para aproximar relaciones no lineales.
2. **Agregación:** mediante la utilización de conceptos, tales como agregación del tipo temporal, cruzada, estadística, entre otros tenemos:
   2.1 Agregación temporal: todos los eventos ocurren durante un cierto día (semana, mes, etc.) son tratados como que ocurrieran al fin del día (semana, mes, etc.).
   2.2 Agregación cruzada: todos los clientes que poseen un cierto código para una región; son tratados como un gran cliente. En una firma de productos de consumo, todos los detergentes son tratados como un simple producto.
   2.3 Estadística: remplace una variable aleatoria por su valor esperado. Por ejemplo que las ventas futuras que son una variable aleatoria, deberán ser planeadas como un simple valor de pronóstico.
   2.4 Descomposición: si el sistema es complejo, la descomposición es útil para simplificar la estructura. Bajo estos propósitos, una secuencia de modelos son resueltos, cada uno en detalles, para su completa solución.

Un conjunto de consejos para aplicar las técnicas de agregación en la optimización de problemas, se pueden resumir en:

1. Obtener los datos de entrada detallados
2. Derivar la aproximación del modelo.
3. Resolver el modelo apropiado
4. Convertir la solución del modelo aproximado, con el mundo real.

Comparación del modelo con el mundo real

Como parte del proceso de validación, se compara la salida del modelo con la ocurrencia del mundo real. Cuando existan estas discrepancias, se pueden deber a:

a. Las personas en el mundo real, no tienen conductas óptimas en su actuación; y existe la posibilidad de efectuar ahorros usando el modelo.
b. El modelo tiene algunas fallas de concepción.

MODELO MATEMÁTICO DE DELIVERY

El modelo matemático del presente trabajo involucra puntos de demanda, para el caso de los lugares de los clientes; y el punto inicial denominado depósito.

El objetivo del modelo es optimizar los costos del transporte total involucrados en todo el proceso de reparto de los bienes; desde el depósito a los lugares de demanda.

Separación de datos y estructura del modelo

Existen dos razones para separar los datos de la estructura del modelo:

a. Permitir en forma rápida y fácil, el ajuste de los cambios del mundo real.
b. Las personas responsables de la toma de decisiones, ante los cambios día a día en los datos,

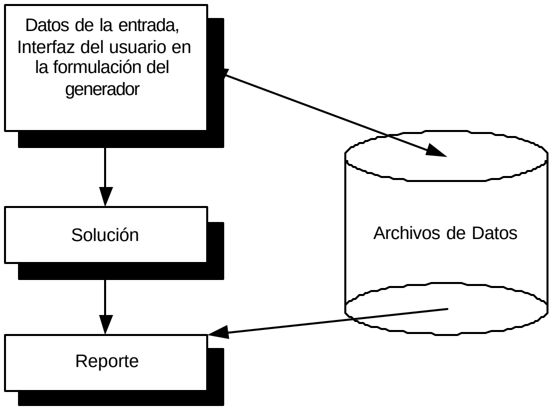

Figura 1. Modelo del sistema

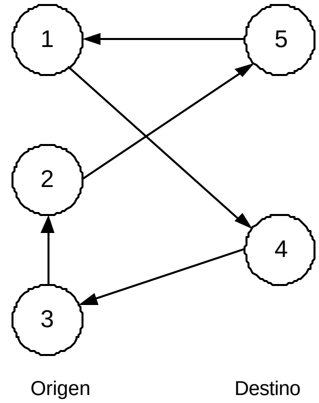

Figura 2. El problema del reparto de bienes

no necesitan estar familiarizados con los detalles de las técnicas de la estructura del modelo.

En el caso de un modelo que será utilizado regularmente (operaciones con periodicidad diaria); el modelo del sistema tendrá una estructura como la que se muestra en la figura 1. El software EXCEL, es una importante herramienta, que se incorpora con todas sus componentes por su relativa facilidad en el manejo de datos.

Formulación del generador

Sea un conjunto de fuentes, que dan origen a los pedidos; y asociadas con un conjunto de cantidades que corresponden a las demandas; el problema de reparto de bienes, se visualiza en la figura 2. Este es una mezcla del problema del agente viajero (TSP), con el de la mochila (KP).

Sea:

X_{ij} = La cantidad asignada de *i* a *j*

V_i = La capacidad del vehículo *i* (∀*i*)

d_j = La oferta en el nodo *j* (∀*j*)

c_{ij} = Costo del flete de *i* a *j*

El modelo resulta:

$$\min \sum_{i,j} c_{ij} x_{ij}$$

$$\sum_{j} x_{ij} = 1,\ j > 1$$

$$\sum_{i} x_{ij} = 1, i > 1$$

$$\sum_{i,j \in S} x_{ij} \leq |S| - 1$$

$$\sum_{i,j \in T} x_{ij} \leq |T| - k$$

Prueba del modelo

Para validar el modelo usando el lenguaje de modelación LINGO®, se ha construido el programa DELIVERYTEST, que se presenta en la figura 3, el cual tiene todas las virtudes del modelo final LINGO.

Se observa que en LINGO DATA, se han planteado las recuperaciones de los datos de EXCEL hacia LINGO. Todos los datos se encuentran en la hoja TEST.XLS (www.eraffolecca.com).

De la misma manera, se han planteado las inserciones desde LINGO® a EXCEL.

En la hoja de cálculo EXCEL, se incluyen los nombres de datos que aparecen en la figura 4. Asimismo, en el cuadro 1, se relacionan los nombres de datos con las celdas.

En la figura 5, se presentan los datos de prueba en EXCEL. Observe el layout de los datos para ser usados con LINGO®.

Una vez ejecutado el modelo, se obtienen las respuestas, que aparecen en la figura 6.

Cuadro 1. Referencia de los nombres de datos

NOMBRE	REFERENCIA
Dist	C5:H10
Costo Total	C13:C13
VCAP	C2:C2
Nodo	C4:H4
Q	I5:I10
X	C17:H22

```
! ------------------------------------------------------------------;
!                   VEHICLE ROUTING PROBLEM                  ;
!                              VR                            ;
! ------------------------------------------------------------------;
! MODELO DE DELIVERY(PRUEBA);
!
      DELITEST
;
  SETS:
     NODO:Q,U;
     RED(NODO,NODO):DIST,X;
  ENDSETS
  DATA:
          NODO = @OLE('C:\DELIVERY\TEST.XLS');
          VCAP   = @OLE('C:\DELIVERY\TEST.XLS');
          DIST    = @OLE('C:\DELIVERY\TEST.XLS');
          Q           = @OLE('C:\DELIVERY\TEST.XLS');
  ENDDATA
 !--------------------------------------------------------------------;
 !              MODELO MATEMATICO DEL VRP                 ;
 !--------------------------------------------------------------------;
    N=@SIZE(NODO);
   ! FUNCION OBJETIVO;
    MIN=COSTOTOTAL;
    COSTOTOTAL = @SUM(RED:DIST*X);
   ! PARA CADA NODO K=2,3,...,N, EXCEPTO EL DEPÓSITO;
    @FOR(NODO(K)| K #GT# 1:
      X(K,K)=0;
       @SUM(NODO(I)| I #NE# K #AND# (I #EQ# 1 #OR#
           Q(I)+Q(K) #LE# VCAP): X(I,K))=1;
         @SUM(NODO(J)| J #NE# K #AND# (J #EQ# 1 #OR#
           Q(J)+Q(K) #LE# VCAP): X(K,J))=1;
         @BND(Q(K),U(K),VCAP);
       @FOR(NODO(I)| I #NE# K #AND# I #NE# 1:
           U(K)>=U(I)+Q(K)-VCAP+VCAP*(
              X(K,I)+X(I,K))-
              (Q(K)+Q(I))*X(K,I);
     );
   ! ---------------------------------------------------;
       U(K)<=VCAP-(VCAP-Q(K))*X(1,K);
       U(K)>=Q(K)+@SUM(NODO(I) | I #GT# 1:Q(I)*X(I,K));
    );
     @FOR(RED(I,J):@BIN(X(I,J));
    );
     @SUM(NODO(J)| J #GT# 1: X(1,J))>=
           @FLOOR((@SUM(NODO(I)|I #GT# 1:Q(I))/VCAP)+.999);
    DATA:
          @OLE('C:\DELIVERY\TEST.XLS')=COSTOTOTAL;
          @OLE('C:\DELIVERY\TEST.XLS')=X;
     ENDDATA
```

Figura 3. El programa DELIVERYTEST en LINGO®

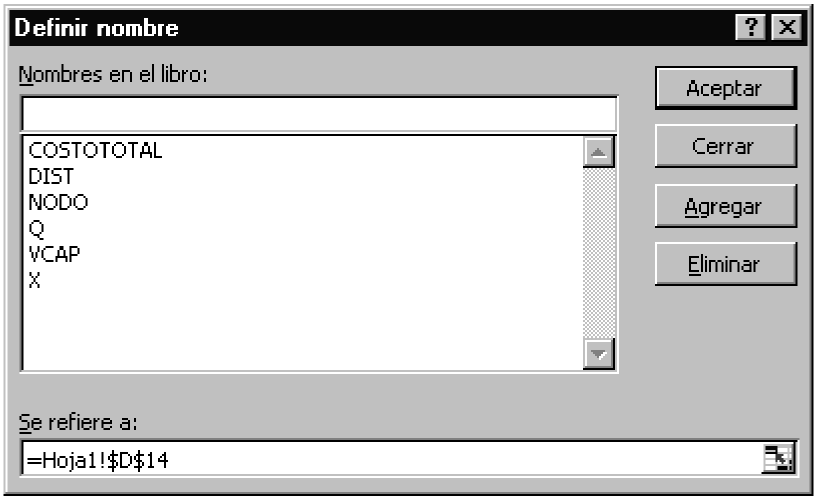

Figura 4. Definición de nombres

NODO	UNO	DOS	TRES	CUATRO	CINCO	SEIS	Q
UNO	0	20	35	40	45	50	5
DOS	0	0	20	10	15	30	10
TRES	0	20	0	5	15	25	15
CUATRO	0	10	5	0	25	15	10
CINCO	0	15	15	25	0	30	5
SEIS	0	30	25	15	30	0	5

Figura 5. Datos de prueba en MS Excel

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
2		VCAP	18						
3									
4		NODO	UNO	DOS	TRES	CUATRO	CINCO	SEIS	Q
5		UNO	0	20	35	40	45	50	5
6		DOS	0	0	20	10	15	30	10
7		TRES	0	20	0	5	15	25	15
8		CUATRO	0	10	5	0	25	15	10
9		CINCO	0	15	15	25	0	30	5
10		SEIS	0	30	25	15	30	0	5
11									
12									
13		COSTOTOTAL	125						
14									
15									
16		X	UNO	DOS	TRES	CUATRO	CINCO	SEIS	
17		UNO	0	1	1	1	0	0	
18		DOS	0	0	0	0	1	0	
19		TRES	1	0	0	0	0	0	
20		CUATRO	0	0	0	0	0	1	
21		CINCO	1	0	0	0	0	0	
22		SEIS	1	0	0	0	0	0	

Figura 6. Solución obtenida

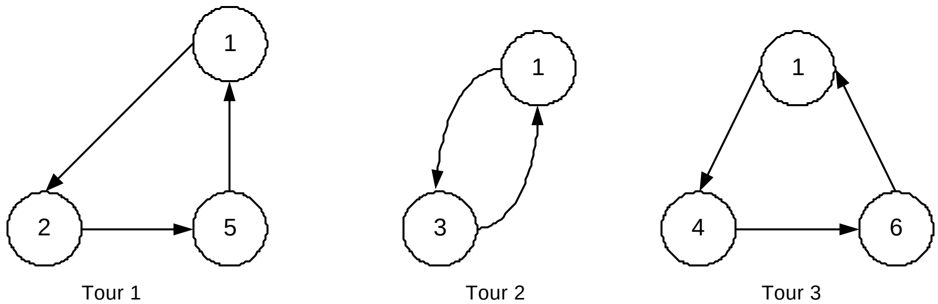

Figura 7. Tours solución

La solución obtenida, se muestra en la figura 7. Donde el costo total mínimo es el valor de 125; este corresponde a Z, la función objetivo que ha encontrado el esquema de delivery con costo mínimo. Se observa que existen tres tours o tres rutas para la entrega a los cinco clientes. Una primera ruta es del depósito al cliente 2, luego al cliente 5; y finalmente regresa a su punto de partida. La segunda ruta es saliendo del depósito al cliente 3, luego retorna al depósito; y finalmente la tercera ruta es saliendo del depósito al cliente 4, luego al cliente 6 y finalmente regresa al depósito.

SOLUCIÓN DEL MODELO PARA CESER

La determinación de los esquemas del delivery óptimo, por lo general no es un problema fácil; rivalizando en dificultad con el problema del job shop, que asigna trabajos a máquinas, teniendo cada trabajo un orden tecnológico diferente.

El problema de CESER (comercializadora de productos farmacéuticos, de consumo masivo e industriales), consiste en la entrega de unidades demandadas a los clientes; los que se encuentran a una determinada distancia. Cada tour parcial de la combinación agente viajero y mochila, es descrito en el siguiente camino: Un vehículo sale de su punto base (el depósito) con una determinada carga (que no excede a su capacidad), rotulado como 1; este deberá visitar n-1 clientes, visitando exactamente un cliente a la vez y regresar a su punto base. El problema es determinar la secuencia óptima de visitar a los clientes, con el objetivo de minimizar la distancia total atravesada. Este problema es fácil de explicar, pero muy difícil de resolver.

Para resolver el problema de optimización para los productos que entrega CESER a sus clientes en la ciudad de Lima, correspondientes a los productos que comercializa; se presenta una demanda seleccionada para un día cualquiera dentro de la semana. El modelo actuará en la misma forma para cualquier día, cambiando las demandas, distancias y requerimientos.

Para efectos del presente trabajo, se ha considerado que los productos a entregar, son transportados en cajas, dependiendo el número de cajas de la demanda del cliente, en un día cualquiera. Los datos con referencia a los puntos de destino a los clientes, como también la cantidad o demanda de productos, aparecen en el cuadro 2.

Cuadro 2. Clientes

CLIENTES	CODIGO	DEMANDA
DEPÓSITO	1	0
AVINCA	2	2
COSE	3	3
CALIMOD	4	5
NACAY	5	3
ANICSA	6	12
MATARINA	7	10
HUIDOBRO	8	8
SANITAS	9	7
YOMBAL	10	6
PURINA	11	7
PETROPAC	12	8
TINTAYA	13	10
		81

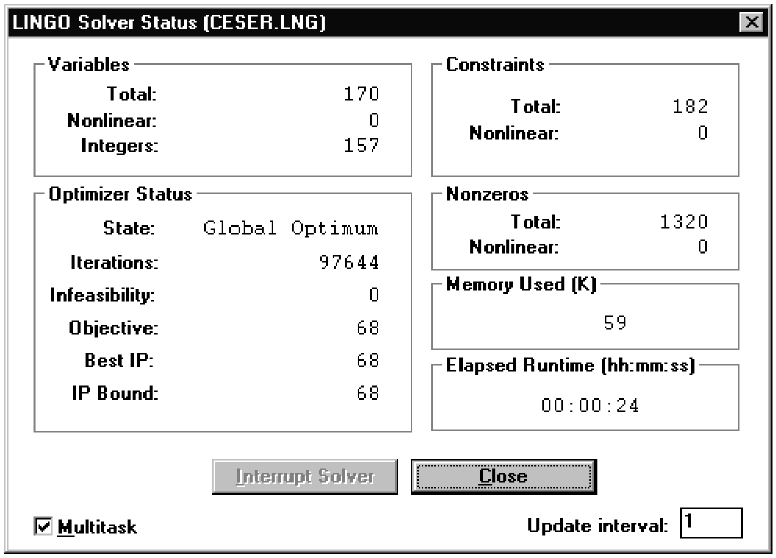

Figura 8. Ventana de dialogo LINGO®

Cuadro 3. Distancias entre cada nodo del sistema de reparto

De / a	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
1	15	10	10	5	10	8	15	5	10	10	10	5
2		10	6	10	5	15	17	10	9	8	7	8
3			17	12	24	16	25	20	5	5	10	15
4				7	15	18	19	15	9	8	11	9
5					15	12	15	5	12	10	5	10
6						18	6	10	5	10	10	5
7							14	20	4	3	7	5
8								19	3	3	3	7
9									15	6	8	9
10										8	7	6
11											5	10
12												5

Cuadro 4. Asignaciones

Tour	Nodo	Distancia(Km.)
Depósito (1)	Nacay	5
	Calimod	15
		10
Depósito	Sanitas	5
	Purina	6
	Cose	5
		10
Depósito	Yombal	10
	Anicsa	9
	Avinca	5
		15
Depósito	Petropac	5
	Huidobro	3
		15
Depósito	Tintaya	7
	Matarina	5
		8

Cuadro 5. Comparación económica de alternativas

ANÁLISIS DEL *DELIVERY* ÓPTIMO

Análisis para los taxis			Análisis del modelo		
Demanda diaria	80	Cajas	Demanda diaria	80	Cajas
Cajas por taxi	4				
Necesidades	20	Taxis	Necesidades	5	Microbús
Tarifa taxi	15	Soles	Tarifa viaje	35	Soles
Costo taxis/día	300	Soles	Costo micros/día	175	Soles
Ganancia/día	125	Soles			
días/mes	25				
Ganancia/mes	3 125	Soles			
Ganancia/año	37 500	Soles			

Los datos referentes a las distancia entre cada nodo del sistema de reparto, se presentan en el cuadro 3.

La solución obtenida con el modelo escrito en LINGO®, se obtiene desde su ventana de diálogo; la que se muestra en la figura 8. Asimismo, en el cuadro 4, aparecen las asignaciones por cada origen y destino del tour para los subconjuntos de los agentes viajero.

CONCLUSIONES

El problema del delivery se encuentra frecuentemente como parte de las decisiones en las cadenas de abastecimiento. Al respecto se plantean una serie de alternativas, como la enumeración cuando el número de ciudades es pequeño; así es posible enumerar todos los posibles tours. Existe la cantidad de n! ordenamientos, cuando se tienen n objetos. Para un valor modesto como $n = 5$, existen 120 secuencias, tours o permutaciones de ciudades pero éste número crece muy rápidamente. Por ejemplo para $n = 10$, el número de secuencias crece a n!, una cantidad alrededor de 3 millones; y para $n = 25$, el número de permutaciones es aproximadamente 1.55×10^{25}. La enumeración total, ayuda en aquellos casos donde el TSP posee un número pequeño de ciudades.

Problemas de esta naturaleza son conocidos como NP hard. El NP significa, que su tiempo de ejecución no es polinomial, es decir que el tiempo para resolver tales problemas es una función exponencial del número de ciudades, antes que una función polinomial.

G. Clarke y J.M. Wright en “Scheduling of Vehicles from a Central Depot to a Number of Delivery Points”, presentan una técnica para encontrar buenas rutas. Este algoritmo conocido como de Clark- Wright entrega soluciones aceptables; y es muy utilizado en aplicaciones prácticas, por la pequeña cantidad de tiempo y la facilidad con que se aplica. Identificando el depósito como localización 0, y los clientes en las localidades 1, 2,3,...n. se asume que son conocidos los costos de travesía desde el depósito a cada localidad del cliente.

Los resultados de ejecutar el modelo en LINGO®, nos han planteado las siguientes acciones. En el cuadro 5, se observa que el ahorro entre llevar del modo tradicional: 4 cajas en un taxi, a un costo por servicio de S/ 15,00 y el esquema óptimo de delivery con 5 rutas, a un costo diario por ruta de S/ 35,00; genera un ahorro anual de S/ 37 500. Esta cantidad corresponde sólo al ahorro en el delivery de los productos en la empresa CESER.

El ahorro anual de S/ 37 500 (sin incluir beneficios sociales, gastos del chofer y otros) en el esquema del delivery, permite inferir que este ahorro puede ser

Cuadro 6. Proyección de los ahorros

Año	Ahorros
2005	37500
2006	41250
2007	45375
2008	49913
2009	54904
2010	60394
2011	66434

capitalizado en la adquisición de una flota, la que podría ser adquirida a razón de una unidad por año.

Con la finalidad de tener una idea más exacta de estos ahorros, se ha planteado el escenario sobre el crecimiento de los clientes; a una tasa anual del 15%; la que se presenta en el cuadro 6. Este pronóstico, estaría indicando que la adquisición de la flota, pueda estar constituida a fines de los siguientes cinco años.

BIBLIOGRAFÍA

1. Bartholdi, J.J.; Platzman, L.K.; Collins, R.L. y Warden W. H. (1983). *A Minimal Technology Routing System for Meal on Wheels*. Interfaces, vol. 13, no.3, pp. 1-8.

2. Cook, T. y Russell, R. (1978). *A Simulation and Statistical Analysis of Stochastic Vehicle Routing with Timing Constraints.* "Decision Sciences", vol. 9, no. 4, pp. 673-687.

3. Johnston, B., y Morris, B. (1985). *Monitoring Control in Service Operations*. International Journal of Operations and Production Management, vol. 5, no. 1, pp. 33-38.

4. Levitt, T. (1976). *Production-Line Approach to Service*. Harvard Business Review, pp. 63-74.

5. Nahmias, S. (2001). *Production and Operations Analysis*. 1st. Ed. Editorial McGraw-Hill, USA.

6. Schrage, L. (2002). *Optimization Modeling with LINGO â*. Fifth edition, Lindo System Inc. USA.