Enl@ce: Revista Venezolana de Información, Tecnología y Conocimiento
ISSN: 1690-7515
revistaenlace@gmail.com
Universidad del Zulia
Venezuela

Nieto S., José H.
Resolución de problemas, Matemática y Computación
Enl@ce: Revista Venezolana de Información, Tecnología y Conocimiento, vol. 2, núm. 2, mayo-agosto, 2005, pp. 37-45
Universidad del Zulia
Maracaibo, Venezuela

Enl@ce: Revista Venezolana de Información,
Tecnología y Conocimiento
LUZ-SAILUZ. ISSN: 1690-7515
Depósito legal pp 200402ZU1624
Año 2: No. 2, Mayo-Agosto 2005, pp. 37-45

Resolución de problemas, Matemática y Computación

José H. Nieto S. [1]

Resumen

El objetivo del trabajo es presentar una reflexión sobre la importancia de la resolución de problemas en el proceso de enseñanza y aprendizaje de la ciencia, en particular en los casos de la matemática y la ciencia de la computación. El trabajo muestra la forma en que se deben resolver problemas a partir del método propuesto por George Pólya (1887-1985). A partir de allí, se consideraron las experiencias y resultados obtenidos en las Olimpiadas Matemáticas que se celebran en Venezuela, haciendo una analogía de la resolución de problemas en el mundo de la computación. Igualmente, se plantean los alcances de los diferentes eventos que apoyan la enseñanza de la ciencia, en especial con las olimpíadas matemática y los maratones de programación en computación, y cómo ellos incentivan y estimulan a preparase para la resolución de problemas.

Palabras clave: heurística, computación, matemática, concursos de problemas.

Recibido: 17-05-05   Aceptado: 07-07-05

[1] Profesor Emérito de la Universidad del Zulia. Adscrito al Programa de Promoción al Investigador (PPI).
Correo-electrónico: jhnieto@luz.edu.ve, jhnieto@demat.org.ve, jhnieto@cantv.net. Página web http://mipagina.cantv.net/jhnieto/index.htm

Resolution of problems, Mathematical and Computer Science

Abstract

The objective of the work of this paper is to make a reflection on the importance of problem solving in the process of teaching and learning science, particularly in the cases of mathematics and computer science. The work shows the form in which problems are solved from the method proposed by George Pólya are due to solve (1887-1985). From there, it were considered the experiences and results obtained in the Mathematical Olympic Games that are celebrated in Venezuela, doing an analogy of the resolution of problems in the world of the computation. Also, it analyzes the reaches of the different events that support the education of science, in special with mathematical Olympic competition and computer programming competition, and how they stimulate to prepare them for the resolution of problems.

Key words: problem solving, heuristics, computer science, mathematics, problem contests.

Introducción

Un *problema* es un obstáculo arrojado ante nuestra inteligencia para ser superado, una dificultad que exige ser resuelta. El ser humano vive resolviendo problemas,: desde el de satisfacer sus necesidades básicas hasta los más complejos desafíos científicos y tecnológicos. La importancia de la resolución de problemas es evidente: el bienestar individual y social, y en última instancia la supervivencia misma de la especie humana, dependen de esta habilidad. No es de extrañar, por lo tanto, que la resolución de problemas se haya convertido en un nuevo objeto de estudio, atrayendo por igual la atención de psicólogos, ingenieros, matemáticos, especialistas en inteligencia artificial y científicos de todas las disciplinas.

En el campo educativo se ha reconocido ampliamente su importancia, y en la actualidad se considera que esta actividad debe ser el punto focal de la enseñanza de la ciencia, desde la escuela primaria hasta la universidad, permeando todo el proceso de enseñanza-aprendizaje y proporcionando un contexto adecuado en el cual aprender conceptos y teorías y desarrollar nuevas habilidades y destrezas. Por ejemplo en una publicación fundamental el Consejo de Maestros de Matemática de los Estados Unidos de América afirma que *la resolución de problemas es la piedra angular de la matemática escolar. Sin la habilidad para resolver problemas, la utilidad y el poder de las ideas matemáticas, su conocimiento y habilidades, están severamente limitados. Los estudiantes que pueden multiplicar eficientemente y con precisión pero que no pueden identificar situaciones que requieren de la multiplicación no están bien preparados. Los estudiantes que pueden desarrollar y llevar adelante un plan para resolver un problema* *exhiben un conocimiento matemático que es mucho más profundo y útil que la simple realización de un cálculo. A menos que los estudiantes sean capaces de resolver problemas, los hechos, conceptos y métodos que conozcan serán de poca utilidad. El objetivo de la matemática escolar debería ser que los estudiantes se vuelvan cada vez más capaces y deseosos de enfrentar y resolver problemas* (National Council of Teachers of Mathematics, 2000).

Lamentablemente, es muy común que se expongan ante el alumno los productos y resultados de la resolución de problemas, ocultando el proceso mismo. Si examinamos un libro de texto de matemática, física o Química, con problemas resueltos, encontraremos por lo general soluciones tersas y acabadas. Rara vez el autor incluye comentarios sobre los intentos fallidos de solución, los casos particulares examinados antes de llegar a la solución general o los refinamientos realizados a una primera solución no totalmente satisfactoria. Estos y otros elementos del proceso son cuidadosamente eliminados y lo que se presenta es el producto final, pulido y elegante. Hay muchas posibles razones para esto: criterios estéticos de concisión y elegancia consagrados por la tradición, razones económicas de las editoriales, etc. Pero la consecuencia es que el estudiante obtiene una visión falseada de lo que es resolver problemas y de la actividad científica en general. Si el profesor entiende y valora la resolución de problemas, entonces las actividades de aula suplirán las deficiencias del texto. Pero si no es así y el profesor sigue el libro de texto al pie de la letra, al enfrentarse al primer fracaso el estudiante terminará frustrado, perderá la confianza en él mismo y creerá que resolver problemas es una actividad incomprensible, accesible tan solo a unos pocos superdotados. Lo que es peor, buscará remediar su situación recurriendo a procedimientos inadecuados, desarrollando vicios de conducta y pensamiento que dificultarán su proceso posterior de aprendizaje.

Resolución de problemas y matemática

La importancia de la resolución de problemas en matemática queda plasmada en la siguiente frase del reconocido matemático Paul R. Halmos, en su artículo *El corazón de la matemática* (Halmos, 1980): *La principal razón de existir del matemático es resolver problemas, y por lo tanto en lo que realmente consisten las matemáticas es en problemas y soluciones*.

En 1945 el insigne matemático y educador George Pólya (1887-1985) publicó un libro que rápidamente se convertiría en un clásico: *How to solve i*t (Pólya, 1945). En el mismo, Pólya rescata la antigua palabra *heurística* y la aplica a la comprensión del proceso que lleva a la resolución de problemas matemáticos, en particular a las operaciones mentales típicamente útiles en ese proceso. Pólya propone una metodología de resolución de problemas con cuatro etapas, a cada una de las cuales le asocia una serie de preguntas y sugerencias que, aplicadas adecuadamente, ayudarán a resolver el problema. Las cuatro etapas y las preguntas a ellas asociadas se detallan a continuación:

I. Comprensión del problema

¿Cuál es la incógnita? ¿Cuáles son los datos? ¿Cual es la condición?

¿Es la condición suficiente para determinar la incógnita? ¿Es insuficiente?

¿Redundante? ¿Contradictoria?

II. Concepción de un plan

¿Se ha encontrado con un problema semejante? ¿Ha visto el mismo problema planteado en forma ligeramente diferente? ¿Conoce un problema relacionado con éste? ¿Conoce algún teorema que le pueda ser útil? Mire atentamente la incógnita y trate de recordar un problema que le sea familiar y que tenga la misma incógnita o una incógnita similar. He aquí un problema relacionado con el suyo y que se ha resuelto ya. ¿Podría utilizarlo? ¿Podría emplear su resultado? ¿Podría utilizar su método? ¿Podría utilizarlo introduciendo algún elemento auxiliar? ¿Podría enunciar el problema en otra forma? ¿Podría plantearlo en forma diferente nuevamente? Refiérase a las definiciones. Si no puede resolver el problema propuesto, trate de resolver primero algún problema similar. ¿Podría imaginarse un problema análogo un tanto más accesible? ¿Un problema más general? ¿Un problema más particular? ¿Un problema análogo? ¿Puede resolver una parte del problema? Considere sólo una parte de la condición; descarte la otra parte; ¿en qué medida la incógnita queda ahora determinada?, ¿en qué forma puede variar? ¿Puede usted deducir algún elemento útil de los datos? ¿Puede pensar en algunos otros datos apropiados para determinar la incógnita? ¿Puede cambiar la incógnita? ¿Puede cambiar la incógnita o los datos, o ambos si es necesario, de tal forma que la nueva incógnita y los nuevos datos estén más cercanos entre sí? ¿Ha empleado todos los datos? ¿Ha empleado toda la condición? ¿Ha considerado usted todas las nociones esenciales concernientes al problema?

III. Ejecución del plan

Al ejecutar el plan, compruebe cada uno de los pasos. ¿Puede ver claramente que el paso es correcto? ¿Puede demostrarlo?

IV. Visión retrospectiva

¿Puede usted verificar el resultado? ¿Puede verificar el razonamiento?

¿Puede obtener el resultado en forma diferente? ¿Puede verlo de golpe?

¿Puede emplear el resultado o el método en algún otro problema?

Si bien, la mayoría de los matemáticos reconocen en las estrategias heurísticas de Pólya los métodos que ellos mismos utilizan habitualmente, no es tan fácil para el que no tiene experiencia aplicarlas exitosamente. En otras palabras, dichas estrategias son más descriptivas que prescriptivas. Alan Schoenfeld (Schoenfeld, 1985, 1992) es uno de los que más han estudiado esta problemática. En su análisis identifica los siguientes cuatro factores relevantes para la resolución de problemas:

- ***Recursos cognitivos***. Son nuestros conocimientos matemáticos generales, tanto de conceptos y resultados como de procedimientos (métodos y algoritmos).

- ***Heurística***. Es el conjunto de estrategias y técnicas para resolver problemas que conocemos y estamos en capacidad de aplicar.
- ***Control o metacognición***. Es la capacidad de utilizar lo que sabemos para lograr un objetivo.
- ***Creencias***. Se refiere a aquellas creencias y opiniones relacionadas con la resolución de problemas y que pueden afectarla favorable o desfavorablemente.

Olimpiadas Matemáticas

Las competencias de resolución de problemas matemáticos son una vieja tradición en muchos países, que probablemente se remonta hasta la antigua Grecia. Son famosas las competencias para resolver ecuaciones cúbicas que se realizaron en el siglo XVI en Italia. En Francia hubo competencias matemáticas en el siglo XVIII y Hungría comenzó a realizar en 1894 las competencias Eötvös, las cuales (con el nombre Kürschák a partir de 1947) han continuado hasta el día de hoy y son el más cercano antecedente de las modernas Olimpiadas Matemáticas. Las competencias Eötvös tuvieron enorme influencia en el desarrollo de la matemática húngara, gran parte de cuyos mejores matemáticos pasaron por ellas (Hersh, 1993). La primera Olimpiada Matemática, con ese nombre, tuvo lugar en Leningrado (actual San Petersburgo) en 1934, y la segunda en Moscú en 1935, organizadas por B. N. Delone y G. M. Frijtengolts. Las Olimpiadas Matemáticas se popularizaron en toda la (para entonces) Unión Soviética y luego se extendieron a países como Rumania, Polonia, Alemania, Bulgaria y Checoslovaquia.

En una conferencia Delone (s.f.) expresó: *Un alumno no es un recipiente que hay que llenar de conocimientos, sino una antorcha que hay que encender*. Ese espíritu ha prevalecido hasta nuestros días en la preparación de los alumnos que participan en las olimpiadas. A diferencia de lo que ocurre en la enseñanza tradicional de la matemática, en la cual los alumnos realizan ejercicios mecánicos sobre los temas especificados en el programa de estudios, dejando de lado el placer de entender y pensar por sí mismos, en las Olimpiadas Matemáticas se les presentan verdaderos problemas que no requieren del conocimiento de muchos contenidos, pero sí presentan un desafío tal que en la búsqueda de sus soluciones los alumnos construyen significados, redescubren conceptos básicos y adquieren habilidades y destrezas de gran utilidad para sus estudios posteriores.

En Venezuela la historia de las olimpiadas matemáticas comienza en 1975, cuando el profesor Saulo Rada Aranda elabora un proyecto de olimpiadas como medio para promover la matemática en la enseñanza media venezolana. El proyecto fue acogido por el *Centro Nacional para el Mejoramiento de la Enseñanza de la Ciencia* (Cenamec). Es así, como en el año 1976 se organiza por primera vez, con carácter experimental, la *Olimpiada Matemática Venezolana* (OMV), con apoyo del *Ministerio de Educación* y el *Consejo Nacional de Investigaciones Científicas y Tecnológicas* (Conicit). Este programa se mantuvo durante 27 años, alcanzando una participación global de más de un millón de jóvenes de todas las regiones del país y de instituciones educativas tanto públicas como privadas. A partir del año 2001 las autoridades del Cenamec comenzaron a mostrar un desinterés cada vez mayor por las actividades olímpicas, hasta que en el año 2003 cancelaron el programa de olimpiadas matemáticas así como todas las demás competencias que, siguiendo el ejemplo de la OMV, se habían ido generando a través de los años (las Olimpiadas Venezolanas de Química y de Física y la Olimpiada Petrolera). Este acto de barbarie cultural, científica y educativa se consumó sin que mediara ningún estudio serio o evaluación del impacto que habían tenido los mencionados programas. En todo caso, el espíritu olímpico en Venezuela no decayó sino que, por el contrario, tomó un nuevo aliento. La OMV ya había dado origen a otras competencias matemáticas en Venezuela, entre las cuales cabe destacar la *Olimpiada Recreativa de Matemáticas*, promovida por el profesor Jorge Salazar[2] desde el año 1993. Por otra parte, en el año 2002 se inicia la *Olimpiada Juvenil de Matemáticas*, con el objeto de atender a los alumnos que cursan desde octavo grado hasta segundo año del ciclo diversificado. Se creó la *Asociación Venezolana de Competencias Matemáticas* (AVCM) y con el apoyo de la *Asociación Matemática Venezolana* (AMV) y el aval de la *Academia Venezolana de Ciencias Físicas, Matemáticas y Naturales* se comenzó a desarrollar un amplio programa de selección y entrenamiento de estudiantes. Para el próximo año la AVCM planea extender el programa de olimpiadas matemáticas, comenzando desde el primer grado de primaria.

Entre los logros obtenidos por estudiantes venezolanos en competencias internacionales podemos mencionar que en la Olimpiada Internacional de Matemáticas (IMO) el estudiante guariqueño Adolfo Rodríguez obtuvo dos medallas de plata (años 2001 y 2003), en la Olimpiada Iberoamericana el joven zuliano David Seguí obtuvo oro en el año 2000. En la Olimpiada Centroamericana y del Caribe, Venezuela ha obtenido dos medallas de oro, 4 de plata, 4 de bronce y la Copa El Salvador (como país de mayor progreso relativo) en el año 2004. En la Olimpiada Bolivariana del año 2004 Andrés Guzmán y Leonardo Urbina obtuvieron oro, en los niveles intermedio y superior, respectivamente. En la Olimpiada Internacional de Matemáticas Universitarias, Adolfo Rodríguez obtuvo oro en el 2005. Los estudiantes participantes en estas olimpíadas han realizado con gran éxito carreras universitarias en las áreas de matemática, computación, ingeniería y otras ciencias.

Ciencia de la Computación

La Ciencia de la Computación (CC) puede definirse como el estudio de la resolución de problemas con el computador. El diseño y construcción de computadoras concierne a la electrónica y a la ingeniería. Esto lo dejó en claro Edsger W. Dijkstra, uno de los miembros de mayor

[2] Universidad Pedagógica Experimental Libertador (UPEL).

influencia de la generación de fundadores de la CC, cuando dijo que *la ciencia de la computación no se ocupa de las computadoras más de lo que la astronomía se ocupa de los telescopios*". La CC se ocupa de cuestiones como las siguientes:

- ¿Cómo podemos usar el computador para resolver un problema concreto? (diseño de algoritmos, lenguajes de programación, estructuras de datos)
- ¿Porqué algunas soluciones son mejores que otras? (análisis de algoritmos, teoría de la complejidad)
- ¿Cómo podemos estar seguros de que una solución hallada con el computador es correcta? (verificación formal de programas)
- ¿Qué problemas pueden ser resueltos con el computador y cuáles no? (teoría de la computación)

Debería ser evidente entonces la importancia de la resolución de problemas para quienes deseen dedicarse a la CC.

El lenguaje de la Ciencia de la Computación es la matemática, aunque con un énfasis diferente al que tiene en los estudios tradicionales de ciencias e ingeniería. En efecto, la combinatoria, la teoría de grafos, la teoría de números, el álgebra y la lógica son más relevantes para la CC que el Cálculo y las Ecuaciones Diferenciales. Esto no significa que el computista pueda ignorar por completo la matemática del continuo, ya que topará con ella al tratar de resolver problemas de física, química o ingeniería. Pero la matemática discreta es la que está en el corazón mismo de la CC. Además el concepto de algoritmo, presente en la matemática desde la antigüedad, cobra en el caso de la CC una relevancia de primer orden.

Para hacer Ciencia de la Computación se requieren conocimientos matemáticos y habilidad para resolver problemas. Recíprocamente los conocimientos de computación hacen posible la solución de muchos problemas matemáticos, científicos y técnicos que de otro modo serían inaccesibles.

Maratones de programación

Los maratones de programación son una actividad que proporciona a los estudiantes universitarios la oportunidad de trabajar en equipo para resolver problemas algorítmicos a través del desarrollo de programas. Son el equivalente, en el campo de la computación, de las olimpiadas matemáticas universitarias. La *Association for Computing Machinery* (ACM) es una organización científica y educativa de nivel internacional dedicada al desarrollo de la ciencia de la computación y de las tecnologías de la información. El *ACM International Collegiate Programming Contest* (ACM-ICPC) es una actividad organizada y auspiciada por la ACM desde 1977. El *Maratón Suramericano de Programación* es el evento que se realiza en Suramérica en el marco del ACM-ICPC.

En Venezuela, los maratones de programación se iniciaron en la Escuela de Computación de la UCV en 1996. En 1997 la UCV envió por primera vez un equipo a la Eliminatoria Regional Sur Americana de Programación en Campinas, Brasil. Con la experiencia ganada se realizó en 1998 el primer Maratón Nacional de Programación, el cual contó con la participación de ocho universidades (ULA, UC, UCAB, UNE, UCV, LUZ, USB, y UCLA). A partir de ese año, con la participación en la eliminatoria regional Suramericana, Venezuela ingresó al circuito mundial de maratones de programación. Desde entonces otras universidades venezolanas, públicas y privadas, se han incorporado a esta interesante actividad.

Lamentablemente en Venezuela todavía no hay, como en otros países, concursos nacionales de computación para estudiantes de enseñanza media. Esos concursos, además de generar entusiasmo entre estudiantes y profesores, servirían para descubrir vocaciones tempranas y para proyectar una imagen más precisa de esta disciplina, que muchos de nuestros bachilleres escogen como carrera universitaria sin saber realmente de qué se trata.

Conclusiones

La resolución de problemas debe ser el punto focal de la enseñanza de la ciencia, desde la escuela primaria hasta la universidad. Esto es crítico en los casos de la matemática y la ciencia de la computación. Una forma efectiva de estimular el entusiasmo por la resolución de problemas la constituyen los concursos, tipo olimpiadas matemáticas y maratón de programación. Lo ideal es que estos concursos se realicen desde los primeros niveles educativos, ya que así los alumnos adquieren desde temprana edad el gusto por la resolución de problemas y una metodología adecuada para enfrentarlos, que les resultará útil a lo largo de toda su carrera académica y profesional.

En el caso de la matemática, en Venezuela ya se ha avanzado bastante, aunque falta un largo camino por recorrer que pasa por la incorporación de un porcentaje cada vez mayor de alumnos de enseñanza primaria y media a estas actividades. En el caso de la computación la experiencia venezolana prácticamente se reduce al nivel universitario. Lo ideal sería promover actividades similares dirigidas a los estudiantes de enseñanza media, aprovechando la experiencia acumulada en países con condiciones similares a las nuestras, como es el caso de Colombia, Brasil, México y Argentina. Esta tarea podría ser iniciada, con carácter experimental, por una universidad como LUZ, a través de su Departamento de Computación.

Bibliografía

Delone, B. (s.f.). *Las olimpíadas matemáticas*. Recuperado el 16 de agosto de 2005, de http://sepiensa.org.mx/contenidos/d_olimat/olimpia.htm

Halmos, P. (1980). *The Heart of Mathematics*. American Mathematical Monthly, 87(7), 519-524.

Hersh, R., John-Steiner, V. (1993). *A Visit to Hungarian Mathematics.* The Mathematical Intelligencer 15(2), 13-26.

National Council of Teachers of Mathematics (2000). *Principles and Standards for School Mathematics.* Reston.

Pólya, G. (1945). *How to solve it; a new aspect of mathematical method*. Princeton University Press, Princeton. Hay traducción: *Cómo plantear y resolver problemas* (1965). Trillas, México.

Schoenfeld, A. (1985). *Mathematical Problem Solving*. Academic Press, Orlando.

Schoenfeld, A. (1992). *Learning to think mathematically: problem solving, metacognition, and sense making in mathematics*. En D. A. Grouws (Ed.), *NCTM Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning* (pp. 334-370). Macmillan, New York.