



Scientia Et Technica

ISSN: 0122-1701

scientia@utp.edu.co

Universidad Tecnológica de Pereira

Colombia

Amador Soto, Humberto Enrique; Hincapié Isaza, Ricardo Alberto; Gallego Rendón,  
Ramón Alfonso

Ubicación óptima de condensadores en sistemas de distribución considerando  
incertidumbre en la demanda

Scientia Et Technica, vol. 20, núm. 4, diciembre, 2015, pp. 306-314

Universidad Tecnológica de Pereira

Pereira, Colombia

Disponible en: <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=84946834001>

- Cómo citar el artículo
- Número completo
- Más información del artículo
- Página de la revista en redalyc.org

redalyc.org

Sistema de Información Científica

Red de Revistas Científicas de América Latina, el Caribe, España y Portugal

Proyecto académico sin fines de lucro, desarrollado bajo la iniciativa de acceso abierto

# Ubicación óptima de condensadores en sistemas de distribución considerando incertidumbre en la demanda

Optimal capacitor placement in distribution systems considering demand's uncertainty

Humberto Enrique Amador Soto<sup>1</sup>, Ricardo Alberto Hincapié Isaza<sup>2</sup>, Ramón Alfonso Gallego Rendón<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Facultad de Ciencias e Ingeniería, Universidad de Boyacá, Tunja, Colombia

<sup>2</sup>Ingeniería Eléctrica, Grupo de Investigación: Grupo de Planeamiento de Sistemas Eléctricos, Universidad Tecnológica de Pereira, Pereira, Colombia

heamador@uniboyaca.edu.co

ricardohincapie@utp.edu.co

ragr@utp.edu.co

**Resumen**—En este artículo se presenta una metodología para ubicación óptima de condensadores en sistemas de distribución de media tensión, considerando incertidumbre en la demanda. La incertidumbre en la demanda es simulada usando un flujo de carga probabilístico, el cual fue implementado con base en el método de la cadena, usado para resolver el problema operativo en el método de Montecarlo. Como método de optimización se usa una versión modificada del algoritmo genético, denominado Chu Beasley. Con el fin de potenciar el método de optimización se usan factores de sensibilidad que establecen una relación entre la potencia reactiva y las pérdidas del sistema. Para verificar la validez de la metodología, se usa un sistema de prueba de la literatura, con lo cual se concluye que el flujo de carga estocástico determina un valor medio de la demanda, obteniendo resultados similares a los obtenidos con las versiones que usan flujos de carga determinísticos.

**Palabras clave**—flujo de carga probabilístico, método de la cadena, simulación de Montecarlo, sistemas de distribución, ubicación de condensadores.

**Abstract**—This paper presents a methodology for optimal location of capacitors in medium voltage distribution systems, considering uncertainty in demand. This uncertainty is simulated using a probabilistic load flow, which was implemented based on the chain's method, used to solve the operational problem in the Montecarlo simulation. As a method of optimizing a modified version of genetic algorithm, called Chu Beasley, is used. In order to enhance the optimization method, sensitivity factors that establish a relationship between reactive power and system losses are used. To verify the validity of the methodology, a test system from the literature is used, which concluded that the stochastic load flow determines a mean value of demand, with similar results to those obtained with versions that use deterministic power flow.

**Key Word**— probabilistic power flow, chain's method, Montecarlo simulation, distribution systems, capacitor placement.

## I. INTRODUCCIÓN

El estudio de los sistemas de distribución es un tema de gran actualidad para el sector eléctrico debido al creciente interés de las empresas por mejorar la eficiencia en la operación de la red y su estado financiero. Este esfuerzo es motivado adicionalmente por las altas rentabilidades que son obtenidas cuando se cuenta con un sistema bien planificado y una operación adecuada.

Dentro de este contexto, la instalación de bancos de condensadores es una estrategia frecuentemente usada para disminuir el nivel de pérdidas, teniendo como beneficio adicional la reducción de costos de operación por el consumo de potencia reactiva [1]. El costo en inversión, instalación y mantenimiento de los bancos de condensadores en el nivel tensión II es relativamente bajo y es transmitido al consumidor final [2]. Su efecto principal es ofrecer un soporte de potencia reactiva, que al ser instalado cerca de la carga, mitiga las caídas en los perfiles de tensión en los tramos de los alimentadores. Como consecuencia de esta estrategia, se tiene el mejoramiento de la cargabilidad de los elementos del sistema y la reducción de pérdidas técnicas de potencia activa. Para solucionar este problema, en la literatura especializada se han empleado diversos modelos matemáticos y diferentes técnicas de solución [3-12].

En los estudios de ubicación de condensadores generalmente se emplean diversos flujos de carga para determinar las condiciones operativas del sistema. Los flujos de carga considerados se pueden agrupar en dos tipos: tradicionales (Gauss-Seidel, Newton Raphson y sus variantes, etc.) y de barrido (barrido iterativo, Renato Céspedes, Método de la Cadena, etc). Sin embargo estos flujos de carga han considerado convencionalmente condiciones determinísticas sin llevar en cuenta la aleatoriedad de las variables del sistema, las cuales generalmente son estudiadas usando un

flujo de carga determinístico, y requiriendo de un gran número de escenarios para su análisis.

De acuerdo a lo anterior, bajo condiciones de incertidumbre es aconsejable el uso de un flujo de carga estocástico (probabilístico) el cual analice la incertidumbre de las variables del sistema eléctrico (demanda y generación), indicando la media, los rangos de variación de dichas variables y la probabilidad de que estas se mantengan en un punto de operación adecuado. Los flujos de carga probabilísticos pueden ser agrupados en cuatro grupos: métodos analíticos, procedimientos heurísticos, simulación de Montecarlo y técnicas aproximadas [13]. Dentro de este último grupo se encuentran la estimación por puntos usando dos y tres puntos. Su en 2005 fue el primero en estudiar el problema probabilístico del flujo de potencia aplicando el método de estimación por puntos [14]. Posteriormente Morales y Pérez-Ruiz mostraron el ineficiente desempeño exhibido por este método si el número de variables aleatorias de entrada era grande, y sugirieron el uso de un esquema alternativo 2m+1 para superar esta limitación [15]. En [16] Peñuela *et al.* analizan el efecto de la generación distribuida en redes de distribución poco enmalladas empleando el método de estimación de dos puntos.

Con el fin de solucionar el problema de la ubicación óptima de condensadores en sistemas de distribución, en este artículo se presenta una metodología que emplea como técnica de solución un algoritmo genético de Chu-Beasley (AGCB). Adicionalmente, con el objetivo de involucrar la incertidumbre presente en el valor estimado para la demanda, se emplea un flujo de carga probabilístico. Para verificar la validez de la metodología se emplea un sistema de prueba de la literatura especializada.

Este artículo está presentado de la siguiente forma. En la sección II se define el problema tratado. En la sección III se ilustra el algoritmo del método de la cadena, la simulación de Montecarlo y la técnica de solución. En sección IV se presenta la aplicación de la metodología propuesta y los resultados obtenidos. Finalmente se presentan las conclusiones y recomendaciones derivadas de este artículo y la bibliografía respectiva.

## II. DEFINICIÓN DEL PROBLEMA

La ubicación óptima de los bancos de condensadores en los alimentadores de la red de distribución se puede resumir como un problema de optimización que busca determinar el lugar, tipo y tamaño de los condensadores a ser instalados en los nodos del sistema de distribución con el fin de minimizar los costos de instalación y operación del sistema eléctrico. A continuación se describe el modelo matemático que describe las componentes del problema.

### A. Costos de pérdidas de energía

Las pérdidas de energía del sistema dependen directamente de las fluctuaciones de la demanda a lo largo del período de estudio, la cual en esencia posee un comportamiento continuo. Para efectos de un estudio de planeamiento, las variaciones se pueden aproximar a niveles de carga discretos durante los cuales la demanda es constante [17]. Durante cada intervalo de tiempo ( $T_i$ ), la demanda se puede representar como el porcentaje de variación ( $k_i$ ) medido con respecto a la potencia nominal del nodo ( $P_o$ ).

$$P_i = k_i \times P_o \quad (1)$$

Para cada nivel de carga  $i$  ( $i=1,2,3 \dots nt$ ) se obtiene un valor de pérdidas de potencia activa  $P_{Li}$ , producto de la disipación de calor en los conductores de los alimentadores durante el intervalo de tiempo  $T_i$ . Un flujo de carga permite encontrar las variables de estado del sistema ( $V, \delta$ ) y a partir de allí determinar la potencia disipada en los alimentadores. Luego, si se consideran todos los niveles de carga ( $nt$ ) presentes durante el período de estudio, las pérdidas globales de energía ( $E_{Total}$ ) se encuentran a partir de la ecuación (2), donde  $k_e$  es el costo de la energía (kWh).

$$E_{Total} = k_e \times \sum_{i=1}^{nt} T_i \times P_{Li}(V, \delta) \quad (2)$$

Por otro lado, es común asignar a las pérdidas de potencia en la hora pico un valor que penaliza económicamente el hecho de generar un kW adicional, por lo que esto puede ser descrito matemáticamente por medio de la siguiente ecuación, donde  $K_o$  tiene unidades de \$/kW.

$$C_{po} = K_o \times P_o \quad (3)$$

Las ecuaciones (2) y (3) pueden ser agrupadas dentro de una misma función objetivo, ya que representan el costo de las pérdidas técnicas del sistema, son expresadas en términos monetarios y el proceso de optimización las afecta con el mismo gradiente de búsqueda. La ecuación (4) expresa por tanto el costo global de las pérdidas de energía activa y potencia en el sistema ( $F_1$ ).

$$F_1 = k_e \times \sum_{i=1}^{nt} T_i \times P_i(V, \delta) + K_o \times P_o \quad (4)$$

### B. Costo asociado a los equipos instalados

El costo global de los equipos considerados dentro del proyecto ( $F_2$ ) es:

$$F_2 = \sum_{k=1}^{nc} f(u_k^o) \quad (5)$$

Donde  $f(u_k^o)$  representa el costo asociado a la instalación en la barra  $k$  del banco de condensadores de tamaño  $u_k^o$  y  $nc$  es el

número de barras en las que se instalan bancos de condensadores.

### C. Restricciones operativas

La potencia que puede circular por cualquier elemento del sistema se encuentra limitada por un valor nominal especificado que garantiza la vida útil del equipo. La siguiente restricción indica que la potencia aparente  $S_{reg}^i_k$  fluyendo por el elemento k, debe ser menor o igual al valor nominal ( $S_{nom_k}$ ) durante todos los niveles de carga i ( $i=1,2,3,...nt$ ).

$$S_{reg}^i_k \leq S_{nom_k} \quad (6)$$

### D. Restricción de regulación de tensión

Se debe garantizar que la magnitud de la tensión en la barra k no viole el límite mínimo permitido:

$$V_{min_k} \leq V_k \quad (7)$$

Donde  $k=1,2,...,n$ , siendo n el número de nodos del sistema y  $V_{min_k}$  el nivel de tensión mínimo permitido.

### 2.5. Restricciones de balance nodal

Son planteadas considerando las dos leyes de Kirchhoff. Las restricciones de flujo de potencia se pueden expresar en forma compacta para cada nivel de carga como:

$$G^i(x^i, u^i) = 0 \quad i=1,2,3,...nt \quad (8)$$

Con  $i = 1,2,...,nt$ , donde nt es el número de niveles discretos de la curva de carga. De esta manera se expresan las ecuaciones de flujo de potencia para el nivel de carga i, donde  $x^i$  es el vector que contiene las variables de estado (valor de la tensión en todos los nodos del sistema, en magnitud  $V_k$  y ángulo  $\delta_k$ ), y  $u^i$  es el vector que contiene las variable de control (reactivos inyectados por los bancos de condensadores).

### 2.6. Restricciones de tipo económico

Adicionalmente es posible limitar la inversión total del proyecto ( $InvMax$ ), por medio de la ecuación (9).

$$F_T \leq InvMax \quad (9)$$

### 2.7. Formulación del modelo matemático completo

El problema consiste en determinar en forma óptima la ubicación, tipo y tamaño de un conjunto de condensadores, con el fin de disminuir las pérdidas de energía activa y mejorar los perfiles de tensión en un sistema de distribución radial que contempla diferentes condiciones de carga y restricciones de tipo técnico y económico. El modelo

completo se presenta a continuación, donde  $F_T$  es el costo total del proyecto.

$$\begin{aligned} \text{Min } F_T &= F_1 + F_2 \\ \text{s.a } G^i(x^i, u^i) &= 0 \\ V_{min_k} &\leq V_k \leq V_{max_k} \\ S_{reg}^i_k &\leq S_{nom_k} \\ F_T &\leq InvMax \end{aligned} \quad (10)$$

## III. METODOLOGÍA PROPUESTA

En esta sección se describe en forma detallada la metodología propuesta.

### A. Flujo de carga - Método de la Cadena

Para obtener las condiciones operativas del sistema de distribución, se emplea el método de la cadena [5]. La ventaja de emplear este algoritmo es que se reducen los tiempos de ejecución en problemas como en el de ubicación de condensadores, ya que la topología se mantiene inalterada, con lo que la matriz jacobiana que se conforma al inicio del proceso es usada en todas las iteraciones de todos los flujos de carga que se realizan durante el proceso.

Para ilustrar este algoritmo se emplea el sistema de distribución de la figura 1.

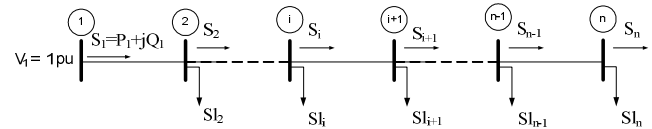


Figura 1. Sistema de distribución con n nodos

En el sistema de distribución de la figura anterior, la potencia y el voltaje en el nodo 2 pueden ser calculados por medio de las siguientes ecuaciones:

$$S_2 = S_1 - S_{LOSS1} - SL_2 = S_1 - Z_{1-2} \left( |S_1|^2 / V_1^2 \right) - SL_2 \quad (11)$$

$$V_2 \angle \theta_2 = V_1 - Z_{1-2} I_1 = V_1 - Z_{1-2} \left( S_1^* / V_1 \right) \quad (12)$$

Expresándolas en su forma rectangular y aplicando recursividad para todos los nodos, se obtienen las siguientes expresiones:

$$P_{i+1} = P_i - \left[ R_{i+1} \left( P_i^2 + Q_i^2 \right) / V_i^2 \right] - PL_{i+1} \quad (13)$$

$$Q_{i+1} = Q_i - \left[ X_{i+1} \left( P_i^2 + Q_i^2 \right) / V_i^2 \right] - QL_{i+1} \quad (14)$$

$$V_{i+1}^2 = V_i^2 - \frac{2(R_{i,i+1}P_i + X_{i,i+1}Q_i) + (R_{i+1}^2 + X_{i+1}^2)(P_{i+1}^2 + Q_{i+1}^2)}{V_i^2} \quad (15)$$

Donde  $R_{i,i+1}$ ,  $X_{i,i+1}$ ,  $P_{L,i+1}$  y  $Q_{L,i+1}$  son la resistencia, reactancia y potencias activa y reactiva entre los nodos  $i$  e  $i+1$ , respectivamente.

Con las ecuaciones (13) a (15) se determinan los flujos de potencia activa y reactiva en el nodo de envío de las líneas del sistema y los voltajes en los nodos, sin necesidad de utilizar los ángulos de fase. También se pueden expresar estas ecuaciones como sigue:

$$x_{i+1} = f_{i+1}(x_i) \quad (16)$$

Donde  $X_i = [P_i, Q_i, V_i^2]^T$  representa las variables de estado en el nodo  $i$ . De acuerdo a esto, en el nodo 1 (slack) se cumple que:

$$X_1(1,3)^T = V_1^2 = V_{\text{especificado}} \quad (17)$$

En el nodo terminal se cumple que:

$$P_n = X_n(1,1)^T = 0 \quad (18)$$

$$Q_n = X_n(1,2)^T = 0 \quad (19)$$

Las ecuaciones (13) a (15) junto con estas condiciones, representan el sistema de ecuaciones del flujo que se debe resolver y se expresan de la siguiente forma:

$$G(x) = 0 \quad (20)$$

Donde  $x = [x_1^T \dots x_n^T]^T$  son las variables de estado. De acuerdo a esto, para un perfil de carga dado se resuelven las ecuaciones del flujo para determinar el punto de operación del sistema. Sin embargo en lugar de resolver la ecuación (20) se puede reducir su número si se considera que solo es necesario conocer las variables al inicio del ramal  $x_1 = [P_1, Q_1, V_1^2]^T$ , ya que el resto de variables pueden ser calculadas utilizando las ecuaciones (13) a (15). En realidad solo se debe resolver para  $x_1 = [P_1, Q_1]^T$  puesto que el valor de  $V_1^2$  es conocido. Así las ecuaciones de flujo se reducen a la forma:

$$H(x_1) = 0 \quad (21)$$

Esta ecuación se resuelve usando la siguiente metodología, la cual involucra tres pasos que son ejecutados iterativamente hasta lograr un criterio de convergencia. Para un valor estimado de  $x_1$  en la iteración  $j$  se tiene:

- Cálculo de los errores  $H(x^j)$ .
- Construcción de la matriz Jacobiana del sistema de la siguiente manera:

$$J(x^j) = \left. \frac{\partial H}{\partial x} \right|_{x=x^j} \quad (22)$$

- Solución del sistema de ecuaciones para actualizar las variables de estado, el cual consiste en:

$$J(x^j)\Delta x^j = -H(x^j) \quad (23)$$

Los pasos se repiten hasta lograr que los errores  $H(x^j)$  sean próximos a cero. La matriz Jacobiana del ramal se obtiene aplicando la regla de la cadena sobre las matrices Jacobianas propias de las líneas en el ramal, las cuales tienen la siguiente forma:

$$J_{i,i+1} = \left[ \frac{\partial x_{i+1}}{\partial x_i} \right] = \begin{bmatrix} \frac{\partial P_{i+1}}{\partial P_i} & \frac{\partial P_{i+1}}{\partial Q_i} \\ \frac{\partial Q_{i+1}}{\partial P_i} & \frac{\partial Q_{i+1}}{\partial Q_i} \end{bmatrix} \quad (24)$$

Usando la ecuación (24) en conjunto con las ecuaciones (13) y (14) se obtiene la expresión para calcular las matrices jacobianas correspondientes a cada línea:

$$J_{i,i+1} = \begin{bmatrix} 1 - 2R_{i,i+1} \frac{P_i}{V_i^2} & -2R_{i,i+1} \frac{Q_i}{V_i^2} \\ -2X_{i,i+1} \frac{P_i}{V_i^2} & 1 - 2X_{i,i+1} \frac{Q_i}{V_i^2} \end{bmatrix} \quad (25)$$

Ahora se usa la regla de la cadena para obtener la matriz Jacobiana del ramal como sigue:

$$J = J_{1,2} \times J_{2,3} \times \dots \times J_{n-1,n} \quad (26)$$

A la metodología propuesta se le realizan algunos cambios de tal manera que se obtenga una mejora de la eficiencia computacional del algoritmo. De acuerdo a esto, al resolver la ecuación (21) se hace una estimación de  $x_1 = [P_1, Q_1]^T$  en cada uno de los ramales del sistema, esto es, se estiman los valores de las potencias activas y reactivas de los nodos que alimentan cada ramal. Esto es de importancia ya que la estimación de un buen punto inicial mejora la convergencia del algoritmo.

La estimación del punto inicial se realiza haciendo un barrido desde los nodos terminales hacia la fuente calculando la carga servida por cada nodo. Posteriormente se aplican las ecuaciones (13) a (15) para actualizar las variables de estado y obtener los errores en los nodos terminales de cada rama del sistema. Es de notar que con este punto inicial se calcula la matriz jacobiana de cada rama, dando una buena dirección de búsqueda para encontrar la solución de manera más rápida.

Por otro lado en cada iteración del flujo de carga se realizan los pasos descritos previamente para cada una de las ramas del sistema, iniciando por aquellos ramales inferiores hasta llegar al principal; este orden es debido a que los flujos de potencia en los ramales inferiores afectan el valor de los flujos en los ramales superiores (aguas arriba).

En la figura 2 se presenta el algoritmo del método de la cadena.

### B. Simulación de Montecarlo

La simulación de Montecarlo es un método no determinístico usado para aproximar expresiones matemáticas complejas y costosas de evaluar con exactitud [18].

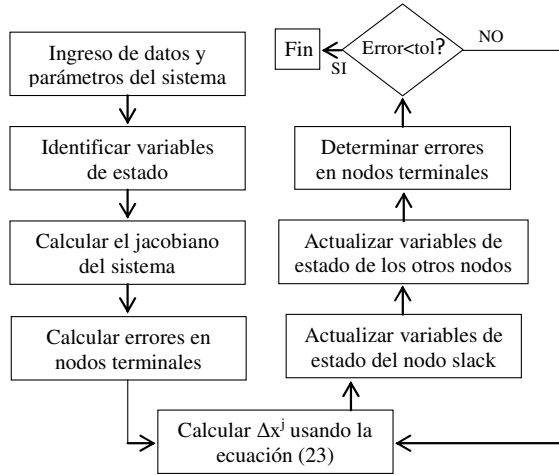


Figura 2. Algoritmo del método de la cadena

Por definición una simulación de Monte Carlo es el experimento de generar números aleatorios de una distribución de probabilidad, para evaluar en forma numérica un modelo matemático que permite estimar el comportamiento de un sistema que involucra variables estocásticas; evidentemente entre mayor sea la cantidad de iteraciones o realizaciones mayor será la estabilidad de la simulación, es decir, el conjunto de observaciones de la salida bajo estudio se estabilizará sobre una misma distribución. El procedimiento de simulación realizado en este trabajo es el siguiente:

- Generar una muestra de variables de entrada aleatorias; en este artículo las variables de entrada son las demandas de potencia activa y reactiva en los nodos del sistema.
- Resolver el flujo de carga para el sistema (método de la regla de la cadena).
- Almacenar las variables de salida de la iteración; en este caso, las variables de estado del sistema (voltajes nodales).
- Se repiten los pasos de i a iii hasta cumplir con el criterio de convergencia; en este caso el criterio se logra al alcanzar un número específico de iteraciones.
- Una vez terminada la simulación, se pueden calcular las estadísticas descriptivas de la muestra de datos (valor promedio y desviación), o ajustar a una distribución de probabilidad.

### C. Indicador de sensibilidad para ubicar condensadores

#### 1. Indicador de sensibilidad determinístico

Este factor permite identificar que nodos son los mejores candidatos para la instalación de bancos de capacitores con la finalidad de reducir la cantidad de variables de decisión en la etapa de optimización y así reducir el espacio de búsqueda del problema.

La idea es encontrar aquellos nodos que reduzcan en mayor medida las pérdidas al instalar en ellos un banco de capacitores y esto se logra estableciendo la relación de cambio entre las pérdidas de potencia activa del sistema y las inyecciones de potencia reactiva en los nodos, es decir:

$$\frac{\partial L_p}{\partial Q_i} \quad (27)$$

Donde  $L_p$  representa las pérdidas de potencia activa en el sistema y se define con la siguiente ecuación que fue desarrollada en [19].

$$L_p = \sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^n [\alpha_{jk}(P_j P_k + Q_j Q_k) + \beta_{jk}(Q_j P_k - P_j Q_k)] \quad (28)$$

Donde  $n$  es la cantidad de nodos del sistema, y  $P_j$  y  $Q_j$  son las inyecciones de potencia activa y reactiva en el nodo  $j$ , respectivamente. Los parámetros  $\alpha_{jk}$  y  $\beta_{jk}$  se definen como:

$$\begin{aligned} \alpha_{jk} &= \frac{r_{jk}}{V_j V_k} \cos(\delta_j - \delta_k) \\ \beta_{jk} &= \frac{r_{jk}}{V_j V_k} \sin(\delta_j - \delta_k) \end{aligned} \quad (29)$$

Donde  $r_{jk}$  es el elemento  $(j,k)$  de la matriz  $R_{bus}$  (parte real de la matriz  $Z_{bus}$  del sistema), y  $V_j$  y  $\delta_j$  son la magnitud y ángulo de fase del voltaje en el nodo  $i$ , respectivamente. Ahora si se aplica la derivada de la ecuación (28) se obtiene la siguiente expresión:

$$\begin{aligned} \frac{\partial L_p}{\partial Q_i} &= 2\alpha_{ii}Q_i + \sum_{k=1, k \neq i}^n (\alpha_{ik}Q_k + \beta_{ik}P_k) + \sum_{j=1, j \neq i}^n (\alpha_{ji}Q_j - \beta_{ji}P_j) + \\ &+ \sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^n [(P_j P_k + Q_j Q_k) \frac{\partial \alpha_{jk}}{\partial Q_i} + (Q_j P_k - P_j Q_k) \frac{\partial \beta_{jk}}{\partial Q_i}] \end{aligned} \quad (30)$$

Esta ecuación después de ser simplificada se obtiene:

$$\frac{\partial L_p}{\partial Q_i} = 2\alpha_{ii}Q_i + 2 \sum_{k=1, k \neq i}^n (\alpha_{ik}Q_k + \beta_{ik}P_k) \quad (31)$$

La expresión de la ecuación (31) es el indicador de sensibilidad que proporciona la razón de cambio de las pérdidas activas del sistema debido a la inyección de reactivos en el nodo  $i$ . Con base en lo anterior, se determinan los nodos candidatos para instalación de condensadores y para esto se sigue el siguiente procedimiento:

- i. Resolver el flujo de carga sin capacitores.
- ii. Calcular los índices usando la ecuación (31).
- iii. Ordenar los factores de mayor a menor y seleccionar el primero para instalar un banco de capacitores.
- iv. Resolver el flujo de carga para el sistema con el banco de capacitores seleccionado.
- v. Repetir los pasos ii, iii y iv hasta alcanzar el límite máximo en capacidad instalada.
- vi. Seleccionar los nodos candidatos.

## 2. Indicador de sensibilidad probabilístico

El proceso de determinación de los nodos candidatos para adición de bancos de capacitores puede incluirse en el análisis probabilístico. En este caso se toman en cuenta los cambios en las demandas del sistema. Este proceso se lleva a cabo realizando los siguientes pasos dentro de cada iteración de la Simulación de Montecarlo:

- i. Generar una muestra de variables de entrada aleatorias  $p$  de la forma descrita en la sección 3.2.
- ii. Definir los nodos para adición de condensadores utilizando el índice de sensibilidad de (31) y siguiendo los pasos de la sección 3.3.1.
- iii. Almacenar la lista de nodos candidatos.
- iv. Se repiten los pasos i al iii hasta lograr convergencia en la simulación.

Finalizando el proceso de simulación se realiza un análisis estadístico a la información obtenida para determinar los nodos candidatos con mayor probabilidad de ser seleccionados y por lo tanto, los mejores candidatos considerando la variación de las demandas.

## D. Algoritmo genético de Chu-Beasley

El algoritmo genético de Chu-Beasley (AGCB) es una variante del algoritmo genético básico desarrollado para evaluar problemas de gran tamaño y complejidad de forma más eficiente. Sus principales características son [20, 21]:

- Garantiza la diversidad en la población durante el proceso.
- Maneja la infactibilidad para realizar el proceso de reemplazo de individuos entre generaciones.
- Solo se reemplaza un individuo de la población en cada ciclo generacional.
- Debe aplicarse un criterio de diversidad entre miembros de la población para evitar la convergencia prematura de óptimos locales.

- También existe un criterio de aspiración, el cual permite el ingreso de un individuo que no cumple el criterio de diversidad a la población, siempre que este mejore la incumbente.
- Después de las etapas de selección, recombinación y mutación se realiza una etapa de mejora local.

En este artículo se utiliza el AGCB para resolver el problema de ubicación óptima de capacitores encontrando soluciones de muy buena calidad. La codificación utilizada se presenta en la figura 3 para un sistema de 18 nodos. Las variables de decisión corresponden a los nodos candidatos encontrados en la etapa constructiva, donde en cada elemento del arreglo se indica la cantidad de bancos de capacitores a instalar en cada nodo candidato. En este caso se propone la instalación de condensadores en los nodos 7, 16 y 17 con un tamaño de 1, 2 y 1, respectivamente. En los demás nodos no se proponen condensadores.

Nodo →	6	7	10	16	17	18
Condensadores →	0	1	0	2	1	0

Figura. 3. Codificación del problema

## 1. Población Inicial

Para construir la población inicial se utilizan los factores de sensibilidad descritos en la sección 3.3.1. Luego se eliminan los elementos de la población que no cumplen con criterios de diversidad. Adicionalmente se establece aleatoriedad en la población, por lo que una parte de sus individuos debe ser generada de forma aleatoria controlada.

## 2. Criterios del AGCB

- *Selección.* Se utiliza el método de selección por torneo en el cual se realizan dos torneos, cada uno entre dos individuos. Los ganadores serán aquellos con mejor función objetivo y se convertirán en los padres 1 y 2, los cuales pasarán a la etapa de recombinación.
- *Recombinación.* El proceso de recombinación se realiza en un punto, obteniendo dos descendientes que comparten material genético de ambos padres; uno de estos descendientes es eliminado aleatoriamente y el otro pasa a la etapa de mutación.
- *Mutación.* En este proceso se elige uno de los nodos o elementos del descendiente y se cambia su valor entre los valores posibles permitidos.
- *Mejora local.* Esta etapa se realiza para mejorar la función objetivo o disminuir la infactibilidad del descendiente después de la etapa de mutación; para lograrlo el algoritmo usa el indicador de sensibilidad de la etapa constructiva para adicionar un banco de capacitores en un nodo candidato o bien retirar un banco de capacitores en nodos donde la máxima capacidad instalada ha sido sobrepasada.

### 3. Modificación de la población

En el AGCB se reemplaza un individuo de la población por el descendiente con base en los criterios descritos a continuación.

- *Si el descendiente es infactible y la población tiene individuos infactibles:* el descendiente sustituye al individuo más infactible de la población si este es más infactible que el descendiente y no se viola el criterio de diversidad.
- *Si el descendiente es infactible y la población es constituida por individuos factibles:* se elimina el descendiente.
- *Si el descendiente es factible y la población tiene individuos infactibles:* el descendiente sustituye al individuo más infactible si no viola el criterio de diversidad. Si no cumple la diversidad puede ingresar a la población por aspiración.
- *Si el descendiente es factible y la población es constituida por individuos factibles:* el descendiente sustituye al individuo con peor función objetivo si este tiene peor función objetivo que el descendiente y si se cumple el criterio de diversidad. También puede ingresar por aspiración.

El AGCB termina si se ha completado la cantidad máxima de iteraciones especificada o no existe mejora de la solución incumbente.

## IV. APLICACIÓN Y RESULTADOS

Para verificar la validez de la metodología propuesta se emplean dos casos de prueba. El primero (caso 1) considera el flujo de carga determinístico y el indicador de sensibilidad. En el segundo caso (caso 2) se aplica la metodología propuesta en este artículo (índice de sensibilidad y flujo de carga probabilístico).

Con el fin de verificar los dos casos, se utiliza un sistema de distribución IEEE de 69 nodos [7] (ver figura 4). Se empleó una función de distribución normal para modelar las cargas y un número de 10000 iteraciones para la simulación de Montecarlo. La implementación y aplicación de la metodología se desarrolló en Matlab [22] y fueron ejecutados en un computador PC con procesador Intel Pentium 4 de 3 GHz y 1 GB de RAM.

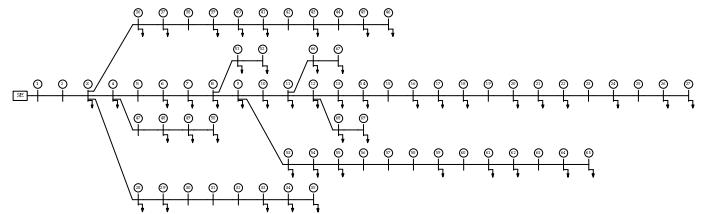


Figura 4. Sistema de prueba IEEE-69 nodos

La curva de duración de carga consta de tres niveles  $S_0$  (igual a  $S_{nom}$ ),  $S_1$  (igual  $0.8 \times S_{nom}$ ) y  $S_2$  (igual  $0.5 \times S_{nom}$ ) como se muestra en la figura 5, cuya duración es 1000 horas, 6760 horas y 1000 horas, respectivamente.

Se emplea un horizonte de 10 años de estudio y una tasa de crecimiento anual de carga de 9.55%; adicionalmente se consideran capacitores fijos.

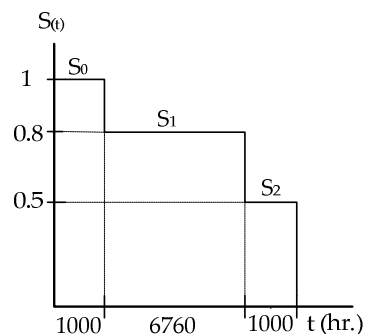


Figura 5. Curva de duración de carga utilizada

Los costos  $k_e^0$ ,  $k_e^1$  y  $k_e^2$ , los cuales están dados en [\$/kWh], son 0.082, 0.049 y 0.019, respectivamente. El valor de cada banco de condensadores es \$260.67. El tamaño de un banco de condensadores es 50 kVAR, el máximo número de bancos en un nodo y en el sistema es 24 y 48, respectivamente. Todos los costos considerados están dados en unidades monetarias (UM\$).

Inicialmente se evalúa el modelo matemático descrito en la ecuación (10), en el cual la función objetivo tiene un costo de UM\$1'081,715 [7] (costos operativos del sistema). Este valor es importante conocerlo pues es el valor de referencia que permite verificar la reducción en costos de los dos casos evaluados.

Luego se calcula el índice de sensibilidad para los valores nominales de las demandas en los nodos. Después se aplica la metodología descrita hasta identificar los nodos candidatos para adición de banco de condensadores, los cuales se presentan en la tabla 1, empezando con el nodo con mejor índice.

Orden	Nodo	Orden	Nodo	Orden	Nodo	Orden	Nodo
1	50	10	73	19	19	28	5
2	53	11	40	20	47	29	20



3	49	12	9	21	17	30	13
4	38	13	6	22	15	31	44
5	54	14	46	23	18	32	42
6	37	15	10	24	11	33	12
7	26	16	34	25	14	34	7
8	36	17	16	26	43	35	8
9	58	18	48	27	51	---	---

Tabla 1. Nodos candidatos para instalación de bancos de capacitores

Posteriormente se construye la población inicial del algoritmo con base en el indicador de sensibilidad, para 20 individuos. La tasa de mutación utilizada durante el proceso es 0.05. El criterio de diversidad empleado considera que solamente existan entre dos individuos dos genes iguales.

En la tabla 2 se presenta un cuadro comparativo de las respuestas obtenidas para los dos casos de estudio, donde se aprecia que la reducción en la función objetivo con respecto al valor obtenido sin la adición de capacitores, es \$372.773. Se observa que la mejor respuesta encontrada es igual en todos los casos, lo que demuestra que la configuración de instalación de capacitores obtenida utilizando el indicador de sensibilidad determinístico es adecuada si se consideran la variación de las cargas en el sistema.

Caso	Función objetivo ( $F_T$ ) [Unidades monetarias]	$\Delta F_T$ (respecto al valor inicial)
1	\$708.942	\$372.773
2	\$708.942	\$372.773

Tabla 2. Resultados para el sistema de 69 nodos

En las soluciones de los dos casos se propone instalar los siguientes condensadores:

- Un condensador: en los nodos 8, 13, 16, 18, 20, 26, 36, 40, 44, 46, 47 y 58.
- Dos condensadores: en los nodos 10, 11 y 37.
- Cuatro condensadores: en el nodo 53.
- Cinco condensadores: en el nodo 38.
- Veinte condensadores: en el nodo 50.

De los resultados obtenidos se aprecia que cuando la carga se modela por medio de una función de distribución normal, es lo mismo emplear un flujo de carga determinístico que uno probabilístico, lo cual se ve reflejado en una disminución en el número de iteraciones del algoritmo implementado.

## V. CONCLUSIONES

- En este trabajo se utilizó el flujo de carga basado en la regla de la cadena como base en el desarrollo de un flujo de carga probabilístico, que a su vez se aplicó en la solución del problema de ubicación óptima de capacitores en redes de distribución.

- Cuando se requiere resolver muchos problemas de flujo de carga radial y la topología del sistema permanece fija, el flujo de carga basado en la regla de la cadena supera a los flujos de carga utilizados comúnmente como son los de barrido iterativo y versiones de Newton Raphson. La principal característica del método de la cadena es que conforma la matriz jacobiana en la primera iteración y la misma permanece constante para las otras iteraciones durante el proceso.
- Al resolver el problema de ubicación óptima de capacitores en un sistema de distribución el espacio solución es de gran tamaño, por lo que se utiliza un indicador de sensibilidad para identificar nodos candidatos que permitan encontrar la solución óptima en un espacio solución de menor tamaño.
- Los resultados del proceso utilizando el indicador de sensibilidad determinístico se comparan con los del indicador de sensibilidad probabilístico, observándose que en ambos casos se obtiene la misma solución óptima. Por lo tanto se concluye que la configuración óptima de capacitores determinada utilizando el flujo de carga estático es adecuada en un sistema considerando incertidumbre en la demanda.

## REFERENCIAS

- [1] T. Gonen, *Electric power distribution systems engineering*, New York: McGraw-Hill, 1986.
- [2] Resolución CREG 108 de 1997. [Online]. Available: [http://www.creg.gov.co/html/i\\_portals/index.php?p\\_or\\_igin=internal&p\\_name=content&p\\_id=MI-75&p\\_options](http://www.creg.gov.co/html/i_portals/index.php?p_or_igin=internal&p_name=content&p_id=MI-75&p_options)
- [3] M.E. Baran, F.F. Wu, "Optimal capacitor placement on radial distribution systems," *IEEE Transactions on Power Delivery*, Vol. 4, No. 1, pp. 725-734, 1989.
- [4] G. Boone, H.D. Chiang, "Optimal capacitor placement in distribution systems by genetic algorithm," *International Journal of Electrical Power and Energy Systems*, Vol. 15, No. 3, pp. 155-161, 1993.
- [5] H.N. Ng, M.M. Salama, A.Y. Chikhani, "Classification of capacitor allocation techniques," *IEEE Transactions on Power Delivery*, Vol. 15, No. 1, pp. 389-392, 2000.
- [6] G. Levitin, A. Kalyuzhny, A. Shenkman, M. Chertkov, "Optimal capacitor allocation in distribution systems using a genetic algorithm and a fast energy loss computation technique," *IEEE Transactions on Power Delivery*, Vol. 15, No. 2, pp. 623-628, 2000.
- [7] R.A. Gallego, A.J. Monticelli, R. Romero, "Optimal capacitor placement in radial distribution networks," *IEEE Transactions on Power Systems*, Vol. 16, No. 4, pp. 630-637, 2001.
- [8] I. Chaves, C. Sandoval, E. J. De Oliveira, J. De Souza, J.L. Rezende, P.A. Nepomuceno, "A heuristic constructive algorithm for capacitor placement on distribution system," *IEEE Transactions on Power*

- Systems*, Vol. 23, No. 4, pp. 1619-1626, 2008.
- [9] J.Y. Park, J.M. Sohn, J.K. Park, "Optimal capacitor allocation in a distribution system considering operation costs," *IEEE Transactions on Power Systems*, Vol. 24, No. 1, pp. 462-468, 2009.
  - [10] S. Haffner, L.A. Pereira, L.V. Gasperiny, L. Barreto, "Alocação de bancos de capacitores em redes de distribuição de energia visando eliminar violações de tensão," *SBA Controle & Automação*, Vol 20, No. 4, pp. 546-563, 2009.
  - [11] S. Segura, R. Romero, M. Rider, "Efficient heuristic algorithm used for optimal capacitor placement in distribution systems," *International Journal of Electrical Power and Energy Systems*, Vol. 32, No. 1, pp. 71-78, 2010.
  - [12] M. Ramalinga, KSV. Ramashandra, K. Ravindra, "Direct search algorithm for capacitive compensation in radial distribution systems," *International Journal of Electrical Power and Energy Systems*, Vol. 42, No. 1, pp. 24-30, 2012.
  - [13] H.E. Amador, "Análisis para ubicación de capacitores en sistemas de distribución poco enmallados utilizando un flujo de carga probabilístico," Tesis de Maestría, Programa de Maestría en Ingeniería Eléctrica, Universidad Tecnológica de Pereira, Pereira, 2013.
  - [14] C.L. Su, "Probabilistic load flow computation using point estimate method," *IEEE Transactions on Power Systems*, Vol. 20, No. 4, pp. 1843-1851, 2005.
  - [15] J.M. Morales, J.P. Ruiz, "Point estimated schemes to solve the probabilistic power flow," *IEEE Transactions on Power Systems*, Vol. 22, No. 4, pp. 1594-1601, 2007.
  - [16] C.A. Peñuela, M. Granada, J.R. Sánchez-Mantovani, "Probabilistic Analysis of the Distributed Power Generation in Weakly Meshed Distribution Systems," in *2010 IEEE IPES Transmission and Distribution Conference and Exposition: Latin America*, pp. 171-177.
  - [17] R.A. Gallego, A.H. Escobar, M. Granada, *Reducción de pérdidas por etapas en sistemas de distribución*, Pereira: Graficas Trujillo LTDA, Universidad Tecnológica de Pereira, 2006.
  - [18] C.J. Zapata, *Análisis Probabilístico y Simulación*, Pereira: Universidad Tecnológica de Pereira, 2010.
  - [19] O.I. Elgerd, *Electric Energy Systems Theory*, New York: McGraw Hill, 1970.
  - [20] P.C. Chu and J. E. Beasley, "A Genetic Algorithm for the generalized assignment problema," *Computers Operation Research*, Vol. 24, No. 1, pp 17-23, 1997.
  - [21] R.A. Gallego, A. Escobar, E. Toro, *Técnicas Metaheurísticas de Optimización*, Pereira: Textos Universitarios, Universidad Tecnológica de Pereira, 2008.
  - [22] [www.mathworks.com](http://www.mathworks.com)