



Scientia Et Technica

ISSN: 0122-1701

scientia@utp.edu.co

Universidad Tecnológica de Pereira  
Colombia

Rubio Ramirez, Cristian; Martheyn Lizarazo, Guillermo; Bermudez Santaella, José; Vera Duarte, Emilio

Modelo matemático de la transferencia de calor en el hogar de una caldera pirotubular

Scientia Et Technica, vol. 21, núm. 4, diciembre, 2016, pp. 302-306

Universidad Tecnológica de Pereira  
Pereira, Colombia

Disponible en: <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=84950881003>

- Cómo citar el artículo
- Número completo
- Más información del artículo
- Página de la revista en redalyc.org

redalyc.org

Sistema de Información Científica

Red de Revistas Científicas de América Latina, el Caribe, España y Portugal  
Proyecto académico sin fines de lucro, desarrollado bajo la iniciativa de acceso abierto

# Modelo matemático de la transferencia de calor en el hogar de una caldera pirotubular

Mathematical model of heat transfer in the main pipe a fire-tube boiler

Cristian Rubio Ramirez<sup>1</sup>, Guillermo Martheyn Lizarazo<sup>2</sup>, José Bermudez Santaella<sup>3</sup>, Emilio Vera Duarte<sup>4</sup>

<sup>1</sup> Ingeniería Mecánica, Universidad Francisco de Paula Santander, Cúcuta, Colombia

cristianricardorr@ufps.edu.co

<sup>2</sup> Ingeniería Mecánica, Universidad Francisco de Paula Santander, Cúcuta, Colombia

guillermoalfredomli@ufps.edu.co

<sup>3</sup> Ingeniero electromecánico, Ingeniería Electromecánica, Universidad Francisco de Paula Santander, Cúcuta, Colombia

josericardobs@ufps.edu.co

<sup>4</sup> Ingeniero mecánico, Ingeniería Mecánica, Universidad Francisco de Paula Santander, Cúcuta, Colombia

luisemiliovd@ufps.edu.co

**Resumen**— El tubo principal de una caldera denominado hogar, cumple la función de aprovechar la energía liberada por el combustible para efectos de evaporar el agua. Se varía el exceso de aire para observar los cambios en la cantidad de transferencia de calor. Para el estudio se utiliza el software EES.

**Palabras claves**— EES, caldera pirotubular, transferencia de calor.

**Abstract**— The main pipe of a boiler called home, serves to harness the energy released from the fuel to evaporate water effects. excess air to observe changes in the amount of heat transfer is varied. To study the ESS software is used.

**Keywords**— EES, fire-tube boiler, heat transfer.

## I. INTRODUCCIÓN

Las calderas de vapor son fundamentales en la industria ya que cumplen la función de agregarle energía a un fluido como lo es el agua, que luego se utiliza para varias aplicaciones entre los cuales están la generación de energía eléctrica por medio de turbinas, climatización de espacios y en la desinfección de alimentos. Establecer el modelo matemático que predice el comportamiento ayuda a entender el funcionamiento de las maquinas térmicas.

La transferencia de calor es el fenómeno más relevante en estos dispositivos. Para el caso de estudio se hace un análisis de la transferencia por radiación; se evalúa considerando el flujo mísico y la emisividad de la llama. Para este estudio se toma como prototipo la caldera Continental F10C ubicada en el Laboratorio de Plantas Térmicas de la Universidad Francisco

de Paula Santander. Se propone un modelo matemático y se resuelve con ayuda del software EES. Se hacen cambios en las propiedades para la variación de la transferencia de calor en el tubo principal de la caldera.

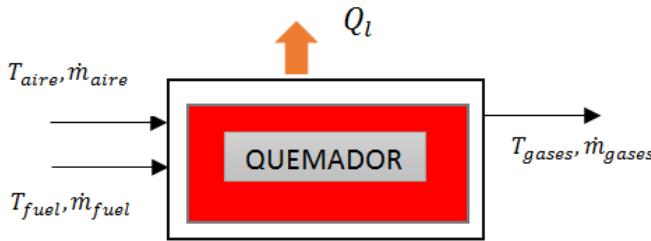
## II. MODELO MATEMÁTICO

Para plantear el modelo matemático se tuvo en cuenta las siguientes condiciones:

- El quemador es adiabático.
- Se desprecian efectos de remisión de la radiación al interior del tubo entre los gases y la pared del tubo.
- Se desprecia efectos de reacción en la combustión (el combustible se enciende inmediatamente y libera su de energía, tomada por el poder calorífico inferior - LHV).
- La combustión es completa con exceso de aire utilizando fuel oil N°2.
- Se considera un proceso en estado estacionario.
- Se desprecia el calor por convección por ser mínimo en comparación al calor por radiación.
- Las temperaturas del aire y combustible a la entrada del quemador son constantes.
- La temperatura de los gases de combustión dentro del tubo es igual a la temperatura de la llama.
- La cámara de combustión se comporta como un cuerpo negro debido a las capas de hollín.
- La cámara de combustión se dividió en cincuenta (50) volúmenes de control para su análisis.

El volumen de control para el estudio se observa en la figura 1 [2]:

Fig. 1. Volumen de control del quemador



La ecuación general de la energía para un volumen de control está dada por la ecuación (1)

$$E_{\text{entrada}} + E_{\text{generada}} - E_{\text{salida}} = \Delta E_{\text{vol. control}} \quad (1)$$

Desarrollando la ecuación (1) para procesos de flujo estable y estado estable se da la ecuación (2).

$$(T_{\text{aire}} * \dot{m}_{\text{aire}} * C_{p_{\text{aire}}}) + (T_{\text{fuel}} * \dot{m}_{\text{fuel}} * C_{p_{\text{fuel}}}) + (LHV * \dot{m}_{\text{fuel}}) = (T_{\text{gases}} * \dot{m}_{\text{gases}} * C_{p_{\text{gases}}}) \quad (2)$$

Despejando la temperatura de salida de los gases:

$$T_{\text{gases}}: \frac{(T_{\text{aire}} * \dot{m}_{\text{aire}} * C_{p_{\text{aire}}}) + (T_{\text{fuel}} * \dot{m}_{\text{fuel}} * C_{p_{\text{fuel}}}) + (LHV * \dot{m}_{\text{fuel}})}{\dot{m}_{\text{gases}} * C_{p_{\text{gases}}}} \quad (3)$$

Para el análisis detallado del comportamiento térmico a través del tubo, este se divide en 50 volúmenes de control.

El primer volumen de control será diferente a los demás, ya que recibe de entrada el calor generado por el combustible en el quemador. La temperatura de entrada en el primer volumen de control será la temperatura de gases es decir la de la llama adiabática. Para el análisis de energías se utilizará la ecuación (1). Los siguientes volúmenes de control son iguales a lo largo del tubo, cada uno recibe el calor entregado por el anterior, obteniendo así la distribución de temperaturas. Se muestra el esquema de una sección del tubo en la figura 2.

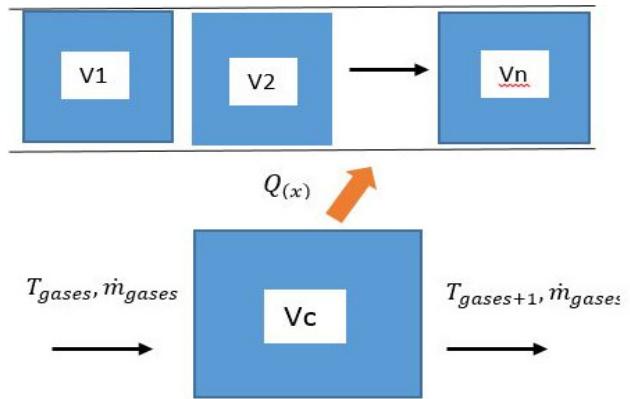


Fig. 2. Volúmenes de control a lo largo del tubo principal

El balance de energía se hace retomando la ecuación (1)

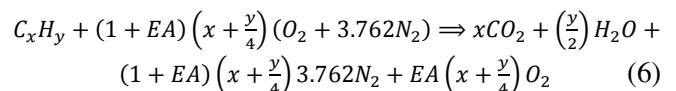
$$(T_{\text{gases}} * \dot{m}_{\text{gases}} * C_{p_{\text{gases}}}) - (T_{\text{gases}+1} * \dot{m}_{\text{gases}} * C_{p_{\text{gases}+1}}) - Q(x) = 0 \quad (4)$$

Donde  $Q(x)$  es calor transferido por el tubo principal al agua. Este calor será evaluado mediante la ecuación (36), basados en el método de resistencias térmicas.

Con el balance de energías se obtiene la ecuación de corrección de las temperaturas a la salida y entrada de cada volumen de control:

$$T_{\text{gases}+1} = \frac{(T_{\text{gases}} * \dot{m}_{\text{gases}} * C_{p_{\text{gases}}}) - Q(x)}{\dot{m}_{\text{gases}} * C_{p_{\text{gases}+1}}} \quad (5)$$

Para el proceso de combustión se plantea la ecuación (6) [3]:



Realizando el balance para combustión completa con exceso de aire se obtiene para cada uno de los componentes.

$$N_o = \left[ N_c + \frac{N_H}{4} \right] EA \quad (7)$$

$$N_N = 3.762 * N_o \quad (8)$$

$$N_{\text{aire}} = N_o + N_N \quad (9)$$

Y se obtiene la relación Aire-Combustible para combustión completa.

$$R_{ac} = \frac{\text{masa}_{\text{aire}}}{\text{masa}_{\text{combustible}}} \quad (10)$$

Para la determinación de la transferencia de calor se tienen en cuenta las propiedades de los productos de combustión.

Se obtienen las moles de cada elemento en los productos de combustión.

$$N_{CO_2} = N_c \quad (11)$$

$$N_{H_2O} = \frac{N_H}{2} \quad (12)$$

$$N_{N_2} = EA \left( N_c + \frac{N_H}{4} \right) (3.762) \quad (13)$$

El número total de moles de los humos es la suma de cada uno de los compuestos que lo forman. (Ecuaciones 7, 11, 12,13).

Se obtiene la fracción molar de cada compuesto. [1]

$$F_{CO_2} = \frac{N_{CO_2}}{N_{Total}} \quad (14)$$

$$F_{O_2} = \frac{N_{O_2}}{N_{Total}} \quad (15)$$

$$F_{H_2O} = \frac{N_{H_2O}}{N_{Total}} \quad (16)$$

$$F_{N_2} = \frac{N_{N_2}}{N_{Total}} \quad (17)$$

Las propiedades individuales de cada uno de los productos de la combustión se evalúan por:

$$Cpf_{CO_2} = F_{CO_2} * Cp_{CO_2} \quad (18)$$

$$Cpf_{O_2} = F_{O_2} * Cp_{O_2} \quad (19)$$

$$Cpf_{H_2O} = F_{H_2O} * Cp_{H_2O} \quad (20)$$

$$Cpf_{N_2} = F_{N_2} * Cp_{N_2} \quad (21)$$

Donde  $Cpf$  es el calor específico en fracción de cada compuesto de los productos de combustión y el  $Cp$  es el valor calculado.

$$Cp_{combustible} = Cpf_{CO_2} + Cpf_{O_2} + Cpf_{H_2O} + Cpf_{N_2} \quad (22)$$

El calor de radiación se determina por la ley de Stefan-Boltzmann según la ecuación (23), donde el factor de forma se considera uno (1) al decir que los gases adoptan la forma del tubo y se da el efecto de cilindro autocontenido. [5]

$$Q_{rad} = A * \epsilon * \sigma * (T^4 - T_{s1}^4) \quad (23)$$

" $\epsilon$ " es la emisividad total de la llama con los productos de combustión, compuesto por emisividad luminosa y no luminosa. [6]

$$\epsilon_{no\ luminosa} = 1 - \exp(-ky * r * P * L) \quad (24)$$

$$\epsilon_{luminosa} = 1 - \exp(-(ky * r + kc) * P * L) \quad (25)$$

$$\epsilon = m * \epsilon_{luminosa} + \epsilon_{no\ luminosa} * (1 - m) \quad (26)$$

Donde "r" es la sumatoria de las fracciones molares de los gases triatómicos (dióxido de carbono y vapor de agua) y "m" es el grado de luminiscencia de la llama.

$$ky = \left[ \frac{7.8 + 16 * F_{H_2O}}{3.16 \sqrt{(P_{H_2O} + P_{CO_2}) * L}} - 1 \right] * \left[ 1 - 0.37 * \frac{T_{gases+1}}{1000} \right] \quad (27)$$

$$kc = 2 - \left( (EA - 1) * (0.00016 * T_{gases+1} - 0.5) \right) * \frac{F_{m-C}}{F_{m-H}} \quad (28)$$

Estos factores  $ky$  y  $kc$  se denominan coeficientes de absorción radiante debido a gases triatómicos y a partículas de hollín respectivamente.

Para determinar la transferencia de calor en el tubo, por ser una aplicación de una caldera, se debe considerar la energía necesaria para pasar el agua, de la fase líquido a vapor. [4]

$$Q_{ebullición} = \mu_f h_{fg} \left[ \frac{g(\rho_f - \rho_g)}{\sigma_{H_2O}} \right]^{0.5} \left[ \frac{C_{pf} \Delta T_{ps}}{C_{sf} h_{fg} P r_f^n} \right]^3 * 1000 \quad (29)$$

La ecuación (29) permite calcular el calor necesario para que el agua ebulla, donde el  $\Delta T_{ps}$  se denomina exceso de temperatura y permite entender porque el agua ebulle.

Para evaluar el calor transferido de la llama y los humos al agua, se aplica el método de resistencias térmicas. Según la figura 3.

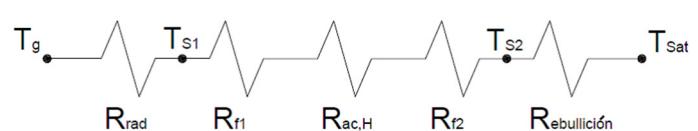


Fig. 3. Arreglo de resistencias térmicas.

Donde  $T_g$  es la temperatura de la llama,  $T_{s1}$  es la temperatura de la superficie interior del tubo,  $T_{s2}$  es la temperatura de la superficie exterior y  $T_{sat}$  es la temperatura de saturación del agua.  $R$  son las resistencias del sistema.

Tabla I. Nomenclatura característica del modelo matemático.

La resistencia de radiación se obtiene por la ecuación (30)

$$R_{rad} = \frac{T_g - T_{s1}}{Q_{rad}} \quad (30)$$

Se considera la resistencia térmica debido a la suciedad a ambos lados del tubo, en el interior por los in quemados de la combustión y al exterior por las partículas sólidas que deja el agua al evaporarse. Esta suciedad es conocida como resistencia de fouling. [7]

$$R_f = \frac{R_{fouling}}{A} \quad (31)$$

La resistencia de conducción, es la capacidad que tiene el material del tubo a oponerse a la conducción de calor, y se determina por la ley de Fourier. Esta ecuación para cilindros, está dada en la ecuación (32). [5]

$$R_{cond} = \frac{\ln \left[ \frac{D_{ex}}{D_{in}} \right]}{2\pi K_{acer0} L} \quad (32)$$

Para la resistencia de ebullición se determina el coeficiente de transferencia de calor. [4]

$$h_{ebullición} = \frac{Q_{ebullición}}{\Delta T_{ps}} \quad (33)$$

Teniendo este coeficiente de transferencia de calor se obtiene la resistencia a la ebullición.

$$R_{ebullición} = \frac{1}{h_{ebullición} \cdot \pi \cdot D_{ex} \cdot L} \quad (34)$$

Con las resistencias obtenidas y para un arreglo en serie la resistencia total es:

$$R_{total} = R_{ebullición} + R_{rad} + R_{f1} + R_{f2} + R_{cond} \quad (35)$$

Resolviendo se obtiene la ecuación (36)

$$Q_x = \frac{T_{i-1} - T_i}{R_{total}} \quad (36)$$

Donde  $Q_x$  es el calor transferido en un  $\Delta x$ , y como el tubo está dividido en varios volúmenes de control, la resistencia total también es para un  $\Delta x$ . Para las anteriores ecuaciones en las resistencias se cambia  $L$  por  $\Delta x$ .

NOMENCLATURA GENERAL		
$F_{CO_2}, F_{O_2}$ $F_{N_2}, F_{H_2O}$	Fracciones molaras de los productos de combustión	
$Q_{rad}$	Calor total de radiación	W
$D_{ex}$	Diámetro exterior del tubo	m
$A_{int}$	Área interna del tubo	$m^2$
$D_{in}$	Diámetro interior del tubo	m
$T_g$	Temperatura de gases de combustión	K
$T_{s1}$	Temperatura superficial al interior del tubo	K
$r$	Suma de las fracciones molaras de los gases triatómicos $F_{CO_2} + F_{H_2O}$	
$P$	Presión del sistema	MPa
$P_{H_2O}, P_{CO_2}$	Presión parcial del gas ( $P^*F_{XY_n}$ )	MPa
EA	Exceso de aire	
$F_{m-C}, F_{m-H}$	Fracción molar de los elementos del combustible	
$L$	Largo total del tubo	m
$Le$	Largo media efectiva	m
$\mu_f$	Viscosidad del líquido saturado	$kg/m * s$
$h_{fg}$	Entalpía de vaporización	$J/kg$
$g$	Aceleración gravitacional	$m/s^2$
$\rho_f$	Denisidad del líquido saturado	$kg/m^3$
$\rho_g$	Denisidad del gas saturado	$kg/m^3$
$\sigma_{H_2O}$	Tensión superficial líquido – gas	N/m
$Cp_f$	Calor específico del líquido saturado	$J/kg * K$
$\Delta T_{ps}$	Diferencia del exceso de temperatura	K
$C_{sf}$	Constante experimental	
$Pr_f$	Número de Prandtl del líquido saturado	
$n$	Constante experimental	
$K_{acer0}$	Condutividad térmica del acero	$kJ/kg * K$
$R_{fouling}$	Factur de fouling	$K * m^2/W$

### III. RESULTADOS

Utilizando el software EES se resolvieron las ecuaciones de forma vectorial para iterar entre los diferentes volúmenes de control, se calcularon datos a diferentes valores del exceso de aire.

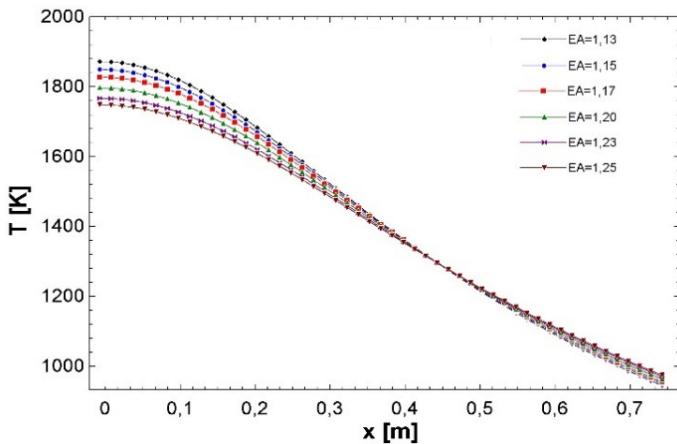


Fig. 4. Comportamiento de la temperatura de los gases a lo largo del tubo

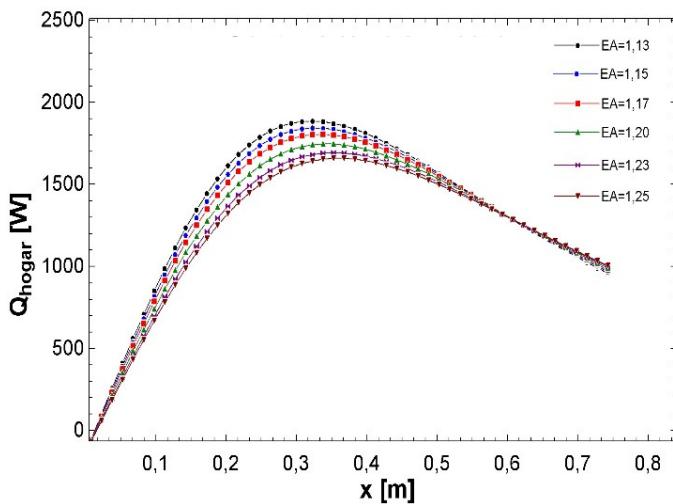


Fig. 5. Comportamiento de la transferencia de calor a lo largo del tubo

#### IV. CONCLUSIONES

Para que el modelo opere correctamente el exceso de aire debe ser igual o superior a 113%.

La temperatura de llama adiabática depende principalmente del tipo de combustible y el exceso de aire que se le administre mas no de la cantidad de combustible que se le inyecte.

La trasferencia de calor aumenta a lo largo del tubo hasta una distancia determinada, aproximadamente a los 0,3 m del inicio del tubo, donde empieza a descender.

A medida que se aumenta el exceso de aire la transferencia de calor y la temperatura de los gases disminuye.

A 0,42 m del inicio del tubo, la temperatura de los gases tiende a converger, es decir que en este punto sin importar el exceso de aire, la temperatura de los gases siempre será la misma.

Del mismo modo, a 0,6 m del inicio del tubo, la transferencia de calor tiende a converger, es decir que en este punto sin importar el exceso de aire, ésta es la misma.

#### V. REFERENCIAS

- [1] Quiñonez, N. (2008). Desarrollo de software para el análisis y diseño térmico de calderas pirotubulares horizontales con quemadores a diésel y bunker. Guayaquil – Ecuador. Escuela superior politécnica del Litoral - Facultad de Ingeniería en Mecánica y Ciencias Aplicadas.
- [2] Cengel & Boles. (2012). Termodinámica. U.S.A. McGraw-Hill, 7ma Edición.
- [3] Vera Duarte, E. (2014). Combustión básica. Cúcuta – Colombia. Universidad Francisco de Paula Santander – Departamento de fluidos y térmicas.
- [4] Cengel & Ghajar. (2011). Transferencia de calor y masa. U.S.A. McGraw-Hill, 4ta Edición.
- [5] Incropera & De Witt. (1999) Fundamentos de transferencia de calor. U.S.A. McGraw-Hill, 4ta Edición.
- [6] Basu, P., Kefa, C., & Jestin, L. (2000). Boilers and Burners. Design and Theory. New York, U.S.A. Springer Science Busines Media .
- [7] Kakac, S. & Liu, H. (2002) Heat Exchangers, Selection, Rating And Thermal Design. U.S.A. CRC Press – Taylor & Francis Group. 3ra Edición.