



Zona Próxima

ISSN: 1657-2416

[jmizzuno@uninorte.edu.co](mailto:jmizzuno@uninorte.edu.co)

Universidad del Norte

Colombia

Iriarte Diazgranados, Fernando; Rojas Álvarez, Carlos; Carrillo Sánchez, Orlando  
Efectos de un programa heurístico sobre el pensamiento hipotéticodeductivo en estudiantes de  
primer semestre de ingenierías

Zona Próxima, núm. 5, diciembre, 2004, pp. 10-27

Universidad del Norte

Barranquilla, Colombia

Disponible en: <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=85300501>

- Cómo citar el artículo
- Número completo
- Más información del artículo
- Página de la revista en [redalyc.org](http://redalyc.org)

[redalyc.org](http://redalyc.org)

Sistema de Información Científica

Red de Revistas Científicas de América Latina, el Caribe, España y Portugal

Proyecto académico sin fines de lucro, desarrollado bajo la iniciativa de acceso abierto

ARTÍCULO DE INVESTIGACIÓN

# Efectos de un programa heurístico sobre el pensamiento hipotético- deductivo en estudiantes de primer semestre de ingenierías

Fernando Iriarte  
Diazgranados  
Carlos Rojas Álvarez  
Orlando Carrillo Sánchez

**zona próxima**

Revista del Instituto  
de Estudios Superiores  
en Educación  
Universidad del Norte

nº 5, diciembre, 2004  
ISSN 1657-2416

zona  
próxima



Divinidades del rayo y de las nubes, segundo mitad del s. V d. C.

**FERNANDO IRIARTE DIAZGRANADOS**

PROFESOR DEL DEPARTAMENTO DE EDUCACIÓN, UNIVERSIDAD DEL NORTE  
DIRECCIÓN POSTAL: A.A. 1569, BARRANQUILLA (COLOMBIA)  
(firiarte@uninorte.edu.co)

**CARLOS ROJAS ÁLVAREZ**

PROFESOR DEL DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS, UNIVERSIDAD DEL NORTE,  
BARRANQUILLA (COLOMBIA)  
(crojas@uninorte.edu.co)

**ORLANDO CARRILLO SÁNCHEZ**

PROFESOR DEL DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS, UNIVERSIDAD DEL NORTE,  
BARRANQUILLA (COLOMBIA)  
(rcarrillo@uninorte.edu.co)

<p>En este artículo se presentan los resultados de un estudio que se realizó con estudiantes de primer semestre de ingenierías de la Universidad del Norte, cuyo objetivo se centró en determinar los efectos de un programa de enfoque heurístico sobre el pensamiento hipotético-deductivo de los estudiantes; para ello se utilizó un diseño cuasiexperimental, antes y después, con grupo control no equivalente. 20 alumnos, que conformaron la muestra del grupo experimental, fueron sometidos a un programa de enfoque heurística en la asignatura de geometría durante 10 semanas de clases, con una intensidad de 3 horas semanales;</p>	<p>RESUMEN</p>	<p>In this article, results of a study carried out in engineering first semester students of Universidad del Norte are presented. Its aim was to determine the effects of a heuristic approach program on students' hypothetical deductive thinking. To do this, a pre and post-quasi experimental design, with a non equivalent control group, was used. The sample of the</p>
<p>mientras que 15 alumnos, que integraron la muestra del grupo control, no fueron sometidos a este programa, sino que se les impartió la asignatura de manera tradicional. El programa de enfoque heurístico se basó en la teoría cognitiva de Bruner, específicamente en los modos de representación enactiva y simbólico, y en los heurísticos del matemático Alan Schoenfeld. Se tomó como modelo de decisión estadística la distribución <i>t de Student</i>, con el fin de determinar si había variaciones significativas en el nivel de pensamiento hipotético-deductivo. Los resultados del estudio apoyan la hipótesis de trabajo.</p> <p>PALABRAS CLAVES: Heurístico, pensamiento hipotético-deductivo, sistema de representación enactiva, sistema de representación simbólica.</p> <p>FECHA DE RECEPCIÓN: NOVIEMBRE DE 2004 FECHA DE ACEPTACIÓN: DICIEMBRE DE 2004</p>	<p>ABSTRACT</p>	<p>experimental group consisted of 20 students, who were subjected to a program with a heuristic approach in Geometry during 10 class-weeks, with an intensity of 3 hours per week. Fifteen students (the sample of the control group) were not subjected to this program, but were taught the subject in the traditional way.</p> <p>The heuristic approach program was based on Brunner's cognitive theory, specifically on the way of enactive and symbolic representation, and on Alan Schoenfeld's heuristics. Student's <i>t</i> distribution was taken as model of statistical decision, in order to determine whether there were significant variations at the level of hypothetic deductive thinking. Findings of the study support the working hypothesis.</p> <p>KEY WORDS: Heuristic, hypothetical deductive thinking, enactive representation system, symbolic representation system.</p>

## 1 Introducción

Vivimos en la sociedad global del conocimiento, en la cual las exigencias de saberes y de habilidades son cada vez más generales y abstractas. Esto le plantea a la educación el reto de formar personas con capacidad de construir conocimientos, pensar en sistemas, aprender a aprender, plantear y resolver problemas, adaptarse al cambio, manejar la incertidumbre, aplicar los conocimientos antiguos de nuevas maneras y comprender y descifrar la lógica de las cosas. Lo anterior implica que el gran desafío para cada Estado es concebir un sistema educativo que permita a sus ciudadanos desarrollar sus condiciones cognitivas básicas, de tal forma que éstos sean capaces de competir en el concierto nacional e internacional.

Jean Piaget (1979), el teórico más importante sobre el desarrollo cognitivo, señala que al llegar a la adolescencia el joven cuenta con las condiciones cognitivas básicas para resolver los problemas del medio; así mismo, asegura que «[...] alrededor de los 11-12 años, el razonamiento se hace hipotético-deductivo y se libera de sus lazos concretos para situarse en un plano general y abstracto» (p.137).

Para Piaget e Inhelder (1980), el pensamiento hipotético-deductivo es la principal característica del pensamiento formal. Según estos autores, el pensamiento formal es

esencialmente hipotético-deductivo; la deducción ya no se refiere de modo directo a las realidades percibidas, sino a enunciados hipotéticos, es decir, a proposiciones que formulan las hipótesis o plantean los datos a título de simples datos, independientemente de su carácter actual. La deducción consiste, entonces, en vincular esas presuposiciones entre sí, extrayendo sus consecuencias necesarias, incluso cuando su verdad experimental no va más allá de lo posible. Esta inversión entre lo posible y lo real, más que cualquier otra propiedad subsecuente, es la que caracteriza al pensamiento formal: en vez de introducir sin más un comienzo de necesidad en lo real, como sucede en el caso de las inferencias concretas, ese pensamiento formal efectúa, desde el comienzo, la síntesis entre lo posible y lo necesario, y deduce con rigor las conclusiones a partir de premisas cuya verdad sólo se admite en primer lugar como hipotética y, de este modo, opera en el dominio de lo posible antes de reunirse con lo real (p. 214).

Por lo tanto, el adolescente, por oposición al niño, es un individuo que reflexiona fuera del presente y elabora teorías sobre todas las cosas, complaciéndose, particularmente, en las consideraciones inactuales (Piaget, 1980: 157); de esta manera, el adolescente razona sobre simples suposiciones sin relación necesaria con la realidad o con sus creencias.

Terry Faw (1981) describe cómo opera este tipo de pensamiento: primero se establece una hipótesis teórica acerca de las posibles formas en las cuales los elementos de una teoría guardan relación unos con otros; luego, a partir de esas hipótesis, se hacen las deducciones acerca de observaciones que uno puede esperar hacer de realidades actuales si las Hipótesis fueran verdaderas. Para determinar la adecuación de las hipótesis iniciales, se comparan las observaciones predictivas y las observaciones actuales de la realidad; finalmente, se formula la perspectiva teórica sobre la realidad, para estimar las discrepancias entre las observaciones predictivas y las observaciones actuales. Las primeras dos fases del razonamiento hipotético-deductivo implican pensar acerca de la forma real que puede ser; por lo tanto, ello requiere pensamiento formal. Es solamente en la última fase en la que el razonar debe confrontar la realidad actual (p. 287).

Como se observa, el pensamiento hipotético-deductivo es primero hipotético, al plantear hipótesis sobre la situación en cuestión. Esto conlleva a que se considere el razonamiento hipotético como un tipo de razonamiento que hace parte del pensamiento hipotético-deductivo. El razonamiento hipotético aparece en los comienzos del estadio de las operaciones formales. Inhelder y Piaget (1980) sostienen que «el

pensamiento formal parte de la hipótesis, vale decir, de lo posible, en vez de atenerse a una estructuración directa de los datos percibidos» (p. 215). Estos autores complementan lo anterior cuando señalan que «la actitud mental característica de este nivel de pensamiento es pues esencialmente nueva en relación con la que caracteriza las operaciones concretas: el sujeto ya no se contenta con lo real dado en estado bruto, sino que lo comprende de entrada como un sector realizado de un dominio más amplio: el de lo posible» (p. 58). En otras palabras, el adolescente, a diferencia del niño, formula hipótesis sin las cuales no podría construir sistemas o teorías. Los autores citados señalan también que «el adolescente puede distinguirse ante todo del niño por la presencia de una reflexión que va más allá del presente. El adolescente es el individuo que, por supuesto, como respuesta a situaciones vividas y actuales, se compromete en la dirección de las consideraciones inactuales. Dicho de otro modo, el adolescente, contrariamente al niño, es aquel individuo que comienza a construir sistemas o teorías» (p. 285).

En consecuencia, el razonamiento hipotético permite que la actividad intelectual del adolescente se base en la capacidad de operar sobre proposiciones hipotéticas. El razonamiento hipotético es de gran utilidad en la resolución de problemas;

así, mientras que para resolver un problema determinado el adolescente de las operaciones formales comienza con la construcción de un conjunto de hipótesis, entre las cuales deberá elegir la adecuada para solucionar el problema, el niño del nivel concreto no formula, en sentido estricto, hipótesis alguna. Formular un conjunto de hipótesis y escoger la adecuada es uno de los componentes claves para solucionar exitosamente un problema.

Razonar deductivamente significa derivar conclusiones cuando se aplican principios generales; por eso se afirma que en el razonamiento deductivo se parte de lo general o universal para llegar a lo particular o específico. Nickerson, Perkins y Smith (1987) aseguran que «el razonamiento deductivo incluye una inferencia lógica. Cuando una persona razona de un modo deductivo, no va más allá de la información que tiene delante. Uno saca su propia conclusión de las premisas existentes, pero la información que se enuncia de un modo explícito en la conclusión –si se ha aplicado bien la lógica– estaba contenida ya en las premisas, aunque sólo de un modo implícito» (p. 27). Es decir, la deducción rinde las conclusiones válidas que deben ser verdades debido a que sus premisas son verdades (Johnson, 1999: 110).

No obstante estas premisas teóricas, las condiciones en las que se educan nuestros estudiantes obligan a preguntarse si se está formando

personas con las características antes mencionadas. A nivel internacional, Nickerson, Perkins y Smith (1987) indican:

Investigadores han llegado a la conclusión de que muchos estudiantes de bachillerato superior son incapaces de resolver eficazmente problemas que exigen un pensamiento abstracto (Karplus, 1979; Lawson y Renner, 1974; Renner y Stafford, 1972). Otros han publicado los resultados de unos tests que nos indican que un gran porcentaje de estudiantes de los dos primeros años de universidad, incluyendo en algunos casos no menos del 50% de los de primero, no funcionan en el nivel del pensamiento formal en el sentido piagetiano de la palabra (Gray, 1979; Renner y McKinnon, 1971; Tomlinson-Keasey, 1972)(pp. 21-22).

Otras investigaciones más recientes han encontrado resultados similares. Navarro-Pelayo, Batanero y Díaz (1996) realizaron un estudio en España para evaluar el nivel de razonamiento combinatorio en 720 alumnos de secundaria, entre los 14 y 15 años de edad. Concluyeron que los estudiantes tuvieron gran dificultad para resolver los problemas, lo cual indica que estos jóvenes no están en el estadio de las operaciones formales (p. 33). En Venezuela, Cortez y Niaz (1999) aplicaron una prueba de razonamiento hipotético-deductivo a una población de 688 alumnos de 6°

a 9° grado, cuyas edades oscilaban entre los 11 y 17 años. Concluyeron que la mayoría de los estudiantes presentaron dificultad en lo que se refiere a observaciones, predicciones y elaboración de hipótesis en contextos científicos (p. 125).

Desafortunadamente, el panorama educativo en Colombia, más concretamente en la Costa Atlántica, no es el mejor. Los estudios que el profesor Fernando Iriarte y colaboradores realizaron en esta región así lo muestran. La primera de estas investigaciones se efectuó en 1986 y tenía como objetivo determinar el intervalo de edad del período de operaciones formales en adolescentes de diferentes grados de escolaridad y colegios de Barranquilla; el trabajo se realizó con una muestra de estudiantes entre los 12 y 19 años de edad. Se encontró que estos jóvenes no manejaban las operaciones formales, sino las estructuras cognitivas propias de las operaciones concretas. Es decir, no se cumplió el intervalo de edad que propone Piaget para el establecimiento del pensamiento formal (Iriarte, Bello, Manjarrés & Mier, 1986: 199-200).

En vista de estos resultados, Iriarte *et al.* realizaron dos nuevas investigaciones: una en 1989, en Montería, con jóvenes escolarizados entre los 15 y 19 años de edad de los grados 10° y 11°, y la otra en 1990, en Riohacha, con jóvenes escolarizados entre los 15 y 20 años

de edad de los grados 10° y 11°. Estas investigaciones arrojaron resultados similares al de Barranquilla: las características del pensamiento formal propuestas por Piaget no aparecieron en los jóvenes de Montería (Iriarte, Mercado, Muñoz & Torres, 1989: 33) y tampoco en los de Riohacha (Iriarte, Barrera, Mazilli & Palacio, 1990: 278).

Como no se detectaron las características del pensamiento formal en estas investigaciones, a pesar de que se aumentó el intervalo de edad, Iriarte *et al.* realizaron una nueva investigación con estudiantes universitarios de 5° a 10° semestre, cuyas edades oscilaban entre los 20 y 25 años. Dicha investigación mostró que aunque el desempeño de los jóvenes mejoró en las pruebas, las características de pensamiento de los universitarios no aparecieron consolidadas (Iriarte, Castro, Lara & Mulford, 1991: 192).

Los resultados de las investigaciones señaladas permiten deducir que los estudiantes no tienen las habilidades cognitivas necesarias para procesar información de una manera sistemática; de allí su deficiente desempeño intelectual en la universidad.

Teniendo en cuenta las dificultades que presentan los estudiantes de primer semestre de la universidad para resolver problemas de carácter hipotético-deductivo, los autores de este artículo diseñaron un programa heurístico con base en los sistemas de

representación de Bruner, con el fin de determinar su eficacia para desarrollar el pensamiento hipotético-deductivo. Se trabajó con un programa heurístico para solucionar problemas y con los sistemas de representación de Bruner.

La razón para aplicar un programa heurístico estriba en que si los alumnos no han desarrollado el pensamiento hipotético-deductivo, entonces no tienen la capacidad para resolver los problemas matemáticos del nivel universitario, y si no los resuelven es porque carecen de estrategias para comprender y solucionarlos. Los heurísticos, como lo indica Alan Schoenfeld (1985), son estrategias que ayudan a comprender y a resolver los problemas. Al respecto, este autor justifica su enseñanza diciendo que, en general, los estudiantes carecen de un buen conjunto de heurísticos y que no los aprenden de manera espontánea, sino que deben enseñarse de modo explícito. Dice que estos jóvenes no aplican de manera fiable los heurísticos que conocen y que resulta necesario proporcionarles algún tipo de ayuda (como se cita en Yuste, 1997: 48).

Teniendo en cuenta esta limitación de los jóvenes universitarios, se hace necesario basar parte del contenido de las asignaturas en conocimiento operativo, esto es, usar apoyos concretos o representaciones reales que se acomoden más a los esquemas existentes de los alumnos.

Pero el conocimiento no puede quedarse en la fase operativa, pues éste sólo se usa para promover un mayor aprendizaje en los estudiantes. A partir del conocimiento operativo se hace la conexión con el lenguaje simbólico propio de las matemáticas, en este caso, de la geometría.

Para traducir ese conocimiento operativo en un conocimiento formal, este trabajo investigativo escogió los sistemas de representación de Jerome Bruner. Este autor argumenta que el desarrollo progresa a través de una sucesión de estadios, y que durante los diferentes períodos de la vida de un niño existen modos de procesamiento y representación de la información. Estos modos de representar la información son tres: enactivo, icónico y simbólico.

Oerter (1975) afirma que la **representación enactiva** está muy relacionada con las sensaciones cinestésicas que se presentan en la ejecución de las acciones. El niño «sabe» de un objeto primeramente por las acciones que ha realizado con él (p. 22). Este modo de representación se da hasta los últimos meses del primer año de vida.

Respecto a la segunda etapa de representación, la **icónica**, Bruner (1980) sostiene que surge cuando finalmente el niño es capaz de representarse el mundo por sus imágenes o esquemas espaciales, que son relativamente independientes de la acción. Hacia el final del primer año,



el niño está bien preparado para este logro. Al principio permanece un fuerte componente de manipulación como ayuda necesaria a la imagen (p. 42).

La representación **simbólica**, según este autor, surge de una manera primitiva e innata de una actividad simbólica que, a través de la culturización, llega gradualmente a especializarse en diferentes sistemas (Bruner, 1980: 51). Este modo de representación utiliza sistemas de símbolos para comprender y representar el mundo y codificar la información. Bruner afirma que las representaciones simbólicas «permiten elaborar representaciones del mundo y usarlas como modelos de investigación en la resolución de problemas» (como se cita en Sprinthall & Sprinthall, 1990: 245-246). Sostiene, además, que el ejemplo típico de este tipo de representación es el lenguaje (Bruner, 1987: 21), que combinado con la notación matemática permite entender los conceptos abstractos (como la variable  $x$  en  $2x - 40 = 80$ ) y modificar la información simbólica en instrucciones o indicaciones verbales.

El adulto, por el hecho de serlo, no deja de emplear los primeros sistemas de representación. Por ejemplo, en el aprendizaje de habilidades motoras, como esquiar, la mejor manera de aprender es la representación enactiva. Estos sistemas de representación permiten una mayor asimilación de los teoremas por parte de los alumnos. Al respecto J. Torres (1994) sostiene

que «el alumnado aprende más y mejor cuando una idea o un hecho aparece a través de varias formas de representación» (pp. 218-219).

## 2 Método

El diseño empleado en esta investigación es el cuasiexperimental, antes y después, con grupo control no equivalente. Los sujetos que participaron eran estudiantes de primer semestre de ingenierías de una universidad privada de Barranquilla (Universidad del Norte), de sexo masculino y femenino.

La población, que estuvo conformada por 404 de estos estudiantes, estaba distribuida en 11 grupos, de los cuales se escogieron dos; uno fue asignado al grupo experimental y el otro, al de control. El experimental fue escogido por muestreo no probabilístico intencional, ya que se requería que estuviera conformado, en su mayoría, por alumnos que estudiaban la asignatura por primera vez. El mismo criterio se utilizó para escoger el grupo control.

Los grupos control y experimental estuvieron conformados, respectivamente, por 20 y 15 alumnos de acuerdo con las variables de los alumnos ya establecidas, la regularidad en la asistencia a las clases y la presentación de las pruebas correspondientes.

Cuando comenzó el semestre se seleccionó dos grupos de los 11 de

geometría, teniendo en cuenta que la mayoría de los alumnos de cada grupo iban a estudiar esta asignatura por primera vez.

Para la aplicación del pre-test se utilizó una subprueba de ocho ítems o puntos de la prueba total que desarrolló Carlos Vasco. Los puntos exploran la dimensión hipotético-deductiva del pensamiento formal. La confiabilidad se determinó mediante el método de partición por mitades, y su tratamiento se efectuó con el coeficiente de Spearman Brown. Se escogió la subprueba de mayor confiabilidad (0.67). Se realizó una validez de contenido y de constructo, que resultó significativa a un nivel de 0.01. La subprueba requiere un tiempo de aplicación de 30 minutos. Los ocho puntos se distribuyen en tres categorías, así: cuatro que evalúan el pensamiento hipotético, correspondientes a las preguntas 1, 2, 5 y 6 de la prueba; dos que evalúan el pensamiento deductivo, que comprenden las preguntas 3 y 7, y dos que evalúan el pensamiento combinatorio, correspondientes a las preguntas 4 y 8.

La prueba arroja tres niveles de respuesta para cada problema: el primero corresponde al pensamiento concreto; el segundo, a transición, y el tercero, al pensamiento hipotético-deductivo. A ambos grupos se les aplicó el pre-test para asegurar que entre ellos no existiera diferencia significativa en cuanto al pensamiento

hipotético-deductivo. Luego que se comprobó la no existencia de esta diferencia, se aplicó el programa de enfoque heurístico al grupo experimental durante diez semanas de clases, con una intensidad de tres horas semanales.

La aplicación del programa consistió en el desarrollo de una serie de experiencias que correspondían a distintos temas de la asignatura; en ocasiones, se les proporcionaba a los estudiantes orientación sobre ésta. Las experiencias eran desarrolladas por los alumnos como tareas fuera del aula; en la clase siguiente, el profesor escogía a algunos jóvenes (que estuvieran cursando geometría por primera vez) para que, con el respectivo material analizado, explicaran a sus compañeros las respuestas a las preguntas guías. Por lo general, el alumno que explicaba también dibujaba los diagramas en el tablero. Las respuestas eran discutidas en clase con los demás compañeros. Posteriormente, el profesor complementaba y aclaraba las dudas que se presentaran.

Después de revisar la experiencia, cuyo objetivo era que los alumnos comprendieran los postulados y teoremas, el profesor procedía a explicar cómo se resolvían los problemas con los heurísticos. Para ello se utilizó una metodología magistral que se basó en preguntas dirigidas a los estudiantes; además, como tenían la guía de los heurísticos,

cada uno disponía de éstos en la clase. El problema (por demostrar o por resolver) era presentado a los jóvenes por el docente, quien procedía a formular las preguntas correspondientes a cada fase del heurístico. Si los alumnos no lograban dar la respuesta, el profesor la proporcionaba y explicaba. Este proceso se seguía hasta la culminación del problema. Finalmente, se proponían problemas como tarea para que los resolvieran mediante el uso de heurísticos. Tanto en los exámenes cortos como en los parciales se les permitía a los estudiantes disponer de la guía de heurísticos.

Para el posterior análisis de la evolución de los alumnos se recogían, siempre a un mismo grupo de diez, las ocho experiencias, y por cada experiencia se seleccionaba, además, a cinco jóvenes al azar. Para la escogencia de los diez estudiantes se tuvo en cuenta la asistencia regular a clases y que realizaran las actividades. Luego el profesor procedía a resolver problemas correspondientes al tema en referencia, utilizando el procedimiento de acuerdo con el tipo de problema (por demostrar o por resolver).

Posteriormente se aplicó el post-test a los grupos experimental y de control. Al final del semestre se entrevistó al experimental para recoger las impresiones de los jóvenes sobre el programa de enfoque heurístico aplicado.

### 3 Resultados

Los resultados de la aplicación del instrumento se analizaron teniendo en cuenta el comportamiento de las medias obtenidas en la categoría hipotético-deductiva de los grupos experimental y de control. Con ese fin se utilizó una prueba de hipótesis para diferencia de medias; se escogió un nivel de confiabilidad del 95% (Alfa 0.05) y, como las muestras eran menores de 30, se seleccionó el estadígrafo *t de Student*.

Como aspecto fundamental de la investigación es importante destacar que se hizo necesario establecer si existía o no diferencia significativa entre el grupo experimental y el de control antes de la aplicación del programa de enfoque heurístico. El control de esta variable era importante porque permitiría verificar, por un lado, que los dos grupos tuvieran el mismo nivel de pensamiento hipotético-deductivo antes de la aplicación del programa y! por el otro, que los cambios que se produjeran pudieran atribuirse a la variable independiente (programa de enfoque heurístico).

Al aplicar el estadígrafo *t de Student* se obtuvieron los resultados que se presentan en el cuadro 1.

El valor *p* (nivel más bajo de significancia en el cual el valor observado del estadístico de prueba

### Cuadro 1

Comparación del pre-test entre el grupo control y el experimental

Grupo control				Grupo experimental			Comparación		
Categoría	x	s	Nº de sujetos	x	s	Nº de sujetos	Grados de libertad	Valor <i>t</i> obtenido	Valor <i>t</i> límite
P. hip-ded	18.2	3.876	15	20.2	2.876	20	33	1.7544	1.6896

Nota: X: media

S: desviación estándar de la muestra

P: hip-ded: Pensamiento hipotético-deductivo

es significativo) que se obtuvo en el pensamiento hipotético-deductivo fue 0.089, el cual es mayor que 0.05. Esto indica que se acepta  $H_0$ ; por lo tanto, no hay diferencia significativa en el pensamiento hipotético-deductivo entre el grupo experimental y el grupo control.

En el cuadro 2 se presentan los resultados comparativos del grupo experimental.

En el pensamiento hipotético-deductivo, el valor  $p$  es menor que 0.05, por lo tanto se establece que

sí hay diferencia significativa entre el pre-test y el post-test en el grupo experimental. Esto significa que existe una relación causal entre la variable independiente y la dependiente.

En los cuadros 3 y 4 se muestran los datos intragrupos.

El valor  $p$  que se obtuvo en el pensamiento hipotético-deductivo fue 0.034, el cual es menor que 0.05; por ello se rechaza la hipótesis nula y se acepta la hipótesis de trabajo. En consecuencia, se concluye que sí hay

### Cuadro 2

Comparación entre el pre-test y el post-test en el grupo experimental

Pre-test			Post-test			Comparación			
Categoría	x	s	N° de sujetos	x	s	N° de sujetos	Grados de libertad	Valor p	Sig. correl.
P.hip-ded	20.2	2.876	20	21.7	2.273	20	19	0.016	0.14

**Cuadro 3**

Comparación entre el pre-test y el post-test en el grupo control

Categoría	Pre-test			Post-test			Comparación		
	x	s	N° de sujetos	x	s	N° de sujetos	Grados de libertad	Valor p	Sig. correl.
P. hip-ded	18.2	3.877	15	19.8	2.808	15	14	0.072	0.021

El valor  $p$  es mayor que 0.05 en el pensamiento hipotético-deductivo. Por ello se concluye que no hay diferencia significativa entre el pre-test y el post-test en el grupo control.

**Cuadro 4**

Comparación del post-test entre el grupo control y el experimental

Categoría	Grupo control			Grupo experimental			Comparación		
	x	s	N° de sujetos	x	s	N° de sujetos	Grados de libertad	Valor $t$ obtenido	Valor $t$ límite
P. hip-ded	19.8	2.808	15	21.7	2.273	20	33	2.2125	1.6896

diferencia significativa; esto confirma la relación causal entre la variable independiente y la dependiente.

Además del análisis estadístico, se realizaron entrevistas con estudiantes del grupo experimental, con el fin de determinar qué tanto estos jóvenes se habían apropiado, en su lenguaje, de las categorías de pensamiento propias del razonamiento hipotético-deductivo. Para ello se les hicieron preguntas abiertas sobre el proceso sin mencionar de manera específica destrezas de pensamiento que sugirieran respuestas a estos interrogantes. En el desarrollo de las entrevistas aparecieron, en el lenguaje de los estudiantes, expresiones y

razonamientos alrededor de categorías como la comprensión, la lógica, el análisis y la inferencia. A continuación se presenta una síntesis de estas expresiones:

### **Comprensión**

En el diálogo con los estudiantes aparecieron expresiones como las siguientes:

- «... la **comprensión** es lo primero que uno tiene que hacer para resolver un problema».
- «... por medio de esas experiencias uno se da cuenta gráficamente o

manualmente en qué consisten los teoremas; es más fácil para **captarlos** más adelante».

- «... conocer de dónde salen, uno sabe de dónde salen... En caso tal que uno se le olvide el enunciado, **uno va a cómo es que se saca** y lo puede resolver».
- «... todo tema que se dé en geometría con una experiencia va a tener una **mejor comprensión** para cada persona».
- «... me servía "full" porque cuando yo estaba haciendo los ejercicios, o sea recordada, recordaba.... y eso me ayudaba a **comprender** los problemas».
- «... más que análisis, se busca también **comprensión**».
- «en otras materias también... Estos procesos que van paso por paso llegan a ayudar mucho porque uno **comprende más** el problema... Los pasos que más te sirven... los que más te van a ayudar para poder resolver el problema».

A través de las respuestas se puede inferir que los estudiantes consideran que la comprensión es una fase indispensable en el proceso requerido para solucionar un problema o para aprehender un teorema o postulado, como en el caso de este estudio, en

el cual se empleó la geometría como pretexto. Se observa, igualmente, que los jóvenes le dan valor a la necesidad de la comprensión como una categoría aplicable en las demás áreas del conocimiento. La mayoría coincide en afirmar que en la medida en que el objeto de aprendizaje pueda ser manipulado y observado en detalle, mayor ha de ser su nivel de comprensión y, por ende, de apropiación del conocimiento.

Con la configuración de las experiencias que se fundamentan en las representaciones enactivas, icónicas y simbólicas establecidas por Jerome Bruner, y con el procedimiento para resolver problemas basado en el heurístico de Schoenfeld, se esperaba –como en efecto se estableció en la investigación– que los estudiantes lograran mejorar su capacidad de comprensión (componente intrínseco característico del pensamiento hipotético-deductivo).

### **Análisis**

En relación con esta categoría, las expresiones detectadas en los estudiantes fueron las siguientes:

- «... otros problemas, por ejemplo de la vida diaria..., se pueden resolver mirando **dónde estamos y adónde queremos llegar**».
- «... uno mejora la **capacidad de análisis**, ya que en el salón de clases uno practica los teoremas».

- «... no es lo mismo escuchar en la radio un cuento que estar viéndolo en televisión... Gráficamente a uno se le queda plasmado, es más fácil de **razonar**, de **sintetizar**, de **analizar**, de todo eso».
- «... que hayan preguntas distintas y de **diferente análisis**... en lo cual uno **pueda analizar** y abarcar más el tema».
- «... **se mejora el análisis** de algún problema».
- «... estos ejercicios, en orden lógico, **uno tiene que analizar** bien los pasos que va a utilizar».

Los estudiantes reflejan en sus comentarios que tanto las experiencias manuales como la utilización de un procedimiento para resolver problemas les invitan a y favorecen el análisis. Reconocen que el análisis es un proceso necesario de emplear si se quiere afrontar de manera satisfactoria cualquier situación, ya sea de la cotidianidad o de un área específica de estudio.

Expresiones espontáneas como las anteriores apoyan el papel que el programa heurístico pudo tener en el mejoramiento de este aspecto del proceso cognitivo en los estudiantes. Inicialmente fue dispuesto para situaciones de la geometría, pero se esperaba que posteriormente, en la medida en que el joven se

apropiara de ello, lo hiciera extensivo a situaciones de su cotidianidad.

### Lógica

En cuanto a este aspecto, éstas fueron algunas expresiones de los estudiantes:

- «... nos enseñaban un **método lógico** de cómo hacer las demostraciones... Gráficamente se demostraba en experiencias, en la vida real».
- «... el contenido de la asignatura le aporta a uno no sólo para desarrollar los conocimientos acá...; le desarrolla a uno el **pensamiento**, la **lógica**, y es lo que necesitamos».
- «... en geometría nos están enseñando siempre que para llegar a algo hay que llevar unos **pasos ordenados** y llegar hasta ellos».
- «... aplicando unos **pasos lógicos** se llega más fácil a la resolución de los problemas».
- «... cuando he escrito algo esperando que alguien lo lea..., mi procedimiento es que entiendan claramente **cuáles son los pasos**..., o sea, uno por uno».
- «... una guía que le dice a uno **por dónde comenzar, para dónde ir**..., ¿por dónde comienzo?, ¿qué tengo que hacer?»

A partir de lo que los estudiantes del grupo experimental expresaron espontáneamente, se puede inferir que lograron reconocer que en la resolución de ejercicios o en la realización de demostraciones geométricas, así como en las situaciones de la vida práctica y en cualquier otra área del conocimiento, es pertinente hacer uso del razonamiento lógico, porque éste proporciona las secuencias necesarias que nos han de llevar hacia el logro de un determinado propósito.

Como lo anota Piaget, una característica del pensamiento formal es la capacidad de combinar las operaciones cognitivas en todos los órdenes posibles. En este punto se nota que internamente nuestro pensamiento responde a un orden lógico, lo cual sucede de igual manera en el mundo exterior. En concordancia con esto, el programa heurístico empleado fomentó en los estudiantes reflexiones sobre la necesidad de esa lógica.

### ***Inferencia***

A través de expresiones como las que se señalan a continuación se pueden apreciar las reflexiones de los estudiantes sobre esta categoría:

- «... uno tiene que poner en práctica todo aquello que ha aprendido..., no sólo le sirve a uno para la geometría, **sino que en otras materias** he tenido que aplicar...»

- «... utilizar experiencias nos dieron unos alcances más de conocimientos... **aprender y captar más** conocimientos para otras materias...»
- «... por medio del método que empleamos podíamos **sacar las propiedades de cada uno**, y eso me lo pude aprender más fácil.»
- «... enfatiza lo que es la hipótesis y la tesis, y **tú te das cuenta** qué es lo que tienes que demostrar...»

Los estudiantes expresaron que el proceso de aprender por medio de la realización de experiencias, además de facilitarles la apropiación de los conocimientos, les permite vislumbrar la aplicación y la utilidad de éstos.

Acorde con lo que plantea Piaget, el desarrollo del pensamiento hipotético-deductivo depende de la comprensión de lo posible y de lo necesario, es decir, que entre los procesos que caracterizan al pensamiento formal, la inferencia es uno de ellos; razón por la cual las experiencias fundamentadas en los modos de representación de Bruner y el procedimiento para resolver problemas basado en el heurístico de Schoenfeld, propiciaron en los estudiantes el desarrollo de esta capacidad.

Tanto en las evidencias que soportan esta categoría como en las evidencias de las anteriores se puede inferir de las respuestas que



las experiencias, así como el curso de geometría en general, ponen a pensar de forma activa al estudiante, y en ese proceso el joven logra, a partir de los rasgos de simple percepción, hacer una abstracción y codificar las proposiciones esperadas en un lenguaje simbólico.

La abstracción se puede considerar como un indicador de pensamiento formal; por ello, a través de las vivencias obtenidas en esta investigación, se puede afirmar que en la medida en que un sujeto manipule, imagine y codifique un objeto de la realidad, mejorará notablemente en la apropiación y transformación del conocimiento.

#### 4 Conclusiones

Este estudio ha aportado conocimientos y experiencias relevantes que permiten plantear conclusiones como las siguientes:

- El procedimiento estadístico permite establecer que el pensamiento hipotético-deductivo de los estudiantes de primer semestre de ingenierías puede ser desarrollado a través de un programa de enfoque heurístico; de esta manera se corrobora la hipótesis planteada en esta investigación.
- La estrategia pedagógica que se aplicó en este estudio promueve

el desarrollo del pensamiento hipotético-deductivo, ya que la prueba estadística demostró que el grupo control no aumentó significativamente el nivel de este pensamiento.

- El análisis cualitativo permite afirmar que el empleo de los sistemas de representación de Bruner (enactivo, icónico y simbólico) en las experiencias facilitó la comprensión de los teoremas geométricos. Este es uno de los aspectos que aparecieron reiteradamente en las expresiones de los estudiantes.
- Los sistemas o modos de representación de Bruner constituyen un buen recurso en las metodologías de enseñanza utilizadas en las asignaturas que contienen un alto nivel de abstracción, en especial si se tiene en cuenta que los alumnos de los primeros semestres de la universidad no han desarrollado plenamente el pensamiento hipotético-deductivo.
- Los procedimientos para resolver problemas llevaron a los estudiantes a ser conscientes (metacognición) de los pasos que se necesitaban para su solución; esto favoreció los procesos de análisis e inferencia.

- De acuerdo con el análisis cualitativo, el programa de enfoque heurístico fue valorado de manera positiva por los estudiantes, al reconocer que este programa involucra procesos que permiten desarrollar el pensamiento (comprensión, inferencia, lógica y análisis).
- Los métodos didácticos que se usan tradicionalmente no tienen en cuenta el estado cognoscitivo del alumno, lo que trae como consecuencia la incompreensión parcial de los temas tratados en las asignaturas de las matemáticas.
- Teniendo en cuenta que las habilidades del pensamiento hipotético-deductivo no se desarrollan si no se enseñan específicamente, se deben propiciar medios y metodologías que permitan su desarrollo para mejorar la calidad de la educación.
- Se recomienda que los docentes expongan las ideas matemáticas en varias formas de representación, ya que éstas facilitan su comprensión.
- Se sugiere el diseño de líneas de investigación sobre estrategias que permitan el desarrollo del pensamiento hipotético-deductivo en los alumnos.

## Referencias

- BRUNER, J. (1980)  
*Investigaciones sobre el desarrollo cognitivo*. Madrid: Pablo del Río.
- (1987)  
*La importancia de la educación*. Barcelona: Paidós.
- CORTEZ, R. & NIAZ, M. (1999, junio)  
Adolescents understanding of observation, prediction and hypothesis in everyday and educational contexts. *The Journal of Genetic psychology*, 160, pp. 125- 141.
- FAW, T. (1981)  
*Psicología del niño: Teoría y 488 problemas resueltos*. Bogotá: McGraw-Hill.
- IRIARTE, E., BELLO, A., MANJARRÉS, M. & MIER, M. (1986)  
Desarrollo del pensamiento formal en una muestra de adolescentes escolarizados de la ciudad de Barranquilla. *Anuario Científico*, Universidad del Norte, 7, pp. 225-240.
- IRIARTE, E., MERCADO, E., MUÑOZ, M. & TORRES, L. (1989)  
Características del pensamiento del adolescente escolarizado de la ciudad de Montería. *Anuario Científico*, Universidad del Norte, 8, pp. 33-46.
- IRIARTE, E., BARRERA, M., MAZILLI, G. & PALACIO, D. (1990)  
Características del pensamiento en adolescentes escolarizados de la ciudad de Riohacha. Tesis de grado no publicada, Universidad del Norte, Barranquilla (Colombia).

IRIARTE, E., CASTRO, C., LARA, M. & MULFORD, A. (1991)  
Características del pensamiento en estudiantes universitarios. Tesis de grado no publicada, Universidad del Norte, Barranquilla (Colombia).

JOHNSON, P. (1999)  
Deductive reasoning. *Annual Review of psychology*, 50, pp. 109-135.

NAVARRO, V., BATANERO, C. & DÍAZ, J. (1996, abril)  
Razonamiento combinatorio en alumnos de secundaria. *Educación Matemática*, 1 (8), pp. 26-33.

NICKERSON, R., PERKINS, D. & SMITH, E. (1987)  
*Enseñar o pensar: Aspecto de lo aptitud intelectual*. Barcelona: Paidós.

OERTER, R. (1975)  
*Psicología del pensamiento*. Barcelona: Herder.

PIAGET, J. (1979)  
*Seis estudios de Psicología*. Barcelona: Seix Barral.

— (1980)  
*Psicología de la inteligencia*. Buenos Aires: Psique.

PIAGET, J. & INHELDER, B. (1980)  
*Psicología del niño* (9ª ed.). Madrid: Morata.

SCHOENFELD, A. (1985)  
*Mathematical problem solving*. Nueva York: Academic Press.

SPRINTHALL, N. A. & SPRINTHALL, R. C. (1990)  
*Educational psychology: A development approach* (5ª ed.) Nueva York: McGraw-Hill.

TORRES, J. (1994)  
*Globalización e interdisciplinariedad: El currículo integrado*. Madrid: Morata.

YUSTE, C. (1997)  
*Los programas de la mejora de la inteligencia*. Madrid: Cepe.