



Perfil de Coyuntura Económica

ISSN: 1657-4214

malopez@economicas.udea.edu.co

Universidad de Antioquia

Colombia

Gomez M, Wilman; Rhenals M, Remberto
Ahorro de los hogares, demografía y mercado laboral en Colombia, 1950-2012
Perfil de Coyuntura Económica, núm. 26, diciembre, 2015, pp. 43-81
Universidad de Antioquia
Medellín, Colombia

Disponible en: <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=86150482002>

- Cómo citar el artículo
- Número completo
- Más información del artículo
- Página de la revista en redalyc.org

redalyc.org

Sistema de Información Científica
Red de Revistas Científicas de América Latina, el Caribe, España y Portugal
Proyecto académico sin fines de lucro, desarrollado bajo la iniciativa de acceso abierto

Ahorro de los hogares, demografía y mercado laboral en Colombia, 1950-2012*

Wilman Gomez M**
Remberto Rhenals M***

DOI: 10.17533/udea.pece.n26a02

-Introducción-I. Los datos colombianos en el período 1950-2012. —A. El comportamiento de las tasas de ahorro total, privado y de los hogares. —B. Tendencias demográficas y laborales en Colombia — II. Una breve síntesis de la evidencia empírica sobre la hipótesis del ciclo de vida — III. El modelo teórico. — IV. Los resultados de la estimación econométrica para Colombia. — Conclusiones. — Referencias Bibliográficas

Primera versión recibida el: 26 de agosto de 2015; versión final aceptada el: 06 de octubre de 2015

Resumen: La caída de la tasa de ahorro en Colombia se ha consolidado no solo como una tendencia largo plazo, sino que además ha exhibido un cambio estructural de importancia al inicio de los años noventa. Apelando a una hipótesis alternativa, la del mercado de trabajo, este artículo construye un modelo en el que, además del consumo y el ingreso laboral, se tienen en cuenta la tasa de desempleo, y la tasa global de participación. Las estimaciones por Método Generalizado de Momentos muestran que estadísticamente, los efectos del consumo

y del ingreso laboral per cápita son iguales lo que, además de sugerir fuertemente el cumplimiento de la teoría del ingreso permanente, deja un gran poder explicativo a las variables laborales, siendo la tasa de desempleo la de mayor efecto significativo y, adicionalmente, el quiebre estructural que esta última presentó en la década de los noventa parece estar acompañada con el quiebre estructural de la tasa de ahorro. Así, la evidencia empírica contenida en las estimaciones sugiere que una mejoría en las condiciones de mercado laboral que

* Agradecemos los comentarios y aportes de Jaime Alberto Montoya, Carlos Estaban Posada y Angélica Sánchez. Las responsabilidades por omisiones, limitaciones y carencias son totalmente de los autores.

** Profesor Facultad de Ciencias Económicas. Universidad de Antioquia. Grupo de Macroeconomía-Aplicada. Dirección electrónica: wvongomez@gmail.com, wilman.gomez@udea.edu.co.

*** Profesor Facultad de Ciencias Económicas. Universidad de Antioquia. Grupo de Macroeconomía-Aplicada. Dirección electrónica remberto.rhenals@udea.edu.co, rrhenals@udea.edu.co.

reduzcan la tasa de desempleo ayudarán a recuperar de manera significativa la tasa de ahorro en Colombia.

Palabras clave: tasa de ahorro, mercado laboral, ingreso permanente, cambio estructural, tasa de desempleo.

Clasificación JEL: E21, E24

Abstract: The decrease of saving rate in Colombia has become not only a long run trend but also has exhibited an important structural break in the nineties. Appealing to an alternative hypothesis, that of the labor market, in this work it is built a model including unemployment rate and gross rate of participation, besides per capita consumption and labor income. General Method of Moments estimations show that the effects of labor income and consumption are statistically the same, which not only strongly suggest the fulfilling of permanent income hypothesis, but also leave a high explicative power to labor market variables, where unemployment rate has the highest significative effect and, furthermore, the structural break present in this last variable during nineties seems to be well encompassed with the structural break present in saving rate. Thus, the empirical evidence embodied in the estimations suggests that an improvement in labor market conditions leading to unemployment reductions will help significantly recovering the saving rate in Colombia.

Key words: savings rate, labor market, permanent income, structural break, unemployment rate.

JEL classification: E21, E24I.

Résumé: La baisse du taux d'épargne en Colombie s'est été imposé ne seulement comme une tendance à long terme, mais a également montré un changement structural important au début des années 90's. En considérant une hypothèse alternative, le marché du travail, ce document construit un modèle qui tient en compte la consommation, le revenu du travail et aussi le taux de chômage comme le taux global de participation. Selon les estimations de GMM montrent que statistiquement, les effets de la consommation et le revenu du travail par habitant sont égales, ce aussi suggèrent fortement le respect de la théorie du revenu permanent, il laisse un grand pouvoir explicatif des variables du travail, étant le taux de chômage le plus important et, en plus, la dernière rupture structurelle introduite dans les années 90's semble être dans le temps avec la rupture structurelle du taux d'épargne. Ainsi, les données empiriques dans les estimations suggèrent que l'amélioration des conditions du marché du travail qui réduisent le taux de chômage va aider à récupérer de manière significative le taux d'épargne en Colombie.

Mots clés: taux d'épargne, marché du travail, revenu permanent, rupture structurelle, taux de chômage.

Introducción

La relación entre ahorro y demografía ha sido objeto de una amplia literatura desde hace varias décadas, conformando principalmente lo que se conoce como la teoría del ciclo de vida. Puesto que, según esta teoría, el patrón de ahorro dependerá

del período de la vida en que se encuentra el individuo, la estructura demográfica de la población sería un determinante fundamental del ahorro de los hogares. Y puesto que los individuos tienden a desahorrar en las primeras etapas del ciclo de vida, a ahorrar durante los años productivos y nuevamente tienen ahorro negativo en las últimas etapas de la vida o en el período de jubilación, una de las predicciones comúnmente asociada a la hipótesis del ciclo de vida es la existencia de una relación positiva entre el crecimiento poblacional y la tasa de ahorro agregado.

No obstante, entre los economistas persiste el debate sobre la relación entre la estructura demográfica de la población y el ahorro de los hogares. Por ejemplo, en un modelo sencillo de productividad, demografía y ciclo de vida, Obstfeld y Rogoff (1998) muestran que los efectos de las tasas de crecimiento de la población y de la productividad laboral sobre la tasa de ahorro privado dependen de la tasa de crecimiento del ingreso de las personas a lo largo de la vida. Por su parte, Deaton y Paxson (1999) señalan que, no obstante el perfil en forma de joroba entre ahorro y edad, la hipótesis del ciclo de vida implica que mayores ritmos de crecimiento de la población pueden aumentar o reducir la tasa de ahorro agregado.

La evidencia empírica sobre la hipótesis del ciclo de vida tampoco es concluyente. De hecho, las investigaciones generalmente basadas en datos microeconómicos no han detectado relaciones robustas entre factores demográficos (en particular, la tasa de crecimiento poblacional) y ahorro, mientras que los estudios macroeconómi-

cos soportan un fuerte nexo entre ambas variables. Esta evidencia empírica mixta puede deberse, entre otras razones, al hecho de que los países se encuentran en diferentes etapas del proceso de transición demográfica, pero también a la ausencia de una consideración más detallada de la estructura demográfica de los países. Y aunque la mayoría de los análisis teóricos sobre el ahorro agregado basados en el modelo del ciclo de vida examinan los impactos de diferentes estructuras de edades en estado estacionario, este modelo puede ser extendido con el fin de examinar también los efectos que tienen los procesos de “transición demográfica” en el ahorro agregado de los países.

Como se sabe, la mayoría de los países en desarrollo se encuentran en medio de importantes transiciones demográficas, inducidas por tasas más bajas de fecundidad y mortalidad. Estos países experimentarán reducciones adicionales de la tasa de dependencia infantil en las próximas décadas, que se espera sean compensadas en parte por el aumento de la tasa de dependencia de la población vieja, con lo que probablemente la tasa de dependencia global descienda también durante algún tiempo. Y debido a que los efectos económicos difieren entre las diversas etapas del proceso de transición, el cambio demográfico tiene muy variadas consecuencias económicas y sociales.

Una implicación fundamental de la hipótesis de ciclo de vida es que la tasa de ahorro tiene una relación inversa no solamente con respecto a la tasa de dependencia de los viejos, sino también en relación con la tasa de dependencia infantil (Coale-Hoover,

1958 y Wakabayashi y MacKellar, 1999).¹ La tasa de ahorro privado aumentaría con la importancia de la población trabajadora y caería con el aumento en la proporción de población muy joven y vieja.² En consecuencia, los países con una estructura poblacional fuertemente concentrada en el grupo en edad de trabajar tenderían a tener niveles de ahorro e ingreso per cápita más altos (“primer dividendo demográfico”), suponiendo otras condiciones similares. Sin embargo, los efectos de este “primer bono demográfico” dependen de las condiciones del mercado laboral o, en otras palabras, de la reacción de los salarios y la participación laboral ante el rápido aumento de la población en edad de trabajar (Mapa y Bersales, 2008).

El objetivo principal de este artículo es examinar la relación entre ahorro de los hogares y mercado laboral en Colombia, puesto que el comportamiento de las variables laborales parece estar en el centro de los canales de transmisión de los factores demográficos sobre el ahorro de los hogares. Se compone de seis secciones, donde la primera es esta introducción. En la segunda parte se describe rápidamente la evolución de las tasas de ahorro colombianas en el período 1950-2012, así como el comportamiento de algunas variables demográficas y del mercado laboral. La tercera sección presenta un breve resumen de alguna literatura sobre ahorro y demografía. La cuarta muestra el procedimiento

que permite obtener la ecuación que relaciona la tasa de ahorro de los hogares con algunas variables del mercado laboral, la quinta sección presenta los resultados de la estimación econométrica con datos colombianos y, en la última sección, se esbozan las principales conclusiones.

I. Los datos colombianos en el período 1950-2012.

A. El comportamiento de las tasas de ahorro total, privado y de los hogares.

Como se sabe, el ahorro medido en cuentas nacionales no es equivalente al concepto económico de ahorro, entendido como variación en el nivel de riqueza neta. No obstante, una comparación para Chile y Colombia entre medidas más adecuadas al concepto económico de ahorro privado o de los hogares y las series de ahorro convencional o de cuentas nacionales muestra que se mueven en forma relativamente similar (Gallego, Morandé y Soto, 2001; Bennett, Loayza y Schmidt-Hebbel, 2001; Vergara 2001 y Cárdenas y Escobar, 1998). En consecuencia, aunque las cifras de ahorro de las cuentas nacionales no están exentas de problemas, la evolución en el mediano o largo plazo de algunas medidas ajustadas de ahorro no parecen registrar un comportamiento diferente que la de las mediciones tradicionales que se obtienen directamente de las cuentas nacionales,

1 Esta tasa de dependencia se refiere a la de las primeras etapas del ciclo de vida, incluyendo no solamente la niñez, sino también la población de jóvenes.

2 Otros factores como la tasa de fertilidad, la esperanza de vida y los niveles de ingreso son también posibles determinantes del ahorro privado (Yasin, 2007).

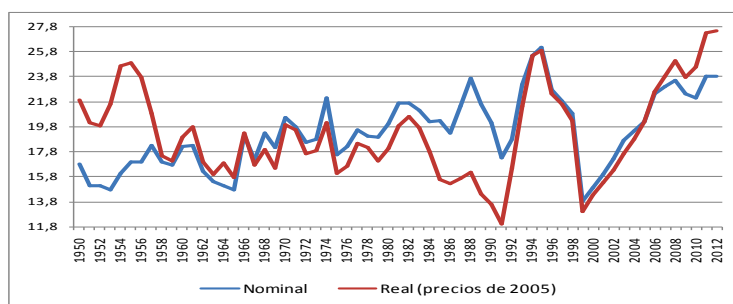
constituyendo estas últimas una aproximación aceptable sobre la evolución de las tasas de ahorro privado de los países.³

En Colombia, el ahorro total promedio, durante el período 1950-2012, ascendió al 19,3% del PIB nominal, siendo el ahorro privado su mayor componente (en promedio, ha representado alrededor del 80%). Por su parte, el ahorro de los hogares representó aproximadamente el 60% del ahorro privado, aunque dicha participación ha tendido a disminuir. En la gráfica 1 puede observarse que mientras la tasa de ahorro total real de la economía fue creciente entre principios de la década de 1950 y mediados de los noventa, la tasa de ahorro nominal fue relativamente estable desde finales de los cincuenta hasta mediados de la década de 1980. Desde entonces ambas han registrado oscilaciones

relativamente duraderas y bastante intensas⁴. Se observa también que después de la fuerte caída en la segunda mitad de los noventa, la tasa de ahorro (inversión) total ha registrado una significativa recuperación en lo corrido del siglo actual que, en el caso de la tasa de ahorro real, ha superado levemente los niveles alcanzados hacia mediados de la década de 1990.

Ahora bien, el ahorro total de la economía es igual al ahorro nacional o interno más el ahorro externo. El primero está compuesto por el ahorro privado y el ahorro público. El ahorro privado se compone del ahorro de los hogares (incluyendo las instituciones sin fines de lucro que sirven a los hogares) y del ahorro de las empresas (incluye las sociedades y cuasisociedades no financieras y las sociedades financieras).

Gráfica 1
Tasa de inversión (ahorro) bruta total, 1950-2012
(Porcentaje del PIB)



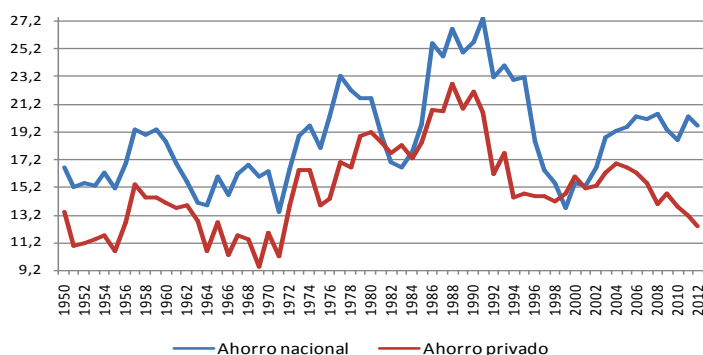
Fuente: Banco de la República y DANE. Las series fueron empalmadas a partir de las cuentas nacionales (metodología 2005), siguiendo el procedimiento GRECO. Cálculos de los autores.

- 3 Las diferencias importantes parecen radicar más en sus magnitudes y en sus distintas reacciones al ciclo económico (Gallego, Morandé y Soto, 2001), por ejemplo.
- 4 Los ciclos han sido más acentuados para la inversión real que para la nominal, sugiriendo fuertes fluctuaciones en los precios relativos de los bienes de capital (Ocampo y Tovar, 1998). Los precios relativos de la inversión fueron relativamente estables entre fines de los cincuenta y mediados de los ochenta, suben apreciablemente hasta finales de esta última década y desde entonces registran una fuerte reducción en forma prácticamente sostenida.

El comportamiento del ahorro nacional y privado se muestra en la gráfica 2. Como puede observarse, la dinámica del primero está estrechamente relacionada con la del segundo. De hecho, este último representó en promedio el 80,5% del ahorro nacional en las seis décadas analizadas. Se observa también que ambos registraron un cuasi-estancamiento hasta finales de los sesenta, una tendencia al alza hasta finales de los ochenta o principios de los noventa y se reducen hasta finales de los noventa. Posteriormente siguen trayectorias algo diferentes: Mientras que la tasa de ahorro

nacional se recupera hasta situarse en niveles similares a los de mediados de la década de 1970; la tasa de ahorro privado registra una leve alza hasta la mitad de la primera década del siglo actual, en los siguientes años se reduce hasta situarse en niveles históricamente bajos. En consecuencia, en una perspectiva de largo plazo, puede afirmarse que el ahorro nacional y el ahorro privado (como proporción del PIB) prácticamente se han estancado en los últimos cuatro decenios, aunque en medio de importantes fluctuaciones.⁵

Gráfica 2
Ahorro bruto nacional y privado nominales, 1950-2012
(Porcentaje del PIB)



Fuente: DANE. En el ahorro privado se incluye el ahorro de los hogares, el ahorro de las sociedades y cuasiesociedades no financieras privadas y el ahorro de las sociedades financieras. Cálculos de los autores.

La evolución del ahorro de los hogares se presenta en la gráfica 3. Como puede observarse en esta gráfica, el ahorro de los hogares, como porcentaje del PIB, cayó entre principios de los cincuenta y de los

setenta, en medio de bruscas oscilaciones; entre principios de los setenta y de los noventa fue relativamente estable; cae sostenidamente hasta finales de los noventa y desde entonces se estabiliza en niveles bajos.

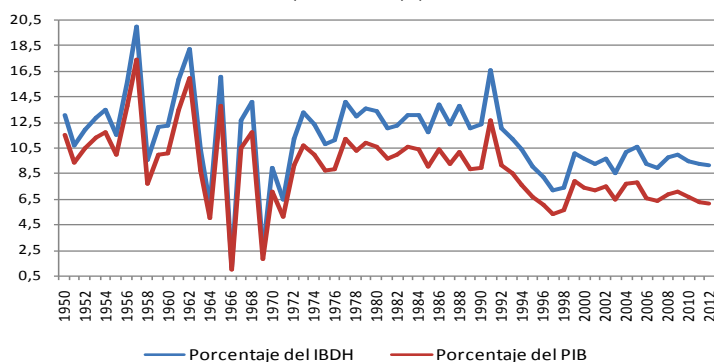
5 La caída de la tasa de ahorro privado entre 1988 y 1994 es considerada dramática en un trabajo de Sánchez, Murcia y Oliva (1996). Pero, como se observa en la gráfica 4, seguirá cayendo aún más hasta finales de los noventa y sus niveles recientes son solamente similares a los de principios de los setenta. Cabe señalar que las cifras utilizadas por estos autores están basadas en la metodología de las cuentas nacionales de 1975 y, por tanto, difieren de las empalmadas de este trabajo, aunque las tendencias son similares.

El ahorro nominal de los hogares, como porcentaje del PIB, registró un promedio de 9,9% en 1950-1971, 10,0% en 1972-1992, 6,6% en 1993-1998 y 7,0% en 1999-2012.⁶

En consecuencia, en una perspectiva de largo plazo, puede afirmarse que el ahorro de los hogares, como proporción del PIB, se redujo y registró intensas fluctuaciones entre principios de los cincuenta y de los setenta, se mantuvo relativamente alto

en las dos décadas posteriores y en los años siguientes (1993-2011) se redujo, situándose en promedio en 7,0% del PIB.⁷ Adicionalmente, la participación del ahorro de los hogares en el ahorro privado fue, en promedio, de 57,6% en estas seis décadas analizadas, aunque claramente decreciente hasta 1990 y relativamente constante en las dos décadas posteriores (47,2% en promedio).

Gráfica 3
Ahorro de los hogares nominal, 1950-2012
(Porcentaje)



Fuente: DANE. Los hogares incluyen las instituciones privadas sin fines de lucro que sirven a los hogares (IPSFL). IBDH: Ingreso bruto disponible de los hogares. La tasa de ahorro de los hogares se define como el porcentaje del ahorro de los hogares en su ingreso disponible bruto (IDBH), porque es un mejor indicador de su tasa de ahorro. De hecho, las correlaciones entre ahorro familiar e ingreso son mejores cuando se utiliza el ingreso familiar disponible en vez del PIB (Gallego, Morandé y Soto, 2001). Cálculos de los autores.

- 6 Entre principios de los setenta y de los noventa, el ahorro privado, como porcentaje del PIB, aumenta. Puesto que la diferencia es la tasa de ahorro empresarial, esto significa que durante estas dos décadas se registró un aumento del ahorro de las empresas.
- 7 Con base en la metodología de las cuentas nacionales de 1975, tanto Cárdenas y Escobar (1998) como López (1998) señalan que la tasa de ahorro de los hogares (relación entre ahorro y PNB, aunque la tendencia es la misma considerando el PIB) registra una tendencia levemente negativa desde comienzos de la década de 1970. Sin embargo, comparada con la evolución que registraría desde principios de los noventa, puede afirmarse que entre los comienzos de estas dos décadas fue relativamente estable. De todas maneras, en este período las cifras empalmadas no muestran una tendencia descendente de la participación del ahorro de los hogares en el PIB. De hecho, la proliferación de los estudios sobre el ahorro en Colombia desde la década de los noventa refleja la preocupación por el fuerte deterioro que empezó a registrar desde principios de dicho decenio (Melo, Zárate y Téllez, 2006).

Ahora bien, la participación del ahorro de los hogares en el PIB puede separarse en dos componentes. De un lado, la proporción de este ahorro en el ingreso disponible de los hogares, que en términos más precisos constituye la tasa de ahorro de los hogares. Y, de otro lado, la participación del ingreso disponible en el PIB. La gráfica 3 muestra también la evolución de la tasa de ahorro de los hogares. La comparación de las gráficas muestra que el comportamiento, en el corto y largo plazo, de la proporción del ahorro de los hogares en el PIB está estrechamente asociado con la evolución de la tasa de ahorro de los hogares. De hecho, esta última fue muy inestable y decreciente en los decenios de 1950 y 1960, pero se mantuvo estable entre principios de los setenta y principios de la década de los noventa: en promedio 12,8% en el período 1972-1992.⁸ Cae en forma sostenida hasta finales de los noventa y posteriormente se estabiliza en niveles bajos. Sin embargo, a lo largo del período 1993-2012 se reduce, situándose en promedio en 9,4%.

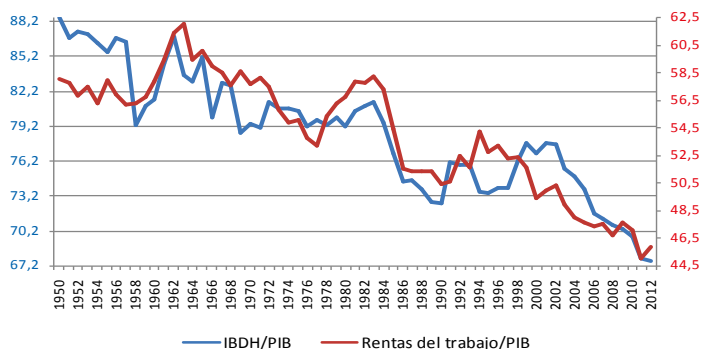
Por su parte, la proporción del ingreso bruto disponible de los hogares (IBDH) en el PIB registra una tendencia decreciente en las décadas de 1950 y 1960, mientras que en el período 1970-1984 fue estable, situándose en promedio alrededor de 80%, para luego caer en forma prácticamente sostenida hasta 67,6% en 2012 (Gráfica 4).⁹ En las seis décadas analizadas, se observa claramente una tendencia a la baja de la participación del ingreso disponible de los hogares en el PIB, aunque interrumpida: caída hasta finales de los sesenta, estabilidad hasta mediados de los ochenta y reducción posterior. Los promedios en estos tres grandes sub-períodos son: 84,2% en 1950-1969, 80,1% en 1970-1984 y 73,8% en 1985-2012. Este comportamiento de la proporción del IBDH en el PIB explica la relativa poca diferencia entre el porcentaje del ahorro de los hogares en el PIB y en el IBDH hasta principios de la década de 1970 y la brecha que se observa posteriormente.

8 Esta estabilidad también se observa en las cifras de las cuentas nacionales basadas en la metodología de 1975 (es decir, originales), aunque un poco más débil.

9 De hecho, disminuye en el sexenio 1985-1990, experimenta una leve y oscilante recuperación en la década siguiente y desde entonces cae en forma continua.

Gráfica 4

Participación del IDBH y de las rentas de trabajo en el PIB, en términos nominales, 1950-2012



Fuente: DANE. Las series de remuneración a los asalariados, excedente bruto de explotación e ingresos mixtos brutos fueron primero empalmadas siguiendo el procedimiento GRECO. Posteriormente, se calcularon las remuneraciones al trabajo y al capital mediante el método utilizado por Zuleta, Parada, García y Campo (2010). Dado que se obtienen cuatro estimaciones, la gráfica corresponde al promedio de estas estimaciones. Cálculos de los autores.

Puesto que la remuneración al trabajo constituye la mayor parte del ingreso de los hogares¹⁰, la caída de la importancia de este último en el PIB se asocia con la reducción de la participación de la remuneración al trabajo en el PIB. Un cálculo de la remuneración a los factores para el período 1950-2012, utilizando la metodología de Zuleta, Parada, García y Campo (2010), muestra que la participación del trabajo en la remuneración a los factores se ha reducido en las seis décadas examinadas, aunque fue relativamente estable en la

década de 1950 y desde mediados de los sesenta claramente se reduce, en medio de oscilaciones de mediana duración. Por ejemplo, sube entre 1977 y 1983, cae hasta 1990, aumenta un poco hasta 1994 y posteriormente se reduce en forma sostenida (gráfica 4). Cabe señalar que el trabajo de Zuleta, Parada, García y Campo (2010) muestra que en el período comprendido entre 1984 y 2005, la participación del trabajo en la remuneración total de los factores también se redujo.¹¹

10 La proporción de la remuneración al trabajo (calculada como se especifica en la gráfica 7) en el IDBH no muestra una tendencia clara a subir o bajar entre principios de los setenta y finales de la década pasada. De hecho, en medio de oscilaciones, ha fluctuado en torno a un promedio cercano al 70% en el período 1970-2012.

11 Como señalan los autores, este resultado contradice el paradigma Cobb-Douglas-Kaldor y tiene efectos sobre la metodología tradicional de la contabilidad del crecimiento, puesto que sobrestima el crecimiento de la productividad multifactorial. De hecho, según los resultados de Zuleta, Parada, García y Campo (2010), la caída de la PTF en el período comprendido entre 1984 y 2005 es muy superior a la estimada con el método tradicional.

En síntesis, la evolución en el largo plazo de la participación del ahorro de los hogares en el PIB se explica fundamentalmente por el comportamiento de la tasa de ahorro de los hogares (relación entre el ahorro y el ingreso disponible bruto de los hogares). Sin embargo, desde principios de los setenta, se observa una brecha importante entre la participación del ahorro de los hogares en el PIB y la tasa de ahorro de los hogares, debido a la caída de las rentas de trabajo en el PIB, puesto que la participación de los salarios en el ingreso disponible de los hogares fue relativamente estable en las cuatro décadas consideradas.¹²

Finalmente, la gráfica 5 muestra la evolución de los componentes permanentes de las tasas de ahorro de los hogares en el período examinado (1950-2012). Quizás esta gráfica permite apreciar de mejor forma las tendencias del ahorro de los hogares. La gráfica muestra que el ahorro de los hogares (como porcentaje del IBDH y del PIB) parece tener una

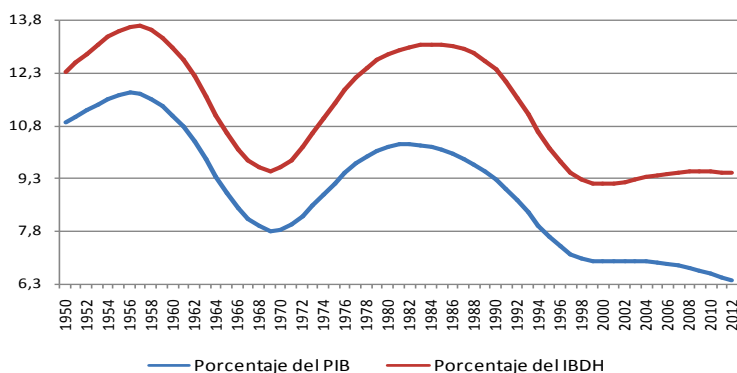
tendencia decreciente en el largo plazo. También se observan comportamientos cíclicos de mediana duración. Un primer ciclo que parece iniciarse un poco antes de la década de 1950 y se extiende hasta finales de los sesenta, un segundo que se extiende hasta finales de los noventa y posteriormente se observa, a juzgar por el ahorro de los hogares medido como proporción de su ingreso bruto disponible, la fase ascendente de un nuevo ciclo.¹³ Sin embargo, a diferencia de las otras fases de ascenso, esta última resulta más moderada, lo que no parece extraño. De hecho, un estudio reciente de Adler y Magud (2013) señala que, no obstante la gran magnitud de los ingresos extraordinarios derivados del reciente boom de términos de intercambio (2003-2012), sin precedentes en la historia latinoamericana, por lo menos, desde la década de los setenta, el esfuerzo de ahorro (la proporción ahorrada de dichos ingresos) fue menor que en episodios anteriores. Y Colombia no parece haber sido la excepción¹⁴.

12 En China, por ejemplo, la caída en la participación del ingreso de los hogares en el PIB, debido principalmente a los ingresos del trabajo, frenó el alza de la tasa de ahorro de los hogares (como porcentaje del PIB). Esto explica por qué, pese al fuerte aumento de la propensión media y marginal a ahorrar de las familias, el incremento de la tasa de ahorro de los hogares fue modesto entre 1992 y 2008 (Ma y Yi, 2010).

13 Esta fase ascendente parece haber finalizado. De hecho, la tasa de ahorro de los hogares (es decir, como porcentaje del IBDH) observada ha caído en forma persistente en los tres últimos años (2010-12), aunque moderadamente.

14 Un modelo de optimización intertemporal del consumo predice que una mejora persistente esperada de los términos de intercambio reduce la tasa de ahorro presente o relación entre el ahorro y el ingreso presentes (Posada, 1996).

Gráfica 5
Tasas permanentes de ahorro de los hogares, 1950-2011



Fuente: Ver gráfica 3. Cálculos de los autores.

B. Tendencias demográficas y laborales en Colombia.

Colombia ha registrado en las últimas décadas un proceso de transformación demográfica similar al de la mayoría de los países de América Latina. Como señala CELADE (2005), el cambio más relevante de la historia demográfica latinoamericana y caribeña reciente ha sido el acelerado descenso de la fecundidad: en sólo 40 años la región ha pasado de tener índices reproductivos entre los más altos del mundo a niveles por debajo de la media mundial. La reducción sostenida de la mortalidad era ya manifiesta hacia finales de la primera mitad del siglo XX, mientras que la tasa de fecundidad comenzó a reducirse desde la segunda mitad de la década de 1960, pasando de estar por encima del promedio mundial a situarse por debajo desde la década de 1990. Como

resultado de estas reducciones, la “explosión demográfica que registró América Latina hasta la década de los sesenta dio paso a una reducción significativa de la tasa de crecimiento poblacional.¹⁵ Según estimaciones de CELADE, en los últimos 55 o 60 años, la región habría ganado un poco más de 20 años en el promedio de vida, lo que significa una esperanza de vida al nacer de aproximadamente 73 años en el quinquenio 2005-2010.

Como se señaló, este proceso, caracterizado inicialmente por el tránsito de altos a bajos niveles de la mortalidad y, posteriormente, de la fecundidad, para así llegar a una nueva fase con niveles bajos en ambas variables, es denominado “transición demográfica”. En promedio, la región se encuentra en una etapa de plena transición demográfica, en que están descendiendo en forma pronunciada

15 Crecimiento de la población del orden de 3,0% anual durante la “explosión demográfica”, el más alto del mundo.

tanto la mortalidad como la fecundidad. Sin embargo, la situación por países es bastante heterogénea, dado que coexisten países que están en una fase incipiente o moderada de la transición con otros que están atravesando una transición ya avanzada, con una fecundidad baja, cercana a lo que se considera el nivel de reemplazo de la población (Chackiel, 2004). En América Latina y el Caribe este proceso de transición ha sido particularmente acelerado, ya que mientras a los países desarrollados les ha tomado aproximadamente dos siglos en completar el proceso, en la región se está produciendo en pocas décadas (Chackiel, 2004).

Chackiel (2004) clasifica el período de “transición demográfica” en cinco etapas: Transición incipiente, moderada, plena, avanzada y muy avanzada. De acuerdo con esta clasificación, Colombia pasó de la fase de “transición incipiente” en 1950-55 a la etapa de “transición plena” en 1985-90.¹⁶ Entre los países que se encontraban en transición incipiente, solamente Chile avanzó más rápido, puesto que se situó en la fase de “transición avanzada”. En 1995-2000, Colombia se seguía situando en “transición plena”, pero a Chile se habían unido Brasil y Costa Rica. Por su parte, CELADE (2008) clasifica la “transición demográfica” en cuatro fases: incipiente,

moderada, moderada avanzada y avanzada. En esta clasificación, Colombia se sitúa en 2000-2005 en la etapa de “moderada avanzada”, conjuntamente con la mayoría de los otros 20 países.¹⁷ En síntesis, Colombia se sitúa en el patrón promedio latinoamericano en materia de cambio demográfico.

El proceso de transición demográfica que ha registrado Colombia en el período 1950-2013 se muestra en la gráfica 6. De hecho, la tasa de dependencia demográfica aumenta hasta mediados de la década de 1960 y, posteriormente, registra una reducción sostenida, aunque en medio de períodos de mediano plazo de aceleración y desaceleración. Entre mediados de los sesenta y mediados de los setenta se observa una fuerte desaceleración, después continua cayendo más lentamente hasta finales de la década de 1980, en la década de los noventa se acelera nuevamente su caída y finalmente, desde principios de la primera década del siglo actual, la reducción es otra vez más moderada.

Las tendencias del mercado laboral pueden resumirse en el comportamiento de la participación laboral, de la tasa de desempleo y de la tasa de ocupación. También en la gráfica 6 puede observarse que la tasa bruta de participación (es decir, la oferta

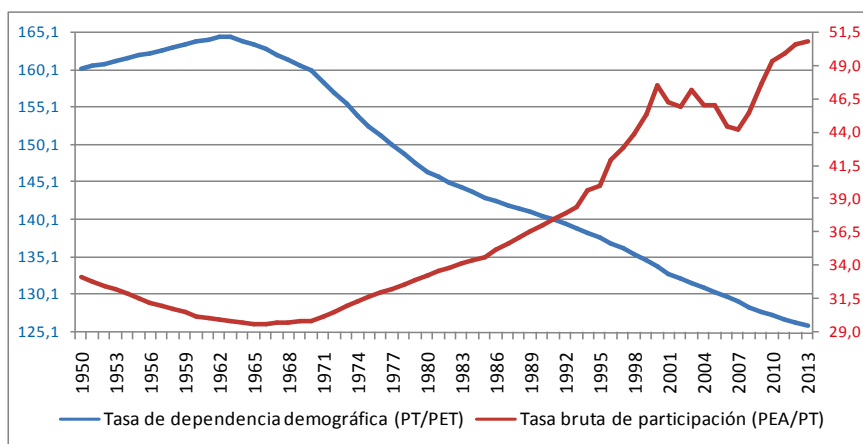
16 Entre los 20 países de América Latina (incluyendo Cuba, Haití y República Dominicana), solamente Argentina y Cuba estaban en “transición plena” y Uruguay en “transición avanzada” en 1950-55. En 1995-2000, Cuba y Uruguay estaba en “transición muy avanzada”; Argentina, Brasil, Chile y Costa Rica en “avanzada”; Bolivia, Guatemala, Honduras y Nicaragua en “moderada” y Haití seguía en “incipiente”.

17 Guatemala estaba rezagado en “transición moderada”, mientras que Argentina, Brasil, Chile, Costa Rica y Cuba estaban en “transición avanzada”.

relativa de trabajo) cae hasta mediados de los sesenta y desde entonces aumenta continuamente, exceptuando el período 2000-2007 que registra una reducción de un poco más de 3 puntos porcentuales.

Este aumento de largo plazo de la participación laboral también se ha registrado en medio de fases de aceleración y desaceleración de mediana duración.

Gráfica 6
Colombia: Tasas de dependencia demográfica y de participación laboral 1950-2013

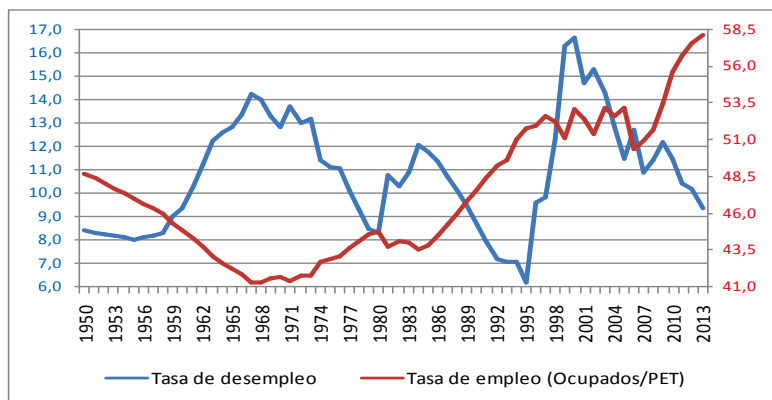


Fuentes: Posada y Rojas (2008), GRECO (2002), CELADE y DANE. Cálculos de los autores.

La gráfica 7 muestra las tasas de empleo y de desempleo. Puede observarse que después de la reducción hasta finales de la década de 1960, la tasa de empleo registra un ascenso en las últimas cuatro décadas y media, aunque en medio de estancamientos o caídas moderadas de relativa corta duración. Por su parte, la tasa de desempleo claramente registra tres ciclos: *grosso modo*, mediados de 1950-finales de los setenta, principios de los ochenta-miados de los noventa y segunda mitad de los noventa-principios de la década actual. Las tasas medias de desempleo durante estos tres ciclos son: 11,2%, 9,4% y 12,3%.

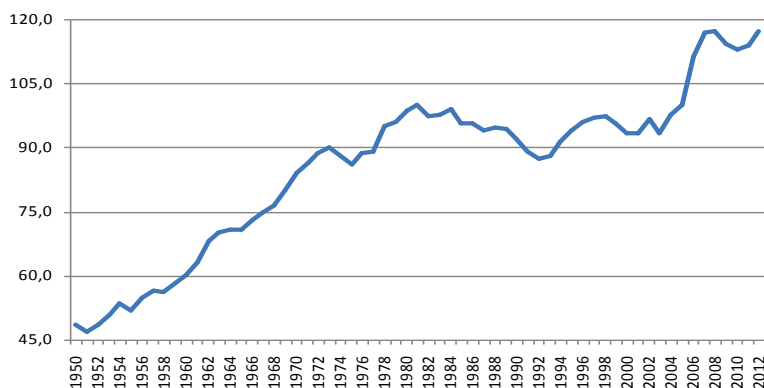
Finalmente, la gráfica 8 muestra el comportamiento del ingreso laboral real promedio o por trabajador. Puede observarse que en el largo plazo, el salario real promedio ha aumentado, a un ritmo de aproximadamente 1,4% anual, según nuestros cálculos. También se registran algunos períodos de mediana y corta duración de caída o estancamiento de los salarios reales. Entre estos se destacan el comprendido entre principios de los ochenta y principios de los noventa, el período entre 1998 y 2003 y la caída más reciente en 2009 y 2010.

Gráfica 7
Colombia: Tasas de empleo y de desempleo
1950-2013



Fuentes: Barrios, Henao, Posada, Valderrama y Vásquez (1993), Londoño (1995), Posada y Rojas (2008), GRECO (2002), CELADE y DANE. Cálculos de los autores.

Gráfica 8
Índice del ingreso laboral real por trabajador, 1950-2012
(Base: 2005=100)



Fuente: Ver gráficas 4 y 7. Cálculos de los autores.

II. Una breve síntesis de la evidencia empírica sobre la hipótesis del ciclo de vida.

A principios de la década de 1990, Deaton (1992) sintetizaba la evidencia empírica sobre la relación entre demografía y tasa de

ahorro en los siguientes términos: “Aunque existen algunos estudios y algunas ecuaciones que encuentran la existencia de una influencia del crecimiento de la población o de los factores demográficos, los resultados normalmente no son robustos y no existe unanimidad sobre

el sentido de la influencia en el ahorro” (pág. 67). Señalaba también que la creciente evidencia microeconómica ponía cada vez más en duda esta hipótesis o, por lo menos, las ideas que proceden de su versión “esquelética”. Igualmente afirma que parecía improbable que la correlación observada internacionalmente entre las tasas de ahorro y las tasas de crecimiento de la productividad pudiera atribuirse a la influencia del crecimiento en el ahorro, como lo predice la versión agregada del modelo del ciclo de vida. La explicación del ciclo vital tampoco parece ser válida dentro de cada país (Deaton, 1992). Sin embargo, pese a este pesimismo, los estudios sobre demografía y ahorro resurgieron nuevamente desde principios de la década de los noventa, especialmente en relación con la importancia de la tasa de dependencia de los jóvenes, en el contexto de un modelo basado en la idea que motiva el ahorro en la teoría del ciclo de vida, pero con crecimiento de la productividad laboral (Higgins, 1998).

En una revisión sobre el comportamiento y los determinantes del ahorro en el mundo, Loayza, Schmidt-Hebbel y Servén (2001) afirman que las investigaciones realizadas han mostrado que la predicción de que el ingreso y el ahorro siguen un patrón en forma de U invertida, piedra angular de la hipótesis del ciclo de vida, no está libre de problemas cuando se trata de interpretar el comportamiento real de la tasa de ahorro: por ejemplo, no se observan tasas de ahorro lo suficientemente altas en las edades de mayor ahorro como para explicar el alto nivel de riqueza en las economías industrializadas; los cambios

en las tasas de crecimiento no causan las diferencias en los niveles de ahorro entre diferentes cohortes de individuos o en los patrones intertemporales de consumo; las personas de edad avanzada ahorran o al menos no desahorran tanto como predice la hipótesis del ciclo de vida y los consumidores valoran el dejar una herencia. No obstante, señalan también que la evidencia microeconómica y macroeconómica, tanto en el ámbito internacional como a nivel de países específicos, confirma que un aumento en las tasas de dependencia de jóvenes y viejos tiende a disminuir las tasas de ahorro privado, un resultado en línea con la teoría del ciclo de vida.

Deaton y Paxson (1999) señalan que algunas investigaciones no han encontrado una correlación significativa entre los perfiles de ahorro y la edad, lo que implica que cambios en la tasa de crecimiento de la población no tienen o tienen pocos efectos en el ahorro agregado, por lo menos cuando se realizan comparaciones entre estructuras demográficas en equilibrio. Sin embargo, también afirman que esto no significa necesariamente que las modificaciones en la estructura poblacional que tienen lugar durante el período de transición demográfica de los países, que son muy distintas a las diferencias entre estructuras demográficas en equilibrio, no tengan efectos en el ahorro agregado durante esta fase de transición. En cuanto a los impactos de los cambios en el ingreso sobre el ahorro, los resultados de las investigaciones empíricas son ambiguos: mientras algunos estudios han encontrado que en varios países el crecimiento del ingreso es un determinante importante del

ahorro en el largo plazo, otros muestran que no tiene efectos de largo plazo en el comportamiento del ahorro privado, aunque diferencias en las tasas de crecimiento entre países pueden reflejar diferencias en las tasas de ahorro (Husain, 1995).¹⁸

La hipótesis del ciclo de vida ha sido propuesta como una explicación de la mayor parte del incremento en el ahorro y el crecimiento económico en Asia. Ma y Yi (2010) señalan que, en China, factores asociados con la teoría del ciclo de vida explican el alza que registró la tasa de ahorro de los hogares entre 1992 y 2008, pero también su posible caída en los próximos años. En una comparación sobre la evolución de las tasas de ahorro nacional en el período 1965-1997 entre Asia del Este y América Latina, Attanasio y Székely (2000) encuentran que las generaciones jóvenes asiáticas ahorran mucho más que sus contrapartes latinoamericanas, en relación con las generaciones viejas.¹⁹ La razón se debe a que los hogares y jóvenes asiáticos tienen una más alta capacidad de ahorro, debido al mayor crecimiento económico, menores tasas de fertilidad (con pocos niños por hogar), la estructura familiar es diferente (con más personas mayores viviendo en hogares extendidos que frenan la declinación del ahorro hacia

el final del ciclo de vida de los individuos) y la transición demográfica en estos países se encuentra en una fase más avanzada, con una mayor proporción de personas en las etapas de más alta productividad y ahorro.²⁰ An y Jeon (2006) encuentran que el milagroso crecimiento económico de Korea en el período 1970-2003 está asociado, entre otros, con factores demográficos, puesto que durante las primeras etapas de la transición demográfica, la oferta laboral y la tasa de ahorro pueden crecer constantemente, originando un “bono demográfico” para el crecimiento.

Los resultados empíricos obtenidos por Yasin (2007) para 14 economías emergentes del Medio Oriente y África del Norte en el período 1960-2001 sugieren que la estructura de edades de la población es un determinante fundamental de sus tasas de ahorro nacional. En un estudio para 5 economías asiáticas, las estimaciones de Besanger, Guest y McDonald (2000) muestran que los cambios demográficos causarán una considerable variación en los patrones óptimos de la tasa de ahorro nacional en las primeras cinco décadas del siglo actual. En un estudio para 85 países que cubre el período 1960-2005, Bosworth y Chodorow-Reich (2006) encuentran una correlación significativa entre la com-

18 La razón es que la causalidad puede ser en dirección contraria: mayor ahorro produce mayor crecimiento. De hecho, como la literatura ha mostrado, la relación entre ahorro y crecimiento puede ser bidireccional (De Gregorio, 2007).

19 Las tasas de ahorro doméstico en las dos regiones eran similares a mediados de la década de los sesenta. Sin embargo, mientras que el ahorro doméstico de América Latina osciló en torno al 17% del PNB en esos 32 años, la tasa de ahorro doméstico del sudeste asiático subió hasta el 40% al final de dicho período.

20 Los países son México, Perú, Tailandia y Taiwan. En cambio, no encuentran una fuerte evidencia de disminución del ahorro en la última parte del ciclo de vida en estos países.

posición por edades de la población y la tasa de ahorro nacional, pero los efectos varían sustancialmente por regiones: por ejemplo, es fuerte para las economías no industrializadas de Asia y débil para los países de ingresos altos. También encuentran evidencia de los efectos demográficos sobre el ahorro privado y público. Los resultados de Higgins (1998) para 100 países en el período 1960-1989 muestran efectos demográficos significativos: incrementos en las tasas de dependencia de jóvenes y viejos están asociados con menores tasas de ahorro. Lee, Masón y Miller (1998) estimaron los efectos de la estructura etárea de la población sobre la tasa de ahorro, encontrando un patrón en forma de joroba para los países de Asia del Este.

Butelmann y Gallego (2001) examinan los determinantes del ahorro voluntario de los hogares en Chile con base en información de tipo microeconómico de dos cortes transversales en 1987 y 1996-97. Los resultados empíricos son coherentes con la modelación teórica tradicional del ahorro como acumulación de activos para la suavización intertemporal del consumo, encontrando que más de 60% de la variación de las tasas de ahorro explicadas por el modelo econométrico pueden atribuirse a la edad de los agentes (teoría del ciclo de vida) y al ingreso transitorio del hogar (hipótesis del ingreso permanente). También presentan evidencia favorable a algunas extensiones más recientes de los modelos tradicionales, en particular un efecto significativo de otros factores demográficos

y económicos, como los niveles de riqueza y de capital humano.

En cambio, Deaton y Paxson (1999), utilizando una versión personal o individual (no de los hogares) de la teoría del ciclo de vida, no encontraron evidencia favorable para Taiwan, cuya tasa de ahorro de los hogares pasó de 10% en 1970 a 30% en 1990. Sus resultados muestran que sólo alrededor de 4 puntos porcentuales de esta alza (20 puntos porcentuales) puede atribuirse a los efectos del ciclo de vida generado por el crecimiento económico y los cambios demográficos. Además, concluyen que los efectos de los cambios en la estructura demográfica de la población sobre el ahorro agregado son pequeños.²¹ Por su parte, Schultz (2005) encuentra que la magnitud estimada de la relación dinámica entre la composición por edades de la población y la tasa de ahorro agregado en los países asiáticos parece ser menor que la reportada en otros estudios y sensible a los métodos econométricos utilizados para describirla. Señala igualmente que los estudios sobre el comportamiento del ahorro de los hogares no encuentran suficientes variaciones del ahorro a lo largo del ciclo de vida para dar cuenta de estas supuestas relaciones agregadas. En particular, los métodos econométricos empleados, con el fin de estimar el efecto dinámico de la composición etárea de la población en el ahorro agregado, no soportan apoyo empírico estable a la conclusión de que el aumento secular del ahorro en los países asiáticos durante el período 1952-1992

21 Una discusión sobre las diferencias entre seleccionar, como unidad de análisis, los individuos o los hogares puede verse en Deaton y Paxson (1998 y 1999).

depende del aumento de la proporción de la población trabajadora entre 20 y 59 años de edad, donde se espera que sus ahorros sean superiores a la media. Para las economías latinoamericanas, Edwards (1995) encontró evidencia estadística favorable a la hipótesis del ciclo de vida: la tasa de ahorro privado está relacionada negativamente con la tasa de dependencia demográfica y positivamente con el crecimiento del ingreso per cápita.

En el caso de las economías industrializadas, la evidencia empírica es también mixta. Por ejemplo, en Japón, después de tener la tasa de ahorro más alta entre los países desarrollados en la década de 1980 y principios de los noventa, ha caído rápidamente desde entonces, asociada en parte con el mayor proceso de envejecimiento de su población y con la reforma del sistema de seguridad social que contribuyó a disipar las preocupaciones por el futuro, gracias a la disminución de los riesgos financieros que pudieron aminorar los incentivos a ahorrar para la jubilación y por el motivo precaución (Katayama, 2006). Por su parte, Koga (2005) muestra que los cambios demográficos fueron la mayor causa de la declinación de la tasa de ahorro en Japón desde los noventa. Además, la estimación de los efectos de la estructura etárea de la población sobre la tasa de ahorro agregado sigue un patrón en forma de joroba.

En cambio, Chen, Imrohoroglu e Imrohoroglu (2006a) muestran que el crecimiento de la PTF puede ser la principal explicación de los movimientos seculares de la tasa de ahorro en Japón, que declinó de un promedio de 20% en la década de los sesenta a 5% en los noventa. En otro

trabajo, Chen, Imrohoroglu e Imrohoroglu (2006b) obtienen los mismos resultados, pero encuentran también que los factores demográficos fueron importantes en la fuerte declinación de la tasa de ahorro japonesa solamente en los noventa. Según Deaton y Paxson (1999), la caída de la tasa de ahorro en Estados Unidos tampoco se explicaría por factores asociados con la teoría del ciclo de vida. Baldini y Mazzaferro (2000) examinan algunas posibles conexiones entre envejecimiento de la población y ahorro de los hogares en Italia, mostrando que la consideración de los efectos de las distintas cohortes es muy importante para evaluar el impacto de los factores demográficos sobre la tasa de ahorro. Los resultados sobre la evolución futura de la tasa de ahorro en las primeras décadas del siglo actual dependen de la incorporación o no de estos efectos.

Con el fin examinar los impactos de los cambios demográficos sobre el ahorro futuro (1990-2025) en las siete principales economías industrializadas, Weil (1993) estima una regresión econométrica de forma reducida utilizando un panel de 22 países de la OCDE en el período 1958-1987. Los resultados de esta regresión muestran que la relación entre la tasa de ahorro nacional y la población vieja (porcentaje de la población de 65 años o más) es significativamente negativa, mientras que con la población joven (proporción de población hasta 19 años de edad) la relación es también negativa, pero no significativa. Aunque la mayoría de estudios muestran una relación inversa entre las tasas de dependencia y de ahorro, los efectos negativos de la tasa de dependencia de los viejos sobre el ahorro parecen ser

mayores que la de los jóvenes (Wakabayashi y Mackellar, 1999).

En Colombia, la evidencia empírica sobre consumo y ahorro no ha sido relativamente favorable a la hipótesis del ciclo de vida. De hecho, en una revisión rápida de la literatura, pocos estudios han considerado los factores demográficos como determinantes del ahorro privado en Colombia, pese a las importantes transformaciones que ha registrado el país durante las últimas cuatro o cinco décadas. Ramírez (1992), utilizando la encuesta de ingresos y gastos de 1984-85, encuentra evidencia de que el ahorro varía de acuerdo con la edad y la educación. Las mayores tasas promedio de ahorro (13%) se encontraban en los hogares con jefes de familia entre los 30 y 35 años de edad, cayendo luego hasta 8% en los hogares con jefes mayores de 64 años. Los resultados de Cárdenas y Escobar (1998) muestran una relación negativa, estadísticamente significativa, entre tasa de dependencia (población inactiva/población total) y tasa de ahorro privado.

López, Misas y Oliveros (1996) encuentran, en el largo plazo, un pequeño efecto de factores demográficos sobre el consumo privado: un aumento de un punto en la participación de la PET (18-64 años), reduce el consumo en 0,1%. Y, dado que esta participación pasó de 44% en 1970 a 56% en 1993, como consecuencia del *baby*

boom de las décadas de 1950 y 1960, los factores demográficos no pueden explicar la declinación observada de la tasa de ahorro de los hogares en el período señalado. Estos autores encuentran también que el ingreso laboral es el mayor determinante del consumo total de los hogares en el corto plazo: una elasticidad entre 0,66 y 0,70 con respecto al ingreso contemporáneo. Tovar (2008), utilizando las encuestas de calidad de vida de 1997 y 2003, muestra resultados favorables a la hipótesis del ciclo de vida: el ahorro es menor en los jóvenes, después aumenta y luego cae. Este comportamiento se observa analizando tanto la población por cohortes, como la sección cruzada de la misma.²² Los resultados econométricos muestran que el ahorro tiene una relación inversa con el tamaño del hogar y positiva con la edad del jefe de hogar, mientras que el desempleo de este último no parece ser un determinante del ahorro.

En cambio, Fernández y Clavijo (1989, citado por Castañeda, 2001) no encuentran evidencia estadística de una relación positiva entre tasa de dependencia (definida como la participación de las personas en edad laboral en la población total) y ahorro privado. Castañeda y Piraquive (1998) y Castañeda (2001), utilizando las encuestas de ingresos y gastos de 1984-85 y 1994, muestran que si bien los ingresos de los hogares colombianos siguen un patrón similar al propuesto por la hipótesis del

22 Como señala Tovar (1998), puesto que la capacidad de ahorro en Colombia se centra, casi exclusivamente, en los hogares con mayores ingresos, la ligera forma de joroba del ahorro se presenta únicamente para los cuartiles de ingresos superiores. El ingreso de estos hogares es muy variable y son los que intentan estabilizar el gasto. En cambio, los ingresos del resto de la población varían muy poco y son sus gastos los que presentan una variabilidad significativa (Tovar, 1998). Esto significa que la forma de joroba del ingreso claramente se presenta en los hogares de mayores ingresos.

ciclo de vida, las mayores propensiones a ahorrar se encuentran en las edades más avanzadas: antes que declinar con la edad, concentran sus valores más altos en los rangos superiores. Tampoco encuentran un patrón en forma de joroba entre edad y riqueza, sino que aumenta continuamente. En general, sus resultados no apoyan la hipótesis del ciclo de vida. Adicionalmente, utilizando series de tiempo,

Castañeda (2001) encuentra que los cambios en los ingresos laborales no resultaron significativos, aunque tienen el signo esperado. Aún más, como señala el autor, en las funciones de impulso-respuesta, un choque positivo en los ingresos laborales produce un patrón contraintuitivo: en los primeros períodos genera una desviación negativa en la tendencia de la tasa de ahorro. Sin embargo, en el largo plazo, la tasa de ahorro fluctúa relativamente en forma independiente de los cambios o no en estos ingresos (sueldos y salarios). Melo, Zárate y Téllez (2006), utilizando la información de la encuesta de calidad de vida de 1997 y 2003, señalan que tanto el ingreso como el consumo de los hogares registran un comportamiento de U invertida, sugiriendo que, por lo menos en este período, no hay evidencia de que se cumpla la hipótesis del ciclo de vida. En la estimación de los determinantes de la tasa de ahorro con base en datos macroeconómicos para el período 1950-2004, las variables de dependencia poblacional e ingreso laboral de los hogares no resultaron estadísticamente significativas. Hernández (2006) tampoco encuentra que la dependencia demográfica sea una variable que afecte los patrones de consumo y ahorro en Colombia. En

cambio, Daza (2013), utilizando datos de la Encuesta Nacional de Ingresos y Gastos de 1984-85, 1994-95 y 2006-07, muestra evidencia del cumplimiento de la hipótesis del ciclo de vida a nivel de individuos, pero no a nivel de hogares.

La breve evidencia empírica reseñada parece estar en línea con los resultados teóricos derivados por Obstfeld y Rogoff (1998). En efecto, según estos autores, para determinar los impactos de las tasas de crecimiento poblacional y de la productividad laboral sobre la tasa de ahorro privado es necesario conocer el perfil por edades de los ingresos esperados y la etapa del ciclo de vida en que se concentra el crecimiento del ingreso. También, una consideración más detallada de los factores demográficos podría alterar los resultados de este modelo simple. Por ejemplo, algunas veces se encuentra que el ahorro no está correlacionado con el crecimiento de la población, sino con el crecimiento de la fuerza laboral, debido a que una mayor tasa de crecimiento poblacional puede aumentar la proporción de personas dependientes de edades tempranas, obligando a algunos miembros del hogar a dedicar parte de su tiempo al cuidado de los niños.

Por ejemplo, Husain (1995) muestra que entre los países del sudeste asiático, Pakistán registró el menor aumento de la tasa de ahorro privado (medida con respecto al ingreso privado disponible) en el período 1970-1992, pese al rápido crecimiento de su población y al alza en la esperanza de vida. La razón parece estar asociada con los insignificantes cambios registrados en la proporción de la población en edad productiva. En cambio, en otros países de

esta región (Indonesia, Malasia, Tailandia y Singapur), la proporción de la población en edad de trabajar registró un aumento constante y significativo, conjuntamente con sus tasas de ahorro privado. En consecuencia, antes que los cambios en la tasa de crecimiento de la población, lo más importante parece ser las modificaciones en la estructura demográfica. El hecho de que la rápida tasa de crecimiento poblacional en Pakistán no haya tenido efectos significativos en la tasa de ahorro de largo plazo se debe a que la estructura demográfica prácticamente no cambió en el periodo analizado. De haberse presentado un cambio demográfico, como lo tuvieron los otros países, probablemente el incremento en la tasa de ahorro hubiese sido más notorio.²³

Sin embargo, además de estos factores, deberían considerarse también los cambios que pueden registrar los mercados laborales cuando se trata de examinar los impactos de factores demográficos en el ahorro de los hogares. Para entender la importancia de las variables laborales, podemos apoyarnos en el trabajo de Mason y Lee (2007). Estos autores señalan que, a diferencia de los estudios recientes centrados en los efectos del crecimiento económico sobre la población, sus investigaciones han resaltado los efectos de la estructura de edades en el ingreso per cápita, acuñando los términos de “primer

y segundo dividendo demográfico”. El primer dividendo demográfico ocurre porque el número de personas productivas crece más rápido que el número de consumidores. Permaneciendo lo demás constante, el ingreso por consumidor equivalente aumenta. La causa demográfica subyacente es un descenso de la fecundidad y de la proporción de niños en la población. El segundo dividendo surge porque una vida útil más larga y los cambios en la estructura de edades generan una acumulación más rápida de activos y, en una economía cerrada, una mayor acumulación de capital. Sin embargo, este segundo dividendo no es un almuerzo gratis porque las generaciones actuales deben reducir su consumo, con el fin de aumentar su riqueza y lograr un mayor consumo en períodos futuros.

III.El modelo teórico.

La breve reseña descrita muestra que la evidencia empírica sobre los efectos de los cambios en la estructura demográfica de la población sobre el ahorro privado no es concluyente, particularmente con respecto a la estructura de edades de la población. La literatura ha usado la tasa de dependencia poblacional como una variable que resume esta estructura. De hecho, la hipótesis del ciclo de vida postula una relación negativa entre la tasa de ahorro privado y la dependencia demográfica. Sin embargo, como se muestra más adelante, una misma

23 En Hernández (2008) se presenta un sumario relativamente amplio de la evidencia empírica internacional sobre los determinantes de la tasa de ahorro. En particular, la reseña de los trabajos que incluyeron variables demográficas, utilizando datos de series de tiempo, corte transversal y panel, muestra resultados mixtos: en algunos las variables demográficas tienen efectos positivos significativos, en otros efectos negativos significativos y en otros no hay relación, tienen efectos ambiguos o no son significativos.

tasa de dependencia poblacional (definida como la relación entre población en edad productiva y población total, por ejemplo) puede estar asociada con estructuras distintas de los mercados laborales.

Según Mason y Lee (2007), estas ideas pueden ser abordadas en forma más comprensible teniendo en cuenta los efectos de los cambios en la estructura de edades sobre el consumo per cápita, en lugar del ingreso per cápita. En consecuencia, plantean la siguiente identidad:

$\frac{C}{N} = \left(\frac{C}{Y}\right)\left(\frac{Y}{L}\right)\left(\frac{L}{N}\right)$; Donde: C : Consumo total; N : Población total; Y : Ingresos laborales; L : Población en edad productiva (PET).

Esta identidad puede ser modificada en términos de la proporción del consumo en el ingreso laboral de los hogares:

$$\frac{C}{Y} = \frac{\frac{C}{N}}{\left(\frac{Y}{L}\right)\left(\frac{L}{N}\right)} \quad (1).$$

La expresión utilizada por Mason y Lee (2007) puede ser transformada, con el propósito de relacionar $\frac{C}{Y}$ con algunas variables del mercado laboral. En efecto, sea:

O : Ocupados totales; D : Desempleados totales; PEA : Población económicamente activa; u : Tasa de desempleo $\left(\frac{D}{PEA}\right)$; o : coeficiente de empleo o relación entre los ocupados y la PET $\left(\frac{O}{L}\right)$; d : Tasa de dependencia demográfica o poblacional, es decir, la relación entre la población total y la PET $\left(\frac{N}{L}\right)$; g : Tasa de participación laboral (bruta) o relación entre la PEA y la PT $\left(\frac{PEA}{N}\right)$.

Ahora:

$$\frac{Y}{L} = \left(\frac{Y}{O}\right)\left(\frac{O}{L}\right) \Rightarrow \frac{Y}{L} = o\left(\frac{Y}{O}\right) \quad (2)$$

$$\frac{L}{N} = \left(\frac{L}{PEA}\right)\left(\frac{PEA}{N}\right) \Rightarrow \frac{L}{N} = g\left(\frac{L}{PEA}\right) \quad (3)$$

$$\begin{aligned} \frac{L}{PEA} &= \frac{L}{O+D} \Rightarrow \frac{L}{PEA} = \frac{\frac{L}{L}}{\frac{O+D}{L}} \Rightarrow \frac{L}{PEA} = \frac{1}{\frac{O}{L} + \frac{D}{L}} \Rightarrow \frac{L}{PEA} = \\ \frac{1}{\frac{D}{O + \frac{PEA}{L}} \cdot \frac{L}{PEA}} &\Rightarrow \frac{L}{PEA} = \frac{1}{o + \frac{u}{\frac{L}{PEA}}} \Rightarrow \frac{L}{PEA} \left[o + \frac{u}{\frac{L}{PEA}} \right] = 1 \Rightarrow \\ \left(\frac{L}{PEA}\right)(o+u) &= 1 \Rightarrow \left(\frac{L}{PEA}\right)(o) = 1-u \Rightarrow \frac{L}{PEA} = \frac{(1-u)}{o} \end{aligned} \quad (4)$$

Sustituyendo (4) en (3):

$$\frac{L}{N} = g\left(\frac{1-u}{o}\right) \quad (5)$$

La ecuación (5) muestra que una misma tasa de dependencia demográfica puede reflejar diferentes magnitudes de variables clave de los mercados laborales y, probablemente, en parte, sean estas condiciones las que están detrás de la evidencia empírica no concluyente sobre los efectos de la tasa de dependencia poblacional en el ahorro de los hogares. En consecuencia, el comportamiento de las variables laborales parece estar en el centro de los canales de transmisión de los factores demográficos, particularmente de la tasa de dependencia, sobre el ahorro de los hogares.

Sustituyendo (5) y (2) en (1).

$$\begin{aligned} \frac{C}{Y} &= \frac{\frac{C}{N}}{\left(\frac{Y}{L}\right)\left(\frac{L}{N}\right)} \Rightarrow \frac{C}{Y} = \frac{\frac{C}{N}}{o\left(\frac{Y}{O}\right)\left[\frac{g(1-u)}{o}\right]} \Rightarrow \\ \frac{C}{Y} &= \frac{\left(\frac{C}{N}\right)}{\left(\frac{Y}{O}\right)[g(1-u)]} \end{aligned}$$

Ahora bien, suponiendo que el ingreso de los hogares procede exclusivamente del trabajo y no hay impuestos, se tiene:

$$\frac{C}{Y} = 1 - \frac{S}{Y} \Rightarrow \frac{S}{Y} = 1 - \frac{C}{Y}, \text{ entonces:}$$

$$\frac{S}{Y} = 1 - \left[\frac{\left(\frac{C}{N} \right)}{\left(\frac{Y}{O} \right) [g (1 - u)]} \right] \quad (6)$$

Donde: $\frac{Y}{O}$ es el ingreso laboral por trabajador (salario real promedio) y $\frac{C}{N}$ es el consumo per cápita.²⁴

La ecuación (6) muestra tres variables clave del mercado laboral que pueden tener efectos sobre la tasa de ahorro de los hogares: el salario real (w), la tasa de participación (bruta) laboral y la tasa de desempleo. Las dos primeras tienen una relación positiva y la última una relación negativa con la tasa de ahorro de los hogares.²⁵ También muestra un factor determinante del ahorro según la hipótesis del ciclo de vida. En efecto, una breve transformación de la ecuación permite deducir una relación positiva entre la tasa de crecimiento poblacional y el ahorro de los hogares.

Aunque tautológica, la expresión (6) resulta útil porque permite relacionar de manera simple y sencilla algunas variables clave del mercado laboral con el ahorro de los hogares: la oferta laboral (en este caso, la tasa de participación laboral), la tasa de desempleo y el ingreso laboral medio. Sin embargo, los efectos de estas variables sobre el ahorro de los hogares pueden obtenerse de las decisiones de consumo (ahorro) y oferta de trabajo de los individuos. De hecho, como se muestra en el anexo, ciertamente los cambios en el ingreso laboral y en la oferta de trabajo tienen efectos tanto en el consumo como en el ahorro, pero es posible teóricamente que los cambios en el primero sean menores que los cambios en el segundo. De igual manera, las modificaciones en una de las variables laborales pueden tener efectos sobre las otras dos.²⁶

Cabe señalar que la ecuación omite explícitamente otros determinantes del ahorro como la tasa de interés real.²⁷ Estas omisiones buscan resaltar la importancia de determinadas variables laborales en el ahorro de los hogares, muchas veces no consideradas en los estudios sobre los

24 En presencia de impuestos, esta expresión se modifica incluyendo T/Y . Cabe señalar que la mayor parte del ingreso de los hogares colombianos procede del trabajo.

25 Desde otro ángulo, un bajo dinamismo del empleo reduce la tasa de ahorro de los hogares. Algunos autores han propuesto otros indicadores de dependencia que toman en cuenta no sólo la dimensión demográfica, sino además las condiciones laborales que afectan a los individuos (CELADE, 2008). Cabe señalar que solamente los aumentos en el salario real debidos a alzas en la productividad laboral tendrían, sin duda o ambigüedades, un efecto positivo en la tasa de ahorro de los hogares.

26 En particular, Arango, Obando y Posada (2013) muestran la relevancia de choques de oferta laboral (por ejemplo, debidos a las remesas) sobre el salario real.

27 Misas y Posada (1997) señalan otros posibles, como el grado de inestabilidad de los términos de intercambio y de la tasa de inflación, por ejemplo.

determinantes del ahorro de los hogares. Por ejemplo, en la breve reseña de los estudios en Colombia, solamente un trabajo (Tovar 2008) incorpora el desempleo explícitamente, aunque encuentra que no parece ser un determinante del ahorro. En cuanto a los ingresos laborales, la evidencia empírica colombiana es mixta.

Dado que en Colombia, el ingreso de los hogares procede predominantemente de ingresos laborales, la expresión anterior puede utilizarse para explicar los efectos de los cambios en las variables laborales sobre la tasa de ahorro de los hogares. Como se sabe, en períodos largos (por ejemplo, durante la transición demográfica), la tasa de dependencia poblacional sigue un patrón establecido. También puede afirmarse que la participación laboral cambia, pero en forma menos predecible. Probablemente, la gran regularidad en el comportamiento de la primera explica el hecho de que las investigaciones se hayan centrado predominantemente en este determinante de la tasa de ahorro de los hogares en el largo plazo.

Ciertamente, las tasas de dependencia demográfica y de participación laboral mantienen una relación negativa en períodos largos (una reducción de la tasa de dependencia poblacional debe empujar un alza de la participación laboral). Sin embargo, de un lado, en plazos medios pueden moverse en diferentes direcciones (mucho más evidente en el corto plazo), debido a los cambios en la tasa de participación laboral por otros factores. Y, de otro lado, el efecto conjunto de cambios en ambas sobre la tasa de ahorro de los hogares depende de sus respectivas magnitudes, para no mencionar las probables

diferentes sensibilidades de la tasa de ahorro. La ausencia de la participación laboral en muchas investigaciones sobre los determinantes de la tasa de ahorro de los hogares en el largo plazo parece suponer que la tasa de dependencia poblacional y la participación laboral mantienen una relación estable única. Igualmente puede afirmarse de la no consideración de la tasa de desempleo en el comportamiento de la tasa de ahorro de los hogares en plazos largos y no tan largos, como el que se examina en este trabajo. Generalmente parece suponerse también que la tasa de desempleo de largo plazo es estable. No obstante, los mercados laborales de América Latina y Colombia están registrando transformaciones estructurales que se reflejan en cambios de sus indicadores globales. En consecuencia, la evidencia descriptiva que se presenta en este artículo compara la evolución de estos indicadores en 1970-1992 versus 1993-2010 (es decir, promedios de cada período).

Una implicación que se desprende de estas relaciones entre la tasa de ahorro de los hogares y el mercado laboral es que ignorar los probables cambios que registra dicho mercado quizás sea una explicación de la evidencia empírica mixta de los efectos de factores demográficos, como el crecimiento poblacional o la tasa de crecimiento de la población en edad productiva, en el ahorro de los hogares. De hecho, como se muestra en el modelo de ciclo de vida con generaciones traslapadas, la sola consideración en torno a la evolución probable del ingreso de un individuo a lo largo de la vida genera un efecto indeterminado del crecimiento poblacional y de la productividad sobre la tasa de ahorro de los hogares.

IV. Los resultados de la estimación econométrica para Colombia.

La identidad obtenida para la tasa de ahorro de los hogares es:

$$\frac{S}{Y} = 1 - \left[\frac{\left(\frac{C}{N} \right)}{\left(\frac{Y}{O} \right) [g(1-u)]} \right] \quad (6)$$

Ahora bien, esta ecuación puede reescribirse como:

$$1 - \frac{S}{Y} = \left[\frac{\left(\frac{C}{N} \right)}{w[g(1-u)]} \right]$$

Tomando logaritmos en ambos lados de la expresión (6), se obtiene la siguiente aproximación:

$$\ln \left(1 - \frac{S}{Y} \right) = \ln \left[\frac{\left(\frac{C}{N} \right)}{w[g(1-u)]} \right]$$

$$\ln \left(1 - \frac{S}{Y} \right) = \ln \left(\frac{C}{N} \right) - \ln \{ w[g(1-u)] \}$$

$$\ln \left(1 - \frac{S}{Y} \right) = \ln \left(\frac{C}{N} \right) - [\ln w + \ln g + \ln (1-u)]$$

Haciendo uso del hecho que $\ln(1+x) \approx x$ si x es muy pequeño, entonces tendremos:

$$-\frac{S}{Y} \approx \ln \left(\frac{C}{N} \right) - \ln w - \ln g + u$$

$$\frac{S}{Y} \approx -\ln \left(\frac{C}{N} \right) + \ln w + \ln g - u$$

Esta forma funcional “natural” permite formular el siguiente modelo estadístico:

$$\frac{S_t}{Y_t} = \beta_0 + \beta_1 \ln \left(\frac{C_t}{N_t} \right) + \beta_2 \ln w_t + \beta_3 \ln g_t + \beta_4 u_t + \varepsilon_t$$

En las estimaciones econométricas pueden utilizarse dos medidas aproximadas de la tasa de ahorro de los hogares (S/Y): El ahorro de los hogares como porcentaje del PIB y el ahorro de los hogares como porcentaje del ingreso bruto disponible de los hogares. En este trabajo se utiliza, como aproximación de la relación (S/Y), el ahorro de los hogares como porcentaje del PIB. Además, cabe señalar que consumo más ahorro constituyen el ingreso disponible bruto de los hogares, que en Colombia está constituido predominantemente por los ingresos laborales. El término de error ε_t es independiente e idénticamente distribuido con varianza constante σ_ε^2 .

Los resultados de la estimación econométrica del modelo

En la Tabla 1 se presentan los resultados de las pruebas de raíz unitaria. Como puede observarse, todas las variables resultaron estacionarias a los diferentes niveles de significancia convencionales, exceptuando el salario real (LWPROM) que es estacionaria a un nivel de significancia de 10%.

Ahora bien, como se sabe, consumo y ahorro se determinan conjuntamente. De hecho, uno es el complemento del otro. En consecuencia, el problema de la naturaleza endógena del consumo en la ecuación principal debe tratarse y corregirse con el fin de garantizar la consistencia de los estimadores. En este caso, es necesario buscar variables para instrumentar el logaritmo del consumo per cápita. En la estimación se utiliza el Método Generalizado de Momentos (GMM). La Tabla 2 muestra los resultados de la estimación. Se utiliza la matriz de ponderaciones del estimador de

la matriz de covarianza de heteroscedasticidad y autocorrelación consistente de largo plazo (HAC-Newey-West). Las variables instrumentales incluidas son: D992013, D57, D62, D64, D66, D69, D71, LCPCAP (-1), LCPCAP (-2), LPEAPT, LYLABTD,

D9197*LCPCAP (-1), D9197*LCPCAP (-2), D9197*LPEAPT, D9197*LYLAB, D9197*TD, D992013*LCPCAP (-1), D992013*LCPCAP (-2), D992013*LPEAPT, D992013*LYLAB y D992013*TD.

Tabla 1
Pruebas de Raíz unitaria ADF

Variable	Modelo	ADF	valores críticos	
L(CPCAP)	Tendencia y constante	-3.2242	1%	-4.1213
		P-valor*	5%	-3.4878
		0.0021	10%	-3.1723
L(PEA/PT)	Tendencia y constante	-2.6115	1%	-4.1130
		P-valor*	5%	-3.4840
		0.0115	10%	-3.1701
SH/PIB	Constante	-7.3010	1%	-4.1157
		P-valor	5%	-3.4852
		0.0000	10%	-3.1708
TD	Constante	-3.6746	1%	-3.5461
		P-valor**	5%	-2.9117
		0.0070	10%	-2.5936
LW	Constante	-2.7983	1%	-3.5441
		P-valor	5%	-2.9109
		0.0645	10%	-2.5931
SH/IBDH	Tendencia y constante	-6.9619	1%	-4.1157
		P-valor	5%	-3.4852
		0.0000	10%	-3.1708

Notas: * P-valor de la distribución normal asociada a la regresión del modelo ADF, el cual es válido bajo la presencia de tendencia determinística en el modelo de regresión.

** P-valor de la distribución del estadístico ADF, el cual es válido en ausencia de tendencia determinística en el modelo de regresión.

Fuente: Estimaciones propias con información DANE.

Tabla 2
Ahorro de los hogares como porcentaje del PIB. Estimaciones corregidas por endogenidad (Método generalizado de momentos)

Variable	Coefficiente	P-valor
C	0,5592	0,0567
D91	0,0336	0,0000
D992013	2,5738	0,0000
LCPCAP	-0,6193	0,0000
LPEAPT	0,8239	0,0000
LYLAB	0,6089	0,0000
TD	-0,9506	0,0000
D992013*LPEAPT	-0,3140	0,0000
D992013*LYLAB	-0,1723	0,0000
R-squared		0,4499
Adjusted R-squared		0,3653
J-statistic		9,4660
Prob(J-statistic)		0,8001
Durbin-Watsonstatistic		2,0992

Fuente: Estimaciones propias con información DANE

Puede observarse que todas las variables especificadas en el modelo teórico (ecuación 6) resultaron significativas y con el signo esperado: La tasa de participación laboral y el ingreso laboral real medio o salario real tienen un efecto positivo,

mientras que la tasa de desempleo tiene un efecto negativo y relativamente alto²⁸. Por su parte, los cambios en el consumo per cápita mantienen una relación inversa con la tasa de ahorro. Además, se introduce una *dummy* de intercepto para capturar el pico de la tasa de ahorro en 1991 y el cambio estructural en el periodo 1999-2013. De acuerdo con la evidencia, solamente se observan cambios estructurales en la relación entre la tasa de ahorro y la tasa global de participación y en la relación entre la tasa de ahorro y ingreso laboral real medio o salario real. Finalmente, en el periodo 1999-2013, las *dummies* de interacción muestran que el efecto de la tasa global de participación sobre el ahorro se reduce de 0.83 a 0.51 y el del ingreso laboral de 0,61 a 0,44.

Ahora bien, puesto que el coeficiente del ingreso laboral medio es mayor en valor absoluto que el coeficiente del consumo per cápita y esta diferencia no parece ser muy grande, es necesario hacer una prueba formal sobre la igualdad de estos coeficientes. La Tabla 3 muestra los resultados del test de Wald. Como puede observarse, estos resultados no rechazan la hipótesis nula de que el valor absoluto del coeficiente del consumo per cápita sea diferente del valor absoluto del coeficiente del ingreso laboral.

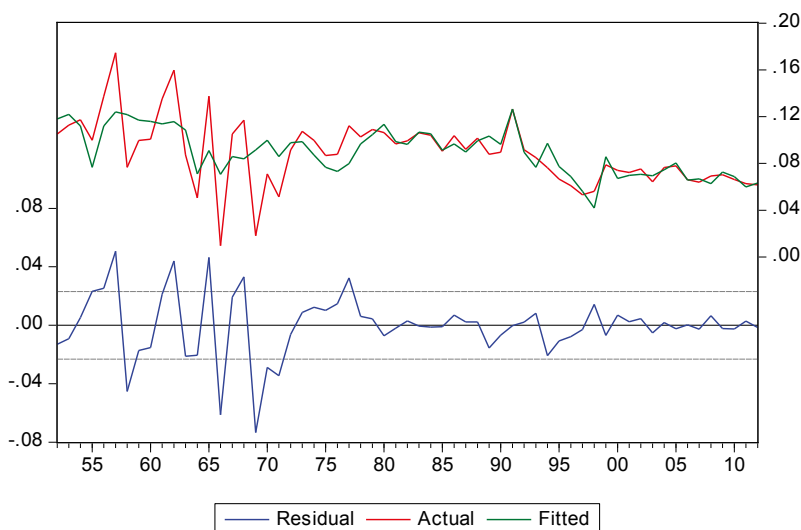
28 Daza (2013) encuentra que la estabilidad laboral del individuo (entre otras, estar trabajando) tiene un efecto positivo sobre la tasa de ahorro de los hogares. Sus estimaciones muestran que el desempleo o la inactividad tienen efectos negativos.

Tabla 3
Prueba de Wald para la restricción de coeficientes

Wald Test: Equation: EQ10			
Test Statistic	Value	df	Probability
t-statistic	-0.686979	52	0.4951
F-statistic	0.471941	(1, 52)	0.4951
Chi-square	0.471941	1	0.4921
NullHypothesis: C(4)+C(6)=0			
NullHypothesisSummary:			
NormalizedRestriction (= 0)	Value	Std. Err.	
C(4) + C(6)	-0.010418	0.015165	
Restrictions are linear in coefficients.			

Fuente: Estimaciones propias.

Gráfica 9
Tasa de ahorro de los hogares y residuales del Modelo



Fuente: estimaciones propias con información DANE

La gráfica 9 muestra los valores observados y estimados de la tasa de ahorro, así como los residuales de la estimación econométrica. Puede observarse que, desde principios de la década de 1970, la tasa de ahorro estimada por el modelo se comporta razonablemente bien, a diferencia del período previo. De hecho, en las décadas de 1950 y 1960, la tasa de ahorro de los hogares (como porcentaje del PIB y del ingreso disponible de los hogares) es bastante inestable (gráfica 3), lo que sugiere posibles problemas de medición del ahorro de los hogares. En consecuencia, no resulta fácil explicar esta gran inestabilidad observada en la tasa de ahorro de los hogares, aunque el modelo omite otras probables variables determinantes importantes.

Conclusiones

La relación entre ahorro y demografía ha sido objeto de una amplia literatura desde hace varias décadas. No obstante, entre los economistas persiste el debate sobre la relación entre la estructura demográfica de la población y el ahorro de los hogares. En la literatura, la tasa de crecimiento poblacional y la tasa de dependencia demográfica han ocupado un lugar central en el análisis de esta relación.

La evidencia empírica tampoco ha sido concluyente. Las razones de estos resultados parecen obedecer a diferentes circunstancias, entre las cuales pueden señalarse las siguientes: De un lado, los países pueden encontrarse en diferentes fases del proceso de transición demográfica. Por ejemplo, aunque *prima facie* puede afirmarse que aquellos países con

una estructura poblacional fuertemente concentrada en el grupo en edad de trabajar tenderían a tener niveles de ahorro e ingreso per cápita más altos, estos efectos (generalmente asociados con lo que se ha denominado “primer bono demográfico”) dependen de las condiciones del mercado laboral o, en otras palabras, de la reacción de los salarios y la participación laboral ante el rápido aumento de la población en edad de trabajar (Mapa y Bersales, 2008). De otro lado, una misma tasa de dependencia demográfica puede reflejar diferentes magnitudes de variables clave de los mercados laborales. En consecuencia, el comportamiento de las variables laborales parece estar en el centro de los canales de transmisión de los factores demográficos sobre el ahorro de los hogares.

La relación teórica entre ahorro de los hogares y mercado laboral desarrollada en este artículo puede ser considerada simplemente como una tautología. Aún juzgada de esta manera, resulta útil para relacionar de manera simple y sencilla algunas variables laborales clave con el ahorro de los hogares. No obstante, como se muestra en el anexo, esta tautología es aparente, dado que los efectos de la oferta de trabajo (tasa de participación laboral) y el salario real sobre el ahorro de los hogares pueden obtenerse de las decisiones de consumo (ahorro) y ocio de los consumidores.

Los resultados econométricos para Colombia en el período 1950-2012 muestran que mientras el aumento de la tasa de participación laboral tiene un efecto positivo sobre la tasa de ahorro de los hogares, el alza de la tasa de desempleo

tiene un impacto negativo. Por su parte, la productividad laboral (medida por el salario real) tiene una relación directa con la tasa de ahorro. Ahora bien, puesto que la tasa de desempleo de largo plazo (entendida como el promedio de las tasas de desempleo observadas en este período) ha sido relativamente estable, esta tendencia ha sido un factor que ha frenado un comportamiento favorable de la tasa de

ahorro de los hogares.²⁹ En consecuencia, dado que la tasa de dependencia poblacional posiblemente no siga reduciéndose y la tasa de participación laboral tienda a estabilizarse en el futuro mediano, la tasa de ahorro de los hogares probablemente continuaría cayendo, de mantenerse la tasa de desempleo de largo plazo en sus niveles históricos y una dinámica insatisfactoria de la productividad laboral.

Referencias bibliográficas

- ADLER, G. Y MAGUD, N. (2013). Four Decades of Terms-of-trade Booms: Saving-Investment Patterns and a New Metric of Income Windfall. FMI, Working Paper, WP/13/103, mayo.
- AN, CHONG-BUM AND SEUNG-HOON JEON (2006). Demographic changes and economic growth in Korea. APEA Conference 2006. Disponible: <http://www.apeakweb.org/confer/sea06/papers/an-jeon.pdf>
- ARANGO, L. E.; OBANDO, N. Y POSADA, C. E. (2013). Los salarios reales a lo largo del ciclo económico. En: Arango, L. E. y Hamann, F. El mercado de trabajo en Colombia: hechos, tendencias e instituciones. Banco de la República, Bogotá.
- ATTANASIO, O. P. AND M. SZÉKELY (2000). Household Saving in Developing Countries. Inequality, Demographics and All That: How Different are Latin America and South East Asia? (BID), Departamento de investigación, Working Paper No. 427, julio. Disponible: http://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm?abstract_id=258852
- BALDINI, M. AND C. MAZZAFERRO (2000). Demographic Transition and Household Saving in Italy. Paper presented at the Bank of Italy Conference “Quantitative Research for Political Economy”, Perugia, December 1999. Febrero. Disponible: <http://web.econ.unito.it/ceep/Pubblicazioni/archivio/OTHER/sadiba.PDF>
- BENNETT, H., N. LOAYZA Y K. SCHMIDT-HEBBEL (2001). “Un estudio del ahorro agregado por agentes económicos en Chile”. En: Morandé, F. y R. Vergara (Editores). Análisis empírico del ahorro en Chile. Banco Central de Chile, Santiago (Chile), 2001.
- BESANGER, S.; GUEST, R. Y McDONALD, I. (2000). Demographic Change in Asia: The Impact on Optimal National Saving, Investment, and the Current Account. IMF, Working Paper. WP/00/115, junio.

29 En la gráfica 7 pueden identificarse tres grandes ciclos de la tasa de desempleo: 1956-1980, 1981-1995 y 1996-2013. Las tasas de desempleo promedias anuales son 11,2%, 9,4% y 12,3%, respectivamente.

- BOSWORTH, B. AND G. CHODOROW-REICH (2006). Saving and Demographic Change: The Global Dimension. Prepared for the 8th Annual Joint Conference of the Retirement Research Consortium "Pathways to a Secure Retirement", August, Washington, DC. Disponible: <http://www.nber.org/programs/ag/rrc/7.2.pdf>
- BUTELMANN, ANDREA Y F. GALLEGO (2001). "Estimaciones de los determinantes del ahorro voluntario de los hogares en Chile (1988 y 1997)". En: Morandé y Vergara (2001).
- CELADE (2005), Dinámica demográfica y desarrollo en América Latina y el Caribe, Serie Población y Desarrollo, No. 58, febrero.
- GALLEGO, FRANCISCO, F. MORANDÉ Y R. SOTO (2001). "El ahorro y el consumo de bienes durables frente al ciclo económico. ¿Consumismo, frugalidad, racionalidad?" En: Morandé y Vergara (2001).
- CÁRDENAS, M. Y ESCOBAR A (1998). "Determinantes del ahorro en Colombia: 1925-1994". En: Sánchez, F. (editor). El Ahorro en Colombia. Evolución y Comportamiento Global y Sectorial. TM editores y DNP.
- CASTAÑEDA, A. (2001). El ahorro de los hogares Colombianos: un análisis a partir de las encuestas de ingresos y gastos. Tesis, Departamento de Economía Aplicada Universidad Autónoma de Barcelona.
- CASTAÑEDA, A. Y PIRAQUIVE, G. (1998). Determinantes del ahorro de los hogares. Explicación de su caída en los noventa. En Sánchez, F. (editor). El Ahorro en Colombia. Evolución y Comportamiento Global y Sectorial. TM editores y DNP.
- CHACKIEL, J. (2004), La dinámica demográfica en América Latina. CEPAL, serie Población y Desarrollo, No. 52, mayo.
- CHEN, A.; A. IMROHOROGLU Y S. IMROHOROGLU (2006A). The Japanese Saving Rate between 1960-2000: Productivity, Policy Changes, and Demographics. En: <http://www.atl-res.com/macro/papers/Ayse%20paper%202.pdf>.
- CHEN, A.; A. IMROHOROGLU Y S. IMROHOROGLU (2006B). The Japanese Saving Rate. American Economic Review, Vol. 96, No. 5, diciembre.
- CHOWDHURY, A. (2013). Terms of Trade Shocks and Private Savings in the Developing Countries. Marquette University, Departament of Economics, Working Paper, No. 2013-07.
- COALE, A.J. AND E. HOOVER (1958). Population Growth and Economic Development in Low-Income Countries. Princeton University Press. Cited by Deaton y Paxson (1999) y Wakabayashi y MacKellar (1999), for example.
- DEATON, A. (1992). El consumo. Alianza Economía, V. 17, Alianza Editorial, Madrid.
- DEATON, A. AND C. PAXSON (1999). Growth, Demographic Structure, and National Saving in Taiwan. Research Program in Development Studies, Princeton University, june. http://www.princeton.edu/rpds/papers/pdfs/deaton_paxson_growth_taiwan.pdf

- DE GREGORIO, J. (2007). *Macroeconomía. Teoría y Políticas*. Pearson Educación, México.
- DAZA, N. (2013). Determinantes del perfil de ahorro en Colombia: Una estimación para hogares e individuos. *Archivos de Economía*, Documento 406, diciembre.
- EDWARDS, S. (1995). “¿Por qué son tan bajas las tasas de ahorro en América Latina?”. En: Mónica, A. y W. Easterly (Coordinadores). *Crecimiento económico: teoría, instituciones y experiencia internacional*. Departamento Nacional de Planeación-BIRD-Banco de la República, Tercer Mundo Editores, Bogotá, 1995.
- HERNÁNDEZ, J. (2006). “Revisión de los determinantes macroeconómicos del consumo total de los hogares para el caso colombiano”, *Ensayos sobre Política Económica*, Vol. 24, No. 52, Banco de la República.
- HERNÁNDEZ, M. (2008). *Determinantes de la tasa de ahorro en América Latina y el Sudeste Asiático*. Trabajo de investigación para optar al título de Magister en Economía. Universidad de Antioquia, Medellín.
- HIGGINS, M. (1998). *Demography, National Savings and International Capital Flows*. *International Economic Review*, Vol. 39, No. 2, mayo. Disponible: http://www.newyorkfed.org/research/staff_reports/sr34.pdf.
- HUSAIN A. M. (1995). Long-run Determinants of Private Saving Behaviour in Pakistan. *The Pakistan Development Review*, Vol. 34, No. 4, Part III, Winter. Disponible: <http://www.pide.org.pk/pdf/PDR/1995/Volume4/1057-1066.pdf>.
- KATAYAMA, K. (2006). Why Does Japan's Saving Rate Decline So Rapidly? Policy Research Institute, Ministry of Finance, Japan, December. Disponible: http://www.mof.go.jp/pri/research/discussion_paper/ron164.pdf.
- KOGA, M. (2005). The Decline of Japan's Saving Rate and Demographic Effects. Bank of Japan Working Paper Series, No.05-E-10, July. Disponible: http://www.boj.or.jp/en/research/wps_rev/wps_2005/data/wp05e10.pdf.
- LEE, R.; MASON, A. Y MILLER, T. (1998). Life Cycle Saving and the Demographic Transition in East Asia. Disponible en: <http://www.ceda.berkeley.edu/Publications/pdfs/rlee/pdr.taiwan5.pdf>.
- LOAYZA, N., K. SCHMIDT-HEBBEL Y L. SERVÉN (2001). “Una revisión del comportamiento y de los determinantes del ahorro en el mundo”. En: Morandé y Vergara (Editores).
- LÓPEZ, A. (1998). ¿Por qué cayó el ahorro privado en Colombia a comienzos de la década del noventa? En: Sánchez, F. (editor). *El Ahorro en Colombia. Evolución y Comportamiento Global y Sectorial*. TM editores y DNP.
- LÓPEZ, A.; MISAS, M.; OLIVEROS, H. (1996), “Understanding Consumption in Colombia”, *Borradores de Economía*, No. 58, septiembre, Banco de la República.

- MA, G. AND W. YI (2010). China's high saving rate: myth and reality. BIS Working Papers, No. 312, Monetary and Economic Department, June. Disponible: <http://www.bis.org/publ/work312.pdf>.
- MAPA, D. S. AND L. G. S. BERSALES (2008), "Population Dynamics and Household Saving: Evidence from the Philippines." *The Philippine Statistician*, Vol. 57, Nos. 1-4.
- MASON, A. Y R. LEE (2007). Transfers, Capital and Consumption over the Demographic Transition. En: *Population Aging, Intergenerational Transfers and the Macroeconomy*, Robert Clark, Naohiro Ogawa, and Andrew Mason (eds) Cheltenham, UK: Edward Elgar 128-162. Disponible: http://www.prgs.edu/content/dam/rand/www/external/labor/aging/rsi/rsi_papers/2009/LeePaper03.pdf.
- MELO, L.; ZÁRATE, H. Y TELLEZ, J. (2006). El ahorro de los hogares en Colombia. Banco de la República. Borradores de Economía, No. 428, diciembre.
- MISAS, M. Y POSADA, C. E. (1997). Determinantes de la tasa de ahorro: Una perspectiva internacional. Borradores Semanales de Economía, No. 68, febrero.
- OBSTFELD, M. Y K. Rogoff (1998). *Foundations of International Macroeconomics*. The MIT Press.
- O CAMPO, JOSÉ ANTONIO Y CAMILO TOVAR (1998). Flujos de capital, ahorro e inversión en Colombia, 1990-96. En: Sánchez, Fabio (compilador). *El ahorro en Colombia. Evolución y comportamiento global y sectorial*. DNP y Tercer Mundo Editores, Bogotá.
- POSADA, C. E. (1996). Ahorro y términos de intercambio de la economía dependiente. Banco de la República, Borradores de Economía, No. 47, marzo.
- RAMÍREZ, M. (1992). El Ahorro en Colombia. En: *Cambios Estructurales y Crecimiento: Veinte Años de Experiencia Colombiana*. Tercer Mundo, Editores. Bogotá.
- SÁNCHEZ, FABIO; MURCIA, GUILLERMO Y CARLOS OLIVA (1996). Auge y colapso del ahorro empresarial en Colombia: 1983-1994. DNP, Archivos de Macroeconomía, No. 44, abril.
- SCHULTZ, T. P. (2005). Demographic Determinants of Savings: Estimating and Interpreting the Aggregate Association in Asia. Yale University Economic Growth Center, Discussion Paper Series, NO. 901, Enero. Disponible: http://www.econ.yale.edu/growth_pdf/cdp901.pdf
- TOVAR, J. (2008). Caracterización del ahorro de los hogares en Colombia. *Coyuntura Social*, No. 38-39, diciembre.
- VAN RIJCKEGHEM, C. Y M. ÜÇER (2009). The Evolution and Determinants of the Turkish Private Saving Rate: What Lessons for Policy? ERF Research Report Series No. 09-01, febrero. Disponible: <http://eaf.ku.edu.tr/sites/eaf.ku.edu.tr/files/rr09-02.pdf>
- VERGARA, R. (2001). "Determinantes del ahorro privado en Chile". En: Morandé y Vergara (2001).

- WAKABAYASHI, M. Y L. MACKELLAR (1999). Demographic Trends and Household Saving in China. IIASA, Interim Report IR-99-057, November. Disponible: <http://www.iasa.ac.at/Publications/Documents/IR-99-057.pdf>
- WEIL, D. N. (1993). Demographic Change, Consumption and Saving. Ministry of Finance (Japan) Quarterly Review, june. Disponible: http://www.mof.go.jp/pri/publication/financial_review/fr_list2/r29/r_29_071_090.pdf
- YASIN, J. (2007). Demographic Structure and Private Savings: Some Evidence from Emerging Markets. Paper submitted to the Twenty –Seventh Annual Meeting of The Middle East Economic Association (MEEA), Allied Social Sciences Association (ASSA), Chicago, Illinois, January. Disponible: <http://www.luc.edu/orgs/meea/volume9/PDFS/Paper-ByYasin.pdf>
- ZULETA, HERNANDO; PARADA, JULIÁN; GARCÍA, ANDRÉS Y JACOBO CAMPO (2010). Participación factorial y contabilidad del crecimiento en Colombia (1984-2005). Una propuesta de modificación del método de contabilidad del crecimiento. Desarrollo y Sociedad, No. 65, enero-junio.

ANEXO

La relación entre ahorro de los hogares y mercado laboral utilizada en este artículo tiene como base una identidad o una tautología. Sin embargo, esta tautología parece ser solo aparente, dado que algunos de los determinantes del ahorro de los hogares que se muestran en dicha identidad pueden ser fundamentados a partir de las decisiones de consumo (ahorro) y ocio de los consumidores.

En este anexo se desarrolla dicha fundamentación partiendo de una función de utilidad comúnmente usada en la literatura DSGE que tiene determinadas características que la hacen manejable y

con ciertas cualidades desde el punto de vista del análisis dinámico.

$$u(c_t, l_t) = \frac{(c_t^\alpha l_t^{1-\alpha})^{1-\theta}}{1-\theta} \quad (1)$$

$$c_t + s_t = w_t n_t \quad (2)$$

$$c_{t+1} = (1+r)s_t + w_{t+1}n_{t+1} \quad (3)$$

Dadas las restricciones presupuestarias (2) y (3), el problema de optimización se puede escribir como:

$$\ell = \frac{(c_t^\alpha l_t^{1-\alpha})^{1-\theta}}{1-\theta} + \beta \frac{(c_{t+1}^\alpha l_{t+1}^{1-\alpha})^{1-\theta}}{1-\theta} + \lambda_t [n_t w_t - c_t - s_t] + \lambda_{t+1} [n_{t+1} w_{t+1} - c_{t+1} + (1+r)s_t]$$

De las condiciones de primer orden de este problema de optimización se tiene:

$$u_c(c_t, l_t) = \beta u_c(c_{t+1}, l_{t+1})(1+r) \quad (4)$$

$$u_l(c_t, l_t) = u_c(c_t, l_t)w_t \quad (5)$$

Usando la forma de la función de utilidad, se tiene lo siguiente:

$$u_c(c_t, l_t) = \alpha c_t^{\alpha-1} l_t^{1-\alpha} (c_t^\alpha l_t^{1-\alpha})^{-\theta} \quad (6)$$

$$u_l(c_t, l_t) = (1-\alpha) c_t^\alpha l_t^{-\alpha} (c_t^\alpha l_t^{1-\alpha})^{-\theta} \quad (7)$$

Sustituyendo (6) y (7) en (5), se obtiene:

$$(1-\alpha) c_t^\alpha l_t^{-\alpha} (c_t^\alpha l_t^{1-\alpha})^{-\theta} = \alpha c_t^{\alpha-1} l_t^{1-\alpha} (c_t^\alpha l_t^{1-\alpha})^{-\theta} w_t \Rightarrow$$

Dado que $l_t = H - n_t$ y despejando n_t , se obtiene:

$$n_t = H - \frac{(1-\alpha)c_t}{\alpha w_t} \quad (9)$$

Y la ecuación (4) usando (6), se tiene:

$$\alpha c_t^{\alpha-1} l_t^{1-\alpha} (c_t^\alpha l_t^{1-\alpha})^{-\theta} = \beta \alpha c_{t+1}^{\alpha-1} l_{t+1}^{1-\alpha} (c_{t+1}^\alpha l_{t+1}^{1-\alpha})^{-\theta} (1+r)$$

Despejando C_{t+1} , obtenemos:

$$c_{t+1} = c_t \left(\frac{l_t}{l_{t+1}} \right)^{\eta_2/\eta_1} (\beta(1+r))^{1/\eta_1} \quad (10)$$

Donde: $\eta_1 = \alpha(1-\theta) - 1$ y $\eta_2 = (1-\alpha)(1-\theta)$.

De las ecuaciones (2) y (3) se obtiene la restricción presupuestaria intertemporal:

$$n_t w_t + \frac{n_{t+1} w_{t+1}}{1+r} = c_t + \frac{c_{t+1}}{1+r} \quad (11)$$

El problema tiene tres ecuaciones (9, 10 y 11) y tres incógnitas (C_t , C_{t+1} y n_t).

1) Obtención del consumo en el período t .

Reemplazando (9) y (10) en (11) y después despejando C_t , se obtiene:

$$c_t = \frac{Hw_t + \frac{n_{t+1}w_{t+1}}{1+r}}{\frac{1}{\alpha} + \left(\left(\frac{l_t}{l_{t+1}} \right)^{\eta_2/\eta_1} \right) \left(\frac{(\beta(1+r))^{1/\eta_1}}{1+r} \right)} \quad (12)$$

Y diferenciando con respecto a w_t , se obtiene el efecto de los cambios del salario real en el período t sobre el consumo en el mismo período:

$$\frac{\partial c_t}{\partial w_t} = \frac{H}{\frac{1}{\alpha} + \frac{\left(\frac{l_t}{l_{t+1}} \right)^{\eta_2/\eta_1} (\beta(1+r))^{1/\eta_1}}{1+r}} > 0 \quad (13)$$

2) Obtención del ahorro en el período t .

$$S_t = n_t w_t - C_t$$

Reemplazando (9) en la ecuación anterior:

$$s_t = \left(H - \frac{(1-\alpha)c_t}{\alpha w_t} \right) w_t - c_t \Rightarrow$$

$$s_t = Hw_t - \frac{1}{\alpha} c_t \quad (14)$$

Y diferenciando con respecto a w_t , se obtiene el efecto de los cambios del salario real en el período t sobre el ahorro en el mismo período:

$$\frac{\partial s_t}{\partial w_t} = H - \frac{1}{\alpha} \frac{\partial c_t}{\partial w_t}$$

Reemplazando (13) en la ecuación anterior, se obtiene:

$$\frac{\partial s_t}{\partial w_t} = H - \frac{1}{\alpha} \left(\frac{H}{\frac{1}{\alpha} + \frac{\left(\frac{l_t}{l_{t+1}} \right)^{\eta_2/\eta_1} (\beta(1+r))^{1/\eta_1}}{1+r}} \right) \quad (15)$$

¿Bajo qué condiciones $\frac{\partial s_t}{\partial w_t} - \frac{\partial c_t}{\partial w_t} > 0$?

$$\frac{\partial s_t}{\partial w_t} - \frac{\partial c_t}{\partial w_t} = H - \frac{1}{\alpha} \frac{\partial c_t}{\partial w_t} - \frac{\partial c_t}{\partial w_t} \Rightarrow$$

$$\frac{\partial s_t}{\partial w_t} - \frac{\partial c_t}{\partial w_t} = H - \frac{\partial c_t}{\partial w_t} \left(\frac{1 + \alpha}{\alpha} \right) \Rightarrow$$

Reemplazando $\frac{\partial c_t}{\partial w_t}$ por su equivalente (ecuación 13) y haciendo un poco de álgebra, se obtiene:

$$\frac{\partial s_t}{\partial w_t} - \frac{\partial c_t}{\partial w_t} = H \left(1 - \frac{1 + \alpha}{\left(1 + \frac{\alpha \left(\frac{l_t}{l_{t+1}} \right)^{\eta_2/\eta_1} (\beta(1+r))^{\eta_1}}{1+r} \right)} \right)$$

Entonces, si:

$$\frac{\left(\frac{l_t}{l_{t+1}} \right)^{\eta_2/\eta_1} (\beta(1+r))^{\eta_1}}{1+r} > 1 \Rightarrow \frac{\partial s_t}{\partial w_t} - \frac{\partial c_t}{\partial w_t} > 0$$

3) Relación consumo y oferta laboral en el período t .

De la ecuación (9) se despeja w_t :

$$w_t = \frac{(1 - \alpha)c_t}{\alpha(H - n_t)} \quad (14)$$

En la restricción presupuestaria intertemporal (ecuación 11) se reemplazan las ecuaciones (12) y (16), procediéndose a despejar C_t :

$$c_t = \frac{\frac{n_{t+1}w_{t+1}}{1+r}}{\left\{ 1 - \frac{n_t(1-\alpha)}{\alpha(H-n_t)} + \frac{\left(\left(\frac{H-n_t}{l_{t+1}} \right)^{\eta_2/\eta_1} (\beta(1+r))^{\eta_1} \right)}{1+r} \right\}} \quad (17)$$

Y diferenciando con respecto a n_t , se obtiene el efecto de los cambios de la oferta laboral en el período t sobre el consumo en el mismo período:

$$\frac{\partial c_t}{\partial n_t} = \left(\frac{n_{t+1} w_{t+1}}{1+r} \right) \frac{\left(\frac{(1-\alpha)H}{\alpha n_t^2 \left(\frac{H}{n_t} - 1 \right)^2} + \frac{\eta_2}{\eta_1} \frac{(l_t)^{\frac{\eta_2-1}{\eta_1}} (\beta(1+r))^{\frac{1}{\eta_1}}}{l_{t+1}^{\frac{\eta_2}{\eta_1}} (1+r)} \right)}{\left\{ 1 - \frac{n_t(1-\alpha)}{\alpha(H-n_t)} + \frac{\left(\left(\frac{l_t}{l_{t+1}} \right)^{\frac{\eta_2}{\eta_1}} (\beta(1+r))^{\frac{1}{\eta_1}} \right)^2}{1+r} \right\}} \quad (18)$$

¿Cómo es $\frac{\partial c_t}{\partial n_t}$? Puede ser mayor o menor que cero, dependiendo de la magnitud del coeficiente de aversión al riesgo, porque $\eta_1 = \alpha(1-\theta)-1$ y $\eta_2 = (1-\alpha)(1-\theta)$, donde θ es el coeficiente de aversión al riesgo. Si $\theta < 1 \Rightarrow \eta_2 > 0$ y el valor absoluto de todo el factor donde está $\frac{\eta_2}{\eta_1}$ es mayor que el inmediatamente anterior, $\frac{\partial c_t}{\partial n_t}$ es negativo. Pero si este valor absoluto es menor, $\frac{\partial c_t}{\partial n_t}$ sería positivo. También $\frac{\partial c_t}{\partial n_t}$ será claramente positivo, si $\theta > 1$.

En conclusión, lo más general es que $\frac{\partial c_t}{\partial n_t} > 0$. En cambio, para que $\frac{\partial c_t}{\partial n_t} < 0$ se requiere el cumplimiento simultáneo de dos condiciones.

3) Relación ahorro y oferta laboral en el período t .

$$s_t = n_t \frac{(1-\alpha)c_t}{\alpha(H-n_t)} - c_t \quad (19)$$

Y diferenciando con respecto a n_t , se obtiene el efecto de los cambios de la oferta laboral en el período t sobre el ahorro en el mismo período:

$$\frac{\partial s_t}{\partial n_t} = \frac{\partial c_t}{\partial n_t} \left(\frac{n_t w_t}{c_t} - 1 \right) + \frac{H w_t}{(H - n_t)} \quad (20)$$

Puesto que $\frac{H w_t}{(H - n_t)} > 0$, entonces la posibilidad de que $\frac{\partial s_t}{\partial n_t}$ sea mayor o menor que cero depende de la magnitud de $\left(\frac{n_t w_t}{c_t} - 1 \right)$, es decir, de si el consumidor es ahorrador o no en el presente. En efecto, suponiendo que $\frac{\partial c_t}{\partial n_t} > 0$, si el individuo es ahorrador (es decir, $\frac{n_t w_t}{c_t} > 1$) $\Rightarrow \frac{\partial s_t}{\partial n_t} > 0$. En caso de que el individuo sea desahorrador en el presente (es decir, $\frac{n_t w_t}{c_t} < 1$),

$\frac{\partial s_t}{\partial n_t}$ aún podría ser mayor si $\left| \frac{\partial c_t}{\partial n_t} \left(\frac{n_t w_t}{c_t} - 1 \right) \right| < \frac{H w_t}{H - n_t}$. En cambio, si $\frac{n_t w_t}{c_t} < 1$, de tal forma que $\left| \frac{\partial c_t}{\partial n_t} \left(\frac{n_t w_t}{c_t} - 1 \right) \right| > \frac{H w_t}{H - n_t}$, entonces $\frac{\partial s_t}{\partial n_t} < 0$.

Ahora bien, dado que $\frac{\partial c_t}{\partial n_t}$ puede ser negativo, puede realizarse un análisis similar, resultando que bajo determinadas condiciones $\frac{\partial s_t}{\partial n_t}$ podría ser mayor o menor que cero.

¿Puede ser $\frac{\partial s_t}{\partial n_t} > \frac{\partial c_t}{\partial n_t}$?

$$\frac{\partial s_t}{\partial n_t} - \frac{\partial c_t}{\partial n_t} = \frac{\partial c_t}{\partial n_t} \left(\frac{n_t w_t}{c_t} - 2 \right) + \frac{H w_t}{(H - n_t)}$$

En consecuencia:

$$\frac{\partial s_t}{\partial n_t} - \frac{\partial c_t}{\partial n_t} > 0 \Rightarrow \frac{\partial c_t}{\partial n_t} \left(\frac{n_t w_t}{c_t} - 2 \right) + \frac{H w_t}{(H - n_t)} > 0 \Rightarrow$$

$$\frac{H w_t}{(H - n_t)} > \frac{\partial c_t}{\partial n_t} \left(2 - \frac{n_t w_t}{c_t} \right) \Rightarrow \frac{\partial c_t}{\partial n_t} < \frac{\frac{H w_t}{(H - n_t)}}{\left(2 - \frac{n_t w_t}{c_t} \right)}$$

¿Puede ser $\frac{\partial s_t}{\partial n_t} < \frac{\partial c_t}{\partial n_t}$?

$$\frac{\partial s_t}{\partial n_t} - \frac{\partial c_t}{\partial n_t} < 0 \Rightarrow \frac{\partial c_t}{\partial n_t} \left(\frac{n_t w_t}{c_t} - 2 \right) + \frac{H w_t}{(H - n_t)} < 0 \Rightarrow$$

$$\frac{H w_t}{(H - n_t)} < \frac{\partial c_t}{\partial n_t} \left(2 - \frac{n_t w_t}{c_t} \right) \Rightarrow \frac{\partial c_t}{\partial n_t} > \frac{\frac{H w_t}{(H - n_t)}}{\left(2 - \frac{n_t w_t}{c_t} \right)}$$

Conclusión: En la identidad utilizada en el artículo, los cambios del salario real y de la oferta laboral en el período t tienen un efecto positivo sobre el ahorro de los hogares en el mismo período. En este anexo se demuestra que esta posibilidad existe en un modelo microfundamentado de los consumidores.