Revista Eureka sobre Enseñanza y Divulgación de las Ciencias
E-ISSN: 1697-011X
revista@apac-eureka.org
Asociación de Profesores Amigos de la Ciencia: EUREKA
España

COCIENTES Y UNIDADES: ¿QUÉ COMPRENDEN REALMENTE LOS ESTUDIANTES DE FÍSICA DE NUEVO INGRESO A LA UNIVERSIDAD?

Antonio Lara Barragán Gómez[1] *y Guillermo Cerpa Cortés*[2]

[1]*Escuela de Ingeniería Industrial, Universidad Panamericana campus Guadalajara y Departamento de Física, Centro Universitario de Ciencias Exactas e Ingenierías, Universidad de Guadalajara*

[2]*Departamento de Física, Centro Universitario de Ciencias Exactas e Ingenierías, Universidad de Guadalajara*

[Recibido en Enero de 2009, aceptado en Mayo de 2009]

RESUMEN(Inglés)

Se presenta una estrategia didáctica para el aprendizaje de conceptos esenciales de física, fundamentada en la interpretación de cocientes y el uso de unidades de manera intencionada. La conceptuación de la división es el punto de partida de la estrategia. Se menciona una experiencia cualitativa en el aula en temas de electromagnetismo, que muestra que la estrategia propicia una comprensión adecuada de conceptos y permite, además, desarrollar y construir conceptos nuevos.

Palabras clave: *Enseñanza de la Física; técnica de aprendizaje; cocientes; unidades; electromagnetismo.*

INTRODUCCIÓN

Hay dos preguntas, que pueden hacerse a los estudiantes de nuevo ingreso a la universidad, que ponen de manifiesto su comprensión sobre conceptos esenciales de la física: 1. ¿Qué significa, por ejemplo, la expresión 12/4? 2. En el estudio del tema de materia, ¿qué significa exactamente la expresión "masa por unidad de volumen"? Para la primera pregunta nuestra experiencia nos muestra que la respuesta automática de la mayoría es "cuántas veces cabe el 4 en el 12". Respuesta correcta que muestra también, que han sido capaces de memorizar una definición; sin embargo, si se invierte la expresión, y se pregunta lo mismo, la respuesta ya no es inmediata. Indagando un poco más, encontramos que el problema es que, en el primer caso, el numerador es mayor que el denominador, pero en el segundo caso, al tener lo contrario, ya no les parece tan lógico la respuesta de cuántas veces cabe el 12 en el 4. Entonces, ¿hay una verdadera comprensión de lo que significa un cociente?

Por otro lado, con la segunda pregunta, es fácil constatar que la primera respuesta es "la densidad". Lo que han dado es el simple nombre, no una explicación que indique que comprenden la expresión. Este tipo de respuestas es de las más comunes que hemos encontrado. Generalmente, lo que el alumnado responde son los nombres de los conceptos.

Dada esta situación hemos ensayado, con buenos resultados cualitativos, una técnica didáctica que consiste en aprender a manejar cocientes y unidades conceptualmente, de manera que a través de su uso el estudiantado pueda adquirir una comprensión de conceptos esenciales de la física, tales como rapidez, aceleración, densidad y campo eléctrico. En este documento ponemos a consideración de la comunidad educativa e investigadora dicha técnica y algunos de los resultados cualitativos que hemos obtenido.

FUNDAMENTOS TEÓRICOS

El uso de cocientes y unidades como herramientas para la comprensión conceptual en física es un tema aparentemente no explorado. Cuando se trata el tema de unidades, los reportes encontrados en la literatura tienen que ver, por ejemplo, con problemas que tienen los estudiantes para asociar unidades con cantidades físicas (Khadelwal y Pritchard, 1990), con la confusión que se da con los símbolos de las unidades y de algunas cantidades físicas (Bailey, 1999), o con el uso de diversos sistemas de unidades y transformaciones entre uno y otro sistema (Romer, 1999). Por su parte, sobre los cocientes como herramienta de conceptuación, sólo encontramos el trabajo de Dole (2008), quien los utiliza para desarrollar el razonamiento en proporciones.

El uso de cocientes para la conceptuación en física ha sido propuesto por Arons (1997), aunque no reporta resultados. Su propuesta comienza por clasificar los cocientes en dos tipos: cuando numerador y denominador tienen unidades diferentes, y cuando tienen las mismas unidades. El primero, se interpreta como *cuánto del numerador por uno del denominador*, lo que hace que frases como "masa por unidad de volumen" adquieran significado. Una vez que el alumnado capta esta idea, su uso continuo les llevará a una mejor y más profunda comprensión de conceptos físicos. Por ejemplo, el caso de la rapidez, $v=\Delta x/t$ con unidades de m/s. La interpretación física y contenido conceptual es *en cuántos metros cambia la posición de un objeto en un segundo*. Un caso más complicado es la aceleración, $a=\Delta v/t$. En este caso, es importante hacer hincapié en que las unidades son unidades de rapidez entre unidades de tiempo, esto es:

$$\frac{m/s}{s} \text{ y no } \frac{m}{s^2}$$

Cuando se piensa únicamente en términos de las segundas, se pierde por completo el contenido conceptual: *en cuantos metros sobre segundo cambia la rapidez de un objeto en un segundo*, lo que se obtiene de manera natural con las primeras.

Un caso importante es el del campo gravitacional y sus análogos, el campo eléctrico y el campo magnético. La definición matemática del campo gravitacional es:

$$\vec{g} = -\frac{m'}{r^2}\hat{r}$$

para un cuerpo con masa m’ centrado en el origen de un sistema de coordenado de referencia (McClelland, 2000). Su magnitud, la intensidad del campo gravitacional, se obtiene de la ley de gravitación universal escrita en forma escalar como $F=mg$. De aquí que $g=F/m$, y sus unidades sean N/kg. A partir de esto se puede llevar a que el alumnado encuentren la interpretación: *cuántos newtons se aplican a cada kilogramo*. A partir de esta interpretación el concepto de campo puede desarrollarse sin problema.

En el segundo tipo de cocientes, al resultar en un número adimensional, se interpreta como una comparación entre las dos cantidades que nos dice qué tanto es mayor (o menor) el numerador con respecto al denominador. Tomemos como ejemplo los radios de dos círculos concéntricos, R_1 y R_2. Si $R_2/R_1=c$, entonces $R_2=cR_1$, de donde R_2 es un múltiplo (o submúltiplo si $c < 1$) de R_1 por un factor c. Este tipo de interpretación es común en problemas de física y representa una habilidad que es aconsejable que los estudiantes desarrollen y cultiven.

Por otra parte, como la física es la ciencia cuyo objeto de estudio lo conforman todos los aspectos mensurables de la naturaleza; en consecuencia, para especificar una cantidad física es necesario proporcionar dos componentes: su valor, representado por el número producto de la medición (o el cálculo) y su *carácter*, representado por una unidad (Nelson, 1982). Ambas componentes son indispensables para una conceptuación plena.

CONTEXTO DE LA PROPUESTA

La propuesta fue desarrollada y dirigida para utilizarse en cursos introductorios de física general, particularmente en el curso de física que se ofrece en el primer semestre del troco común de las carreras de ciencias e ingenierías, en dos universidades de la zona metropolitana de la ciudad de Guadalajara en México. En éstas se ha observado que un hecho común es que, cuando el estudiante promedio resuelve un problema numérico, presenta su resultado como un simple número. Y a veces, si ese número es el resultado de una división, por ejemplo 657.2 entre 29.1, lo escribe con todas las decimales que le da la calculadora como 22.58419244. Este hecho constatable en cualquier aula, es un indicador de la falta de comprensión de conceptos básicos, tanto de física como de matemáticas. Aquí lo primero a hacer notar es que, en general, los datos que se proporcionan en problemas representan resultados de mediciones directas o indirectas; por consiguiente, existe un cierto grado de precisión, por lo que una cifra como la anterior significaría que el instrumento de medición es capaz de medir con una precisión de hasta un cienmillonésimo. Debemos hacerle notar a nuestros y nuestras estudiantes que, cada dato del problema, tiene un número de cifras significativas dado por la precisión de los instrumentos, por lo que sus resultados han de redondearse al número de cifras significativas pertinente para cada problema. Además de ello, ha de recordárseles que, por la misma razón de ser números obtenidos de mediciones, deben tener unidades las que siempre deben escribirse.

En seguida, pasamos al significado de la división. Es muy probable que al hacer la pregunta abierta a la clase, "¿cuál es el significado de la división?", la respuesta automática sea, tal como mencionamos en la introducción: "cuántas veces cabe el denominador en el numerador". Entonces, constatar la comprensión de tal respuesta es: "¿cómo o porqué se sabe eso? ¿Cómo se origina el algoritmo de la división?" Muy pocos –a veces nadie– sabe la respuesta que se fundamenta en que la división es el resultado de una serie de restas. Puede ser que muchos sepan que la multiplicación es el resultado de una serie de sumas, o como suele decirse: "la multiplicación es una suma abreviada", pero la relación entre la división y las restas, es otra historia. En este punto es conveniente darles la oportunidad de comprobar por sí mismos esta relación, haciendo que cuenten las restas que deben hacerse para dividir, por ejemplo, 27 entre 3.

Para muchos de nuestros estudiantes es difícil explicar verbalmente los cocientes de la manera en que se ha mostrado, principalmente porque no lo habían hecho con anterioridad. Es importante que les proporcionemos oportunidades de practicarlos en diferentes contextos, para que pueda encontrar un significado a los cálculos que han de realizar a lo largo de sus cursos de física, en lugar de solamente memorizar patrones y procedimientos de cálculo, esto es, manipulación mecánica de fórmulas. Lo importante siempre serán la comprensión y el razonamiento, para que, cuando se encuentren en una situación en la que no puedan usar lo que pudiesen haber solamente memorizado, puedan resolver cualquier tipo de problema, aún dentro de contextos fuera de la física.

Finalmente, una palabra precautoria respecto al uso del lenguaje. Si se acepta el uso de la palabra "por", como en "metros por segundo", puede caerse en una trampa. La palabra "por" es un término técnico con el que el alumnado pueden confundirse fácilmente. Puede constatarse que lo dicen porque lo han asociado mecánicamente a una división de unidades, por ejemplo, metros por segundo o kilómetros por hora, pero no lo utilizan en el sentido que tiene, que puede verbalizarse de diferentes maneras: "por cada", "corresponden con", "se combinan con", "asociados con". Aún cuando en la verbalización de la densidad, que siempre dicen de la misma manera –al menos en nuestro contexto– como "masa por unidad de volumen", no siempre es posible asegurarse de que realmente comprenden el significado.

OBJETIVO

Dado el contexto que origina el trabajo, se ha planteado la necesidad de lograr que el estudiantado de nuevo ingreso a la universidad desarrolle habilidades de interpretación de cantidades físicas que lo conduzcan a una comprensión adecuada de los mismos en términos de sus unidades. Por tanto, el objetivo es desarrollar una estrategia de enseñanza con la cual los estudiantes puedan comprender el significado de cantidad física y en consecuencia la importancia del uso de unidades; además la misma estrategia ha de conducir a la conceptuación adecuada de la cantidad, con lo cual es más probable que pueda aplicar los conceptos con mayor éxito en la resolución de problemas.

METODOLOGÍA

El proyecto es un trabajo de investigación que responde a un diseño no experimental transeccional descriptivo (Hernández, 1991). El primer paso en el proyecto es la investigación documental; acto seguido se desarrolla el método de enseñanza de la habilidad de interpretación con base en lo encontrado en la literatura y en la experiencia propia de los autores. Paralelamente, y por medio de una observación participante en el aula, se lleva un diario de campo durante un semestre donde se da cuenta de los pormenores acontecidos con relación al tema del trabajo. De acuerdo con los resultados de la observación se afinan los detalles del método y se buscan ejemplos de aplicación. Finalmente, durante otro semestre se aplica el método y se recogen nuevos datos en un diario de campo, los cuales se consignan en la siguiente sección.

LA ESTRATEGIA DIDÁCTICA

La estrategia didáctica desarrollada consta de tres pasos a realizarse de manera intencionada y sistemática, aunque no representa un esquema rígido. Se aplica en diferentes momentos del ciclo escolar, procurando que el primer paso se realice dentro de las primeras sesiones. Los demás pasos se realizan cada vez que sea necesario, ya sea la introducción y desarrollo de un tema nuevo o el reforzamiento de aprendizajes anteriores.

Paso 1. Introducción de las interpretaciones de cocientes y la importancia de las unidades. Consiste en presentar, con un estilo que puede seguir alguna estrategia constructivista como el diálogo socrático (Julian, 1995) o por exposición magisterial, cuáles son las interpretaciones de los cocientes. Asimismo, se enfatiza el hecho de que toda cantidad física debe escribirse siempre con sus unidades. Aunque este tema debió tocarse en la introducción del curso, conviene recordarles con frecuencia el uso de las unidades.

Paso 2. Ejemplificar el uso de las interpretaciones con ejemplos de la vida cotidiana; en su defecto, el caso de la densidad es uno de los más representativos, además de que es conocido desde niveles básicos. En el caso de la interpretación de comparación, pueden utilizarse alturas de edificios o estaturas entre estudiantes.

Paso 3. Aplicar la interpretación en la cantidad física bajo estudio, verbalizando el cociente y sus unidades. En la mayoría de los casos, el cociente de las unidades es el que proporcionará la comprensión del concepto. No debe dejarse de verbalizar, puesto que es un ejercicio que les permitirá mejorar la comprensión y retención del concepto.

Presentamos a continuación dos resultados cualitativos obtenidos de la observación en clase.

DOS RESULTADOS CUALITATIVOS

El método comienza con la introducción de la interpretación de cocientes a partir de un ejemplo concreto. El problema utilizado es el siguiente: María va al mercado y compra cinco manzanas en siete pesos y se pregunta a la clase: ¿Qué significa la fracción *7.00/5*? Al principio las respuestas serán erráticas, hasta que alguien –siempre ocurre– dice "cuánto cuesta cada manzana" o una frase parecida. Ahora, continuamos, "¿qué significa la fracción 5/*7.00*?" La primera no les representa gran problemas, principalmente porque el numerador es mayor que el denominador. Pero ahora, se presenta una fracción en donde ocurre lo contrario; después de cierto trabajo, alguien podrá dar con la respuesta: "cuántas manzanas me dan por un peso". Esta es la primera interpretación de los cocientes: cuánto del numerador por uno del denominador.

Una vez que la clase ha comprendido esta primera interpretación, se lleva a la práctica en conceptos que se desarrollan como parte de los contenidos de la asignatura en la que se use. Como ejemplo en electromagnetismo se mencionan tres de los múltiples casos en los que el método de la interpretación de cocientes y unidades ha sido empleado con buenos resultados. El primero es con la interpretación de la ecuación que define el campo eléctrico, a partir de la Ley de Coulomb en forma escalar:

$$E = \frac{F}{q} \; \frac{N}{C}$$

donde el campo eléctrico se entiende como la fuerza aplicada por unidad de carga. En términos de unidades, se dice que representa cuántos newtons se aplican a un coulomb de carga. De aquí es fácil moverse hacia una conceptuación más profunda en términos vectoriales. Una vez que los estudiantes se familiarizan con este tipo de interpretaciones, los siguientes temas y conceptos pueden abordarse de manera más fácil y rápida, haciendo que sean ellos y ellas quienes interpreten y den las conceptuaciones adecuadas.

El segundo caso, el del concepto de diferencia de potencial, se relata de una página del diario de campo. El profesor, con el uso del diálogo socrático hace llegar a los alumnos a la expresión $W = qEx_i - qEx_f = q\mathbf{\Delta}(Ex)$, donde E representa a la intensidad del campo eléctrico y las x´s representan posiciones inicial y final; la q es la carga del objeto en cuestión. De aquí *se define* la diferencia de potencial por el cociente:

$$\mathbf{\Delta}V = \frac{W}{q}$$

y el problema es interpretar y conceptuar esta cantidad. El profesor pide a los alumnos que lo hagan; después de algunos intentos fallidos, los alumnos llegan a la interpretación correcta que es, a su vez, el concepto: cuántos joules de trabajo que debe realizarse para mover un coulomb de carga entre una posición inicial y otra final. De esta manera, expresiones encontradas en la vida diaria como 1.5 V para una pila, toman un significado correcto: en primer lugar que una pila es una fuente de diferencia de potencial y segundo, que es un artefacto que realiza 1.5 joules de trabajo para mover un coulomb de uno de sus extremos al otro.

Un tercer caso se realiza con el concepto de campo magnético. Por el uso de analogías, los estudiantes llegan a concluir, después de llegar a una expresión para la interacción entre alambres portadores de corriente, que el campo magnético se define por la expresión (en simetría cilíndrica):

$$B = \frac{F}{li}$$

La interpretación que dan los alumnos es la fuerza por unidad de longitud y por unidad de corriente.

La segunda interpretación de los cocientes se utiliza, de manera corriente, en la solución de diversos tipos de problemas. Por ejemplo, considérese el problema clásico siguiente en una clase de mecánica: Un camión de carga se mueve con una aceleración a. En un momento determinado, pierde una cuarta parte de su carga. Si se supone que la fuerza motriz sobre el camión es la misma, ¿cuál será su nueva aceleración? Lo primero que responden, sin realizar ninguna operación, es que la aceleración es uno y un cuarto, o sea 1.25 veces la anterior, porque como el camión disminuye su masa en un cuarta parte, la aceleración aumenta en la misma proporción. Se les pide que toda respuesta deba siempre fundamentarse en un desarrollo algebraico; la mejor manera de llegar a una respuesta argumentada es por medio de la comparación de la nueva aceleración con la original. De la segunda ley de Newton obtienen las expresiones:

$$a_1 = \frac{F}{m} \quad a_2 = \frac{F}{\frac{3}{4}m}$$

el cociente de comparación les da:

$$\frac{a_2}{a_1} = \frac{4}{3}$$

Este resultado les enseña, además del uso de cocientes en la solución de problemas, que no siempre lo que el sentido común nos dice es lo correcto, ya que su apreciación inicial de que la aceleración final es 1.25 veces la aceleración inicial era incorrecta.

CONSIDERACIONES FINALES

Las interpretaciones de las divisiones presentadas son útiles para desarrollar habilidades poco tratadas en ciclos académicos anteriores, particularmente la "traducción" de lenguaje matemático a verbal y viceversa. Esta habilidad es especialmente importante para mejorar el uso del lenguaje algebraico y la manipulación algorítmica subyacente. Por otro lado, el desarrollo y construcción de conceptos se propicia de buena manera, con lo que se cierra un ciclo de aprendizaje: los estudiantes son capaces de construir definiciones, interpretarlas, extenderlas y utilizarlas en problemas.

REFERENCIAS

Arons, A.B. (1997). *Teaching Introductory Physics*. New York: John Wiley and Sons, Inc., cap. 1.

Bailey, K. (1999). Symbols and units in first-year physics. *The Physics Teacher,* 37 (1), 38-41.

Dole, S. (2008). Ratio tables to promote proportional reasoning in the primary classroom. *Australian Primary Mathematics Classroom,* 13 (2), 18-22.

Hernández Sampieri, R., Fernández Collado, C. y Baptista Lucio, P. (1991). *Metodología de la Investigación*. McGraw-Hill Interamericana: México.

Julian, G.M. (1995) “Socratic dialogue – with how many?” *The Physics Teacher,* 33 (6), 338-339.

Khadelwal, G.S. and Pritchard, W.M. (1990). Teaching units. *The Physics Teacher,* 28 (5), 300.

McClelland, J.A. (2000). g-whizz. *The Physics Teacher,* 38(3), 150.

Nelson, R. (1982). Proposals for SI Units. *American Journal of Physics,* 50 (9), 779-780.

Romer, R.H. (1999). Units-SI Only, or Multicultural Diversity? *American Journal of Physics,* 67 (1), 13-16.

QUOTIENTS AND UNITS: WHAT REALLY DO OUR FRESHMEN UNDERSTAND ABOUT PHYSICS?

SUMMARY

A learning technique for a better conceptual understanding in physics is presented. This technique uses quotients and units in an intended way, defining a quotient as the starting point for this method. A qualitative experience mentioned shows that this method enhances a good understanding of physics concepts, allowing the development of new concepts.

Key words: *Physics teaching; learning techniques; quotients; units; electromagnetism.*